

# Dip-эффект в проводимости 2D-электронов на пленке гелия с шероховатой подложкой

П. Лейдерер

*University Konstanz, D-7750 Konstanz, Germany*

С. Назин, В. Шикин

*Институт физики твердого тела РАН, 142432, Черноголовка, Московская область  
E-mail: nazin@issp.ac.ru*

Статья поступила в редакцию 1 ноября 2007 г.

Обсуждается явление под общим названием dip-эффект в проводимости 2D-электронов на пленке гелия с шероховатой подложкой. Рассмотрен частный случай возникновения такого эффекта при движении 2D-электронов вдоль пленки гелия на периодически гофрированной подложке. Приведены аргументы за и против при использовании данного сценария для 2D-электронов на произвольной шероховатой подложке.

Обговорюється явище під загальною назвою dip-ефект у провідності 2D-електронів на плівці гелію із шорсткою підкладкою. Розглянуто окремий випадок виникнення такого ефекту при русі 2D-електронів уздовж плівки гелію на періодично гофрованій підкладці. Приведено аргументи за й проти при використанні даного сценарію для 2D-електронів на довільній шорсткій підкладці.

PACS: 67.25.bh Пленки и ограниченные геометрии;  
**73.25.+i** Поверхностная проводимость и явления переноса.

Ключевые слова: 2D-электроны, гелий, тонкие пленки, поверхностная проводимость.

Проводимость  $\sigma$  2D-электронов на пленке гелия демонстрирует в ряде случаев нелинейное  $N$ -образное поведение при изменении ее толщины (так называемый dip-эффект). Обнаруженный более 20 лет тому назад Андреи [1] при изучении проводимости 2D-электронов на пленке гелия с подложкой из сапфира, эффект довольно хорошо просматривается на зависимости  $\sigma(d)$  на рис. 1, взятом из этой работы. Здесь же, а также в работах [2,3] представлены первые попытки разобраться в происходящем. Резкое падение проводимости можно связать с возможным переходом электронов в связанное состояние (одно- или многоэлектронные лунки). Но, во-первых, толщина пленки в [1] слишком велика для того, чтобы играть определяющую роль в процессе электронной локализации, и, во-вторых, если это и так, непонятно восстановление проводимости в области  $d < d_{\min}$ , где  $d_{\min}$  — толщина пленки, отвечающая положению минимума проводимости  $\sigma_{\min}$ .

Следующий, качественно важный этап в освоении dip-эффекта связан с измерениями проводимости 2D-электронов на пленке гелия с подложкой из твердого водорода [4,5] (см. рис. 2, 3). Эксперимент проводился в замкнутой ячейке с фиксированным количеством гелия. При этом доля его жидкой фазы, образующая пленку, регулируется температурой, что и зафиксировано на рис. 2, 3. Измерения  $\sigma(T)$  на свежеосажденной подложке из твердого водорода и отожженной в дальнейшем (рис. 2) явно указывают на существенную роль шероховатости подложки в формировании амплитуды dip-эффекта (проводимость сильно возрастает при улучшении качества подложки). Авторы [4,6] предлагают свою версию dip-эффекта, основанную на последовательном учете взаимодействия 2D-электронов с шероховатостью  $\delta(x)$  подложки ( $\langle \delta(x) \rangle = 0$ ). Результаты такого рассмотрения, собранные на рис. 3, очевидно свидетельствуют о близости трактовки реальным измерениям. Несколько (оставленным авторами [4,6] без внимания и комментариев) остается лишь

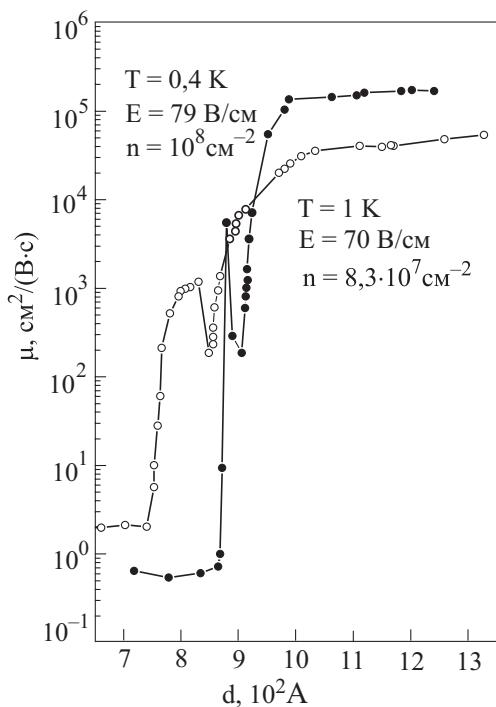


Рис. 1. Подвижность (пропорциональная проводимости) 2D-электронов на пленке гелия с подложкой из сапфира для двух плотностей электронов (данные [1]). Положение минимумов проводимости на оси  $d$ , обозначаемое в тексте  $d_{\min}$ , «правильно» зависит от плотности электронов  $n_s$  (чем больше  $n_s$ , тем меньше  $d_{\min}$ ).

вопрос о стыковке между задачей о структуре электрон-рипплонного взаимодействия на шероховатой подложке (эта задача решена максимально аккуратно [7] в линейном по параметру  $\delta/d \ll 1$  приближении) и

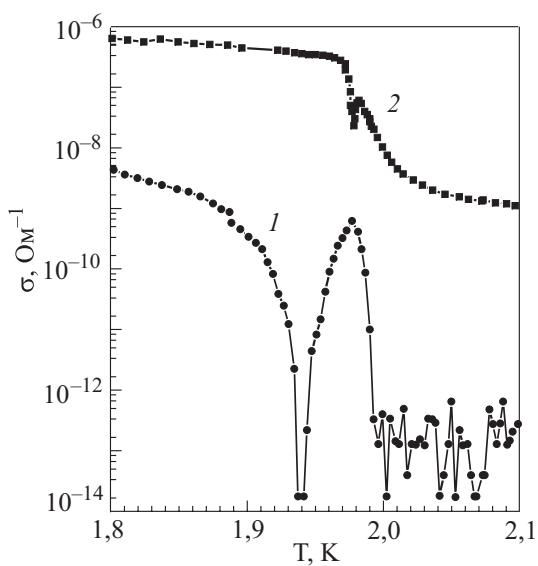


Рис. 2. Проводимость электронов на пленке гелия с твердым водородом в качестве подложки (данные [4]): кривая 1 — свежая пленка водорода; 2 — та же ситуация с отожженной пленкой водорода, когда качество ее поверхности резко улучшается.

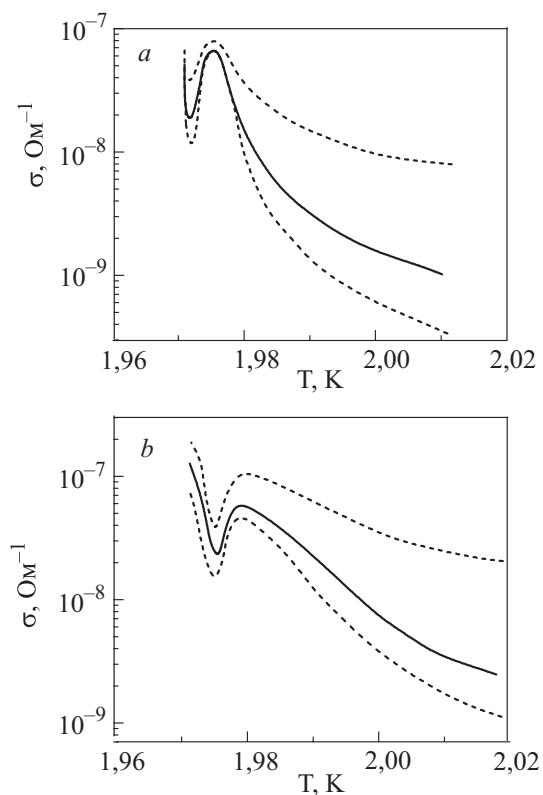


Рис. 3. а — Проводимость 2D-электронов. Разные кривые соответствуют различным шероховатостям  $\delta$  (в трактовке авторов [4] — разным энергиям активации в формуле (7)); б — экспериментальные данные [5] по проводимости 2D-электронов на пленке гелия с подложкой из отожженного твердого водорода. Эта информация аналогична данным, отвечающим кривой 2 на рис. 2, но авторы [4] в этом месте предпочитают ссылаться на данные [5].

конечным выражением для подвижности, где линеаризованное взаимодействие электрона с подложкой, пригодное лишь для дальнейших манипуляций в борновском приближении, неожиданно попадает в показатель экспоненты (см. определения (6), (7) из [4]).

Еще одна заслуживающая внимания серия экспериментов [8,9] (см. рис. 4, 5) выполнена с использованием методики, позволяющей (впервые для электронов над гелием) реально измерять dc-проводимость. Обращает на себя внимание рис. 5, где резкий минимум  $\sigma(d)$  трансформируется в конечную область с практически нулевой проводимостью, разделяющей участки  $d < d_{\min}$  и  $d > d_{\min}$  на зависимости  $\sigma(d)$ . Ее наличие дает основание полагать, что dip-эффект — составное явление. Со стороны больших  $d > d_{\min}$  имеет место обычное перколяционное поведение проводимости 2D-электронной системы с порогом в точке  $d = d_{\min}$ . В области же  $d < d_{\min}$  оказывается возможным специальный, имеющий в области  $d \simeq d_{\text{peak}} < d_{\min}$  вид резкого пика, тип перколяции. Схематически такая комбинированная проводимость представлена на рис. 6. Как будет видно ниже, относительное положение границы 2D-пер-

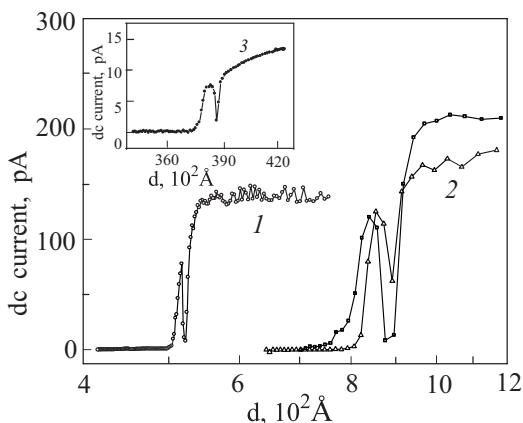


Рис. 4. Данные [8] по dc-проводимости электронов в зависимости от толщины пленки гелия (логарифмическая шкала) на подложках из золота (1), меди (2) и кремния (3). На всех кривых ясно виден dip-эффект. Кривые для меди отличаются значением плотности электронов.

колляции не фиксировано жестко, а допускает следующие варианты:  $d_{\min} < d_{\text{peak}}$ ,  $d_{\min} \approx d_{\text{peak}}$  и  $d_{\min} > d_{\text{peak}}$ . Последний вариант отвечает эффективной проводимости с конечным нулевым «окном».

Если составляющая  $\sigma(d)$  в области  $d > d_{\min}$  на рис. 6 качественно приемлема (похожа на традиционные картинки из общей теории переколяции, см. [10]), то реализация  $\delta$ -переколяции при  $d \approx d_{\text{peak}}$  в практике переколяции пока не встречалась (точнее, нам неизвестна). Обсуждение этой возможности для электронов на пленке гелия с периодически гофрированной подложкой и комментарии к ситуации в целом предлагаются ниже.

### Составная модель dip-эффекта

Рассмотрим пленку гелия на периодически гофрированной подложке, фрагмент которой изображен на

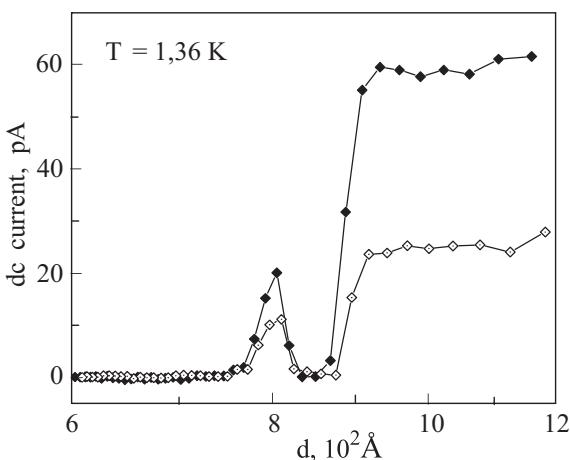


Рис. 5. То же, что на рис. 4 для подложки из меди. Данные [9] интересны наличием «окна» между проводимостью для  $d > d_{\min}$  и резким ее пиком в области  $d_{\text{peak}} < d_{\min}$  — факт, качественно важный для предлагаемой трактовки dip-эффекта.

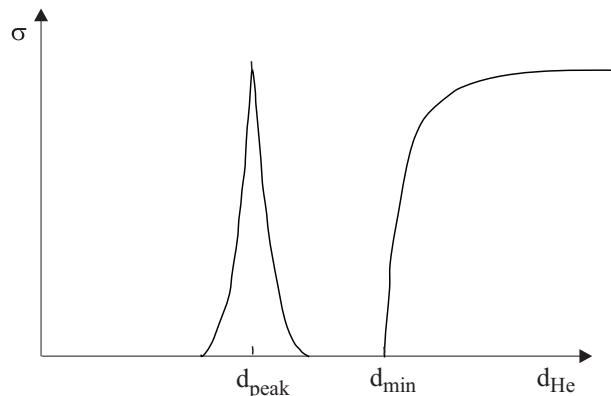


Рис. 6. Схема проводимости для составной модели dip-эффекта. Физические причины традиционной переколяции в области  $d > d_{\min}$  и дельта-переколяции в условиях  $d < d_{\min}$  обсуждаются в тексте работы.

рис. 7,а. Капиллярными явлениями на стыках пленка–гофр пока пренебрегаем. В этом случае горизонтали на поверхности гофра отвечают одному из возможных положений поверхности гелия при манипуляциях с изменением толщины  $d$  его пленки. В частности, заполнение гелием гофра на рис. 7,а отвечает белому «озеру» в его нижней части.

1. Если взаимодействие между 2D-электронами, изображенными на рис. 7,а в виде плоских дисков, и подложкой имеет характер отталкивания, то все наличные электроны должны группироваться в центральных частях каждого из «озер». Сообщение между соседними озерами классически невозможно, пока уровень гелия не достигнет седловых точек гофра. В периодической структуре этот момент единовременен для всех разобщенных озер. Таким образом, накрытие уровнем гелия седловых точек отвечает появлению возможности электронных переходов между соседними заряженными озерами. Возникает конечная 2D-проводимость вдоль всей поверхности гелия, обладающая свойствами канонического 2D-переколяционного перехода с порогом в седловой точке. Схематически эта зависимость  $\sigma(d)$  представлена на рис. 7,б.

2. Пусть теперь взаимодействие 2D-электронов с подложкой имеет характер притяжения, что реально отвечает действительности (электростатическая сила изображения притягивает электроны к подложке). Имеется, как обычно, и общее прижимающее электрическое поле  $E_{\perp}$ , а температура  $T$  для простоты считается достаточно малой. Нетрудно видеть (см. рис. 8,а со схематическим распределением сил, фиксирующих электронную орбиту на гелиевом мениске), что все 2D-электроны при этом переходят на квазидномерные траектории, бегущие вдоль стыков гофр–граница пленки симметрично в двух противоположных направлениях. Положение этих состояний отмечено на рис. 8,б цепочками стрелок вдоль горизонталей. При этом разные направления стрелок на

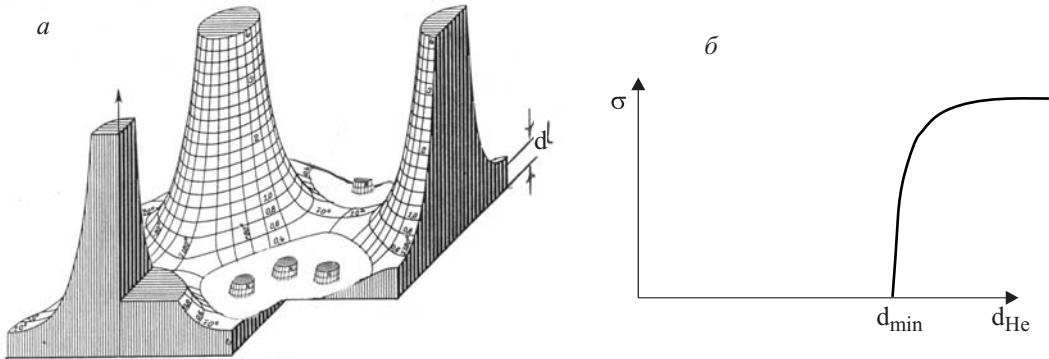


Рис. 7. а — Схема рельефа подложки, положение уровня гелия для пленки со средней толщиной  $d$  и область расположения 2D-электронов в случае отталкивания между ними и подложкой; б — схема 2D-перколяционной проводимости для ситуации рис. 7,а; уровень протекания, т.е. граница  $d = d_{\min}$ , отвечает одновременному прохождению уровня гелия через все седловые точки.

траекториях, проходящих под и над седлами гофра, иллюстрируют существование электронных орбит двух типов. Первые лежат выше седел гофра, и по ним электроны движутся в обоих направлениях вокруг пиков рельефа; на них стрелки расположены так, чтобы обход совершился против часовой стрелки. Траектории второго типа лежат ниже седел рельефа, и по ним электроны движутся вокруг впадин рельефа, на таких траекториях стрелки соответствуют обходу по часовой стрелке.

Для большей наглядности интересующего нас поведения специальной, выделенной группы одномерных орбит на рис. 9,а приведена схема их распределения в окрестности так называемой сепаратрисы, разделяющей состояния разной кривизны.

Монотонно поднимая, как и на рис. 7,а, уровень гелия в окрестности сепаратрисы, проследим за поведением проводимости заряженной системы вдоль

пленки. Очевидно, электроны теряют локализацию (т.е. могут переходить из ячейки в ячейку) лишь на уровне сепаратрисы. Выше и ниже ее классическая проводимость вдоль образца с электронами, осевшими на одномерные траектории, невозможна (все они, как видно на рис. 9,а, локализованы). Качественный график  $\sigma(d)$  в данном случае имеет вид рис. 9,б.

3. Последний подготовительный шаг: картина заполнения одномерных состояний при  $T \neq 0$ ,  $n_s \neq 0$ . В предлагаемых оценках мы пренебрегаем конечной одномерной плотностью состояний на локализованных уровнях, считая их плотность  $n_1$ , равной 2D-плотности вершин гофра:

$$n_1 = a^{-2}, \quad n_1 \gg n_s, \quad (1)$$

$a$  — период гофра,

$$n_{\text{loc}} + n_e = n_s, \quad (2)$$

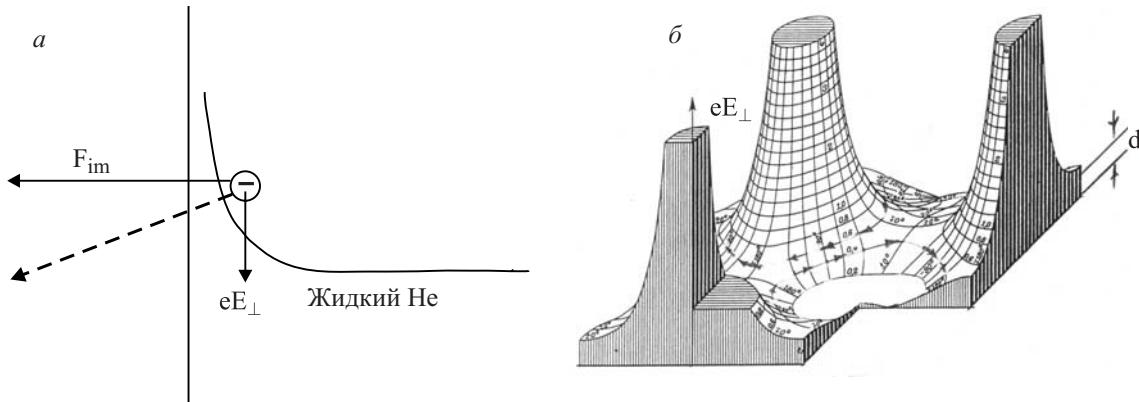
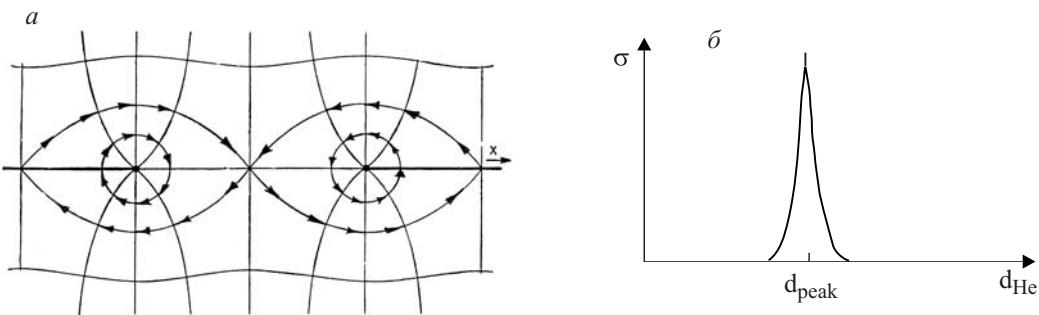


Рис. 8. а — Баланс сил, ведущих к локализации электронов вдоль границ гофр—пленка; здесь  $F_{\text{im}}$  — сила изображения, нормальная поверхности подложки,  $E_{\perp}$  — прижимающее поле, направленное по нормали к средней плоскости подложки; б — положение одномерных траекторий электронов на поверхности гофра (в действительности область гофра вне жидкого «озера» покрыта тонкой пленкой гелия). Каждое из таких состояний, помеченных на рисунке цепочкой стрелок, естественно, симметрично в том смысле, что траектории, закрученные по часовой стрелке и против нее, являются равновероятными; однонаправленность этих траекторий на рис. 8,б используется для демонстрации двух типов траекторий: под и над сепаратрисой, проходящей через седловые точки гофра (здесь  $d$  — средняя толщина пленки, стрелка указывает направление прижимающего поля).



$$n_{\text{loc}} = \frac{n_1}{\exp[(V_1 - \mu)/T] + 1}, \quad V_1 < 0,$$

$$n_e = \frac{n_0^e}{\exp(-\mu/T) + 1}, \quad n_0^e = \frac{mT}{2\pi\hbar^2}. \quad (3)$$

Здесь  $m$  — масса свободного электрона,  $V_1$  — энергия локализации электронов на одномерные уровни  $V_1 < 0$  (для упрощения энергия  $V_1 < 0$  считается постоянной),  $n_0^e$  — плотность 2D-электронных состояний,  $n_{\text{loc}}$  и  $n_e$  — эффективные плотности свободных и локализованных электронов соответственно.

Уравнения (2), (3) определяют химпотенциал  $\mu$ , зависящий от внешних параметров  $V_1, T, n_1$  и  $n_s$ . Зная  $\mu$ , можно рассчитать плотность каждой из фракций. Схематическая ситуация показана на рис. 10. Здесь компонента  $n_e$  «плавает» на пленке гелия, а локализованные электроны движутся вдоль орбит, обозначенных стрелками.

Вводя обозначения  $x = \exp(-\mu/T)$  и  $\varepsilon = \exp(V_1/T)$ , нетрудно получить выражение для  $x$ :

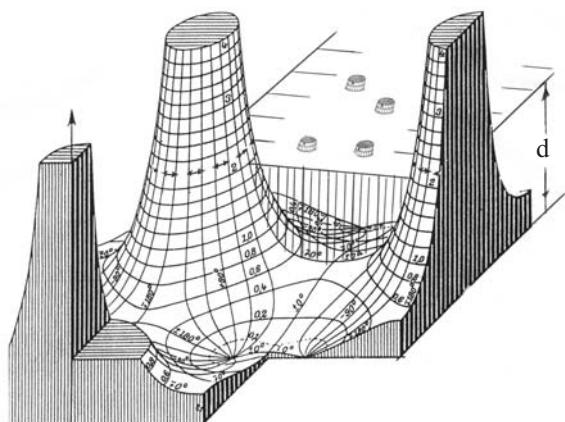
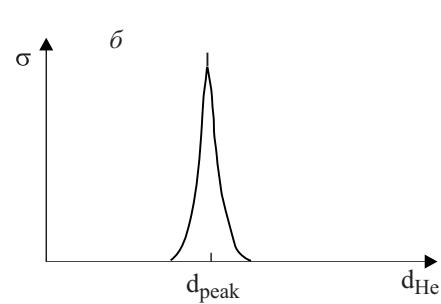


Рис. 10. Общая картина двухкомпонентного распределения электронов в условиях  $d > d_{\min}$ . 2D-электроны занимают площадь гелиевой пленки, 1D-электроны движутся в обоих направлениях вдоль цепочки стрелок на границах гофр-пленка.



$$2\varepsilon n_s x = [\varepsilon(n_0^e - n_s) + (n_1 - n_s)] + \\ + \sqrt{[\varepsilon(n_0^e - n_s) + (n_1 - n_s)]^2 + 4\varepsilon n_s (n_0^e + n_1 - n_s)}. \quad (4)$$

В области  $\varepsilon \ll 1$  химпотенциал  $\mu$  приобретает вид

$$\mu \simeq -V_1 - T \ln \frac{n_1 - n_s}{n_s}. \quad (5)$$

Соответственно

$$n_{\text{loc}} \simeq n_s, \quad (6)$$

т.е. все электроны оседают на одномерные уровни.

В принятой модели нет зависимости процесса перехода  $n_e \rightarrow n_{\text{loc}}$  от толщины пленки гелия. Картина резко меняется, если учесть, что энергия  $|V_1|$  растет с уменьшением толщины пленки гелия. В этом случае схематически проводимость электронов имеет вид, представленный в области  $d \geq d_{\min}$  на рис. 11. В отличие от ситуации рис. 7, б, здесь положение критической толщины  $d_{\min}$ , в принципе, подвижно (зависит от  $n_s$ ) по отношению к толщине  $d_{\text{peak}}$ , величина которой определяется свойствами седловой точки рельефа  $\delta(x, y)$ . В частности, если насыщение (6) наступает в условиях  $n_s \ll a^{-2}$ , то возникает область толщин  $d$ , в которой проводимость  $\sigma(d) = 0$  (ситуация с нулевым «окном» в проводимости).

Обобщая результаты пунктов 1–3, получаем следующую картину поведения проводимости  $\sigma(d)$  (рис. 11). В зависимости от расстояния между точками  $d_{\min}$  и  $d_{\text{peak}}$  возникают разные сценарии dip-эффекта, наблюдавшиеся экспериментально на пленках гелия с шероховатой подложкой. Очевидно, нет никаких препятствий к осуществлению экспериментов по измерению проводимости 2D-электронной системы на пленке гелия при наличии периодически гофрированной подложки с целью проверки предсказаний рис. 11, а, б, в. Однако к настоящему времени такие эксперименты нам неизвестны.

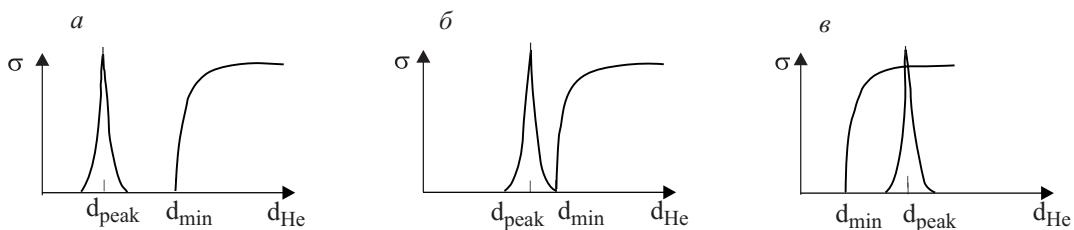


Рис. 11. Варианты зависимости  $\sigma(d)$  в составной модели dip-эффекта, для различных соотношений между  $d_{\text{peak}}$  и  $d_{\min}$ :  $d_{\text{peak}} < d_{\min}$  (a);  $d_{\text{peak}} \sim d_{\min}$  (б);  $d_{\text{peak}} > d_{\min}$  (в).

### Обсуждение

Переходя к дискуссии, заострим внимание на двух аспектах проблемы: во-первых, степени общности явления  $\delta$ -перколяции в применении к подложкам со случайной шероховатостью и, во-вторых, появления дополнений (изменений), возникающих при попытке использования полученных выше результатов в трактовке имеющихся экспериментов.

Первый, качественно наиболее интересный, вопрос о  $\delta$ -перколяции на шероховатой подложке, к сожалению, не имеет окончательного ответа. Уже доказательство существования обычной перколяции (рис. 7, б) в области  $d > d_{\min}$  (наличие порога и описание деталей проводимости в его окрестности) использует, в основном, численные аргументы (см. [10]). Что касается  $\delta$ -перколяции в задаче со случайным рельефом, то эффект, очевидный в условиях периодичности подложки, требует не меньших, чем в случае обычной перколяции, усилий для доказательства его существования на произвольной шероховатой поверхности. Точно так же, как и в случае периодической гофрировки, на шероховатой подложке наличие пленки гелия способствует образованию на границах гофр-пленка локализованных электронных состояний, и при постепенном изменении толщины пленки происходит плавный переход от электронных траекторий, соответствующих движению вокруг впадин рельефа, к траекториям, соответствующим движению вокруг его пиков. Нетрудно доказать наличие в задаче с произвольной (для простоты гауссовой) шероховатостью  $\delta(x, y)$  некой плоскости, определяющей усредненное положение седловой точки в ее профиле, разделяющей 1D-электронные состояния с разной кривизной. Но утверждать, что эта плоскость является общей сепаратрисой, обеспечивающей свободное движение 1D-электронов по образцу, пока нет оснований. Привлечение  $\delta$ -перколяции к объяснению экспериментов [1, 4, 8, 9] лишь правдоподобная гипотеза, не имеющая до сих пор какой-либо подходящей альтернативы.

Что касается второй составляющей в общей картине  $\sigma(d)$  на рис. 11 (речь идет о наличии двух компонент  $n_e$  и  $n_{\text{loc}}$  с общей нормировкой  $n_{\text{loc}} + n_e = n_s$ ), то в задаче с гауссовой шероховатостью все обстоит благополучно. Эксперименты [11] по изучению циклотронного резонанса для электронов на пленке гелия с

шероховатой подложкой подтверждают наличие двух электронных фракций с постепенным переходом всех электронов на локальные уровни в области  $n_s \simeq n_a$ , где  $n_a$  — число активных вершин в распределении  $\delta(x, y)$ , т.е. вершин «пробивающих» текущий уровень пленки гелия. При этом в отличие от периодической задачи, где число вершин фиксировано, величина  $n_a$  быстро растет при уменьшении толщины пленки гелия, что способствует образованию порога проводимости  $\sigma(d)$  в точке  $d_{\min}$  при  $n_s \simeq n_a$ .

Таким образом, можно сказать, что эксперименты [1, 4, 8, 9] стимулируют изучение интересной разновидности перколяции (так называемой  $\delta$ -перколяции). В чистом виде этот эффект может наблюдаться в проводимости 2D-электронов на пленке гелия с периодически гофрированной подложкой, что пока экспериментально не изучено. Для доказательства его существования на шероховатой подложке нужны теоретические исследования, которые также пока не выполнены. Мы надеемся, что предлагаемый обзор будет способствовать дальнейшей активности в обоих направлениях.

1. E. Andrei, *Phys. Rev. Lett.* **52**, 1449 (1984).
2. M.A. Paalanen and Y. Iye, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 1761 (1985).
3. M. Degani and O. Hipollito, *Phys. Rev. B* **32**, 3300 (1985).
4. Yu. Monarkha, U. Albrecht, K. Kono, and P. Leiderer, *Phys. Rev. B* **47**, 13812 (1993).
5. U. Albrecht, K. Kono, and P. Leiderer, *J. Low Temp. Phys.* **85**, 423 (1991).
6. Yu.P. Monarkha, in *Two-Dimensional Electron Systems on Helium and other Cryogenic Substrates*, E.Y. Andrei, (ed.) Kluwer Acad. Publ. (1997), p. 69.
7. Yu. Monarkha, *J. Low Temp. Phys.* **18**, 145 (1992).
8. V. Shikin, J. Klier, I. Doicescu, A. Würl, and P. Leiderer, *Phys. Rev. B* **64**, 073401 (2001).
9. J. Klier, I. Doicescu, P. Leiderer, and V. Shikin, accepted for publication in *J. Low Temp. Phys.*
10. B.I. Shklovskii and A.L. Efros, *Electronic Properties of Doped Semiconductors*, Springer, Heidelberg (1984).
11. J. Klier, A. Würl, P. Leiderer, G. Mistura, and V. Shikin, *Phys. Rev. B* **65**, 165428 (2002).

The dip-effect in conduction of 2D electron at a helium film on a rough substrate

P. Leiderer, S. Nazin, and V. Shikin

The phenomenon generally called the «dip-effect» in conduction of 2D electrons at a helium film on a rough substrate is discussed. A special case of the dip-effect appearing in moving 2D electrons along the helium film covering a periodically corrugated substrate is considered. Arguments for extend-

ing the outlined scenario to 2D electrons above the substrates with arbitrary corrugation on difficulties of this approach are presented.

PACS: 67.25.bh *Films and restricted geometries;*  
**73.25.+i** Surface conductivity and carrier phenomena.

Keywords: 2D electrons, helium, thin films, surface conductivity.