

**Ю.М. Шевченко<sup>1</sup>, Н.Ф. Андрушко<sup>1</sup>, М.О. Бабешко<sup>1</sup>,  
М.В. Баняс<sup>1</sup>, О.З. Галішин<sup>1</sup>, П.Г. Дегтяренко<sup>2</sup>, В.Г. Савченко<sup>1</sup>,  
А.М. Тонконоженко<sup>2</sup>, М.М. Тормахов<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ

<sup>2</sup> ДП «Конструкторське бюро "Південне"», Дніпропетровськ

## **МЕТОДИКА ПРОГНОЗУВАННЯ ЕКСПЛУАТАЦІЙНОГО І ГРАНИЧНОГО СТАНУ ВІДПОВІДАЛЬНИХ СИСТЕМ РАКЕТНОЇ ТЕХНІКИ ПРИ ПОВТОРНИХ ТЕРМОСИЛОВИХ НАВАНТАЖЕННЯХ**



*Запропоновано математичну модель для дослідження термопружнопластичного напружено-деформованого стану та міцності систем ракетної техніки при повторних пусках, яка дозволяє оцінити ресурс конструкції. Використано рівняння теплопровідності та визначальні рівняння термопластичності для процесів повторного пружнопластичного деформування ізотропних матеріалів вздовж траєкторій малої кривизни, критерії міцності та малоциклової втоми, чисельні методи розв'язання крайових задач теплопровідності та термопластичності, а також відповідні комп'ютерні програми.*

*Ключові слова: математична модель, елемент конструкції, процес термопружнопластичного деформування, повторне навантаження, критерій міцності, критерій малоциклової втоми.*

### **ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ**

Створення методів прогнозування експлуатаційного і граничного стану стартового обладнання при повторних пусках ракет включає розробку розрахункових схем, методик визначення температури і напружено деформованого стану (НДС) відповідальних елементів обладнання в процесах пусків і визначення ресурсу до руйнування. Вважаємо, що для оцінки ресурсу конструкції необхідно визначити ресурс тих її елементів, які зазнають найбільшого впливу термосилового навантаження під час пусків. Для цього необхідно визначити розподіл температури в елементах конструкції і на основі визначальних рівнянь, що опису-

ють процеси повторного термопластичного деформування матеріалів цих елементів, сформулювати відповідні крайові задачі, створити або удосконалити відомі методи та програмні засоби, виконати розрахунки НДС з оцінкою міцності й обґрунтувати достовірність отриманих результатів.

В роботах [1–7] розроблено методи розв'язання крайових задач термопластичності для оболонки і тіл обертання при деформуванні матеріалів за межами пружної роботи з використанням методів чисельного інтегрування, скінченних різниць і скінченних елементів та програмні засоби [8–10], що дозволяють визначити температурні поля і пружнопластичний НДС тіл і оболонки обертання на основі різних теорій пластичності. Однак для оцінки міцності конкретних елементів стартового обладнання вони не придатні, оскільки існуючі

© Ю.М. ШЕВЧЕНКО, Н.Ф. АНДРУШКО, М.О. БАБЕШКО,  
М.В. БАНЯС, О.З. ГАЛІШИН, П.Г. ДЕГТЯРЕНКО,  
В.Г. САВЧЕНКО, А.М. ТОНКОНОЖЕНКО,  
М.М. ТОРМАХОВ, 2015

версії цих програмних засобів не розраховані на чисельне дослідження інтенсивного термосилового навантаження вказаних елементів в умовах короткочасної комбінованої дії теплового випромінювання, конвективного теплообміну та теплового потоку під час першого та повторних пусків ракет. Окрім того, деякі відповідальні елементи стартового обладнання мають пластинчасту форму. Тому для розрахунку НДС елементів досліджуваної конструкції необхідні методиками, що враховують конкретні фізико-механічні та геометричні фактори. В зв'язку з цим для виконання даної роботи наявні методиками розв'язання задач термопластичності для тіл і оболонок обертання та відповідні програмні засоби авторів було вдосконалено з метою їх застосування до розрахунку елементів стартового обладнання. Для розрахунку пластинчастих елементів конструкції було застосовано ліцензійний програмний комплекс ANSYS [11], який був наданий Конструкторським бюро «Південне» для використання в рамках договору про науково-технічне співробітництво.

Об'єктом дослідження є стартовий стіл, розміри якого, властивості матеріалу та умови теплового та силового впливу на його окремі елементи надані ДП КБ «Південне». Для кожного з відповідальних елементів стартового столу необхідно сформулювати відповідну задачу термопластичності і на основі результатів її розв'язання зробити висновок про його міцність під час повторних пусків.

### **ЗАГАЛЬНА ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ ВИЗНАЧЕННЯ НДС ТІЛА В ПРОЦЕСІ НАГРІВАННЯ ТА НАВАНТАЖЕННЯ**

У загальному випадку будь-який конструктивний елемент є твердим деформівним тілом певного об'єму, обмеженим заданою поверхнею, яке в початковий момент часу  $t_0$  знаходиться в природному ненапруженому стані при початковій температурі  $T_0$ . Потім тіло піддається нагріванню та зовнішньому навантаженню об'ємними силами, що діють на кожен еле-

ментарний об'єм, та поверхневими, які діють на частині поверхні тіла. При цьому інша частина може бути певним чином закріплена.

Робляться такі припущення:

1) нагрівання та навантаження тіла відбуваються настільки повільно, що процес навантаження можна розглядати як сукупність станів рівноваги, і деформування тіла не впливає на зміну його температури, тобто процес навантаження розглядається в квазістатичній постановці;

2) деформування елемента під дією зовнішніх навантажень і нерівномірного нагрівання відбувається в межах малих деформацій; матеріал елемента на початок навантаження є ізотропним і деформується як в межах, так і за межами пружності, а деформаціями повзучості можна знехтувати порівняно з пружними та пластичними складовими;

3) в області непружного деформування можливе розвантаження з появою вторинних пластичних деформацій, а матеріалу властивий ідеальний ефект Баушінгера.

Для розв'язання задачі про НДС тіла в процесі нагрівання та навантаження необхідно вибрати систему координат, зумовлену формою тіла, задати його геометричні параметри, теплофізичні та механічні властивості його матеріалу та умови теплообміну з навколишнім середовищем. Процес нагрівання та навантаження тіла необхідно розбити на ряд етапів таким чином, щоб моменти часу, які розмежовують етапи, якомога краще співпадали з моментами переходу від активного деформування матеріалу до розвантаження і навпаки. В кінці довільного етапу навантаження по заданій інформації необхідно визначити розподіл температури в тілі, в кожній точці визначити три компоненти вектора переміщення, шість компонент тензора деформації та шість компонент тензора напружень, тобто всього 16 невідомих функцій. Для визначення температури розв'язується задача теплопровідності при заданих початковій та граничних умовах.

Визначивши розподіл температури в тілі в довільний момент часу, а також задавши від-

повідні значення силових навантажень та умови закріплення, можна знайти компоненти переміщення, деформації та напруження, які задовольняють статичним, геометричним і визначальним рівнянням та заданим граничним умовам. Статичними рівняннями є три диференціальні рівняння рівноваги [2, 5], геометричними – шість співвідношень Коші між компонентами тензора деформацій та вектора переміщень [2, 5], а шість визначальних рівнянь пов'язують компоненти тензорів напружень  $\sigma_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ) та деформацій  $\varepsilon_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ). За визначальні рівняння нами вибрано співвідношення теорії процесів деформування вздовж траєкторій малої кривизни, які лінеаризовані методом додаткових напружень [1–5].

Задача визначення термопластичного НДС конструктивного елемента розв'язується методом послідовних наближень, після чого необхідно оцінити його міцність. В тому випадку, коли при першому навантаженні НДС конструктивного елемента ще не досягає руйнівного рівня, необхідно на основі розрахунків при повторних навантаженнях (наприклад, по зміні петлі пластичного гістерезису чи розмаху деформації) зробити прогноз, після скількох повторних навантажень буде вичерпано ресурс елемента.

**ОБГРУНТУВАННЯ МОЖЛИВОСТІ  
ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕРМОПРУЖНОПЛАСТИЧНОГО  
СТАНУ ПЛАСТИНЧАСТИХ КОНСТРУКЦІЙ  
З ВИКОРИСТАННЯМ РОЗВ'ЯЗКІВ  
ДЛЯ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ КОНСТРУКЦІЙ**

Елементи стартового обладнання часто мають складну геометрію та структуру, що ускладнює їх чисельне дослідження. Але в деяких випадках оцінку термопластичного НДС конструктивного елемента можна зробити на основі результатів, одержаних при розв'язанні задачі для тіл простішої геометрії. Як приклад такої можливості розглядались задачі про нерівномірне нагрівання довгого тонкостінного циліндра і квадратної коробчастої конструкції, виготовлених з одного й того ж матеріалу.

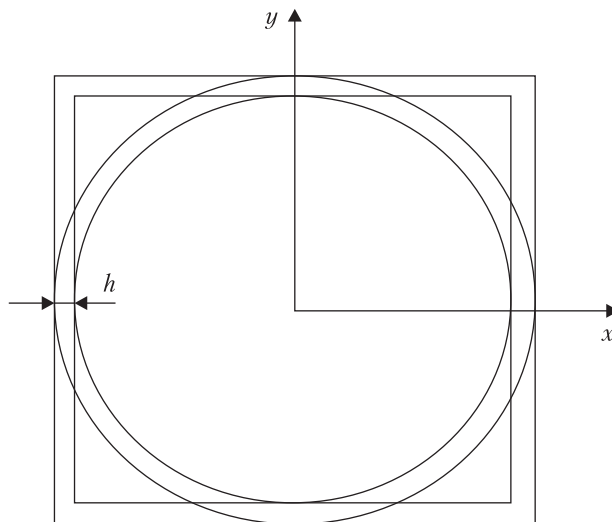


Рис. 1. Перетин коробка й циліндра

Вважалось, що ширина стінки коробчастої конструкції дорівнювала зовнішньому діаметру циліндра, а товщини їх стінок  $h$  були однакові (рис. 1). Початкові й граничні умови на зовнішній і внутрішній поверхнях циліндра і коробки приймалися однаковими. При розрахунках початок системи координат вибирався в центрі коробки. Задача про термопластичне деформування тонкостінного циліндра розв'язувалася з використанням теорії оболонок в осесиметричній постановці [6] і методом скінченних елементів з використанням програмного комплексу ANSYS [11], який також застосовувався при розв'язанні задачі про НДС коробчастої конструкції в умовах плоскої деформації. У результаті розрахунків було виявлено, що розподіли температури по товщині циліндра і коробчастої конструкції, отримані за допомогою різних методик, співпадають. Також встановлено, що в перетинах, котрі відповідають серединам стінок коробки, добре узгоджуються напруження, які в коробці й циліндрі співпадають за напрямками. Це дозволяє зробити висновок, що розробку й тестування методики розв'язання задачі термопластичності при повторних навантаженнях можна проводити в осесиметричній постановці, а потім перенести її на пластинчаті конструкції.

## МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕМПЕРАТУРНИХ ПОЛІВ В ЕЛЕМЕНТАХ СТАРТОВОГО СТОЛУ ПРИ ПОВТОРНИХ ПУСКАХ

Стартовий стіл є коробчатою конструкцією, елементи якої виготовлені з початково ізотропного матеріалу. В результаті багаторазових пусків ці елементи зазнають інтенсивного нагрівання і подальшого остигання. При цьому в матеріалі елементів виникають значні пластичні деформації, що викликають деформаційну анізотропію, яка перетворює початково ізотропний матеріал в анізотропний. Тому доцільно запропонувати методику дослідження нестационарних температурних полів в елементах конструкцій з анізотропних матеріалів.

Для визначення температурного поля в анізотропних складених елементах конструкцій скористаємося диференціальним рівнянням теплопровідності [12], яке має вигляд

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = -\operatorname{div} \vec{p}, \vec{p} = -\lambda \operatorname{grad} T, \quad (1)$$

де  $T$  – температура,  $t$  – час,  $\vec{p}$  – вектор теплового потоку в тілі,  $c$  – питома теплоємність матеріалу,  $\rho$  – густина матеріалу,  $\lambda = \lambda(\lambda_{ij})$  – тензор коефіцієнтів теплопровідності.

Припускається, що в тілі відсутні джерела тепла і можна знехтувати виділенням тепла в результаті його деформування.

Диференціальне рівняння (1) будемо інтегрувати при початковій та граничних умовах:

$$T = T_o, \quad t = t_o, \quad (2)$$

$$\vec{n} \vec{p} = \alpha(T - \theta) + \vec{n} \vec{p}. \quad (3)$$

Остання умова задається на поверхні, що обмежує тіло. Тут  $\vec{n}$  – зовнішня нормаль до поверхні, що обмежує складене тіло,  $\alpha$  – коефіцієнт тепловіддачі,  $\theta$  – температура навколишнього середовища,  $\vec{p}$  – заданий зовнішній тепловий потік.

Вираз (3) є умовою конвективного теплообміну з навколишнім середовищем за законом Ньютона при заданому зовнішньому тепловому потоці. У загальному випадку компоненти

тензора коефіцієнтів теплопровідності є функціями температури. Умова (3) охоплює три типи граничних умов в нестационарній задачі теплопровідності. При  $\alpha \rightarrow \infty$  умова (3) відповідає заданій температурі на поверхні тіла; при  $\alpha = 0$  – заданому тепловому потоку на поверхні тіла. Цей вираз можна використовувати у випадку нагрівання тіла за законом Стефана–Больцмана при променистому теплообміні між двома поверхнями, при цьому у виразі (3)  $\alpha = \alpha_n + \alpha_\sigma$ , де перший член відповідає теплообміну за законом Ньютона, а другий – нагрівання за законом Стефана–Больцмана.

Незважаючи на те, що стартовий стіл є квадратною коробчатою конструкцією, визначення температури в його елементах можна звести до неосесиметричної задачі теплопровідності для тіла обертання зі змінними в коловому напрямку умовами нагріву, знаходячи взаємну відповідність граничних точок за допомогою конформного перетворення квадрата на коло. Враховуючи, що початково ізотропний матеріал при повторних пусках може стати ортотропним, скористаємося варіаційним рівнянням теплопровідності для тіла обертання із циліндрично ортотропного матеріалу [12]. Розв'язування тривимірної задачі теплопровідності безпосередньо з використанням тривимірних скінчених елементів є трудомісткою і для тіл обертання неефективною процедурою. Істотно підвищити її ефективність дає можливість напіваналітичний метод скінчених елементів [2, 4, 5], що дозволяє звести вихідну тривимірну задачу до ряду двовимірних в меридіональному перетині тіла. Для цього розв'язок задачі будемо шукати у вигляді тригонометричного ряду в коловому напрямку. Тоді тривимірна задача теплопровідності зводиться до двовимірних варіаційних задач відносно невідомих значень коефіцієнтів рядів. Детальні викладки проведено в роботі [5]. Оскільки коефіцієнти теплопровідності залежать від температури, задача визначення температури є нелінійною. Її лінеаризація в загальному випадку здійснюється на основі методу послідовних наближень.

Як приклад було досліджено нестационарне температурне поле довгого циліндра з внутрішнім радіусом 2,94 м і товщиною 0,04 м при змінних в часі конвективному теплообміні з навколишнім середовищем і тепловому потоці на його внутрішній поверхні. Розрахунки виконано при чотирьох варіантах граничних умов: а) нагрівання шляхом конвективного теплообміну і заданого теплового потоку; б) тільки шляхом заданого конвективного теплообміну; в) тільки шляхом теплообміну за законом Стефана—Больцмана; г) шляхом конвективного теплообміну за законом Ньютона і теплообміну за законом Стефана—Больцмана.

Аналіз результатів розрахунку показав, що максимальна температура на поверхні тіла відповідає значенням, при яких в матеріалі можуть відбуватися структурні перетворення і попередньо ізотропний матеріал може стати анізотропним.

Для визначення нестационарних температурних полів тонкостінних елементів конструкцій у вигляді шаруватих оболонок обертання розроблено методику розв'язання задачі теплопровідності при заданому тепловому потоці, конвективному та променевому нагріванні або ж їх комбінації (на відміну від [6, 7], де враховувалися лише граничні умови конвективного теплообміну з навколишнім середовищем). Використано метод скінченних різниць і явну різницеву схему за часом. На тестовому прикладі показано ефективність розробленої методики і добре узгодження результатів розрахунків за цією методикою та по комплексу ANSYS. Слід зазначити, що дану методику можна використовувати і для наближеного визначення температури в пластинчатих елементах конструкцій, розглядаючи при цьому циліндричну оболонку великого радіуса.

**МЕТОДИКА ЧИСЕЛЬНОГО ВИЗНАЧЕННЯ  
ТЕМПОПРУЖНОПЛАСТИЧНОГО НДС  
КОНСТРУКТИВНИХ ЕЛЕМЕНТІВ В ПРОЦЕСАХ  
ПОВТОРНОГО НАВАНТАЖЕННЯ**

Одержавши в результаті розв'язання задачі теплопровідності розподіл температури в тілі,

що моделює довільний конструктивний елемент, необхідно визначити 15 невідомих функцій, що характеризують НДС тіла в кінці будь-якого етапу навантаження. Для цього, як було сказано вище, використовуємо систему рівнянь рівноваги, геометричні співвідношення та визначальні рівняння. Останні записуємо згідно з методом додаткових напружень в теорії процесів деформування вздовж траєкторій малої кривизни у вигляді закону Гука з додатковими членами [2–5]:

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + [(K - 2G)\varepsilon_0 - K\varepsilon_T]\delta_{ij} - \sigma_{ij}^{(d)},$$

$$\sigma_{ij}^{(d)} = 2G \sum_{k=1}^M \Delta_k e_{ij}^{(p)}; \quad (4)$$

$$K = \frac{E}{1 - 2\nu} \quad E = 2G(1 + \nu);$$

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_{ii} / 3; \quad \varepsilon_T = \alpha_T (T - T_0). \quad (5)$$

В (4), (5) позначено:  $E, G$  – модулі пружності та зсуву,  $\nu, \alpha_T$  – коефіцієнти Пуассона та лінійного теплового розширення матеріалу;  $\delta_{ij}$  – символ Кронеккера;  $\Delta_k$  – приріст за  $k$ -й етап відповідної величини;  $e_{ij}^{(p)} = \varepsilon_{ij}^{(p)}$  – пластичні складові компонентів тензора деформації, які на  $M$ -му етапі дорівнюють сумі приростів цих складових за  $M$ -етапів;

$$e_{ij}^{(p)} = \sum_{k=1}^M \Delta_k e_{ij}^{(p)}, \quad \Delta_k e_{ij}^{(p)} = \left\langle \frac{S_j}{S} \right\rangle_k \Delta_k \Gamma_p^*,$$

$$\Gamma_p^* = \sum_{k=1}^M \Delta_k \Gamma_p^*; \quad (6)$$

$$S = \left( \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_0 \delta_{ij}, \quad \sigma_0 = \sigma_{ii} / 3; \quad (7)$$

$S$  – інтенсивність дотичних напружень,  $\Gamma_p^*$  – інтенсивність накопиченої пластичної деформації зсуву. В (6) кутовими дужками позначено середнє за етап значення величини в цих дужках. В (5) додаткові напруження  $\sigma_{ij}^{(d)}$  вважаються відомими і одержаними в результаті розв'язування задачі на попередніх етапах та в попередніх наближеннях. До їх виразів входять прирости пластичних складових деформації  $\Delta_k e_{ij}^{(p)}$ , які необхідно уточнювати в процесі послідовних наближень. При обчисленні приросту  $\Delta_k e_{ij}^{(p)}$  використовується припущен-

ня про існування залежності

$$S = F(\Gamma, T) \quad (8)$$

між інтенсивністю дотичних напружень  $S$  (7), інтенсивністю деформацій зсуву  $\Gamma$

$$\Gamma = \left( \frac{1}{2} e_{ij} e_{ij} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_0 \delta_{ij} \quad (9)$$

і температурою  $T$ . Для конкретизації залежності (8) використовуємо діаграми  $\sigma \sim \varepsilon$  ( $\sigma$  — напруження,  $\varepsilon$  — повздовжня деформація зразка), одержані в результаті експериментів на розтяг циліндричних зразків при різних фіксованих значеннях температури, проведених з швидкостями навантаження, які не впливають на форму діаграм  $\sigma \sim \varepsilon$ . Перехід від  $\sigma$  і  $\varepsilon$  до  $S$  і  $\Gamma$  здійснюється за відомими формулами [1–5]. Для проміжних значень температури  $T$  залежності (8) знаходимо шляхом лінійної інтерполяції. При виникненні вторинних пластичних деформацій будуюмо залежність

$$S = F_1(\Gamma, \Gamma_p^{(1)}, T) \quad (10)$$

з використанням (8), величини інтенсивності накопичених пластичних деформацій зсуву в момент розвантаження  $\Gamma_p^{(1)}$  і відповідного значення  $S^{(1)} = F(\Gamma_1, T)$ , припускаючи, що  $\Gamma_1 = \Gamma_p^{(1)} + S^{(1)} / 2G$ . При розвантаженні в області вторинних пластичних деформацій і наступному (повторному) навантаженні будуюмо залежність

$$S = F_2(\Gamma, \Gamma_p^{(2)}, T) \quad (11)$$

з використанням (8) та величини інтенсивності накопичених вторинних пластичних деформацій зсуву  $\Gamma_p^{(2)}$  і відповідного значення  $S^{(2)} = F_1(\Gamma_2, \Gamma_p^{(1)}, T)$ . Залежності (10), (11) будуюмо з використанням умови ідеального ефекту Баушінгера [13]

$$S^{(1)} + S_T^{(1)} = S^{(2)} + S_T^{(2)} = 2S_T,$$

де  $S_T$ ,  $S_T^{(1)}$ ,  $S_T^{(2)}$  — значення інтенсивності дотичних напружень, що відповідають межам плинності матеріалу в (8), (10), (11). Аналогічно будуюмо залежності між  $S$ ,  $\Gamma$  і  $T$  при наступних змінах напрямку процесу навантаження [14].

Визначальні співвідношення (4) разом з рівняннями рівноваги та співвідношеннями Коші утворюють систему 15-и рівнянь, яку розв'язуємо при заданих граничних умовах. Розв'язувальну систему формуємо в переміщеннях, напруженнях або в змішаному вигляді і відповідно записуємо граничні умови [2, 5]. У кожному з цих випадків отримуємо нелінійну крайову задачу, розв'язок якої на кожному етапі навантаження шукаємо в процесі послідовних наближень. На першому етапі навантаження розв'язуємо задачу термопружності, а на наступних етапах — задачу термопластичності, при розв'язанні якої в кожному наближенні використовуємо значення компонентів НДС тіла, одержані на попередньому етапі та попередньому наближенні. Такий загальний підхід до визначення НДС тіла, яким моделюється конкретний конструктивний елемент, реалізується з використанням різних систем координат залежно від форми тіла та різних методів розв'язування систем диференціальних рівнянь.

Для масивних тіл обертання детально описано методики [2, 4, 5] та програмні засоби розв'язування крайових задач термопластичності у варіаційній постановці з використанням методу скінченних елементів [8, 9]. Для оболонкових конструкцій довільної форми запропоновано алгоритм розв'язування цієї задачі у варіаційній постановці з використанням методу скінченних різниць [1]. Для тонких оболонок обертання в межах гіпотез Кірхгофа—Лява [15] в роботах [1–3, 6] детально описано методики розв'язування крайових задач термопластичності з використанням методу ортогоналізації [16], на основі яких розроблено відповідні програмні засоби [8, 10].

Під час виконання даної роботи згадані методики та відповідні програмні засоби було поширено на клас процесів неодноразового повторного навантаження, що досягається використанням при обчисленнях залежностей виду (10)–(11), та на оцінку міцності елементів конструкцій. При оцінці міцності припускаємо, що при повторних навантаженнях тіла, яке

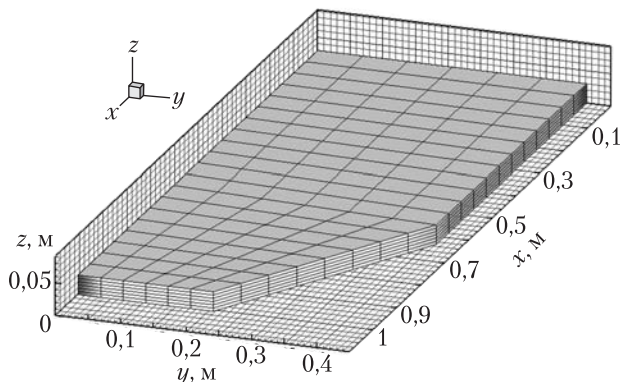
досліджується, максимальний рівень температурних та силових факторів зберігається. В такому випадку деформування характеризується зміною ширини петлі пластичного гістерезису та накопиченням пластичних деформацій.

За відсутності деформацій повзучості розрізняють два випадки руйнування — *втомне* та *квазістатичне* [17]. Втомне руйнування супроводжується утворенням тріщин втоми та малими пластичними деформаціями. Квазістатичне руйнування зумовлене накопиченням пластичної деформації до такого рівня, що відповідає руйнуванню при одноразовому статичному навантаженні. Це характерно для матеріалів, які знеміцнюються, та циклічно стабільних, схильних до накопичення пластичних деформацій. Для оцінки квазістатичного руйнування будемо користуватися критеріями Сдобирєва [18], а для оцінки малоциклової втоми — критеріями типу Кофіна—Менсона, які пов'язують розмах повної або пластичної деформації з кількістю циклів до руйнування.

Для прикладу було розглянуто НДС тонкої циліндричної оболонки під дією зростаючих осьового зусилля, внутрішнього тиску та температури, які після досягнення максимальних значень знижувалися до нульових значень силових навантажень та початкового значення температури. За запропонованою методикою НДС оболонки було визначено в процесі трикратного повторення навантажень. Ефективність процесу послідовних наближень та правильність одержаних результатів підтверджено порівнянням з точним розв'язком даної задачі та з розв'язком, одержаним з допомогою комплексу ANSYS.

#### ДОСЛІДЖЕННЯ НДС І ОЦІНКА РЕСУРСУ РОБОТИ ПЛАСТИНЧАТИХ ЕЛЕМЕНТІВ СТАРТОВОГО ОБЛАДНАННЯ ПРИ ПОВТОРНИХ НЕІЗОТЕРМІЧНИХ ПРОЦЕСАХ НАВАНТАЖЕННЯ

Визначимо НДС і оцінимо ресурс роботи пластинчатого елемента постійної товщини  $h = 0,03$  м, який використовується для захисту електронного обладнання під час запуску ра-



**Рис. 2.** Геометрія і скінченно-елементна сітка пластини кети. Використаємо для цього програмний комплекс ANSYS.

Під час пуску пластина зазнає інтенсивного термомеханічного навантаження. Аналіз вихідних даних показав, що механічним навантаженням пластини можна нехтувати в порівнянні з тепловим, тому розглянемо задачу про термопластичне деформування пластини під дією циклічного теплового навантаження.

Геометрія четвертої частини пластини разом із скінченно-елементною сіткою показана на рис. 2. В перетинах  $x = 0$  і  $y = 0$  задаються умови симетрії. За контуром пластина вважається теплоізолюваною. На внутрішній поверхні  $z = 0$  задаються умови конвективного теплообміну з навколишнім середовищем, що має температуру  $T_{cp} = 308$  К. Коефіцієнт тепловіддачі на цій поверхні  $\alpha = 35$  Вт/м<sup>2</sup> · К. Початкова температура пластини  $T_0 = 308$  К. Цикл навантаження складається з етапів нагрівання й остигання. На першому етапі впродовж 13,2 с відбувається нагрівання зовнішньої поверхні  $z = 0,03$  м, яке описується граничною умовою (3), де  $\alpha = \alpha_n$ . Температура зовнішнього середовища, коефіцієнт тепловіддачі і питомий променевий тепловий потік змінюються з часом, досягаючи максимальних значень при  $2,8 \text{ с} \leq t \leq 3,2 \text{ с}$ . Після нагрівання пластина остигає до початкової температури  $T_0$  впродовж 6000 с при цьому на поверхні  $z = 0,03$  м умови теплообміну вважаються такими ж, як і на поверхні  $z = 0$ . Матеріал пластини — сталь 10ХСНД.

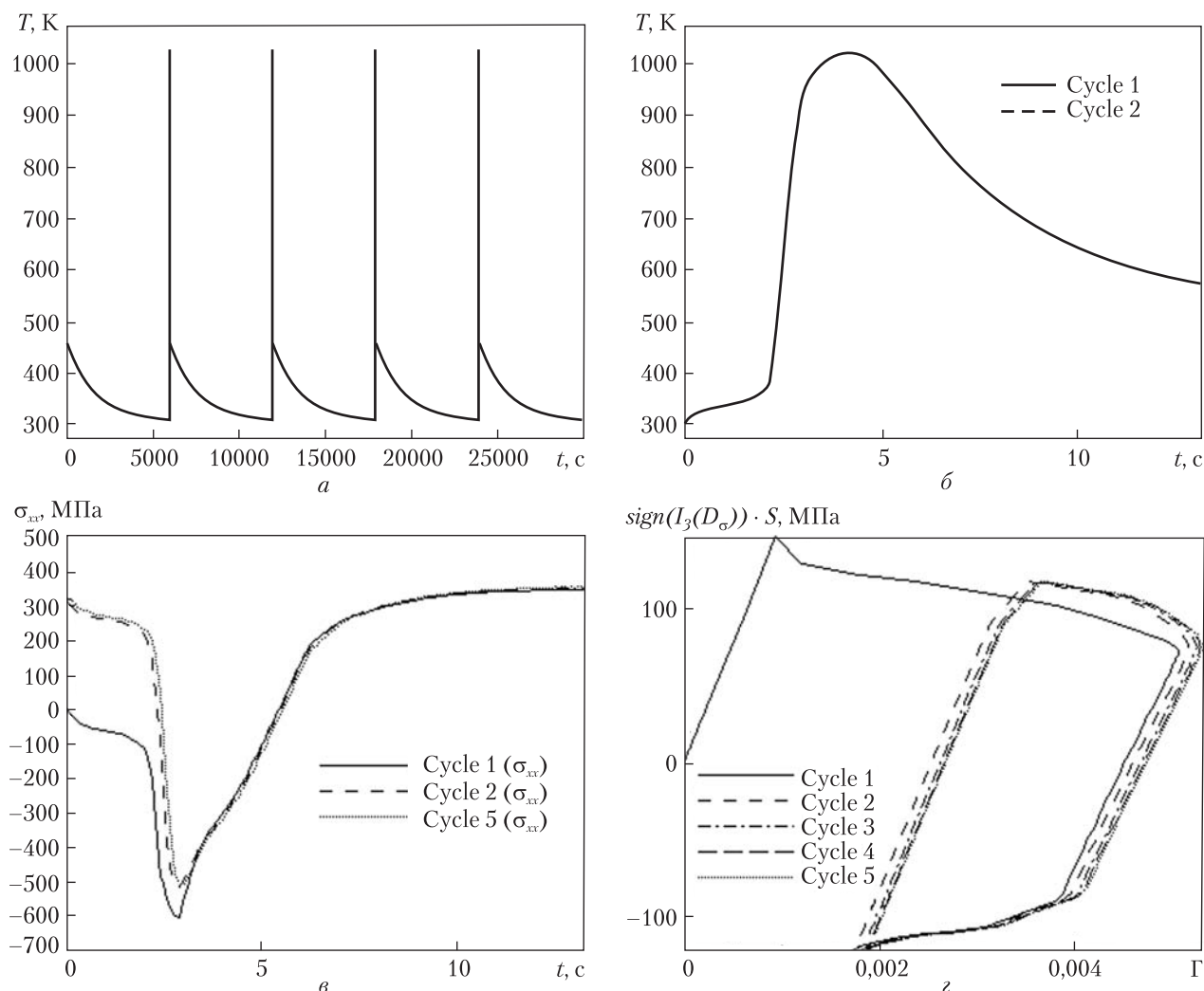


Рис. 3. Розподіл в часі температури (а, б) та НДС (в, г) пластини при повторних теплових навантаженнях

Вважається, що даний матеріал має лінійне зміцнення з ідеальним ефектом Баушінгера.

В результаті розрахунків встановлено, що в процесі нагрівання й охолодження розподіл температури  $T$  і напружень  $\sigma_{ij}$  мало змінюється в перетинах, паралельних площині  $Oxy$ . Значеннями дотичних напружень при цьому можна знехтувати в порівнянні з нормальними, а напруження  $\sigma_{xx}$  і  $\sigma_{yy}$  незначно відрізняються між собою і на порядок перевищують напруження  $\sigma_{zz}$ . Встановлено, що при нагріванні протягом 2 с пластинка прогрівається мало, тоді як уже при  $t = 2,8$  с виникають значні гра-

дієнти температури, які приводять до стискаючих напружень біля поверхонь пластини. По мірі зменшення інтенсивності нагрівання відбувається вирівнювання температури по товщині, при цьому напруження міняють свій знак за рахунок пластичного деформування в області виникнення найбільших градієнтів температури біля поверхонь пластини.

Деякі результати розрахунків наведено на рис. 3. На рис. 3, а і б показано розподіл температури  $T$  в часі для точки  $P_0$  з координатами  $x = y = 0, z = 0,03$  м. На рис. 3, в показано розподіл температури для 5-ти циклів нагрівання й



остигання пластини, на рис. 3, б показано зміну температури на стадії нагрівання для 1-го і 2-го циклів. Видно, що після охолодження температура пластини приймає своє початкове значення  $T_0$ , а перебіг процесу нагрівання для різних циклів мало відрізняється між собою. На рис. 3, в показано розподіл напруження  $\sigma_{xx}$  в точці  $P_0$  на стадії нагрівання для 1-го, 2-го і 5-го циклів. З рис. 3, б і 3, в видно, що рівні напружень  $\sigma_{xx}$  досягають своїх максимальних стискаючих значень в момент найбільшого прогрівання пластини. Порівнюючи рівні напружень в кінці стадії нагріву для 1-го циклу, а також на початку 2-го і 5-го циклів, можна побачити, що в процесі охолодження напруження змінюються незначно. На рис. 3, г показано залежність  $sign(I_3(D_\sigma))S \sim \Gamma$  в точці  $P_0$  для 5-ти циклів навантаження (інтенсивність дотичних напружень  $S$  помножено на знак третього інваріанту девіатора напружень  $I_3(D_\sigma)$  для врахування знаку процесу навантаження). Як видно з рис. 3, г, стабілізація петлі гістерезису відбувається на 5-му циклі навантаження, при цьому розмах повної деформації становить  $\Delta \epsilon = 2/\sqrt{3} \Delta \Gamma \sim 0,34 \%$ . Оцінку ресурсу даної конструкції при повторних теплових навантаженнях зробимо, застосувавши наведений у роботі [19] критерій малоциклової втоми типу Кофіна—Менсона:

$$\Delta \epsilon N^m = A \left( D^n + \frac{\sigma_B}{E} \right), \quad (12)$$

де  $\Delta \epsilon$  — розмах повної деформації;  $N$  — число циклів до руйнування;  $D$ ,  $A$ ,  $n$ ,  $m$  — константи, які залежать від характеристик матеріалу. Властивості матеріалу в (12) відповідають максимальній температурі циклу і взяті відповідно до нижньої оцінки довговічності пластичних сталей [2]. Встановлено, що число циклів до руйнування конструкції, яка розглядається, становить  $N \geq 3000$ . Точніший прогноз ресурсу роботи даної конструкції можна отримати тільки за наявності реальних даних по циклічному пластичному деформуванню та термічній втомній міцності використаного матеріалу. Детально всі розрахунки описано в [21].

## ВИСНОВКИ

1. Запропоновано математичну модель для дослідження термопружнопластичного НДС та міцності елементів стартового столу, яка дозволяє оцінити ресурс конструкції.

2. Сформульовано загальну постановку проблеми та розроблено методику оцінки міцності та визначення ресурсу конструкції, до складу якої входить багато елементів різної геометрії, в процесі неодноразового силового та термічного навантаження. Оцінка міцності конструкції та її ресурсу базується на результатах чисельного дослідження температури та НДС найбільш напружених елементів конструкції. Для цього вдосконалено наявні методики і програмні засоби розрахунків температурних полів тонкостінних і товстостінних тіл обертання. Вдосконалення методики розв'язання нестационарної задачі теплопровідності полягає у врахуванні реальних режимів нагріву конструкції, що досягнуто формулюванням відповідних граничних умов.

3. Узагальнено наявні методики та програмні засоби розв'язання задачі термопластичності для тіл обертання, що полягає в розробці ефективного алгоритму конкретизації зв'язку між другими інваріантами девіаторів напружень та деформацій в процесах змінного навантаження з урахуванням вторинних пластичних деформацій та ідеального ефекту Баушінгера.

4. Наведено результати дослідження пластинчатого елемента стартового столу як приклад застосування розробленої методики оцінки міцності та ресурсу досліджуваної конструкції. Результати розрахунків температурного поля та НДС цього елемента показали, що після п'ятого пуску компоненти НДС вже не змінюються і конструкція стабільно витримує подальші пуски ракет.

5. Зроблено оцінку кількості запусків до руйнування. Ця оцінка справедлива за умови незмінності режимів термосилового навантаження стартового обладнання та стабільності механічних властивостей матеріалу з часом експлуатації.

Слід зауважити, що одержані результати є наближеними, оскільки розрахунки проводилися за вхідними даними про властивості матеріалів з літературних джерел, що лише наближено відображають реальні властивості матеріалу. Реальну ж оцінку міцності елементів стартового столу можна одержати шляхом використання даної методики за наявності діаграм циклічного деформування матеріалу, одержаних після кожного пуску ракетноносія.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Шевченко Ю.Н., Прохоренко І.В. Теория упругопластических оболочек при неізотермических процессах нагружения: в 5 т. / Ю.Н. Шевченко, И.В. Прохоренко. — К.: Наук. думка, 1981. — Т. 3: Теория упругопластических оболочек при неізотермических процессах нагружения. — 296 с.
2. Шевченко Ю.Н., Савченко В.Г. Механика связанных полей в элементах конструкций: в 3 т. / Ю.Н. Шевченко, В.Г. Савченко. — К.: Наук. думка, 1987. — Т. 2. Термовязкопластичность. — 264 с.
3. Шевченко Ю.Н., Бабешко М.Е., Терехов Р.Г. Термовязкоупругопластические процессы сложного деформирования элементов конструкций. — К.: Наук. думка, 1992. — 328 с.
4. Савченко В.Г., Шевченко Ю.Н. Пространственные задачи термовязкопластичности // Прикл. механика. — 2000. — 36, № 11. — С. 3—38.
5. Механика композитов: В 12-ти т. / Под общ. ред. А.Н. Гузя / Я.М. Григоренко, Ю.Н. Шевченко, В.Г. Савченко и др. — К.: А.С.К., 2002. — Т. 11. Численные методы. — 448 с.
6. Galishin A.Z., Steblyanko P.A., Shevchenko Yu.N. Thermal Stress-Strain State of Thin Laminated Shells of Revolution under Convective Heat Exchange with the Environment // Збірник наукових праць Дніпродзержинського державного технічного університету: (технічні науки): тематичний випуск «Математичні проблеми технічної механіки» / Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2013. — Випуск 2 (22) — С. 3—8.
7. Галишин А.З., Стеблянко П.А., Шевченко Ю.Н. Определение нестационарных температурных полей в тонких слоистых оболочках вращения при осесимметричном нагреве // Зб. наук. праць Дніпродзержинського державного технічного університету: (технічні науки). Тематичний випуск «Математичні проблеми технічної механіки» / Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2012. — Випуск 2 (19). — С. 3—12.
8. Шевченко Ю.Н., Савченко В.Г., Ищенко Д.А., Павлычко В.М. Расчеты и испытания на прочность. Метод и пакет прикладных программ расчета на ЭВМ нестационарной теплопроводности и упругопластического напряженно-деформированного состояния элементов конструкций типа тел вращения при осесимметричных силовых и тепловых нагрузках. — Рекомендации Р54-284-90. — М.: ВНИИНМАШ Госстандарта СССР, 1990. — 58 с.
9. Шевченко Ю.Н., Бабешко М.Е., Пискун В.В. и др. Решение осесимметричной задачи термопластичности для тонкостенных и толстостенных тел вращения на ЕС ЭВМ. — К.: Наук. думка, 1980. — 196 с.
10. Шевченко Ю.Н., Бабешко М.Е., Прохоренко И.В. Методика решения осесимметричной задачи термовязкопластичности для тонких слоистых оболочек на ЕС ЭВМ. — К.: Наук. думка, 1981. — 66 с.
11. Басов К.А. ANSYS для конструкторов. — М.: ДМК Пресс, 2009. — 248 с.
12. Лыков А.В. Теория теплопроводности. — М.: Высшая школа. 1967. — 600 с.
13. Bauschinger J. Uber die Veranderung der Elastizitatsgrenze und der Festigkeit des Eisens und Stahls durch Strecken und Quetschen durch Erwarmen und Abkühlen und durch oftmals wiederholte Beanspruchung.—Mitteilung XV aus dem Mechanisch-Technischen Laboratorium, Munchen, 1886. — S. 1—116.
14. Шевченко Ю.Н. Термопластичность при переменных нагружениях. — К.: Наук. думка, 1970. — 288 с.
15. Новожиллов В.В. Теория тонких оболочек. — Ленинград: Судпромгиз, 1962. — 432 с.
16. Григоренко Я.М., Василенко А.Т. Теория оболочек переменной жесткости. — К.: Наук. думка, 1981. — 544 с.
17. Шнейдерович Р.М. Прочность при статическом и повторно-статическом нагружениях. — М.: Машиностроение, 1968. — 344 с.
18. Сдобырев В.П. Длительная прочность сплава ЭИ 437Б при сложном напряженном состоянии // Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение. — 1958, № 4. — С. 92—97.
19. Термопрочность деталей машин / И.А. Биргер, Б.Ф. Шорр, И.В. Демьянушко и др. — М: Машиностроение, 1975. — 455 с.
20. Дульнев Р.А., Котов П. И. Термическая усталость металлов. — М: Машиностроение, 1980. — 200 с.
21. Впровадження новітніх методів прогнозування експлуатаційного і граничного стану відповідальних систем ракетної техніки при повторних термосилових навантаженнях: звіт про НДР (закл.) / Інститут механіки НАН України ; кер. Ю.Н. Шевченко; викон. : В.Г Савченко [та ін.]. — К., 2014. — 28 с. — № ДР 0114U002670.

#### REFERENCES

1. Shevchenko Ju.N., Prohorenko I.V. *Teorija uprugoplasticheskikh obolochek pri neizotermicheskikh processah nagru-*

- zhenija. v 5 t. Ju.N. Shevchenko, I.V. Prohorenko. Kyiv: Nauk. dumka, 1981. T.3: Teorija uprugoplasticheskikh obolochek pri neizotermicheskikh processah nagruzhennija [in Russian].
2. Shevchenko Ju.N., Savchenko V.G. *Mehanika svjazannyh polej v jelementah konstrukcij*. v 3 t. Ju.N. Shevchenko, V.G. Savchenko. Kyiv: Nauk. dumka, 1987. T.2. Termovjazkoplastichnost [in Russian].
  3. Shevchenko Ju.N., Babeshko M.E., Terehov R.G. *Termovjazkouprugoplasticheskie processy slozhnogo deformirovanija jelementov konstrukcij*. Kyiv: Nauk. dumka, 1992 [in Russian].
  4. Savchenko V.G., Shevchenko Ju.N. Prostranstvennye zadachi termovjazkoplastichnosti. *Prikl. mehanika*. 2000. 36(11): 3–38[in Russian].
  5. *Mehanika kompozitov*. V 12-ti t. Pod obshh. red. A.N. Guzja. Ja.M. Grigorenko, Ju.N. Shevchenko, V.G. Savchenko i dr. Kyiv: A.S.K., 2002. T.11. Chislennye metody [in Russian].
  6. Galishin A.Z., Steblyanko P.A., Shevchenko Yu.N. *Thermal Stress-Strain State of Thin Laminated Shells of Revolution under Convective Heat Exchange with the Environment*. Zbirnyk naukovykh prac' Dniprodzerzhyn'skogo derzhavnogo tehničnogo universytetu: (tehnični nauky): tematychnyj vypusk «Matematychni problemy tehničnoi' mehaniky». Dniprodzerzhyn'sk: DDTU, 2013. Vypusk 2(22): 3–8.
  7. Galishin A.Z., Stebljanko P.A., Shevchenko Ju.N. *Opredelenie nestacionarnykh temperaturnykh polej v tonkih sloistykh obolochkah vrashhenija pri osesimmetrichnom nagreve*. Zb. nauk.prac' Dniprodzerzhyn'skogoderzhavnogotehničnogo universitetu: (tehnični nauki). Tematichnij vipusk «Matematichniproblemitehničnoïmehaniiki».Dniprodzerzhyn'sk: DDTU, 2012. Vipusk 2(19): 3– 12[in Russian].
  8. Shevchenko Ju.N., Savchenko V.G., Ishhenko D.A., Pavlychko V.M. *Rascheti i ispytaniya na prochnost'. Metod i paket prikladnykh programm rascheta na JeVM nestacionarnoj teploprovodnosti i uprugoplasticheskogo naprjazhenno-deformirovannogo sostojanija jelementov konstrukcij tipa tel vrashhenija pri osesimmetrichnykh silovykh i teplovykh nagruzkah*. Rekomendacii R54-284-90. Moskva: VNIINMASH Gosstandarta SSSR, 1990 [in Russian].
  9. Shevchenko Ju.N., Babeshko M.E., Piskun V.V. i dr. *Reshenie osesimmetrichnoj zadachi termoplastichnosti dlja tonkostennykh i tolstostennykh tel vrashhenija na ES JeVM*. Kyiv: Nauk. dumka, 1980 [in Russian].
  10. Shevchenko Ju.N., Babeshko M.E., Prohorenko I.V. *Metodika reshenija osesimmetrichnoj zadachi termovjazkoplastichnosti dlja tonkih sloistykh obolochek na ES JeVM*. Kyiv: Nauk. dumka, 1981 [in Russian].
  11. Basov K.A. *ANSYS dlja konstruktorov*. Moskva: DMK Press, 2009 [in Russian].
  12. Lykov A.V. *Teorija teploprovodnosti*. Moskva: Vysshaja shkola. 1967 [in Russian].
  13. *Bauschinger J. Uber die Veranderung der Elastizitatsgrenze und der Festigkeit des Eisens und Stahls durch Strecken und Quetschen durch Erwarmen und Abkuhlen und durch oftmals wiederholte Beanspruchung*. Mitteilung XV aus dem Mechanisch-Technischen Laboratorium, Munchen, 1886: 1–116 [in German].
  14. Shevchenko Ju.N. *Termoplastichnost' pri peremennykh nagruzhenijah*. Kyiv: Nauk. dumka, 1970 [in Russian].
  15. Novozhilov V.V. *Teorija tonkih obolochek*. Leningrad: Sudpromgiz, 1962 [in Russian].
  16. Grigorenko Ja.M., Vasilenko A.T. *Teorija obolochek peremennoj zhestkosti*. Kyiv: Nauk. dumka, 1981 [in Russian].
  17. Shneiderovich R.M. *Prochnost' pri staticheskom i povtorno-staticheskom nagruzhenijah*. Moskva: Mashinostroenie, 1968 [in Russian].
  18. Sdobyrev V.P. Dlitel'naja prochnost' splava Je1 437B pri slozhnom naprjazhenom sostojanii. *Izv. AN SSSR, OTN, Mehanika i mashinostroenie*. 1958, N4: 92–97 [in Russian].
  19. *Termoprochnost' detalej mashin*. I.A. Birger, B.F. Shorr, I.V. Dem'janushko i dr. Moskva: Mashinostroenie, 1975 [in Russian].
  20. Dul'nev R.A., Kotov P.I. *Termicheskaja ustalost' metallov*. Moskva: Mashinostroenie, 1980 [in Russian].
  21. *Vprovadzhennja novitnih metodiv prognozuvannja eksploataciynogo i granynchnogo stanu vidpovidal'nyh system raketnoi' tehniki pry povtornykh termosylovykh navantazhennjah*: zvit pro NDR (zakl.) Instytut mehaniky NAN Ukraï'ny. ker. Ju.N. Shevchenko. vykon. : V.G Savchenko [ta in.]. Kyiv, 2014. N DR 0114U002670 [in Ukrainian].

Ю.Н. Шевченко<sup>1</sup>, Н.Ф. Андрушко<sup>1</sup>, М.Е. Бабешко<sup>1</sup>,  
М.В. Баняс<sup>1</sup>, А.З. Галишин<sup>1</sup>, П.Г. Дежуренко<sup>2</sup>, В.Г. Савченко<sup>1</sup>,  
А.М. Тонконоженко<sup>2</sup>, Н.Н. Тормахов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Институт механики им. С.П. Тимошенко  
НАН Украины, Киев

<sup>2</sup> ГП «Конструкторское бюро "Южное"»,  
Днепропетровск

МЕТОДИКА ПРОГНОЗИРОВАНИЯ  
ЭКСПЛУАТАЦИОННОГО И ПРЕДЕЛЬНОГО  
СОСТОЯНИЯ ОТВЕТСТВЕННЫХ СИСТЕМ  
РАКЕТНОЙ ТЕХНИКИ ПРИ ПОВТОРНЫХ  
ТЕРМОСИЛОВЫХ НАГРУЖЕНИЯХ

Предложена математическая модель для исследования термоупруго-пластического напряженно деформированного состояния и прочности систем ракетной техники при повторных пусках, позволяющая оценить ресурс конструкции. Используются уравнение теплопроводности и определяющие уравнения термопластичности для процессов повторного упруго-пластического деформирования изотропных материалов по траекториям малой кривизны, критерии прочности и малоциклового усталости, численные методы решения краевых задач теплопроводности и термопластичности и соответствующие компьютерные программы.

*Ключевые слова:* математическая модель, элемент конструкции, процесс термоупруго-пластического деформирования, повторное нагружение, критерий прочности, критерий малоциклового усталости.

Yu.N. Shevchenko<sup>1</sup>, N.F. Andrushko<sup>1</sup>,  
M.Ye. Babeshko<sup>1</sup>, M.V. Baniyas<sup>1</sup>, A.Z. Galishin<sup>1</sup>,  
P.G. Dehtyarenko<sup>2</sup>, V.G. Savchenko<sup>1</sup>,  
A.M. Tonkonogenko<sup>2</sup>, N.N. Tormakhov<sup>1</sup>

<sup>1</sup> S.P. Timoshenko Institute of Mechanics,  
NAS of Ukraine, Kyiv

<sup>2</sup> SE «Design Office "Pivdenne"»,  
Dnipropetrovsk

PROCEDURE OF FORECASTING  
OPERATIONAL AND EXTREMAL STATE  
OF CRITICAL SYSTEMS OF THE ROCKET  
TECHNIQUE UNDER REPEATED  
THERMO-FORCE LOADING

The mathematical model for investigation of the thermoelastoplastic stress-strain state and the strength of the rocket technique systems under the repeated starting is proposed. The thermal conductivity equation and constitutive equations of thermoplasticity for the repeated elastic-plastic deformation processes of isotropic materials along small-curvature paths, the strength and low-cyclic fatigue criteria, numerical methods for solving the boundary-value heat conduction problems and corresponding computer software are used.

*Keywords:* mathematical model, construction element, thermo-elastic-plastic deformation process, repeated loading, strength criteria, low-cyclic fatigue criteria.

Стаття надійшла до редакції 15.05.15