

Осцилляции Шубникова–де Гааза проводимости двумерного дырочного газа в квантовых ямах на основе германия и кремния. Определение эффективной массы и g -фактора

И.Б. Беркутов¹, В.В. Андриевский¹, Ю.Ф. Комник¹, О.А. Миронов^{2,3},
М. Миронов⁴, Д. Ледли⁵

¹Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина
E-mail: andrievskii@ilt.kharkov.ua

²Warwick SEMINANO R&D Centre, University of Warwick Science Park,
Sir William Lyons Road, Coventry CV4 7EZ, UK

³International Laboratory of High Magnetic Fields and Low Temperatures,
P.O. Box 4714, 50-985 Wrocław 47, Poland

⁴Musashi Institute of Technology, 8-15-1 Todoroki, Setagaya-ku, Tokyo, Japan

⁵Department of Physics, University of Warwick, Science Park, Sir William Lyons Road, Coventry CV4 7AL, UK

Статья поступила в редакцию 5 сентября 2008 г., после переработки 26 сентября 2008 г.

Выполнен анализ осцилляций Шубникова–де Гааза проводимости двумерного газа дырок в квантовых ямах из чистого германия и кремния с малым содержанием германия (13%) с целью определения эффективных масс и g -фактора в этих объектах. Для анализа использованы магнитопольевые зависимости сопротивления ρ_{xx} , полученные при температурах от 33 мК до 4 К в магнитных полях до 11 Тл.

Зроблено аналіз осциляцій Шубнікова–де Гааза провідності двовимірному газу дірок у квантових ямах з чистого германію та кремнію з малим змістом германію (13%) з метою визначення ефективних мас та g -фактору в цих об'єктах. Для аналізу використувовано магнітопольові залежності опору ρ_{xx} при температурах від 33 мК до 4 К в магнітних полях до 11 Тл.

PACS: 72.15.Gd Гальваномагнитные и другие магнитотранспортные эффекты;
71.18.+y Поверхности Ферми: расчеты и измерения; эффективная масса; g -фактор;
71.70.Ej Спин-орбитальная связь, расщепление Зеемана и Старка; эффект Яна–Теллера.

Ключевые слова: квантовая яма, осцилляции Шубникова–де Гааза, эффективная масса, эффективный g -фактор.

Создание электронных устройств с использованием систем с двумерным электронным газом требует знания характеристик подвижных носителей заряда. Некоторые характеристики (концентрация и подвижность носителей) легко определить из проводимости и коэффициента Холла. Однако для полного представления о свойствах двумерного электронного газа необходимо знать такие характеристики, как эффективная масса носителей, определяющая кинетические

свойства электронной системы и позволяющая рассчитать фермиевскую энергию, фермиевскую скорость носителей, плотность состояний и др., а также эффективный g -фактор, характеризующий спиновое (зеemannовское) расщепление состояний носителей в магнитном поле. Для определения этих характеристик использованы осцилляции проводимости Шубникова–де Гааза (ШДГ) в магнитном поле [1,2].

В настоящей работе изучены осцилляции ШдГ проводимости двумерного газа дырок в квантовых ямах из чистого германия (в гетероструктуре $\text{Si}_{0,3}\text{Ge}_{0,7}/\text{Ge}/\text{Si}_{0,3}\text{Ge}_{0,7}$) и кремния с малым содержанием германия (в гетероструктуре $\text{Si}/\text{Si}_{0,87}\text{Ge}_{0,13}/\text{Si}$) Эти гетероструктуры получены разными методами: образец А с квантовой ямой из чистого Ge получен методом низкоэнергетического плазменного осаждения; образец В с квантовой ямой $\text{Si}_{0,87}\text{Ge}_{0,13}$ — методом молекулярно-лучевой эпитаксии. Квантовая яма образца А представляет собой тонкий слой чистого германия толщиной 15 нм, заключенный между двумя слоями $\text{Si}_{0,3}\text{Ge}_{0,7}$. Слой с акцепторными атомами бора отделен от квантовой ямы спейсером толщиной 10 нм. Аналогично квантовая яма образца В представляет собой слой $\text{Si}_{0,87}\text{Ge}_{0,13}$ толщиной 10 нм, расположенный между двумя слоями чистого кремния, один из которых толщиной 10 нм является спейсером и отделяет квантовую яму от слоя, допированного атомами бора.

Экспериментальные зависимости изменения диагональной ρ_{xx} и недиагональной ρ_{xy} компонент сопротивления в магнитном поле исследованных структур при низких температурах демонстрируют осцилляции Шубникова–де Гааза и квантовый эффект Холла (рис. 1). В табл. 1 представлены некоторые характерные параметры образцов.

Таблица 1. Характерные параметры образцов

Образец	Квантовый канал	ρ_{xx} , кОм	P_{Hall}	P_{ShH}	μ_{Hall} , $10^4 \text{ cm}^2/\text{В}\cdot\text{с}$	τ , 10^{-12} с
			10^{11} cm^{-2}			
А	Ge	0,23	5,81	5,68	4,68	2,98
В	$\text{Si}_{0,87}\text{Ge}_{0,13}$	3,01	1,89	2,04	1,17	1,05

Для нахождения эффективной массы m^* и квантового времени рассеяния τ_q выполнен анализ температурного и магнитополевого изменения амплитуды осцилляций ШдГ* согласно методике, описанной в работах [3,4].

Изменение проводимости двумерного газа носителей заряда в области магнитного квантования теоретически рассмотрено в работах [5,6]. Согласно теории [6], изменение сопротивления описывается формулой

$$\rho_{xx} = \frac{1}{\sigma_0} \left[1 + 4 \sum_{s=1}^{\infty} \left(\frac{\Psi_s}{\text{sh } \Psi_s} \right) \exp\left(-\frac{\pi s}{\omega_c \tau_q}\right) \cos\left(\frac{2\pi s \epsilon_F}{\hbar \omega_c} - \Phi\right) \right], \quad (1)$$

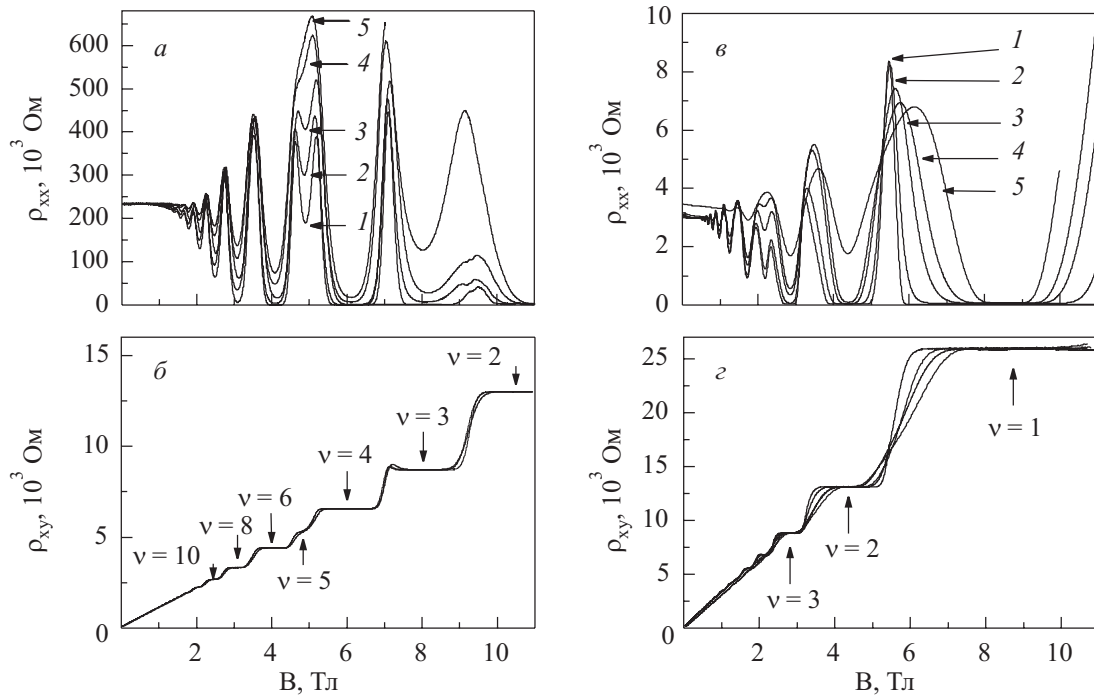


Рис. 1. Магнитополевые зависимости диагональной ρ_{xx} и недиагональной ρ_{xy} компонент сопротивления образца А (а, б) при $T = 52 \text{ мК}$ (1), $0,5 \text{ К}$ (2), $0,9 \text{ К}$ (3), 2 К (4), 3 К (5) и образца В (в, г) при $T = 33 \text{ мК}$ (1), $0,3 \text{ К}$ (2), $0,7 \text{ К}$ (3), $0,89 \text{ К}$ (4), $1,63 \text{ К}$ (5).

* Под амплитудой осцилляций будем подразумевать отклонение сопротивления в максимуме или минимуме от монотонного хода среднего значения сопротивления.

где $\Psi = 2\pi^2 k_B T / \hbar \omega_c$ определяет температурную и магнитопольную зависимости амплитуды осцилляций, $\omega_c = eB/m^*$ — циклотронная частота, τ_q — квантовое (одночастичное) время релаксации носителей заряда, определяющее столкновительное уширение уровней Ландау, Φ — фаза. Энергия Ферми в двумерном случае равна $\varepsilon_F = \pi \hbar^2 n / m^*$, где n — концентрация носителей заряда*.

Для определения эффективной массы проанализированы зависимости $\ln[(\Delta R/R_0)(\text{sh } \Psi/\Psi)]$ от $1/\mu B$ (или $1/\omega_c \tau$). Показатель экспоненты в формуле (1) преобразуется в $-\alpha/(\omega_c \tau)$, где $\alpha = \tau/\tau_q$, τ — транспортное время релаксации. При таком построении точки, отвечающие экстремумам с различными квантовыми номерами ν , должны лечь на одну прямую. Эффективная масса m^* — подгоночный параметр, обеспечивающий совмещение точек, относящихся к различным температурам и магнитным полям на единой кривой. Отме-

тим, что, согласно формуле (1), в области предельно сильных магнитных полей при $1/(\omega_c \tau) \rightarrow 0$ эти зависимости должны стремиться к значению $\ln 4 = 1,386$, так как при этом $\Psi/\text{sh } \Psi \rightarrow 1$. Совмещение точек на единых кривых (рис. 2, а, в) позволило определить эффективные массы дырок $m^* = 0,112m_0$ и $m^* = 0,17m_0$ (m_0 — масса свободного электрона) для образцов А и В соответственно.

Для образца А сформировавшаяся при значении $m^* = 0,112m_0$ единая кривая не является прямой линией, как это следует из формулы (1), и это обстоятельство нуждается в специальном разъяснении. Нелинейность построенной зависимости можно объяснить в рамках представлений, развитых в работе [7]. В этой работе высказано предположение, что в квантовом канале может существовать пространственная неоднородность потенциала и концентрации носителей. Это приводит к тому, что в разных областях образца экс-

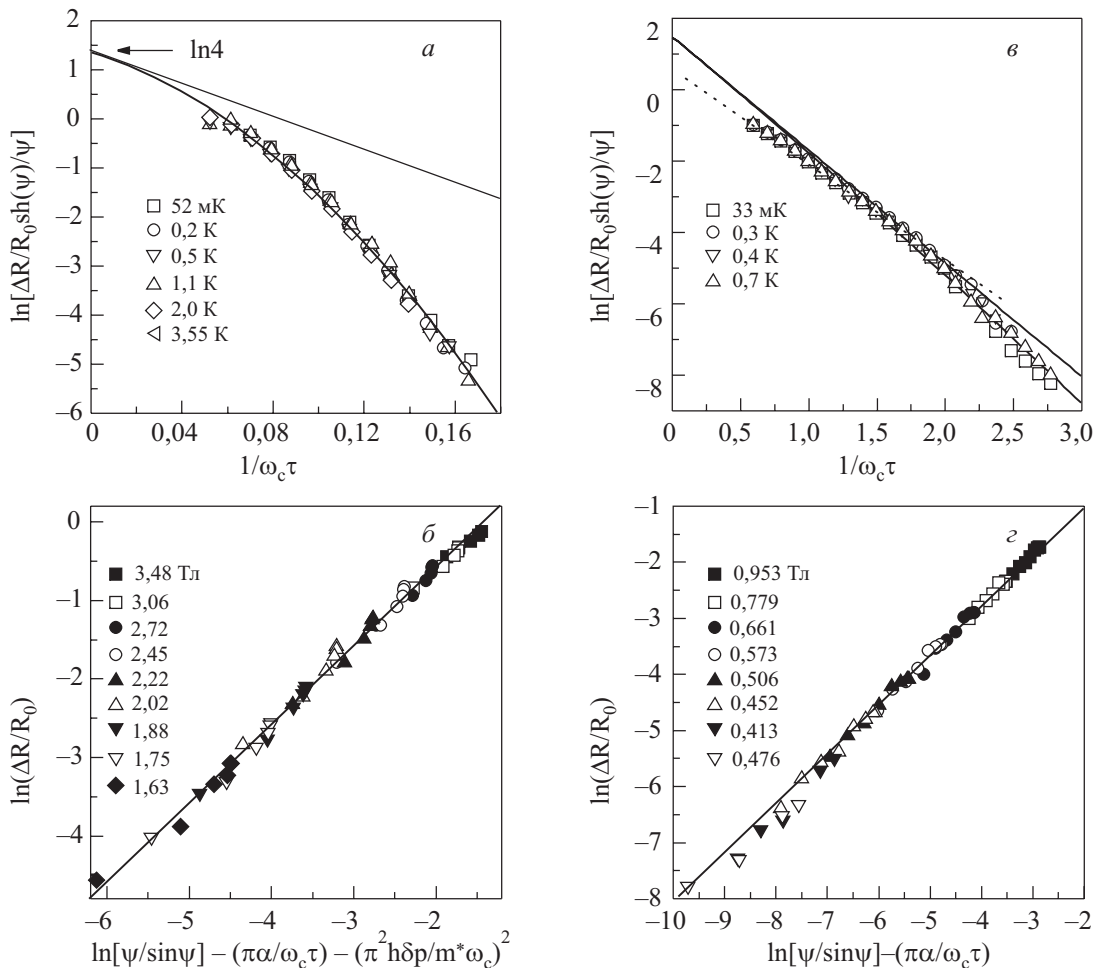


Рис. 2. Иллюстрация процедуры определения эффективной массы m^* и параметра α для образца А при различных температурах (а) и магнитных полях (б) и образца В соответственно (в, г). Сплошные линии соответствуют теории [6], пунктирная линия проведена с учетом теории [7]. Сплошные линии на рис. 2, б и г имеют наклон 45° .

* Для реальной ситуации в формуле (1) достаточно использовать гармонику с $s = 1$.

тремумы осцилляций на шкале магнитных полей не совпадают, в результате чего амплитуда осцилляций несколько уменьшается по сравнению с ее значением в однородном образце, что соответствует дополнительному эффективному уширению уровней Ландау, названному «неоднородным уширением». Причиной возникновения крупномасштабных флуктуаций концентрации носителей (в плоскости двумерного газа) может быть естественная неоднородность толщины квантового канала, связанная с возникновением вицинальных ростовых ступенек при формировании слоя, образующего квантовую яму. Теоретическое рассмотрение в работе [7] формирования осцилляций ШдГ в случае существования крупномасштабных (в плоскости двумерного газа) флуктуаций потенциала и концентрации электронов, описываемых распределением Гаусса, показало, что в выражении для амплитуды осцилляций (1) появляется дополнительный экспоненциальный вклад, так что экспоненциальный множитель в формуле (1) приобретает вид

$$\exp \left[-\frac{\pi}{\omega_c \tau_q} - \left(\frac{\pi^2 \hbar \delta n}{m^* \omega_c} \right)^2 \right],$$

где δn — величина пространственной флуктуации концентрации носителей заряда.

Первое слагаемое в показателе экспоненты, описывающее столкновительное уширение уровней Ландау, обратно пропорционально магнитному полю, а второе слагаемое, учитывающее неоднородное уширение уровней Ландау, обратно пропорционально квадрату поля. Это позволяет описать построенную на рис. 2,а экспериментальную зависимость полиномом второй степени вида $Y = -a_1 X - a_2 X^2 + \text{const}$, где $a_1 = \pi\alpha$, $a_2 = (\pi^2 \hbar \tau \delta p / m^*)^2$. Использование теоретической модели [7] позволило достаточно точно описать экспериментальные результаты для образца А (рис. 2,а) и получить $\alpha = 5,34$, $\delta p = 3,8 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$. Таким образом, квантовая яма, полученная методом низкоэнергетического плазменного осаждения, характеризуется неоднородностью толщины квантового канала. Следует отметить, что для образца В также имеется влияние неоднородного уширения уровней Ландау, однако оно существенно слабее. Для этого образца $\alpha = 1,02$, $\delta p = 4 \cdot 10^9 \text{ см}^{-2}$.

На рис. 2,б и в представлены зависимости $\ln \Delta R/R_0$ для образцов А и В от температуры и магнитного поля в соответствии с формулой (1) с учетом (для образца А) вклада неоднородного уширения уровней Ландау. Видно, что все экспериментальные точки хорошо укладываются на прямые линии с тангенсом угла наклона, равным 1. Отметим, что попытки описания экспериментальных результатов, представленных на рис. 2,б,

без учета неоднородного уширения уровней Ландау оказались безуспешными.

Для образца В в области несильных магнитных полей точки лежат в соответствии с формулой (1) на прямой, проходящей через значение $\ln 4n$ на оси абсцисс при $1/(\omega_c \tau) \rightarrow 0$. Однако при сильных магнитных полях ($1/(\omega_c \tau) < 1,3$) наблюдается небольшое отклонение точек вниз, что обусловлено уменьшением амплитуды осцилляций при проявлении спинового (зеемановского) расщепления (см. ниже).

Наблюдение спинового расщепления максимумов (см. рис. 1) осцилляций ШдГ дает возможность определить величину эффективного фактора Ланде g^* в изученных системах. Расчет величины примесного уширения уровней Ландау $\Gamma = \hbar/2\tau_q$ дает значения 6,8 и 3,6 К для образцов А и В соответственно. Для наблюдения спинового расщепления должно быть выполнено неравенство $g^* \mu_B B \geq \Gamma$, где μ_B — магнетон Бора. Используя в этом выражении случай равенства, можно приближенно оценить величину g^* . Для этого в качестве B надо принять значение поля B_2 , соответствующее минимуму сопротивления на экспериментальных кривых перед появлением признаков проявления спинового расщепления. Такая оценка дала значения $g^* = 4,62$ и 13 для образцов А и В соответственно (в качестве величины B_2 для образца В выбрано поле 0,41 Тл, при котором наблюдается отклонение экспериментальных точек от прямой, построенной в соответствии с формулой (1)).

Для более строгого определения значения g^* использованы два способа. Первый основан на сравнении значения магнитного поля, при котором появляются осцилляции ШдГ, со значением магнитного поля, когда становится ощутимым спиновое расщепление. Признаком последнего является не столько появление явного раздвоения максимумов, а, как показано выше, уменьшение их высоты по сравнению с ожидаемой (т.е. изменение характера зависимости амплитуды осцилляций ШдГ от магнитного поля). Осцилляции ШдГ появляются в магнитном поле B_1 , при котором расстояние между соседними уровнями Ландау $\hbar\omega_c$ превышает Γ . Аналогично спиновое расщепление ШдГ максимумов проявляется в магнитном поле B_2 , при котором $g^* \mu_B B$ превышает Γ . Следовательно, можно записать равенство $\hbar e B_1 / m^* = g^* \mu_B B_2$. Поскольку $\mu_B = e\hbar/2m_0$, получаем $g^* = 2(B_1 m_0 / B_2 m^*)$. Расчеты по этой формуле дали значения $g^* = 4,31$ и 8,32 для образцов А и В соответственно.

Второй способ определения g^* основан на предположении, что расщепление уровней Ландау приводит к вкладу в температурную зависимость проводимости активационных процессов, связанных с переходами между уровнями Ландау с учетом спинового расщепления [8,9]. Для описания этого вклада при целочис-

ленных значениях фактора заполнения ν была использована формула $\sigma_{xx}(T) = \sigma_{xx}^c / [1 + \exp(\Delta/2k_B T)]$, $\sigma_{xx}^c = \sigma_{xx}(1/T = 0)$ [9]. Анализ экспериментальных данных согласно этой формуле позволяет определить величину энергетической щели $\Delta = \hbar\omega_c - g^* \mu_B B$ при различных значениях ν (и, соответственно, значениях магнитного поля). На рис. 3,а и в приведены экспериментальные зависимости σ_{xx} в логарифмическом масштабе от $1/T$ для изученных образцов и их аппроксимация приведенной выше формулой при различных значениях ν . Такая аппроксимация обоих образцов оказалась успешной при малых значениях ν лишь в области относительно «высоких» для данного образца температур (как и в работе [8]). На рис. 3,б и г показаны зависимости полученных Δ и σ_{xx}^c от магнитного поля. Значения Δ приведены за вычетом примесного уширения уровней Ландау Γ , благодаря чему зависимости $\Delta(B)$ представляют собой прямые линии, исходящие из нуля. Из наклона этих прямых можно рассчитать g^* . Полученные значения составили: $g^* = 4,3$ и $8,3$ для образцов А и В соответственно. Обращает на себя внимание различие характерных значений σ_{xx}^c для изученных образцов: для образца А эти значения

лежат в пределах $e^2/h \leq 1$, а для образца В — от $1,4e^2/h$ до $2e^2/h$. Согласно теоретическим работам [10,11], при рассеянии носителей на близкодествующем потенциале [10] следует ожидать $\sigma_{xx}^c = 1e^2/h$, а для рассеяния на дальнедействующем потенциале [11] характерно значение $\sigma_{xx}^c = 2e^2/h$. Полученные для исследованных образцов результаты (рис. 3,б и г) позволяют заключить, что в образце А, приготовленном методом низкотемпературного плазменного осаждения, доминирует выявленное при определении эффективной массы рассеяние на неровностях границ квантовой ямы, а в образце В, полученном методом молекулярно-лучевой эпитаксии, преобладает рассеяние дырок на потенциале примесных атомов в удаленном от канала допированном слое.

В заключение отметим, что найденные значения эффективной массы подвижных носителей заряда и эффективного g -фактора в изученных образцах оказались разными вследствие различия состава квантовых ям. Кроме того, заметим, что они отличаются от соответствующих характеристик в массивных кристаллах кремния и германия вследствие того, что носители представляют собой двумерный дырочный газ.

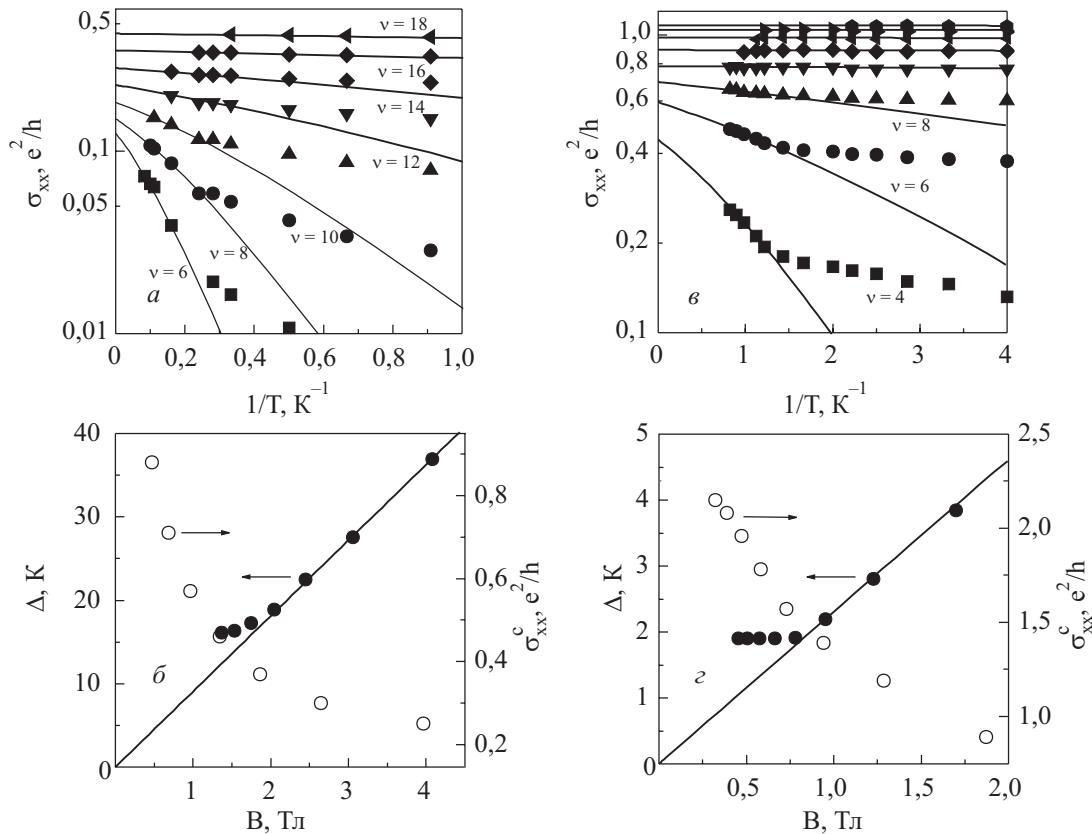


Рис. 3. Температурная зависимость значений σ_{xx} , отвечающих минимумам сопротивления на записи осцилляций ШдГ, для образцов А (а) и В (в) при различных значениях ν . Сплошные линии — расчет согласно [9]. Магнитополевые зависимости изменения величины энергетической щели Δ и константы σ_{xx}^c при различных значениях ν для образцов А (б) и В (г). Сплошные линии соответствуют формуле $\Delta = \hbar\omega_c - g^* \mu_B B$.

Остальные найденные характеристики — концентрация и подвижность носителей, транспортное и квантовое времена релаксации, сведения о структуре границ квантовой ямы и др. — отражают специфические особенности строения изученных квантовых ям и технологии их приготовления.

1. T. Ando, A.V. Fowler, and F. Stern, *Rev. Mod. Phys.* **54**, 37 (1982).
2. F. Schaffler, *Semicond. Sci. Technol.* **12**, 1515 (1997).
3. Ю.Ф. Комник, В.В. Андриевский, И.Б. Беркутов, С.С. Крячко, М. Миронов, Т.Е. Волл, *ФНТ* **26**, 829 (2000).
4. И.Б. Беркутов, Ю.Ф. Комник, В.В. Андриевский, О.А. Мironov, М. Myronov, and D.R. Leadley, *ФНТ* **32**, 109 (2006).
5. T. Ando, *J. Phys. Soc. Jpn* **37**, 1233 (1974).
6. A. Isihara and L. Smrka, *J. Phys.* **C19**, 6777 (1986).
7. С.Д. Быстров, А.М. Крещук, Ле Туан, С.В. Новиков, Т.А. Полянская, И.Г. Савельев, А.Я. Шик, *ФТП* **28**, 91 (1994).
8. R.V. Dunford, D. Popovich, F.H. Pollak, and T.F. Noble, *J. Appl. Phys.* **83**, 3144 (1998).
9. V.N. Zverev, M. Muhammad, S. Rahman, and P. Debray, *J. Appl. Phys.* **96**, 6353 (2004).
10. D.G. Polyakov and B.I. Shklovskii, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 1150 (1994).
11. D.G. Polyakov and B.I. Shklovskii, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 150 (1995).

Shubnikov–de Haas oscillations of conductivity of two-dimensional hole gas in germanium and silicon quantum wells: determination of effective mass and g factor

I.B. Berkutov, V.V. Andrievskii, Yu.F. Komnik, O.A. Mironov, M. Myronov, and D. Leadley

The Shubnikov–de Haas oscillations of conductivity in a two-dimensional hole gas in quantum wells of pure germanium and silicon with a low concentration of germanium (13%) were analyzed to determine the effective mass and effective g factor. The magnetic field dependences of resistance ρ_{xx} taken at temperatures from 33 mK to 4 K in magnetic fields up to 11 T were used.

PACS: 72.15.Gd Galvanomagnetic and other magnetotransport effects;

71.18.+y Fermi surface: calculations and measurements; effective mass, g factor;

71.70.Ej Spin–orbit coupling, Zeeman and Stark splitting, Jahn–Teller effect.

Keywords: quantum well, Shubnikov–de Haas oscillations, effective mass, effective g factor.