# Спиновые эффекты и квантовые поправки к проводимости двумерных систем

# А.В. Германенко

НИИ ФПМ Уральского государственного университета им. А.М. Горького пр. Ленина, 51, г. Екатеринбург, 620083, Россия Email: Alexander.Germanenko@usu.ru

Статья поступила в редакцию 24 июля 2008 г.

Представлен конспект лекции, прочитанной на XVII Уральской международной зимней школе по физике полупроводников (Екатеринбург, 2008). В краткой форме изложены основные представления о квантовых поправках к проводимости двумерных систем. Рассмотрены интерференционная квантовая поправка и поправка Альтшулера–Аронова, связанная с электрон-электронным взаимодействием. Уделено внимание системам со спин-орбитальным взаимодействием. Основные идеи иллюстрируются экспериментальными результатами.

Надано конспект лекції, яка прочитана на XVII Уральській міжнародній зимовій школі по фізиці напівпровідників (Єкатеринбург, 2008). У короткій формі викладено основні подання про квантові поправки до провідності двовимірних систем. Розглянуто інтерференційну квантову поправку та поправку Альтшулєра–Аронова, яка пов'язана з електрон-електронною взаємодією. Приділено увагу системам зі спін-орбітальною взаємодією. Основні ідеї ілюструються експериментальними результатами.

РАСS: 73.20.Fz Слабая или андерсоновская локализация, 73.61.Ey III–V полупроводники.

Ключевые слова: квантовые поправки, двумерные системы, зависящие от спина явления, транспорт.

## 1. Введение

Интерес к зависящим от спина явлениям в последнее время существенно увеличился в связи с бурно развивающимся направлением «вычислительной» физики, так называемой спинтроники [1]. Особенно большое внимание уделяется полупроводниковым гетероструктурам, поскольку уровень технологии их выращивания в настоящее время очень высок, что делает их наиболее реальными претендентами быть основой будущих приборов спинтроники. Мощным методом изучения спиновых свойств является исследование транспортных явлений в магнитном поле. Именно объяснению особенностей осцилляций Шубникова-де Гааза [2,3] посвящены столь широко цитируемые в настоящее время работы Бычкова и Рашбы [4,5]. Исследование слабополевого магнитосопротивления также является мощным инструментом изучения спиновых эффектов. Если интерференционная поправка в бесспиновом случае является причиной

отрицательного магнитосопротивления, то учет спина приводит к противоположному эффекту положительному магнитосопротивлению. В итоге поведение сопротивления в слабых магнитных полях в системах со спин-орбитальным взаимодействием является немонотонным.

#### 2. Интерференционная квантовая поправка

## 2.1. «Бесспиновый» случай (слабая локализация)

Возникновение интерференционной поправки связано с существованием замкнутых траекторий, распространяясь вдоль которых в противоположных направлениях электронные волны интерферируют, приводя к изменению по сравнению с классическим рассмотрением плотности вероятности обнаружить электрон в стартовой точке.

В классическом варианте электрон, находящийся в момент t = 0 в начале координат  $\mathbf{r} = 0$ , при диффузион-

ном движении, испытывая столкновения с центрами рассеяния, через время  $t >> \tau$  ( $\tau$  — транспортное время релаксации) окажется в точке **r** с плотностью вероятности

$$w(r,t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left(-\frac{r^2}{4Dt}\right),\tag{1}$$

где  $D = v_F^2 \tau / 2$  — коэффициент диффузии,  $v_F$  — фермиевская скорость,  $r = |\mathbf{r}|$ . С течением времени ширина распределения  $\delta r = \sqrt{Dt}$  растет.

Если учесть волновые свойства электрона, то окрестность стартовой точки  $\mathbf{r} = 0$  оказывается выделенной. В классическом рассмотрении вероятность вернуться в стартовую точку w(0,t) складывалась из вероятностей придти в точку  $\mathbf{r} = 0$  по разным траекториям. Другими словами, w(0,t) в классическом рассмотрении есть сумма квадратов амплитуд вероятностей. Для квантовой частицы складываются сами амплитуды, а w(0,t) находится как квадрат модуля суммарной амплитуды вероятности. Таким образом,

$$w = \begin{cases} \sum |A_i|^2 - \kappa \text{лассическая частица,} \\ \left|\sum A_i\right|^2 - \kappa \text{вантовая частица.} \end{cases}$$
(2)

Поскольку длины траекторий различны и случайны, то электрон, пройдя по этим траекториям, наберет разную и случайную фазу. Это приведет к тому, что большинство перекрестных членов во второй строчке при суммировании дадут нулевой вклад в величину *w*. Исключение составляют те пути электрона, которые он прошел по одной и той же траектории, но в противоположных направлениях. Фазы таких путей одинаковы по модулю, и соответствующие перекрестные члены вдвое увеличат вероятность обнаружить электрон в стартовой точке в квантовом случае по сравнению с классическим рассмотрением:

Описанное явление и называют слабой локализацией. Оно же приводит к возникновению интерференционной квантовой поправки к проводимости бо<sup>*WL*</sup>.

Наиболее просто, на наш взгляд, понять возникновение интерференционной поправки можно в терминах транспортного времени релаксации [6]. Рассмотрим для простоты рассеяние на короткодействующем потенциале, для которого классическое сечение рассеяния, соответствующее рассеянию на одиночной примеси, равно константе (изотропное рассеяние). В классической картине рассеяния электрон, рассеиваясь на примеси 1, может попасть из точки i в точку f



*Рис. 1.* Когерентные пути, дающие вклад в интерференционную квантовую поправку.

только по пути *i*-1-*f* (рис. 1). В действительности же есть множество других путей с участием других центров, среди которых выделяются когерентные пути, отличающиеся противоположным направлением обхода по одной замкнутой траектории. Для примера на рис. 1 представлена иллюстрация процесса рассеяния с участием N центров какой-то конкретной конфигурации. В этом случае, кроме указанного пути *i*-1-*f*, есть два других пути: *i*-*N*-...-1-*f* (штриховая линия) и *i*-1-...-*N*-*f* (сплошная линия). Учет интерференции электронных волн, распространяющихся по этим путям, существенно изменяет вид дифференциального сечения рассеяния  $W(\theta)$ . Наибольшее изменение (увеличение) претерпевает дифференциальное сечение при тех конфигурациях примесей, когда точки *i*, *f*, 1 и N лежат в полоске шириной порядка  $(\lambda l)^{1/2}$ , где  $\lambda = 2\pi / k$  — длина волны де Бройля, *l* — транспортная длина свободного пробега. В этом случае угол рассеяния  $\theta$  близок к  $\pi$ , и, таким образом, изменение  $W(\theta)$ при учете интерференции электронных волн можно интерпретировать как возникновение дополнительного рассеяния назад одиночной примесью (примесь 1 на рис. 1). На функции  $W(\theta)$  это проявляется в виде возникновение пика при  $\theta \approx \pi$ . Поскольку учет интерференции не меняет интегральное сечение рассеяния [6], это приводит к уменьшению транспортного времени релаксации τ, которое определяет величину подвижности электронов  $\mu = e\tau / m$ .

В приведенных рассуждениях не учитывались неупругие процессы рассеяния, например взаимодействие с фононами, неупругое межэлектронное взаимодействие и пр. После такого взаимодействия электрон «забывает» свою фазу до взаимодействия. Поэтому в интерференционную квантовую поправку дают вклад только относительно короткие замкнутые траектории с длиной  $L \le v_F \tau_{\phi}$ , где  $\tau_{\phi}$  — время неупругой релаксации фазы.

Количественная теория интерференционной квантовой поправки построена для случая  $k_F l >> 1$ . Выражение для интерференционной квантовой поправки в двумерном случае имеет простой вид [7,8]:

$$\delta \sigma^{WL} = -G_0 \ln\left(\frac{\tau_{\phi}}{\tau}\right), \ \tau_{\phi} \gg \tau \,, \tag{4}$$

где  $G_0 = e^2 / 2\pi^2 \hbar = 1,23 \cdot 10^{-5}$  Ом<sup>-1</sup>. Выражение для  $\delta \sigma^{WL}$ , справедливое и в баллистическом режиме, когда  $\tau_{\phi} \approx \tau$  и меньше, получено в [6]. В грязных двумерных системах  $\tau_{\phi}$  определяется неупругостью электрон-электронного взаимодействия и  $\tau_{\phi} \sim T^{-1}$  [7–9], поэтому при понижении температуры интерференционная поправка растет по абсолютной величине, приводя к диэлектрическому ходу проводимости, характеризующемуся положительной величиной  $d\sigma / dT$ .

Рассмотрим, каким образом магнитное поле **B** влияет на слабую локализацию и как экспериментально можно определить время сбоя фазы. Поскольку электрон движется по замкнутым траекториям в противоположных направлениях, то при его возвращении в стартовую точку на двух траекториях возникает разность фаз  $\delta\phi$ , которая для двумерного случая при **B**  $\perp$  **n**, где **n** — нормаль к плоскости двумерной системы, равна  $2\pi BS / \Phi_0$ . В этом случае вторая строчка (3) будет иметь вид:

$$w = 2A^2 \left[ 1 + \cos\left(\frac{2\pi BS}{\Phi_0}\right) \right]. \tag{5}$$

Видно, что для одной пары вероятность возврата является осциллирующей функцией магнитного поля. В реальных образцах имеется огромное количество замкнутых траекторий, поэтому необходима некая процедура усреднения по всем траекториям. Поскольку для слабой локализации актуальны траектории, длины которых меньше  $v_F \tau_{\phi}$ , то в качестве оценки можно принять, что в интерференцию дают вклад только траектории, которые ометают площадь меньше-порядка Dt<sub>o</sub>. Таким образом, получается, что пока магнитное поле мало ( $B << \Phi_0 / 2\pi D \tau_{\phi}$ ), фазовый сдвиг для актуальных траекторий оказывается малым  $(\delta \phi \ll 1)$ , и оно практически не влияет на вероятность возврата, а следовательно, не изменяет проводимость системы. В другом предельном случае, когда  $B >> \Phi_0 / 2\pi D \tau_{\phi}$ , косинус в выражении является быстро осциллирующей функцией S, поэтому при усреднении по траекториям даст нуль, т.е. интерференционный вклад в вероятность возврата исчезнет. Таким образом, с ростом магнитного поля интерференционная квантовая поправка должна уменьшаться по абсолютному значению, стремясь к нулю, а проводимость должна стремиться к своему классическому значению  $\sigma_0$ . Поскольку  $\delta \sigma^{WL} < 0$ , то с ростом магнитного поля должно наблюдаться отрицательное магнитосопротивление (ОМС).

При описании ОМС, вызванного подавлением интерференционной квантовой поправки, принято оперировать двумя характерными магнитными полями: полем  $B_{\phi} = \hbar/4eD\tau_{\phi}$ , в котором начинается подавление интерференционной поправки, и так называемым транспортным магнитным полем  $B_{\rm tr} = \hbar/4eD\tau =$  $= \hbar/2el^2$ , полем, в котором подавлена значительная часть (примерно половина при реальных параметрах) квантовой поправки.

Количественная теория ОМС появилась более четверти века назад [13]. Она была построена в диффузионном приближении. Это означает, что количество столкновений на актуальных траекториях всегда большое, т.е. должны выполняться два условия:  $B << B_{\rm tr}$  и  $\tau << \tau_{\phi}$ . В этих приближениях магнитопроводимость, определяемая как  $\Delta \sigma^{WL}(B) = 1/\rho_{xx}(B) - 1/\rho_{xx}(0)$ , равна

$$\Delta \sigma^{WL}(b) = \alpha G_0 \left[ \Psi \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{b} \frac{\tau}{\tau_{\phi}} \right) - \ln \left( \frac{1}{b} \frac{\tau}{\tau_{\phi}} \right) \right], \quad (6)$$

где  $b = B/B_{tr}$  — безразмерное магнитное поле,  $\psi(x)$  — дигамма функция,  $\alpha$  — префактор, теоретическое значение которого равно единице. Формулу обычно называют формулой Хиками–Ларкина–Нагаоки или формулой ХЛН. На практике наиболее часто используют выражение, полученное в [14]:

$$\Delta \sigma^{WL}(b) = \alpha G_0 \left[ \Psi \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{b} \frac{\tau}{\tau_{\phi}} \right) - \Psi \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{b} \right) - \ln \left( \frac{\tau}{\tau_{\phi}} \right) \right].$$
<sup>(7)</sup>

В малых магнитных полях (b < 1) это выражение совпадает с (6), но в отличие от него при  $b \rightarrow \infty$  оно дает величину  $\Delta \sigma^{WL}$ , стремящуюся к  $G_0 \ln (\tau_{\phi} / \tau)$ . Это означает, что абсолютное значение проводимости  $\sigma(B) = \sigma_0 + \delta \sigma^{WL} + \Delta \sigma^{WL}(B)$ , где  $\delta \sigma^{WL}$  дается (4), стремится с ростом магнитного поля к величине σ<sub>0</sub>, что является разумным (здесь  $\sigma_0$  — друдевская проводимость:  $\sigma_0 = en\mu$ ). Формула (6) дает расходящийся результат:  $\Delta \sigma^{WL} \to \infty$  при  $b \to \infty$ . Таким образом, выражение (7) более реалистично в магнитных полях  $B > B_{tr}$ , хотя, строго говоря, этот диапазон полей не удовлетворяет условиям его применимости. Несмотря на то, что выражение (7) было получено другими авторами, нежели (6), в литературе под формулой ХЛН могут пониматься оба выражения. Именно формулы (6) и (7), как правило, используются экспериментаторами для описания кривых магнитопроводимости и получения величины времени сбоя фазы. В идеале в процедуре подгонки должен участвовать один параметр то. Однако удовлетворительного описания формы магнитопроводимости в этом случае достичь обычно не удается, поэтому подгонку осу-

ществляют, используя два параметра: τ<sub>φ</sub> и α. Приведенные выше формулы являются универсальными в том смысле, что они не зависят от деталей рассеяния (анизотропии, корреляции в распределении примесей). Такие детали становятся важными при рассмотрении формы магнитопроводимости в больших магнитных полях  $B >> B_{tr}$ , поскольку когерентность электронных волн в этом случае сохраняется только для сравнительно коротких замкнутых траекторий  $(L \sim l)$ , когда возврат электрона происходит всего после нескольких актов рассеяния. Форма ОМС во всей области магнитных полей для случайно расположенных изотропных рассеивающих центров теоретически исследована с использованием различных методов в работах [6,14-16]. Сравнительный анализ полученных выражений приведен в [17].

# 2.1. Влияние спиновой релаксации на интерференционную квантовую поправку: слабая антилокализация

До сих пор при рассмотрении слабой локализации мы считали, что электронные состояния с изначально противоположной ориентацией спина не взаимодействуют друг с другом. Это означает, что носитель заряда при движении по кристаллу не меняет ориентацию спина, т.е. живет в данном спиновом состоянии вечно. В реальной жизни есть факторы, которые делают ненулевой вероятность изменить при движении направление спина. Если такое случится при обходе замкнутой траектории, то это приведет к изменению интерференционной картины в стартовой точке и, таким образом, повлияет на интерференционную квантовую поправку. Вид квантовой поправки с учетом спиновых эффектов зависит от механизмов спиновой релаксации. В полупроводниках эффективны следующие механизмы: Яфета-Эллиота [18,19], механизм Бира-Аронова-Пикуса [20], механизм Дьяконова-Переля или прецессионный механизм [21,22] и, наконец, переворот спина на парамагнитных центрах (для обзора см. [23]). Первый механизм — это переворот спина, который происходит в момент взаимодействия носителя с примесью. Второй механизм связан с обменным взаимодействием электрона и дырки. Третий механизм связан со спин-орбитальным расщеплением энергетического спектра, вызванным отсутствием центра инверсии. Этот механизм в двумерных системах наиболее эффективен при низких температурах. Отсутствие центра инверсии в двумерной системе может быть обусловлено отсутствием центра инверсии в родительских материалах (эффект Дрессельхауза [24]), асимметрией квантовой ямы в направлении роста (эффект Бычкова-Рашбы [4,5,25]), а также совместным действием этих механизмов [26].

36

В том случае, когда расщепление энергетического спектра электронов вызвано только кубическими по *k* членами, учет спиновой релаксации для механизма Дьяконова–Переля приводит к следующему виду квантовой поправки в нулевом магнитном поле:

$$\frac{\delta\sigma^{\text{WaL}}}{G_0} = -\frac{1}{2}\ln\left(\frac{\tau}{\tau_{\phi}}\right) + \ln\left(\tau\left[\frac{1}{\tau_{\phi}} + \frac{1}{\tau_s}\right]\right) + \frac{1}{2}\ln\left(\tau\left[\frac{1}{\tau_{\phi}} + \frac{2}{\tau_s}\right]\right), \ \tau_{\phi}, \tau_s \gg \tau.$$
(8)

В этом выражении время спиновой релаксации  $\tau_s$ определяется величиной спин-орбитального расщепления спектра  $\hbar\Omega_3$ :

$$\tau_s = \frac{1}{2(\Omega_3)^2 \tau_3},\tag{9}$$

где

$$\frac{1}{\tau_n} = \int (1 - \cos n\theta) W(\theta) \ d\theta \ . \tag{10}$$

Анализируя выражение, легко видеть, что при медленной спиновой релаксации, когда  $\tau_s >> \tau_{\phi}$ , зависимость  $\delta \sigma^{WaL}$  совпадает с зависимостью, полученной без учета спиновых эффектов. В случае быстрой спиновой релаксации, когда  $\tau_s \ll \tau_{\phi}$ , квантовая поправка становится положительной и логарифмически растет с ростом  $\tau_{\phi}$ :

$$\delta \sigma^{\mathrm{WaL}} \simeq \frac{1}{2} \ln \frac{\tau_{\phi}}{\tau}.$$
 (11)

Таким образом, быстрая спиновая релаксация приводит к тому, что проводимость  $\sigma = \sigma_0 + \delta \sigma^{WaL}$ должна расти с уменьшением температуры. Более наглядно сказанное иллюстрирует рис. 2, на котором показаны зависимости  $\delta \sigma^{WaL}$ от  $\tau / \tau_{\phi}$  (или что то же самое, от температуры, поскольку  $1/\tau_{\phi} \sim T$ ), рассчитанные из (8) при различных значениях  $\tau/\tau_s$ . Видно, что спиновая релаксация действительно радикальным образом влияет на температурную зависимость проводимости, меняя при низких температурах ее характер с диэлектрического ( $d\sigma / dT > 0$ ) на металлический  $(d\sigma / dT < 0)$ . Поскольку спиновая релаксация приводит к противоположной по сравнению со слабой локализацией температурной зависимости проводимости, то это явилось одной из причин почему в литературе этот эффект называют слабой антилокализацией (именно поэтому в этом параграфе для интерференционной квантовой поправки использовано обозначение WaL — от английского weak antilocalization).

Если расщепление спектра обусловлено линейным по *k* членом, то, как показано Голубом в [27], выражение для интерференционной квантовой поправки бу-



Рис. 2. Зависимости интерференционной квантовой поправки  $\delta\sigma^{WaL}$ от  $\tau/\tau_{\phi}$  при кубическом (*a*) и линейном (*б*) спиновом расщеплении спектра, построенные при различных значениях  $\tau/\tau_s$ . Горизонтальная стрелка показывает направление роста температуры.

дет отличаться от (8) наличием дополнительного слагаемого, которое не меняет качественной картины рассматриваемого явления (см. рис. 2).

Рассмотрим, каким образом наличие спиновой релаксации влияет на магнитосопротивление, вызванное подавлением магнитным полем интерференционной квантовой поправки. Учет спиновой релаксации радикальным образом изменяет вид магнитополевых зависимостей проводимости в том случае, когда время спиновой релаксации короче времени сбоя фазы. Наиболее просто выглядят формулы для магнитопроводимости в том случае, когда спиновая релаксация вызвана кубическим по квазиимпульсу расщеплением спектра, а движение электрона является диффузионным, то есть  $\tau \ll \tau_{\phi}, \tau_s, B \ll B_{tr}$  [13]. В более общем случае, когда в спектре присутствуют кубический и один из линейных членов, Бычкова-Рашбы либо Дрессельхауза, также удается получить аналитическое выражения для магнитопроводимости [28,29]. Учет спиновой релаксации за пределами диффузионного приближения выполнен в [16]. Влияние спиновых расщеплений, вызванных структурной (эффект Бычкова-Рашбы) и объемной (эффект Дрессельхауза) асимметрией, на магнитопроводимость двумерных систем изучено в [30]. В этой работе построена теория слабой (анти) локализации с учетом обоих вкладов, применимая во всем диапазоне классически слабых магнитных полей и при произвольном соотношении между частотами спиновой прецессии и упругих столкновений. Поскольку практически все выражения за исключением разве что выражений, полученных в [13], чрезвычайно громоздки, мы ограничимся здесь представлением и обсуждением графического материала.



Рис. 3. Зависимости  $\delta \sigma^{WaL}$  от магнитного поля при кубическом (*a*) и линейном (*б*) спиновом расщеплении спектра, построенные при различных значениях  $\tau_{\phi}/\tau_{s}$ .

На рис. 3, *а* приведены зависимости  $\Delta \sigma^{WaL}(B/B_{tr})$ для случая, когда в спектре двумерной системы присутствует только кубическое по k расщепление. При расчете использованы результаты работы [13]. Видно, что наличие спиновой релаксации качественно изменяет поведение проводимости в магнитном поле вместо положительной магнитопроводимости в малых полях, вызванной подавлением фазовой когерентности, появляется участок уменьшающейся проводимости. Характерный минимум на кривой  $\Delta \sigma^{WaL}(B)$ , вызванный спиновой релаксацией, принято называть антилокализационным. Поведение  $\Delta \sigma^{WaL}(B)$  при линейном расщеплении спектра, как это видно на рис.3,6, качественно такое же, как и при кубическом расщеплении. Однако при одинаковых параметрах форма кривой отличается существенно. Таким образом, поведение магнитопроводимости зависит не только от величины времени спиновой релаксации, но и в существенной степени от механизма спин-орбитального расщепления спектра электронов (дырок).

## 3. Влияние электрон-электронного взаимодействия на проводимость

Выше была рассмотрена интерференционная квантовая поправка. Ее природа носит одноэлектронный характер и связана с квантовой интерференцией при диффузионном движении одиночного электрона. Другой тип квантовых поправок полностью обусловлен взаимодействием между электронами (дырками). Роль электрон-электронного взаимодействия в формировании температурной зависимости проводимости была центральным пунктом большого количества как экспериментальных, так и теоретических работ на протяжении почти тридцати последних лет [31–42]. Различают два типа квантовых поправок к проводимости, связанных с электрон-электронным взаимодействием. Это — поправка Альтшулера–Аронова [7] и поправка за счет взаимодействия в куперовском канале [7,43]. Ограничимся рассмотрением первого типа квантовых поправок, дающих основной вклад в температурные и магнитополевые зависимости проводимости в исследуемых в данной работе системах.

Природа возникновения поправок Альтшулера– Аронова связана с возникновением дополнительного (по отношению к классической одноэлектронной картине) упругого рассеяния электрона на самосогласованном электростатическом потенциале, который создается остальными электронами, движущимися в поле заряженных примесей. Учет электрон-электронного взаимодействия в этом случае приводит к следующему виду поправки к проводимости при низкой температуре  $T\tau <<1[7,33–35]$ :

$$\frac{\delta\sigma^{ee}}{G_0} = \left[1 + 3\left(1 - \frac{\ln\left(1 + F_0^{\sigma}\right)}{F_0^{\sigma}}\right)\right] \ln T\tau, \qquad (12)$$

где  $F_0^{\sigma}$  — константа электрон-электронного взаимодействия. Первое слагаемое в квадратных скобках описывает вклад обменного взаимодействия (вклад Фока), тогда как второе слагаемое соответствует прямому взаимодействию и в литературе обычно называется вкладом Хартри. Условие применимости выражения  $T\tau \ll 1$ означает, что за время 1/T электрон успевает испытать большое число актов рассеяния. Поэтому этот режим обычно называют диффузионным.

Замечательной особенностью выражения является то, что оно оказывается справедливым при наличии магнитного поля, в том числе и классически сильного,  $\mu B > 1$  [44]. При этом (12) — поправка к диагональной компоненте тензора электропроводности, тогда как поправка к недиагональной компоненте равна нулю [45]:  $\delta \sigma_{xx}^{ee} = \delta \sigma^{ee}$ ,  $\delta \sigma_{xy}^{ee} = 0$ . Легко показать, что в этом случае возникает параболическое магнитосопротивление, которое при  $\delta \sigma^{ee} < 0$  является отрицательным:

$$\rho_{xx}(B,T) = \frac{1}{\sigma_0} - \frac{1}{\sigma_0^2} (1 - \mu^2 B^2) \delta \sigma^{ee}(T) .$$
(13)

Видно, что характерным масштабом по магнитному полю для зависимости является величина  $1/\mu$ . Это очень важно с практической точки зрения, поскольку именно большое различие магнитных полей  $B_{\phi}$ ,  $B_{tr}$  и  $1/\mu$  во многих двумерных системах позволяет надежно разделить два механизма отрицательного магнитосопротивления — механизм слабой локализации и электрон-электронное взаимодействие. Важной особенностью этой формулы является наличие точки по магнитному полю  $B = 1/\mu$ , в которой  $\rho_{xx}$  не зависит от T. Описанная выше ситуация относится к бесспиновому случаю. В отсутствие магнитного поля учет спин-орбитального взаимодействия становится принципиально важным при низких температурах, таких, что  $T < 1/\tau_s$  [46,47]. В этом случае второй член в квадратных скобках (12) становится равным нулю и поправка содержит только фоковский член.

Кроме того, поскольку характерные магнитные поля для ОМС, вызванного электрон-электронным взаимодействием, — это достаточно сильные поля, то эффект Зеемана также может оказаться важным, если  $g\mu_B B > T$ . Теоретически влияние эффекта Зеемана на поправку Альтшулера–Аронова исследовано в [34,48]. В этих работах показано, что сильное магнитное поле приводит к подавлению двух из трех хатриевских членов в (12) и, таким образом, к отклонению формы ОМС от параболы. Окончательные формулы выглядят достаточно громоздко и неудобны для практического использования. Хорошей аппроксимацией является выражение, предложенное в [49]:

$$\frac{\delta \sigma_{xx}^{ee}}{G_0} \simeq \ln T \tau + \left[ 1 - \frac{\ln (1 + F_0^{\sigma})}{F_0^{\sigma}} \right] \times \left( \ln T \tau + 2 \ln T \tau \sqrt{1 + \left(\frac{g\mu_B B}{T}\right)^2} \right).$$
(14)

Понятно, что наличие полевой зависимости может в принципе привести к немонотонной зависимости  $\rho_{xx}(B)$  (13).

### 4. Экспериментальные результаты

Прежде чем перейти к рассмотрению экспериментальных результатов, отметим, что те явления, которые нами рассмотрены выше по-отдельности, в реальной жизни, как правило, сосуществуют. При этом одно явление может маскировать особенности другого. Ярким примером является знак производной температурной зависимости проводимости в нулевом магнитном поле в системе со спин-орбитальным взаимодействием. Как отмечалось выше, при высоких Т, когда  $\tau_{\phi} \ll \tau_s$ , температурная зависимость интерференционной квантовой поправки является логарифмической с наклоном (в масштабе  $\sigma - vs - \ln T$ ) равным единице. При низких температурах, когда  $\tau_{\phi} >> \tau_s$ , наклон должен измениться на -1/2, то есть, казалось бы, характер температурной зависимости при понижении Т должен измениться с диэлектрического на металлический. Однако в реальности этого, как правило, не наблюдается, поскольку наряду с интерференционной квантовой поправкой существует поправка Альтшулера–Аронова, которая при  $T < 1/\tau_s$ дает наклон +1, что полностью компенсирует -1/2.

Поэтому для наблюдения того или иного явления «в чистом виде» экспериментаторам часто приходится прибегать к различного рода ухищрениям. Так, чтобы разделить ОМС, вызванное интерференционной квантовой поправкой и поправкой Альтшулера–Аронова, необходимо использовать образцы с достаточно большим значение  $k_F l$ , поскольку отношение характерных для этих поправок магнитных полей  $B_{\rm tr}$  и  $1/\mu$ , соответственно, равно  $1/2k_F l$ . С другой стороны, использовать образцы со слишком высоким значением  $k_F l$ неразумно, так как транспортное магнитное поле  $B_{\rm tr}$ может стать соизмеримым с полем Земли либо даже сильно меньше в высокоподвижных образцах. Это делает невозможным не только исследование формы ОМС, но и даже его наблюдение.

На рис. 4 в качестве примера показаны экспериментальные зависимости  $\rho_{xx}$  и  $\rho_{xv}$  от магнитного поля, измеренные на одиночной симметричной квантовой яме  $In_{0,15}Ga_{0,85}As$  B GaAs c  $k_F l \simeq 9,2$ ,  $n = 9 \cdot 10^{11}$  cm<sup>-2</sup>,  $\mu =$  $= 2400 \text{ см}^2 / \text{B} \cdot \text{c}$  [50]. Как видно на рис. 4, можно действительно выделить два диапазона магнитных полей, отличающихся характером поведения  $\rho_{xx}(B)$ : область малых магнитных полей, В < 0,5 Тл, характеризующаяся резким изменением  $\rho_{xx}(B)$ ; и область больших магнитных полей, в которых зависимости  $\rho_{xx}(B)$  близки к параболическим. Характерной особенностью является наличие точки пересечения кривых  $\rho_{xx}(B)$ , измеренных при разных температурах, в поле  $B_{\rm cr}$  = = 4,15 Тл, которое очень близко к величине 1/µ. Поскольку транспортное магнитное поле  $B_{\rm tr}\simeq 0,21~{\rm Tr}$ в этом образце много меньше 1/µ, то вклады интерференционной поправки и поправки Альтшулера-Аронова в ОМС сильно разнесены по полю. То обстоятельство, что параболическое ОМС вызвано электронэлектронным взаимодействием, подтверждается отсут-



*Рис.* 4. Зависимости  $\rho_{xx}$  от магнитного поля при медленной спиновой релаксации.



*Рис.* 5. Температурная зависимость  $\sigma_{xx}$  и  $\sigma_{xy}$  для гетероструктуры с медленной спиновой релаксацией.

ствием температурной зависимости  $\sigma_{xy}$  и наличием логарифмической температурной зависимости  $\sigma_{xx}$  с наклоном не зависящим от *B* (рис. 5).

Рассмотрим область малых магнитных полей. В этих полях температурная зависимость  $\rho_{xx}$  определяется обеими квантовыми поправками — интерференционной и поправкой, связанной с электрон-электронным взаимодействием. Что касается зависимости от магнитного поля, то основной вклад здесь дает интерференционная квантовая поправка, поскольку при  $B << 1/\mu$  вклад от взаимодействия в полевую зависимость пренебрежимо мал. Поэтому в этой области магнитных полей зависимость  $\Delta(1/\rho_{xx}(B))$  должна описываться формулой ХЛН (7), а время сбоя фазы может быть определено из процедуры подгонки. На рис. 6 в увеличенном масштабе представлен начальный участок кривой магнитосопротивления, измеренный при T = 0.45 К. Там же показаны результаты под-



Рис. 6. Слабополевая магнитопроводимость, вызванная подавлением интерференционной квантовой поправки, для гетероструктуры с медленной спиновой релаксацией. Символы — экспериментальные результаты для T = 0,45 К. Линия — результат подгонки формулой ХЛН в интервале полей от 0 до  $0,3B_{\rm tr}$  с параметрами  $\tau_{\phi} = 20$  пс,  $\alpha = 0,9$ .



Рис. 7. Слабополевая магнитопроводимость, вызванная подавлением интерференционной квантовой поправки, для гетероструктуры с искусственным градиентом состава при различных температурах. Символы — экспериментальные данные. Линии — расчет при учете только линейного по *k* расщепления спектра с параметрами, дающими наилучшее согласие.

гонки. Видно, что формула ХЛН хорошо описывает полевую зависимость магнитопроводимости. Выполняя процедуру подгонки при различных температурах, можно экспериментально найти температурную зависимость времени релаксации фазы, которая в данном случае близка к теоретической  $\tau_{\phi} \sim 1/T$ .

Рассмотрим результаты, полученные на системах со сравнительно быстрой спиновой релаксацией. На рис. 7 показаны полевые зависимости магнитопроводимости, измеренные при различных температурах на одиночной квантовой яме In<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As в GaAs с искусственным градиентом состава вдоль направления роста [51]. Ясно видно, что эти кривые при низких температурах существенно отличаются от рассмотренных ранее: в малых магнитных полях сначала наблюдается небольшой участок уменьшения  $\Delta \sigma(B)$ , затем — минимум и в дальнейшем происходит увеличение проводимости с ростом магнитного поля. При повышении температуры минимум исчезает так, что уже при  $T \simeq 4$  К экспериментально наблюдается обычный рост проводимости, связанный с подавлением локализационной поправки. Как обсуждалось выше, наличие такого минимума на зависимости магнитопроводимости объясняется процессами спиновой релаксации в системе двумерных носителей. Обработка результатов авторами проводилась в модели, предложенной в [28,29]. Обнаружено, что кривые магнитопроводимости хорошо описываются при учете только линейного по квазиимпульсу расщепления спектра. Критерием адекватного описания экспериментальных



*Рис.* 8. Температурная зависимость величин  $\tau_{\phi}$  и  $\tau_s$ , найденных из обработки кривых магнитопроводимости.

результатов является поведение найденных параметров при изменении внешних условий. На рис. 8 показаны температурные зависимости величин т<sub>ф</sub> и τ<sub>s</sub>, найденных из обработки экспериментальных результатов. Видно, что параметр  $\tau_s$  практически не зависит от температуры, что является характерным поведением для времени спиновой релаксации в вырожденном электронном газе [21,22]. Температурная зависимость τ<sub>φ</sub> близка к теоретическому закону  $\tau_{\phi} \sim 1/T$ . Наличие полевого электрода в образцах, исследованных в [51], позволило авторам определить зависимость времени спиновой релаксации от концентрации электронов. Обнаружено сильное падение величины  $\tau_s$  с ростом *n*, что было объяснено ростом транспортного времени релаксации τ. Знание экспериментальных значений τ<sub>s</sub> и τ позволяет найти величину спин-орбитального расщепления спектра на уровне Ферми  $\Delta = \hbar / \sqrt{2\tau \tau_s}$  и сравнить её с результатами теоретического расчета (рис. 9). Как видно на рисунке, механизмом спин-орбитального расщепления, дающим основной вклад в слабую антилокализацию, является механизм Дрессельхауза.

В заключение рассмотрим результаты, относящиеся к металлической проводимости в двумерных системах со спин-орбитальным взаимодействием. Ниже представлены результаты экспериментального исследования проводимости дырочного двумерного газа в одиночной квантовой яме  $In_{0,2}Ga_{0,8}As$  с барьерами GaAs с асимметричным легированием [52]. Такой способ легирования приводит к сравнительно сильному спин-орбитальному расщеплению спектра, вы-



Рис. 9. Величина спин-орбитального расщепления спектра, вызванная кубическим и линейными членами Дрессельхауза ( $\Omega_3$  и  $\Omega_1$  соответственно) и членом Рашбы  $\Omega_R$  в зависимости от концентрации электронов. Символами представлены экспериментальные результаты, линиями — результаты теоретического расчета.

званному эффектом Бычкова–Рашбы, и, как следствие, к быстрой спиновой релаксации. Исследованная гетероструктура была снабжена полевым электродом, что позволяло контролируемо менять концентрацию дырок *p*.



Рис. 10. Температурная зависимость проводимости при различных напряжениях на полевом электроде для асимметричной структуры с дырочным типом проводимости. Символы — экспериментальные данные. Линии — результат расчета.



Рис. 11. Температурная зависимость проводимости для асимметричной структуры с дырочным типом проводимости при  $V_g = 0$ . Символы — экспериментальные данные. Линии результаты расчета: 1 — учтена только интерференционная квантовая поправка; 2 — учтены интерференционная квантовая поправка и поправка, вызванная электронэлектронным взаимодействием; 3 — учтены обе квантовые поправки и рассеяние на фононах.

Температурная зависимость проводимости, измеренная при разных значениях напряжения на полевом электроде V<sub>9</sub>, показана на рис.10. Видно, что характер зависимости существенно определяется величиной р. Она является металлической при большой концентрации дырок и в основном диэлектрической при малой. Для выяснения природы такого поведения были исследованы зависимости сопротивления от поперечного (двумерному слою) магнитного поля. На зависимостях  $\sigma(B)$  был виден характерный антилокализационный минимум, глубина которого росла при понижении температуры. Поскольку в дырочных системах расщепление спектра из-за эффекта Бычкова-Рашбы является не линейным, как в электронных системах, а кубичным, то авторы для определения времен спиновой и фазовой релаксации использовали результаты работы [13]. Используя найденные параметры, они по формуле (8) рассчитали температурную зависимость проводимости  $\sigma(T) = \sigma_0 + \delta \sigma^{WaL}(T)$ , которая показана на рис. 11 штриховой линией. Как видно, слабая антилокализация описывает металлическую температурную зависимость проводимости только при самых низких температурах, T < (1,5-2) К. Учет других зависящих от температуры механизмов — электрон-электронного взаимодействия и рассеяния на фононах — позволил авторам описать температурную зависимость проводимости во всем экспериментальном диапазоне температур и концентраций дырок (см. рис. 10 и 11).

#### 5. Заключение

В работе даны основные представления о квантовых поправках к проводимости двумерных систем. Рассмотрена интерференционная квантовая поправка и поправка Альтшулера–Аронова, связанная с электрон-электронным взаимодействием. Рассмотрены особенности поправок, вызванные наличием спин-орбитального взаимодействия, — металлическая температурная зависимость и немонотонная зависимость сопротивления от поперечного магнитного поля. Продемонстрировано, каким образом экспериментально можно определить времена фазовой и спиновой релаксации.

- 1. Semiconductor Spintronics and Quantum Computation, D.D. Awschalom, D. Loss, and N. Samarth (eds.), Springer-Verlag, Berlin (2002).
- H.L. Stormer, Z. Schlesinger, A. Chang, D.C. Tsui, A.C. Gossard, and W. Wiegmann, *Phys. Rev. Lett.* 51, 126 (1983).
- 3. D. Stein, K. von Klitzing, and G. Weimann, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 130 (1983).
- Ю.А. Бычков, Э.И. Рашба, Письма ЖЭТФ 39, 66 (1984).
- 5. Y.A. Bychkov and E.I. Rashba, J. Phys. C17, 6039 (1984).
- 6. A.P. Dmitriev, V.Yu. Kachorovskii, and I.V. Gornyi, *Phys. Rev.* **B56**, 9910 (1997).
- B.L. Altshuler and A.G. Aronov, *Electron-Electron Interaction in Disordered Conductors*, in: *Electron-Electron Interaction in Disordered Systems*, A.L. Efros and M. Pollak (eds.), North Holland, Amsterdam (1985).
- P.A. Lee and T.V. Ramakrishnan, *Rev. Mod. Phys.* 57, 287 (1985).
- Л.П. Горьков, А.И. Ларкин, Д.Е. Хмельницкий, Письма ЖЭТФ 30, 248 (1979).
- B.L. Altshuler, A.G. Aronov, and D.E. Khmelnitsky, J. Phys. C15, 7367 (1982).
- 11. W. Eiler, J. Low Temp. Phys. 56, 481 (1984).
- I.L. Aleiner and Ya.M. Blanter, *Phys. Rev.* B65 115317 (2002).
- 13. S. Hikami, A.I. Larkin, and Y. Nagaoka, *Prog. Theor. Phys.* **63**, 707 (1980).
- H.-P. Wittmann and A. Schmid, J. Low Temp. Phys. 69, 131 (1987).
- 15. A. Kawabata, J. Phys. Soc. Jpn. 53, 3540 (1984).
- A. Zduniak, M.I. Dyakonov, and W. Knap, *Phys. Rev.* B56, 1996 (1997).
- S. McPhail, C.E. Yasin, M.Y. Simmons, A.R. Hamilton, E.H. Linfeld, and M. Pepper, *Phys. Rev.* B70, 245311 (2004).
- 18. R.J. Elliott, Phys. Rev. 96, 266 (1954).
- 19. Y. Yafet, in: *Solid State Physics* 14, F. Seitz and D. Turnbull (eds.), Academic, New York (1963).
- 20. Г.Л. Бир, А.Г. Аронов, Г.Е. Пикус, ЖЭТФ 68, 1382 (1975).
- 21. М.И. Дьяконов, В.И. Перель, ЖЭТФ 60, 1954 (1971).
- М.И. Дьяконов, В.Ю. Качоровский, ФТП 20, 110 (1986).

- 23. В.Ф. Гантмахер, И.Б. Левинсон, *Рассеяние носителей* тока в металлах и полупроводниках, Наука, Москва (1984).
- 24. G. Dresselhaus, Phys. Rev. 100, 580 (1955).
- 25. Э.И. Рашба, ФТТ **2**, 1274 (1960).
- R. Winkler, Spin-orbit Coupling Effects in Two-Dimentional Electron and Hole Systems, Springer Tracts in Modern Physics, v. 191, Springer, Berlin (2003).
- G.M. Minkov, A.V. Germanenko, O.E. Rut, A.A. Sherstobitov, L.E. Golub, B.N. Zvonkov, and M. Willander, *Phys. Rev.* B70, 155323 (2004).
- 28. S.V. Iordanskii, Yu.B. Lyanda-Geller, and G.E. Pikus, Письма ЖЭТФ 60, 199 (1994).
- W. Knap, C. Skierbiszewski, A. Zduniak, E. Litwin-Staszewska, D. Bertho, F. Kobbi, J.L. Robert, G.E. Pikus, F.G. Pikus, S.V. Iordanskii, V. Mosser, K. Zekentes, and Yu.B. Lyanda-Geller, *Phys. Rev.* B53, 3912 (1996).
- 30. М.М. Глазов, Л.Е. Голуб, *ФТП* **40**, 1241 (2006).
- 31. B. Bergman, Phys. Rep. 107, 1 (1984).
- 32. K.M. Cham and R.G. Wheeler, *Phys. Rev. Lett.* **44**, 1472 (1980).
- 33. А.М. Финкельштейн, ЖЭТФ 84, 168 (1983).
- 34. C. Castellani, C. Di Castro, P.A. Lee, and M. Ma, *Phys. Rev.* B30, 527 (1984).
- 35. C. Castellani, C. Di Castro, M. Ma, and P.A. Lee, *Phys. Rev.* B30, 1596 (1984).
- 36. F. Stern, Phys. Rev. Lett. 44, 1469 (1980).
- A. Gold and V.T. Dolgopolov, *Phys. Rev.* B33, 1076 (1986).
- S. Das Sarma and E.H. Hwang, *Phys. Rev. Lett.* 83, 164 (1999).
- Gabor Zala, B.N. Narozhny, and I.L. Aleiner, *Phys. Rev.* B64, 214204 (2001).
- G. Zala, B.N. Narozhny, and I.L. Aleiner, *Phys. Rev.* B64, 201201 (2001).
- 41. I.V. Gornyi and A.D. Mirlin, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 076801 (2003).
- 42. I.V. Gornyi and A.D. Mirlin, *Phys. Rev.* **B69**, 045313 (2004).
- 43. Б.Л. Альтшулер, А.Г. Аронов, А.И. Ларкин, Д.Е. Хмельницкий, ЖЭТФ 81, 768 (1981).
- 44. A. Houghton, J.R. Senna, and S.C. Ying, *Phys. Rev.* B25, 2196 (1982).
- 45. Б.Л.Альтшулер, А.Г. Аронов, ЖЭТФ 77, 2028 (1979).
- 46. I.V. Gornyi, A.P. Dmitriev, and V.Yu. Kachorovskii, *Письма ЖЭТФ* **68**, 314 (1998).
- 47. B.L. Altshuler and A.G. Aronov, *Solid State Commun.* **46**, 429 (1983).
- 48. А.М. Финкельштейн, ЖЭТФ 86, 367 (1984).
- G.M. Minkov, A.V. Germanenko, O.E. Rut, A.A. Sherstobitov, and B.N. Zvonkov, *Phys. Rev.* B76, 165314 (2007).
- G.M. Minkov, O.E. Rut, A.V. Germanenko, A.A. Sherstobitov, V.I. Shashkin, O.I. Khrykin, and V.M. Daniltsev, *Phys. Rev.* B64, 235327 (2007).
- G.M. Minkov, A.V. Germanenko, O.E. Rut, A.A. Sherstobitov, and B.N. Zvonkov, *Int. J. Nanosci.* 2, 543(2003).
- 52. G.M. Minkov, A.V. Germanenko, O.E. Rut, A.A. Sherstobitov, and B.N. Zvonkov, *Phys. Rev.* B75, 193311 (2007).

Spin effects and quantum corrections to conductivity of two-dimensional systems

## A.V. Germanenko

The lecture notes reported at the XVII Ural International Winter School on Physics of Semiconductors (Ekaterinburg, 2008) are presented. The physical basis of quantum corrections to the conductivity of 2D systems due to quantum interference and electron-electron interaction is considered. Particular attention is given to the systems with spin-orbit interaction. It is shown that the main theoretical predictions are in accordance with experimental results.

- PACS: 73.20.Fz Weak or Anderson localization, 73.61.Ey III–V semiconductors.
- Keywords: quantum corrections, two-dimensional systems, spin-dependent effects, transport phenomena.