

# Влияние внешнего магнитного поля на параметры поверхностной двухфокусной спин-волновой ферромагнитной линзы

С.А. Решетняк, А.С. Бережинский

*Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»  
пр. Победы, 37, г. Киев, 03056, Украина  
E-mail: berejinskiy@gmail.com*

Статья поступила в редакцию 5 апреля 2011 г., после переработки 4 июля 2011 г.

Исследовано влияние магнитного поля на преломление поверхностной спиновой волны при прохождении через неоднородность в виде линзы, представляющей собой двусный ферромагнетик, помещенный в одноосную ферромагнитную среду.

Досліджено вплив магнітного поля на заломлення поверхневої спінової хвилі при проходженні крізь неоднорідність у формі лінзи, яка являє собою двовісний ферромагнетик, який поміщений в одновісне ферромагнітне середовище.

PACS: 75.30.Ds Спиновые волны;  
75.50.Dd Неметаллические ферромагнитные материалы.

Ключевые слова: поверхностные спиновые волны, ферромагнетик, спин-волновая линза, фокальное расстояние.

## 1. Введение

Уже в нескольких работах предложены приборы, основанные на использовании спиновых волн (например, [1,2]). Стремительный прогресс в спинтронных технологиях вызывает необходимость теоретического описания особенностей поведения спиновых волн в неоднородных структурах той или иной конфигурации.

В частности, цикл экспериментальных работ авторов А.А. Serga, М. Kostylev, В. Hillebrands и А.В. Chumak [2–6] позволил получить представление о возможностях управления, фильтрации спиновых волн, а также создания модулей их генерации, переключения и т.п. в устройствах на обменных спиновых волнах.

Следует отметить, что проблема преломления поверхностных спиновых волн была также затронута в статье [7], где рассматривалось распространение дипольно-обменных поверхностных спиновых волн без учета анизотропии. Данная же работа посвящена использованию подхода геометрической оптики [8] для описания поведения поверхностной обменной спиновой волны при распространении в ферромагнитной среде с неоднородным распределением магнитных параметров. Использование этого подхода обеспечивает возможность изменять направление спиновой волны, а

также фокусировать ее в выбранных точках вследствие внедрения в материал искусственных неоднородностей и изменения внешнего магнитного поля.

Отметим, что этот подход уже был использован для описания отражения и преломления спиновых волн в одноосных [9] и двусных [10] ферромагнетиках. В частности, было обнаружено, что в магнитодвусных средах при определенных условиях появляется возможность наблюдения эффекта двулучепреломления спиновых волн, в связи с чем и возникла идея использовать данное свойство определенных материалов для построения спин-волновой линзы с двумя фокусами, соответствующими различным ветвям спиновой волны. А поскольку показатели преломления спиновой волны зависят не только от частоты и параметров материала, но и от величины внешнего магнитного поля, то существует возможность «управления» фокусными расстояниями без изменения параметров среды.

В этой связи в данной работе в формализме геометрической оптики теоретически рассчитываются «оптические» параметры (показатель преломления, фокусное расстояние) спин-волновой линзы, роль которой исполняет двусный ферромагнетик в форме двояковыпуклой собирающей линзы, помещенной в среду

из одноосного ферромагнетика, а также анализируются полевые зависимости указанных величин.

## 2. Основные уравнения

Рассмотрим систему, которая состоит из трех частей. Первая и третья части (вдоль направления оси  $x$ ) представляют собой одноосный полубесконечный ферромагнетик, а между ними находится двуюковыпуклой собирающей линзы. Первая и третья части характеризуются следующими параметрами: обменного взаимодействия  $\alpha_1$ , одноосной магнитной анизотропии  $\beta_1$ , величиной намагниченности насыщения  $M_{01}$ . Аналогично вторая часть характеризуется параметрами  $\alpha_2, \beta_2, M_{02}$  и параметром ромбической магнитной анизотропии  $\rho_2$ . Легкая ось параллельна направлению внешнего магнитного поля  $H_0$  и оси  $z$ . Кроме того, плоскость  $z = 0$  отделяет данную структуру от вакуума.

Рассмотрим границу между первой и второй частями системы. Используем формализм спиновой плотности [11,12], согласно которому намагниченность можно представить в виде

$$\mathbf{M}_j(\mathbf{r}, t) = M_{0j} \boldsymbol{\Psi}_j^+(\mathbf{r}, t) \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\Psi}_j(\mathbf{r}, t), \quad j = 1, 2, \quad (1)$$

где  $\boldsymbol{\Psi}_j$  — квазиклассические волновые функции, которые играют роль параметра порядка спиновой плотности,  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор декартовой системы координат,  $t$  — время,  $\boldsymbol{\sigma}$  — матрицы Паули.

Принцип наименьшего действия приводит к следующим уравнениям Лагранжа  $\boldsymbol{\Psi}_j$  при отсутствии затухания в системе [11]:

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}_j(\mathbf{r}, t)}{\partial t} &= -\mu_0 \mathbf{H}_{ej} \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\Psi}_j(\mathbf{r}, t), \\ i\hbar \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}_j^+(\mathbf{r}, t)}{\partial t} &= \mu_0 \mathbf{H}_{ej} \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\Psi}_j^+(\mathbf{r}, t), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\mu_0$  — магнетон Бора,  $\hbar$  — постоянная Планка,  $\mathbf{H}_{ej} = -\frac{\partial w_j}{\partial \mathbf{M}_j} + \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\partial w_j}{\partial \left( \frac{\partial \mathbf{M}_j}{\partial x_k} \right)}$  — эффективное магнитное поле,  $w_j$  — плотность энергии. В обменном приближении плотность энергии записывается как [13]

$$\begin{aligned} w_1 &= \frac{\alpha}{2} \left( \frac{\partial m_1}{\partial x_k} \right)^2 + \frac{\beta}{2} (m_{1x}^2 + m_{1y}^2) - H_0 M_{1z}, \\ w_2 &= \frac{\alpha}{2} \left( \frac{\partial m_2}{\partial x_k} \right)^2 + \frac{\beta}{2} (m_{2x}^2 + m_{2y}^2) + \rho_2 m_{2x}^2 - H_0 M_{2z}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь учтено, что в основном состоянии материал намагничен параллельно оси  $\mathbf{e}_z$ ,  $M_j^2(\mathbf{r}, t) = \text{const}$  и

$\mathbf{M}_j(\mathbf{r}, t) = M_{0j} \mathbf{e}_z + \mathbf{m}_j(\mathbf{r}, t)$ , где  $\mathbf{m}_j(\mathbf{r}, t)$  — малая поправка к основному состоянию. Используя линейную теорию возмущений, решение (2) можно записать в виде

$$\boldsymbol{\Psi}_j(\mathbf{r}, t) = \exp \left( \frac{i\mu_0 H_0 t}{\hbar} \right) \begin{pmatrix} 1 \\ \chi_j(\mathbf{r}, t) \end{pmatrix}, \quad j = 1, 2, \quad (4)$$

где  $\chi_j(\mathbf{r}, t)$  — малая добавка, характеризующая отклонение намагниченности от основного состояния.

На поверхности  $z = 0$  должно выполняться граничное условие [10,13]:

$$\frac{\partial \chi_j}{\partial z}(x, y, 0, t) - L_j(x, y, 0, t) = 0, \quad j = 1, 2, \quad (5)$$

где  $L_j$  — параметр закрепления спинов на поверхности магнетика. Линеаризируя уравнение (2) с учетом (4) и проводя преобразования Фурье по времени и координатам  $x, y$ , получаем закон дисперсии спиновых волн в виде

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= \alpha_1(\mathbf{r}_\perp) k_{1\perp}^2(\mathbf{r}_\perp) + \beta_1(\mathbf{r}_\perp) + \widetilde{H}_{01} - \alpha_1(\mathbf{r}_\perp) L_1^2, \\ \Omega_2 &= \left[ \alpha_2(\mathbf{r}_\perp) k_{2\perp}^2(\mathbf{r}_\perp) + \beta_2(\mathbf{r}_\perp) + \widetilde{H}_{02} - \alpha_2(\mathbf{r}_\perp) L_2^2 \right] \times \\ &\times \left[ \alpha_2(\mathbf{r}_\perp) k_{2\perp}^2(\mathbf{r}_\perp) + \rho_2(\mathbf{r}_\perp) + \beta_2(\mathbf{r}_\perp) + \widetilde{H}_{02} - \alpha_2(\mathbf{r}_\perp) L_2^2 \right], \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\widetilde{H}_{0j} = H_0 / M_{0j}$ ,  $\Omega_j = \omega \hbar / (2\mu_0 M_{0j})$ ,  $\omega$  — частота,  $\mathbf{k}_\perp = (k_x, k_y, 0)$ ,  $\mathbf{r}_\perp = (x, y, 0)$ .

## 3. Использование подхода геометрической оптики

Как следует из уравнений (6),

$$\begin{aligned} \alpha_1(\mathbf{r}_\perp) k_{1\perp}^2(\mathbf{r}_\perp) &= \Omega_1 - \beta_1(\mathbf{r}_\perp) - \widetilde{H}_{01} + \alpha_1(\mathbf{r}_\perp) L_1^2, \\ \alpha_2(\mathbf{r}_\perp) k_{2\perp}^2(\mathbf{r}_\perp) &= \alpha_2(\mathbf{r}_\perp) L_2^2 - \frac{\rho_2(\mathbf{r}_\perp)}{2} - \\ &- \beta_2(\mathbf{r}_\perp) - \widetilde{H}_{02} \pm \sqrt{\Omega_2^2 + \rho_2^2(\mathbf{r}_\perp) / 4}. \end{aligned} \quad (7)$$

Если длина спиновой волны  $\lambda$  удовлетворяет условию использования геометрикооптического приближения [8]  $\lambda \ll a$ , где  $a$  — характерный размер имеющихся в среде неоднородностей, то получаем аналог классического уравнения Гамильтона–Якоби [14]:

$$(\nabla_\perp s_j(\mathbf{r}_\perp))^2 = n_j^2(\mathbf{r}_\perp), \quad j = 1, 2, \quad (8)$$

где  $\nabla_\perp = \mathbf{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{e}_y \frac{\partial}{\partial y}$ ,  $n_j^2(\mathbf{r}_\perp) = \frac{k_j^2(\mathbf{r}_\perp)}{k_0^2}$ ,  $s_j$  — эйконал.

Как и в оптике, будем считать, что правая часть уравнения (8) представляет собой квадрат показателя преломления. Тогда относительный показатель преломления

$$n^{\pm} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2^{\pm}} = \frac{k_2^{\pm}}{k_1} = \sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \frac{\alpha_2 L_2^2 - \frac{\rho_2}{2} - \beta_2 - \bar{H}_{02} \pm \sqrt{\Omega_2^2 + \rho_2^2/4}}{\alpha_1 L_1^2 - \beta_1 - \bar{H}_{01} + \Omega_1}}, \quad (9)$$

где  $\theta_1$  – угол падения,  $\theta_2^{\pm}$  — углы преломления. Как видим, благодаря закреплению спинов возникает возможность наблюдения эффекта двулучепреломления.

#### 4. Параметры спин-волновой линзы

Согласно [10], амплитуда отражения спиновой волны на границе раздела однородных сред дается выражением:

$$R^{\pm} = \frac{k_0 \alpha_1 \alpha_2 \gamma \cos \theta_1 \sqrt{(n^{\pm})^2 - \sin^2 \theta_1} - iA \left( \alpha_1 \cos \theta_1 - \alpha_2 \gamma^2 \sqrt{(n^{\pm})^2 - \sin^2 \theta_1} \right)}{k_0 \alpha_1 \alpha_2 \gamma \cos \theta_1 \sqrt{(n^{\pm})^2 - \sin^2 \theta_1} - iA \left( \alpha_1 \cos \theta_1 + \alpha_2 \gamma^2 \sqrt{(n^{\pm})^2 - \sin^2 \theta_1} \right)}. \quad (10)$$

Здесь  $\gamma = M_{20} / M_{10}$ ,  $A$  — параметр обмена на границе раздела типа «плоский дефект» [9,11].

Оценим параметры материала для тонкой линзы и малых углов падения. Очевидно, мы должны обеспечить необходимую прозрачность линзы. Как известно, интенсивность отраженной волны определяется как квадрат модуля амплитуды отражения, а согласно (10) (для малых углов падения и  $A \rightarrow \infty$ , что соответствует «идеальному» обмену на границе раздела, т.е. полной синхронности колебаний соседних магнитных моментов по обе стороны от границы раздела),

$$|R^{\pm}|^2 = \left( \frac{\alpha_1 - \alpha_2 \gamma^2 n^{\pm}}{\alpha_1 + \alpha_2 \gamma^2 n^{\pm}} \right)^2. \quad (11)$$

Требую выполнения условия  $|R^{\pm}|^2 < \eta$ , где  $\eta$  — необходимая степень малости коэффициента отражения, получаем ограничение на  $n^{\pm}$  и, следовательно, на  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\rho$ ,  $\omega$ ,  $L$ ,  $M_0$  и  $H_0$ :

$$\frac{1 - \sqrt{\eta}}{1 + \sqrt{\eta}} < \frac{\alpha_2}{\alpha_1} n^{\pm} < \frac{1 + \sqrt{\eta}}{1 - \sqrt{\eta}}. \quad (12)$$

В частности, при  $\alpha_1 = \alpha_2$ ,  $M_{01} = M_{02}$ ,  $L_1 = L_2$  коэффициент отражения не превышает 10%, если  $0,52 < n^{\pm} < 1,92$  [12]. При таком соотношении получаем поверхность, которая пропускает 90% падающей волны, таким образом, получаем линзу с малым отражением.

Для выполнения условия геометрической оптики толщина линзы ограничивается неравенством:

$$a \gg 2\pi \sqrt{\frac{\alpha}{\alpha L^2 - \rho/2 - \beta - \bar{H}_0 \pm \sqrt{\Omega^2 + \rho^2/4}}}. \quad (13)$$

Фокусные же расстояния  $f^{\pm}$  линзы для соответствующих ветвей спиновой волны определяются формулой

$$\frac{1}{f^{\pm}} = (n^{\pm} - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right), \quad (14)$$

где  $R_1$ ,  $R_2$  — радиусы кривизны поверхностей линзы. Например, для линзы, сформированной из феррит-граната в другом феррит-гранате, при радиусе кривизны  $R_1 = -R_2 = 1$  мкм (с учетом принятого в оптике правила, что для двояковыпуклых линз  $R_1 > 0$ , а  $R_2 < 0$ ), толщине линзы  $a = 0,1$  мкм и показателе преломления для какой-либо из ветвей  $n^{\pm} = 1,8$  получим соответствующее фокусное расстояние  $f^{\pm} \approx 0,6$  мкм.

#### 5. Обсуждение результатов

На рис. 1–4 изображены зависимости оптических параметров спин-волновой линзы от внешнего магнитного поля при фиксированных значениях параметров материала, характерных для феррит-гранатов ( $\alpha_1 = 6 \cdot 10^{-11}$  см<sup>2</sup>,  $\alpha_2 = 5,4 \cdot 10^{-11}$  см<sup>2</sup>,  $\beta_1 = 10$ ,  $\beta_2 = 15$ ,  $M_{01} = 100$  Гс,  $M_{02} = 105$  Гс,  $\rho_2 = 2$ ,  $L_1 = 15 \cdot 10^5$  см<sup>-1</sup>,  $L_2 = 22 \cdot 10^5$  см<sup>-1</sup>) [15].

Рисунок 1 показывает зависимость показателей преломления для обеих ветвей спиновой волны  $n^+$  и  $n^-$  от внешнего магнитного поля для частоты спиновой волны  $\omega = 1,2 \cdot 10^{11}$  с<sup>-1</sup> (а),  $\omega = 0,9 \cdot 10^{11}$  с<sup>-1</sup> (б). Как видим, с изменением значения поля показатели преломления, соответствующие различным ветвям, меняются не синхронно, что дает возможность управлять не только их абсолютными значениями, но и достигать необходимого взаимного соотношения. Отметим, что штрихованная линия отвечает началу запрещенной зоны в одноосной среде и, как следствие, отсутствию падающей волны.

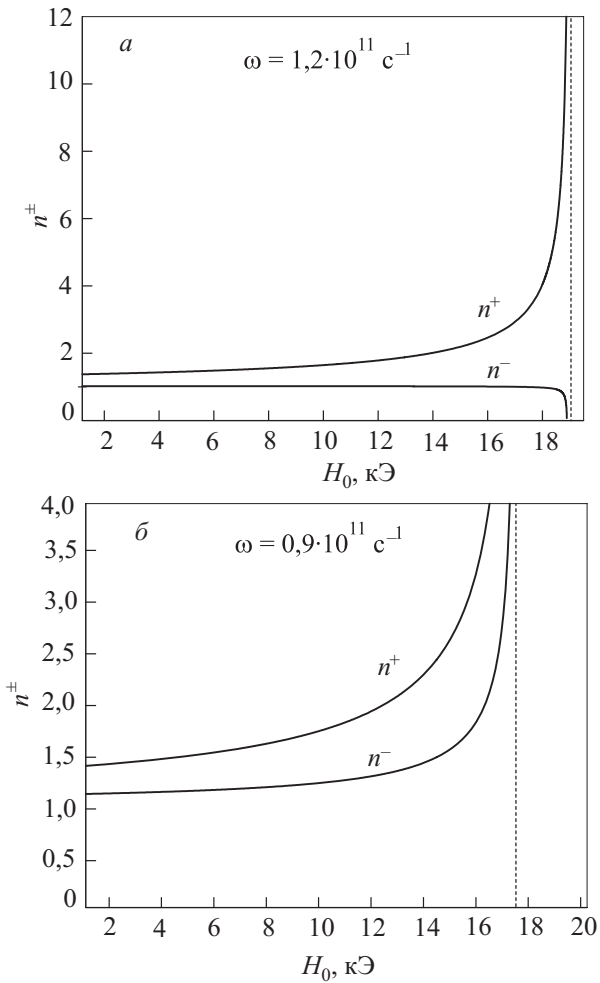


Рис. 1. Зависимости показателей преломления  $n^+$  и  $n^-$  от внешнего магнитного поля  $H_0$  при  $\alpha_1 = 5,44 \cdot 10^{-11} \text{ см}^2$ ,  $\alpha_2 = 6 \cdot 10^{-11} \text{ см}^2$ ,  $\beta_1 = 10$ ,  $\beta_2 = 15$ ,  $M_{01} = 100 \text{ Гс}$ ,  $M_{02} = 105 \text{ Гс}$ ,  $\rho_2 = 2$ ,  $L_1 = 15 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$ ,  $L_2 = 22 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$  при различных частотах спиновой волны,  $\omega, \text{ с}^{-1}$ :  $1,2 \cdot 10^{11}$  (а) и  $0,9 \cdot 10^{11}$  (б).

На рис. 2 представлены зависимости фокальных расстояний  $f^+$  (рис. 2,а) и  $f^-$  (рис. 2,б) от величины внешнего постоянного однородного магнитного поля для частоты  $\omega = 1,2 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$ . Отметим, что для данной конфигурации системы в полях  $H_0 > 18,97 \text{ кЭ}$  спиновая волна не может распространяться, так как подкоренное выражение в (9) становится отрицательным, что соответствует запрещенной зоне в спектре материала. Штрихованная линия на рис. 2,б соответствует точке  $n^-(H_0) = 1$ , в которой фокусное расстояние  $f^-$  обращается в бесконечность. Следует отметить, что при этом фокусное расстояние  $f^+$  остается конечным. То есть при необходимости с помощью изменения внешнего магнитного поля можно «заставить» одну из ветвей спиновой волны проходить через линзу без фокусировки, а другую сфокусироваться в определенной точке.

На рис. 3 изображены зависимости фокальных расстояний  $f^+$  и  $f^-$  от величины внешнего постоянного однородного магнитного поля для частоты спиновой волны  $\omega = 0,9 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$ .

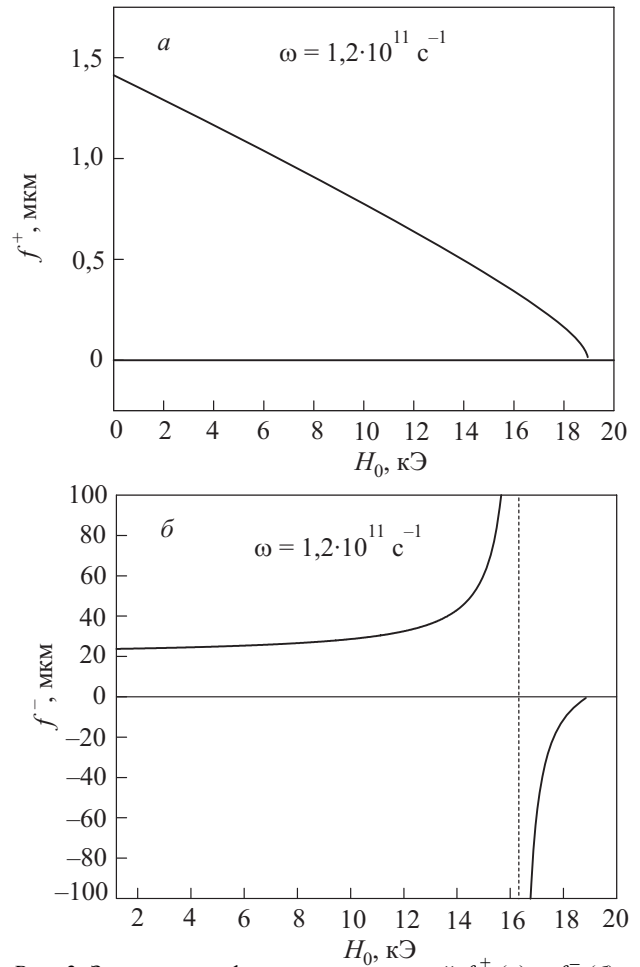


Рис. 2. Зависимость фокусных расстояний  $f^+$  (а) и  $f^-$  (б) от внешнего магнитного поля  $H_0$  при  $\alpha_1 = 5,44 \cdot 10^{-11} \text{ см}^2$ ,  $\alpha_2 = 6 \cdot 10^{-11} \text{ см}^2$ ,  $\beta_1 = 10$ ,  $\beta_2 = 15$ ,  $M_{01} = 100 \text{ Гс}$ ,  $M_{02} = 105 \text{ Гс}$ ,  $\rho_2 = 2$ ,  $L_1 = 15 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$ ,  $L_2 = 22 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$ .

На рис. 4 приведена зависимость расстояния между фокусами  $f^-$  и  $f^+$  от величины внешнего магнитного поля для частоты спиновой волны  $\omega = 1,2 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$ .

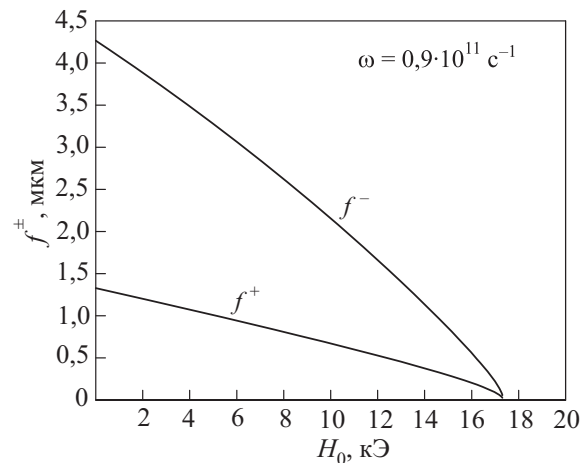


Рис. 3. Зависимости фокусных расстояний  $f^+$  и  $f^-$  от внешнего магнитного поля  $H_0$  при  $\alpha_1 = 5,44 \cdot 10^{-11} \text{ см}^2$ ,  $\alpha_2 = 6 \cdot 10^{-11} \text{ см}^2$ ,  $\beta_1 = 10$ ,  $\beta_2 = 15$ ,  $M_{01} = 100 \text{ Гс}$ ,  $M_{02} = 105 \text{ Гс}$ ,  $\rho_2 = 2$ ,  $L_1 = 15 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$ ,  $L_2 = 22 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$ .

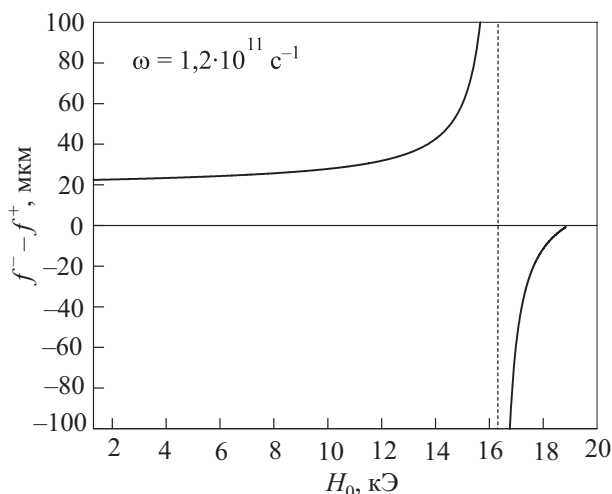


Рис. 4. Зависимость расстояния между фокусами ( $f^- - f^+$ ) от внешнего магнитного поля  $H_0$  при  $\alpha_1 = 5,44 \cdot 10^{-11} \text{ см}^2$ ,  $\alpha_2 = 6 \cdot 10^{-11} \text{ см}^2$ ,  $\beta_1 = 10$ ,  $\beta_2 = 15$ ,  $M_{01} = 100 \text{ Гс}$ ,  $M_{02} = 105 \text{ Гс}$ ,  $\rho_2 = 2$ ,  $L_1 = 15 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$ ,  $L_2 = 22 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$ .

Заметим, что при необходимости можно подобрать параметры материала таким образом, чтобы через линзу проходили только волны, которые отвечают одной из ветвей, в то время как волны другой ветви были бы полностью отфильтрованы [10].

Но наиболее интересным моментом, на наш взгляд, является сама возможность изменять в широких пределах значения фокусных расстояний отдельных ветвей спиновых волн посредством изменения значения внешнего магнитного поля без изменения параметров среды, как это видно на рис. 3, 4. Кроме того, в различных частотных диапазонах можно получить различное соотношение между фокусными расстояниями линзы, соответствующим разным ветвям спиновой волны. Это дает возможность создания управляемого устройства с перспективой его использования в качестве составляющей элементной базы приборов спин-волновой микроэлектроники.

1. A. Khitun, M.Q. Bao, and K.L. Wang, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **43**, 264005 (2010).
2. T. Schneider, A.A. Serga, B. Leven, B. Hillebrands, R.L. Stamps, and M.P. Kostylev, *Appl. Phys. Lett.* **92**, 022505 (2008).

3. T. Schneider, A.A. Serga, T. Neumann, and B. Hillebrands, *Phys. Rev.* **B77**, 214411 (2008).
4. A.A. Serga, M.P. Kostylev, and B. Hillebrands, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 137204 (2008).
5. A.V. Chumak, A.A. Serga, and B. Hillebrands, *Phys. Rev.* **B79**, 014405 (2009).
6. T. Neumann, A.A. Serga, B. Hillebrands, and M.P. Kostylev, *Appl. Phys. Lett.* **94**, 042503 (2009).
7. D.E. Jeong, D.S. Han, S. Choi, and S.K. Kim, *arXiv: 0901.1700*.
8. М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики*, Наука, Москва (1973).
9. Ю.И. Горобец, С.А. Решетняк, *ЖТФ* **68**, 60 (1998).
10. С.А. Решетняк, *ФТТ* **46**, 1031 (2004).
11. В.Г. Барьяхтар, Ю.И. Горобец, *Цилиндрические магнитные домены и их решетки*, Наукова думка, Киев (1988).
12. С.А. Решетняк, *ФНТ* **30**, 398 (2004) [*Low Temp. Phys.* **30**, 295 (2004)].
13. А.И. Ахизер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
14. Ю.А. Кравцов, Ю.И. Орлов, *Геометрическая оптика неоднородных сред*, Наука, Москва (1980).
15. А. Эшенфельдер, *Физика и техника цилиндрических магнитных доменов*, Мир, Москва (1983).

#### Influence of external magnetic field on parameters of surface two-focus spin-wave ferromagnetic lens

S.A. Reshetnyak and A.S. Berezinskiy

The influence of external magnetic field on refraction of surface spin wave propagating through inhomogeneity created in the form of a lens, that is a biaxial ferromagnet placed into uniaxial ferromagnetic medium, is studied.

PACS: 75.30.Ds Spin waves;  
75.50.Dd Nonmetallic ferromagnetic materials.

Keywords: surface spin waves, ferromagnetic medium, spin-wave lens, focal distance.