

УДК 532.546:631.4

УСТАНОВИВШАЯСЯ ПЛОСКО(РАДИАЛЬНАЯ) ФИЛЬТРАЦИЯ НА ФОНЕ ДРЕНАЖА И ОБОБЩЕННЫЙ УЧЕТ ВНЕШНЕЙ СУФФОЗИИ

В. Л. ПОЛЯКОВ

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев
03680 Киев – 180, МСП, ул. Желябова, 8/4
polyakov_IGM@list.ru

Получено 23.06.2012

Сформулированы и строго решены задачи установившейся осесимметричной и радиальной фильтрации в суффозионном грунте при заданном перепаде напоров на границах области движения. На основе полученных решений и метода фильтрационных сопротивлений разработана методика определения фильтрационного "сопротивления", обусловленного внешней суффозией. Рассчитано множество примеров, иллюстрирующих эти решения, методику, и показано, что в результате деформирования грунта дренажный расход может возрасти на несколько десятков процентов.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: фильтрация, суффозийный грунт, фильтрационное сопротивление, дренажный расход

Сформульовано і строго розв'язано задачі установленої осесиметричної і радіальної фільтрації в суффозійному ґрунті при заданому перепаді напорів на границях області руху. На основі отриманих розв'язків і метода фільтраційних опорів розроблено методику визначення фільтраційного "опору", що зумовлений зовнішньою суффозією. Розраховано велику кількість прикладів, які ілюструють ці розв'язки, методику, і показано, що внаслідок деформування ґрунту дренажна витрата може зрости на декілька десятків відсотків.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: фільтрація, суффозійний ґрунт, фільтраційний опір, дренажна витрата

Steady-state tasks of axisymmetric and radial groundwater flow in cohesionless soil have been stated and exactly solved when given heads at the motion field boundaries. A technique of determining filtration "resistance" due to external piping has been developed on the basis of the solutions and the method of filtration resistances. A great number of examples have been calculated to illustrate the above solutions, technique. It was established that, as a result of deformations, drainage discharge could increase at several tens of per cents.

KEY WORDS: filtration, cohesionless soil, filtration "resistance", drainage discharge

ВВЕДЕНИЕ

Резкая интенсификация фильтрационного процесса в несвязном грунте при устройстве в нем дренажа, как правило, ведет к возникновению механической суффозии [1–4]. При эксплуатации водоотводящих дрен развивается внешняя суффозия с выносом неструктурного вещества в дрены и образованием вследствие этого области деформаций, в которой его содержание минимально [5–7]. Поэтому здесь сопротивление течению жидкости со стороны твердой фазы пористой среды заметно уменьшается, что способствует увеличению дренажного расхода, сокращению гидравлических потерь и в целом более эффективному управлению ее фильтрационным режимом [8].

Важными для развития теории фильтрации и дренажа, но особенно для водохозяйственной практики являются исследования установившейся фильтрации в деформированных несвязных грунтах. Решения стационарных математических за-

дач фильтрации в дренируемом суффозионном грунте намного проще, чем нестационарных. Существенно эффективнее оказываются аналитические методы, благодаря чему значительно расширяется круг решаемых ими задач. Но главное, что на основе таких решений удастся выработать четкие рекомендации по учету сложного физико-механического явления, каким являются фильтрационные деформации, в инженерных расчетах.

Формирование физико-механического состояния суффозионного грунта существенно зависит от направленности фильтрационного течения, величины и скорости изменения дренажного расхода. Чтобы рассчитывать установившийся водный режим такого грунта с высокой достоверностью, необходимо уметь правильно с физической точки зрения прогнозировать указанное состояние после завершения фильтрационных деформаций. Надежным же прогноз будет, если моделировать деформационный процесс от его начала и до окончания. И здесь могут реализовываться несколько

сценариев протекания внешней суффозии. С увеличением дренажного расхода область деформаций будет соответствующим образом расти. В действительности такое увеличение рано или поздно прекращается и, более того, сменяется уменьшением. Подобный сценарий анализировался в работе [9]. Формально, однако, расход может расти и неограниченно долго, асимптотически приближаясь к некоторому предельному значению. При этом фильтрационный процесс будет сопровождаться столь же длительным деформационным процессом. Как раз последствия второго сценария главным образом изучаются ниже путем решения стационарных задач фильтрации с учетом произошедшей внешней суффозии.

При убывании дренажного расхода ранее мобилизованные неструктурные частицы начнут осаждаться и таким образом на периферии области деформаций образуется слой кольматажа. Кстати, размеры этой области меняться не будут. Однако использование всех описанных сценариев не позволяет упрощенно и вместе с тем достаточно надежно учитывать внешнюю суффозию в расчетах дренажа. Добиться же этого в принципе возможно, если принять во внимание быстротечность фильтрационных деформаций, что было показано в [10], и ввести эффективный расход q_m . Этот параметр можно трактовать как наибольший расход дрены за период ее эксплуатации (его выбор возможен и по данным многолетних наблюдений за работой дренажа на участках-аналогах)[11, 12]. Тогда становится оправданным применение теоретических методов последовательно к деформационному и фильтрационному блокам общей стационарной математической модели. Именно такой подход использовался здесь и в [13, 14] применительно к фильтрационным деформациям двух типов при выработке рекомендаций по практическим расчетам дренажа в несвязных грунтах. Наконец, благодаря простоте постановки решаемых стационарных задач сравнительно легко учитывать ряд дополнительных факторов, причем без серьезного усложнения расчетных формул. Ниже в фильтрационные схемы включается дренажный фильтр [15–17].

1. ЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ СТОК

Стационарная задача действия цилиндрического стока (трубчатой дрены) в суффозионном грунте, трансформированном за счет внешней суффозии, описывает движение жидкости в области фильтрации, состоящей из дренажного фильтра ($R_d \leq r \leq R_f$) и трех характерных

зон ($R_f < r \leq R$). Прежде всего она включает систему четырех уравнений установившейся (плоско)радиальной фильтрации относительно функций-напоров $h_j(r)$, $h_i(r)$

$$\frac{d}{dr} \left(r^\chi \frac{dh_j}{dr} \right) = 0, \quad R_d \leq r \leq R_f;$$

$$R_f < r \leq R_{i\infty}; \quad R_k < r \leq R; \quad (1)$$

$$\frac{d}{dr} \left(r^\chi k_i(r) \frac{dh_i}{dr} \right) = 0, \quad R_{i\infty} < r \leq R_k; \quad (2)$$

где $\chi = 1$, h_f ($j = f$), h_e ($j = e$), h_i , h_0 ($j = 0$) – пьезометрические напоры в дренажном фильтре, зонах предельной (первая), частичной (вторая) деформаций и недеформированного грунта; k_i – коэффициент фильтрации во второй зоне; R_f , $R_{i\infty}$, R_k – радиусы фильтра, зоны предельной деформации, области деформаций соответственно. Суффозионные частицы в фильтре и первой зоне отсутствуют, в третьей их объемная концентрация постоянная и равна m_0 , а во второй плавно растет от 0 до m_0 , что и предопределяет переменность коэффициента k_i . На внешних границах области движения задаются условия первого рода:

$$r = R_d, \quad h_f = H_d; \quad r = R, \quad h_0 = H_R; \quad (3)$$

а на внутренних – условия сопряжения напоров и потоков:

$$r = R_f, \quad h_f = h_e; \quad k_f \frac{dh_f}{dr} = k_e \frac{dh_e}{dr}; \quad (4)$$

$$r = R_{i\infty}, \quad h_e = h_i, \quad \frac{dh_e}{dr} = \frac{dh_i}{dr}; \quad (5)$$

$$r = R_k, \quad h_i = h_0, \quad \frac{dh_i}{dr} = \frac{dh_0}{dr}. \quad (6)$$

В результате интегрирования системы (1), (2) при условиях (3)–(6) получен набор выражений для искомых напоров, дающий распределение напора во всей области фильтрации:

$$h_f(r) = H_R - \frac{q_\infty}{2\pi k_0} \left(\frac{k_0}{k_f} \ln \frac{R_f}{r} + \frac{k_0}{k_e} \ln \frac{R_{i\infty}}{R_f} + k_0 \int_{R_{i\infty}}^{R_k} \frac{dr}{r k_i(r)} + \ln \frac{R}{R_k} \right), \quad R_d \leq r \leq R_f; \quad (7)$$

$$h_e(r) = H_R - \frac{q_\infty}{2\pi k_0} \left(\frac{k_0}{k_e} \ln \frac{R_{i\infty}}{r} + \int_{R_{i\infty}}^{R_k} \frac{dr}{r k_i(r)} + \ln \frac{R}{R_k} \right), \quad R_f < r \leq R_{i\infty}; \quad (8)$$

$$h_0(r) = H_R - \frac{q_\infty}{2\pi k_0} \left(k_0 \int_r^R \frac{dr}{rk_i(r)} + \ln \frac{R}{R_k} \right),$$

$$R_{i\infty} \leq r < R_k; \quad (9)$$

$$h_0(r) = H_R - \frac{q_\infty}{2\pi k_0} \ln \frac{R}{r}, \quad R_k \leq r \leq R. \quad (10)$$

Здесь q_∞ – установившийся удельный расход дрен в деформированном грунте (определяется в ходе решения поставленной задачи). Согласно (7)–(10), фильтрационные и деформационные характеристики связаны соотношением

$$\Delta h = H_R - H_d = \frac{q_\infty}{2\pi k_0} \left(\frac{k_0}{k_f} \ln \frac{R_f}{R_d} + \frac{k_0}{k_e} \ln \frac{R_{i\infty}}{R_f} + k_0 \int_{R_{i\infty}}^{R_k} \frac{dr}{rk_i(r)} + \ln \frac{R}{R_k} \right), \quad (11)$$

которое в дальнейшем служит основой для нахождения величины q_∞ . В частном случае недеформированного грунта из выражения (11) сразу вытекает формула для соответствующего расхода $q_{\infty 0}$:

$$q_{\infty 0} = \frac{2\pi k_0 \Delta h}{\frac{k_0}{k_f} \ln \frac{R_f}{R_d} + \ln \frac{R}{R_f}}. \quad (12)$$

В общем же случае радиусы $R_{i\infty}$, R_k , коэффициент фильтрации k_i зависят от q_∞ и уравнение (11) разрешить относительно q_∞ не удастся. Обобщение полученных выше расчетных зависимостей и уравнений обеспечивается благодаря их представлению в безразмерной форме. Предварительно вводятся относительные переменные и параметры: $\hat{h}_j = (h_j - H_d)/\Delta h$, $\hat{h}_i = h_i/\Delta h$, $\bar{r} = r/R_d$; $\bar{R}_f = R_f/R_d$, $\bar{R}_{i\infty} = R_{i\infty}/R_d$, $\bar{R}_k = R_k/R_d$, $\bar{R} = R/R_d$; $\bar{k}_f = k_f/k_0$, $\bar{k}_e = k_e/k_0$, $\bar{k}_i = k_i/k_0$; $\bar{q}_\infty = q_\infty/(2\pi R_d u_k (1 - m_s))$. Тогда система выражений (7)–(10) несколько упростится:

$$\hat{h}_f(\bar{r}) = 1 - \frac{\bar{I}_k \bar{q}_\infty}{1 - \tilde{m}_0} \left(\frac{1}{\bar{k}_f} \ln \frac{\bar{R}_f}{\bar{r}} + \frac{1}{\bar{k}_e} \ln \frac{\bar{R}_{i\infty}}{\bar{R}_f} + \int_{\bar{R}_{i\infty}}^{\bar{R}_k} \frac{d\bar{r}}{\bar{r} \bar{k}_i(\bar{r})} + \ln \frac{\bar{R}}{\bar{R}_k} \right), \quad 1 \leq \bar{r} \leq \bar{R}_f; \quad (13)$$

$$\hat{h}_e(\bar{r}) = 1 - \frac{\bar{I}_k \bar{q}_\infty}{1 - \tilde{m}_0} \left(\frac{1}{\bar{k}_e} \ln \frac{\bar{R}_{i\infty}}{\bar{r}} + \int_{\bar{R}_{i\infty}}^{\bar{R}_k} \frac{d\bar{r}}{\bar{r} \bar{k}_i(\bar{r})} + \ln \frac{\bar{R}}{\bar{R}_k} \right), \quad \bar{R}_f < \bar{r} \leq \bar{R}_{i\infty}; \quad (14)$$

$$\tilde{h}_i(\bar{r}) = 1 - \frac{\bar{I}_k \bar{q}_\infty}{1 - \tilde{m}_0} \left(\int_{\bar{r}}^{\bar{R}} \frac{d\bar{r}}{\bar{r} \bar{k}_i(\bar{r})} + \ln \frac{\bar{R}}{\bar{R}_k} \right),$$

$$\bar{R}_{i\infty} < \bar{r} < \bar{R}_k; \quad (15)$$

$$\tilde{h}_0(\bar{r}) = 1 - \frac{\bar{I}_k \bar{q}_\infty}{1 - \tilde{m}_0} \cdot \ln \frac{\bar{R}}{\bar{r}}, \quad \bar{R}_k \leq \bar{r} \leq \bar{R}. \quad (16)$$

Соотношение же (11) примет вид

$$\bar{q}_\infty \left[\frac{1}{\bar{k}_f} \ln \bar{R}_f + \frac{1}{\bar{k}_e} \ln \frac{R_{i\infty}(\bar{q}_\infty)}{R_f} + \int_{\bar{R}_{i\infty}(\bar{q}_\infty)}^{\bar{R}_k(\bar{q}_\infty)} \frac{d\bar{r}}{\bar{r} \bar{k}_i(\bar{r}, \bar{q}_\infty)} + \ln \frac{\bar{R}}{\bar{R}_k(\bar{q}_\infty)} \right] = \frac{1 - \tilde{m}_0}{\bar{I}_k}. \quad (17)$$

В соответствии с [8]

$$\bar{R}_{i\infty} = \bar{q}_\infty, \quad \bar{R}_k = \bar{q}_\infty / (1 - \tilde{m}_0).$$

И тогда уравнение для определения \bar{q}_∞ станет

$$\bar{q}_\infty \left[\left(\frac{1}{\bar{k}_f} - \frac{1}{\bar{k}_e} \right) \ln \bar{R}_f + \left(\frac{1}{\bar{k}_e} - 1 \right) \ln \bar{q}_\infty + \int_{\bar{q}_\infty}^{\bar{q}_\infty / (1 - \tilde{m}_0)} \frac{d\bar{r}}{\bar{r} \bar{k}_i(\bar{r})} + \ln \frac{\bar{R}}{1 - \tilde{m}_0} \right] = \frac{1 - \tilde{m}_0}{\bar{I}_k}. \quad (18)$$

Для расчета конкретных примеров необходимо, в первую очередь, задаться функцией $\bar{k}_i(\bar{r}, \bar{q}_\infty)$. Подходящее общее выражение для эффективного коэффициента фильтрации несвязного грунта при протекании в нем механической суффозии, а также некоторые частные выражения представлены в [18, 19]. Непосредственно для последующих преобразований и вычислений привлекаются формулы для \bar{k}_e , \bar{k}_{eff} . При этом учитывается изменение концентрации неподвижных суффозионных частиц в пределах зоны частичной деформации. Тогда для упомянутой функции несложно вывести следующее представление:

$$\bar{k}_i(\bar{r}, \bar{q}_\infty) = \frac{\tilde{m}_0^2 \bar{q}_\infty^3}{(1 - \tilde{m}_0)^3} \times \left\{ \tilde{m}_0 + \tilde{m}_0 - \tilde{m}_0 \tilde{m}_0 + \tilde{m}_0^3 \bar{D}^2 \right\} : \left\{ \bar{r} \left[(\tilde{m}_0^3 \bar{D}^2 + \tilde{m}_0^3) \bar{r}^2 + \tilde{m}_0 \bar{q}_\infty (\tilde{m}_0^2 - 2\tilde{m}_0^3 \bar{D}^2) \bar{r} + \tilde{m}_0^3 \bar{D}^2 \bar{q}_\infty^2 \right] \right\}. \quad (19)$$

Теперь интеграл в (18) вычисляется и будет

$$Y_i = \int_{\bar{q}_\infty}^{\bar{q}_\infty / (1 - \tilde{m}_0)} \frac{d\bar{r}}{\bar{r} \bar{k}_i(\bar{r}, \bar{q}_\infty)} = \quad (20)$$

$$= \tilde{m}_0 \{ 2\tilde{m}_0^3 \bar{D}^2 + 2\tilde{m}_0 (3 - 3\tilde{m}_0 + \tilde{m}_0^2) + 3\tilde{m}_0 (1 - \tilde{m}_0) (2 - \tilde{m}_0) \} : \{ 6 \left(\tilde{m}_0 + \tilde{m}_0 - \tilde{m}_0 \tilde{m}_0 + \tilde{m}_0^3 \bar{D}^2 \right) \}.$$

Эталонном при оценке вклада внешней суффозии в приток жидкости к дрене служит значение $\bar{q}_{\infty 0}$ для недеформированного грунта:

$$\bar{q}_{\infty 0} = \frac{\bar{k}_f (1 - \tilde{m}_0)}{\bar{I}_k [\ln \bar{R} - (\bar{k}_f - 1) \ln \bar{R}_f]} \quad (21)$$

Кроме того, из решения задачи для недеформированного грунта вытекает условие возникновения внешней суффозии:

$$\bar{R}_f \left(\frac{1}{\bar{k}_f} \ln \bar{R}_f + \ln \frac{\bar{R}}{\bar{R}_f} \right) > \bar{I}_k.$$

Если проектируемый горизонтальный дренаж должен обеспечивать устойчивый отвод воды из несвязного грунта, так что на протяжении длительного времени в участок дрены единичной длины за единицу времени будет притекать объем q_m , то в исходной задаче вместо условия на контуре питания (3) следует принимать второе условие на дрене:

$$r = R_d, \quad 2\pi R_d k_f \frac{\partial h_f}{\partial r} = q_m. \quad (22)$$

В результате решения задачи (1)–(6), (22) прежде всего удалось получить распределение напора в области фильтрации ($R_d \leq r \leq R$, $R > R_k$), которое в общем случае $R > R_k$ описывается системой уравнений

$$h_f(r) = H_d + \frac{q_m}{2\pi k_f} \ln \frac{r}{R_d}, \quad R_d \leq r \leq R_f; \quad (23)$$

$$h_e(r) = H_d + \frac{q_m}{2\pi k_0} \left(\frac{k_0}{k_f} \ln \frac{R_f}{R_d} + \frac{k_0}{k_e} \ln \frac{r}{R_f} \right), \quad R_f < r \leq R_{i\infty}; \quad (24)$$

$$h_i(r) = H_d + \frac{q_m}{2\pi k_0} \left[\frac{k_0}{k_f} \ln \frac{R_f}{R_d} + \frac{k_0}{k_e} \ln \frac{R_{i\infty}}{R_f} + k_0 \int_{R_{i\infty}}^r \frac{d\xi}{\xi k_i(\xi)} \right], \quad R_{i\infty} < r \leq R_k; \quad (25)$$

$$h_0(r) = H_d + \frac{q_m}{2\pi k_0} \left[\frac{k_0}{k_f} \ln \frac{R_f}{R_d} + \frac{k_0}{k_e} \ln \frac{R_{i\infty}}{R_f} + k_0 \int_{R_{i\infty}}^{R_k} \frac{dr}{r k_i(r)} + \ln \frac{r}{R_k} \right], \quad r > R_k. \quad (26)$$

Из (26) следует, что потери напора на участке фильтрационного течения $R_d \leq r \leq R$ составят

$$\Delta h = h_0(R) - H_d = \frac{q_m}{2\pi k_0} \left[\frac{k_0}{k_f} \ln \frac{R_f}{R_d} + \frac{k_0}{k_e} \ln \frac{R_{i\infty}}{R_f} + k_0 \int_{R_{i\infty}}^{R_k} \frac{dr}{r k_i(r)} + \ln \frac{R}{R_k} \right]. \quad (27)$$

При приведении зависимостей (23)–(27) к безразмерному виду приходится использовать другие масштабы напора и его градиента I_0 , а именно: $q_m/(2\pi k_0)$ и $q_m/(2\pi R_d k_0)$, где в качестве I_0 принимается градиент напора на дрене в недеформированном грунте при отсутствии дренажного фильтра. Тогда указанные зависимости трансформируются следующим образом:

$$\tilde{h}_f(\bar{r}) = \ln \bar{r}, \quad 1 \leq \bar{r} \leq \bar{R}_f; \quad (28)$$

$$\tilde{h}_e(\bar{r}) = \frac{1}{\bar{k}_f} \ln \bar{R}_f + \frac{1}{\bar{k}_e} \ln \frac{\bar{r}}{\bar{R}_f}, \quad \bar{R}_f < \bar{r} \leq \bar{R}_{i\infty}; \quad (29)$$

$$\tilde{h}_i(\bar{r}) = \frac{1}{\bar{k}_f} \ln \bar{R}_f + \frac{1}{\bar{k}_e} \ln \frac{\bar{R}_{i\infty}}{\bar{R}_f} + \int_{\bar{R}_{i\infty}}^{\bar{r}} \frac{d\xi}{\xi \bar{k}_i(\xi)},$$

$$\bar{R}_{i\infty} < \bar{r} \leq \bar{R}_k; \quad (30)$$

$$\tilde{h}_0(\bar{r}) = \frac{1}{\bar{k}_f} \ln \bar{R}_f + \frac{1}{\bar{k}_e} \ln \frac{\bar{R}_{i\infty}}{\bar{R}_f} + \int_{\bar{R}_{i\infty}}^{\bar{R}_k} \frac{d\bar{r}}{\bar{r} \bar{k}_i(\bar{r})} + \ln \frac{\bar{r}}{\bar{R}_k}, \quad \bar{R}_k < \bar{r}, \quad (31)$$

$$\Delta \bar{h} = \frac{1}{\bar{k}_f} \ln \bar{R}_f + \frac{1}{\bar{k}_e} \ln \frac{\bar{R}_{i\infty}}{\bar{R}_f} + \int_{\bar{R}_{i\infty}}^{\bar{R}_k} \frac{d\bar{r}}{\bar{r} \bar{k}_i(\bar{r})} + \ln \frac{\bar{R}}{\bar{R}_k}. \quad (32)$$

В выражениях (28)–(32) относительные радиусы внутренних границ будут

$$\bar{R}_{i\infty} = \frac{1 - \tilde{m}_0}{\bar{I}_k}, \quad \bar{R}_k = \frac{1}{\bar{I}_k}. \quad (33)$$

Интеграл в (31), (32) не зависит от \bar{I}_k и поэтому вычисляется по формуле (20). Таким образом, формула (32) с учетом (33) принимает окончательный вид

$$\Delta \bar{h} = \left(\frac{1}{\bar{k}_f} - \frac{1}{\bar{k}_e} \right) \ln \bar{R}_f + \left(1 - \frac{1}{\bar{k}_e} \right) \ln \bar{I}_k + Y_i + \ln \left[\bar{R} (1 - \tilde{m}_0)^{\frac{1}{\bar{k}_e}} \right]. \quad (34)$$

В недеформированном же грунте относительные потери напора будут больше и составят

$$\Delta \bar{h}_0 = \ln \bar{R} + \left(\frac{1}{\bar{k}_f} - 1 \right) \ln \bar{R}_f. \quad (35)$$

Начнутся деформации, если $\bar{k}_f \bar{I}_k > 1$.

Предметом количественного анализа стали относительные отклонения фактических дренажного расхода и потерь напора в области фильтрации от их контрольных величин, соответствующих недеформированному грунту. Формально они представляются следующим образом:

$$G_q = \frac{q_\infty - q_{\infty 0}}{q_{\infty 0}}, \quad G_{\Delta h} = \frac{\Delta h_0 - \Delta h}{\Delta h_0}.$$

Во всех примерах фильтр отсутствовал ($\bar{R}_f = 1$). Основные модельные параметры (m_0 , \bar{D} , \bar{I}_k) варьировались непрерывно или дискретно в широких пределах. Прежде всего, выполнены две серии расчетов расходного параметра G_q . На рис.1 показана его функциональная зависимость от отношения диаметров \bar{D} в диапазоне от 1 до 10 при трех значениях градиента \bar{I}_k , фиксированных \bar{m}_0 (0.15), \bar{m}_0 (0.1) (отвечают значениям $m_0 = 0.06$, $m_s = 0.6$) и небольшой протяженности фильтрационного потока ($\bar{R} = 200, 500$). Очевидно, что действие дрены может существенно усиливаться вследствие внешней суффозии. Данный эффект тесно связан с критическим градиентом, уменьшение которого обуславливает расширение области деформаций, так что при увеличении \bar{I}_k в пять раз расход дрены возрастает примерно в два раза. Аналогичным образом сказывается на расходе соотношение размеров частиц структурной и неструктурной компонент, о чем, кстати, свидетельствует и рис.2. Здесь приведены кривые зависимости $G_q(m_0)$ для трех значений \bar{D} , $\bar{I}_k = 0.005$, $\bar{R} = 500$, причем значения m_0 брались из представительного диапазона вплоть до 0.1. По поводу этого диапазона уместно заметить, что наибольшие значения m_0 включены в него из формальных соображений. В действительности следует ожидать, что удаление столь значительного количества твердого вещества приведет к трансформации скелета грунта, а происходящая при этом переупаковка его частиц обусловит ощутимое снижение проницаемости среды и тем самым первичный эффект за счет внешней суффозии нивелируется. Впрочем ситуации, когда механическая суффозия сопровождается деформацией структуры грунта ввиду их редкости и отсутствия подходящих экспериментальных данных, здесь не рассматриваются. Во второй серии для n_0 принима-

лось постоянное значение 0.35 и поэтому концентрация m_s менялась согласованно с m_0 , а именно $m_s = 1 - n_0 - m_0$, на интервале от 0.55 до 0.65. Чтобы вести вычисления \bar{q}_∞ и G_q на базе уравнения (18), пришлось выразить параметры \bar{m}_0 , \tilde{m}_0 через m_0 и на каждом шаге их пересчитывать по формулам

$$\bar{m}_0 = \frac{m_0}{n_0 + m_0}, \quad \tilde{m}_0 = \frac{m_0}{1 - n_0 + m_0}.$$

Как видно из рис. 1, 2 в связи с массовым выносом суффозионных частиц даже только из придренной зоны, которая занимает малую часть области движения, становится возможным увеличение дренажного расхода на много десятков процентов.

Столь же серьезные изменения претерпевает фильтрационная картина, если известна детальная информация о работе дрены (заданный напор и приток при $r = R_d$, вторая задача). Прежде всего, они выражаются в другом распределении напора на всех участках фильтрационного течения и, как следствие, в заметном уменьшении полных потерь напора. Для иллюстрации ожидаемого сокращения указанных потерь также были рассчитаны две серии примеров при аналогичных исходных данных. При этом параметр $G_{\Delta h}$ определялся непосредственно по формуле

$$G_{\Delta h} = \frac{(\bar{k}_e - 1) \ln \bar{I}_k + \bar{k}_e Y_i + \bar{k}_e \ln(1 - \bar{m}_0)}{\bar{k}_e \ln \bar{R}}, \quad (36)$$

которая вытекает из формул (34), (35). Результаты вычислений $G_{\Delta h}$ как функции от \bar{D} представлены на рис. 3, а в зависимости от m_0 – на рис. 4. В примерах преимущественно полагалось $\bar{R} = 200$. Вместе с тем была построена и кривая $G_{\Delta h} - m_0$ при $\bar{R} = 1000$, $\bar{D} = 3$ (4 на рис. 4), из которой, в частности, следует, что увеличение радиуса области движения в пять раз приводит к ослаблению деформационного эффекта на 13%. Именно такой нечувствительностью расчетных характеристик по отношению к \bar{R} и объясняется выбор его единственного значения в множестве примеров. В общем, судя по рис. 3, 4, изучаемый деформационный эффект серьезно отражается и на потерях механической энергии фильтрационного потока.

В заключение необходимо подчеркнуть, что реальный рост дренажного расхода и снижение потерь напора ввиду умеренных значений m_0 , \bar{D} будут, конечно, существенно меньше, чем при максимальном исходном содержании очень мелких суффозионных частиц. Поэтому фактические изменения фильтрационных характеристик вследствие внешней суффозии правомочно оценивать 10–30 процентами.

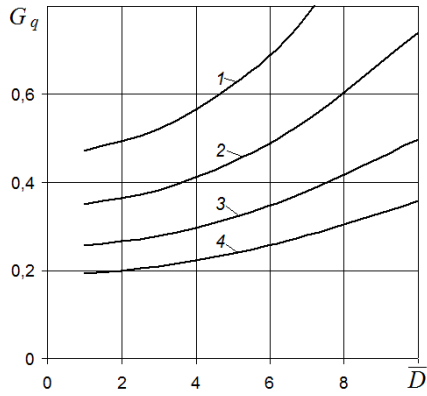


Рис. 1. Графики зависимости $G_q(\bar{D})$:
 1 - $\bar{R} = 200$; 2-4 - $\bar{R} = 500$;
 1, 2 - $\bar{I}_k = 0.002$;
 3 - $\bar{I}_k = 0.005$; 4 - $\bar{I}_k = 0.01$

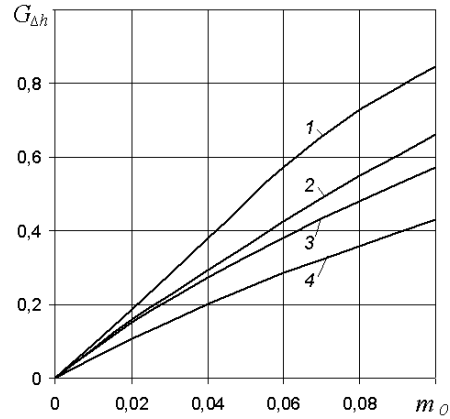


Рис. 4. Графики зависимости $G_{\Delta h}(m_0)$:
 1-3 - $\bar{R} = 200$; 4 - $\bar{R} = 1000$;
 1 - $\bar{D} = 10$, 2 - $\bar{D} = 5$, 3, 4 - $\bar{D} = 3$

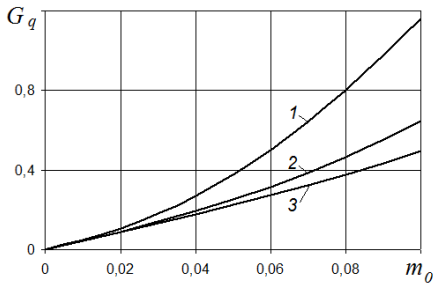


Рис. 2. Графики зависимости $G_q(m_0)$:
 1 - $\bar{D} = 10$; 2 - $\bar{D} = 5$; 3 - $\bar{D} = 3$

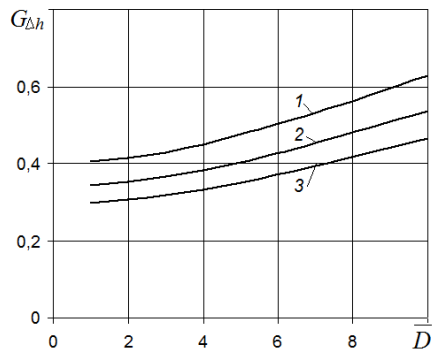


Рис. 3. Графики зависимости $G_{\Delta h}(\bar{D})$:
 1 - $\bar{I}_k = 0.002$; 2 - $\bar{I}_k = 0.005$; 3 - $\bar{I}_k = 0.01$

2. СФЕРИЧЕСКИЙ СТОК

Как и в предыдущей части статьи, вокруг стока (водоприемного элемента) предполагается наличие слоя из обычно искусственного высокопроницаемого (волокнистого) материала, так что не-

связный грунт начинается на расстоянии R_f от его центра. Поэтому полная система уравнений фильтрации в целом сохраняется, а изменяется лишь показатель χ , который в случае сферической симметрии фильтрационного течения равен 2. Также для первой задачи остается без изменений оператор краевых условий (3)–(6). В результате строгого решения математической задачи (1)–(6) распределение напора в области фильтрации в общем случае выражается следующей системой зависимостей

$$h_f(r) = H_d + \frac{Q_\infty}{4\pi k_0} \left[\frac{k_0}{k_f} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_f} \right) + \frac{k_0}{k_e} \left(\frac{1}{R_f} - \frac{1}{R_{i\infty}} \right) + k_0 \int_{R_{i\infty}}^{R_k} \frac{dr}{r^2 k_i(r)} + \frac{1}{R_k} - \frac{1}{R} \right],$$

$$R_d \leq r \leq R_f; \quad (37)$$

$$h_e(r) = H_R - \frac{Q_\infty}{4\pi k_0} \left[\frac{k_0}{k_e} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_{i\infty}} \right) + k_0 \int_{R_{i\infty}}^{R_k} \frac{dr}{r^2 k_i(r)} + \frac{1}{R_k} - \frac{1}{R} \right], \quad R_f < r \leq R_{i\infty};$$

$$(38)$$

$$h_i(r) = H_R - \frac{Q_\infty}{4\pi k_0} \left[k_0 \int_{R_{i\infty}}^r \frac{d\xi}{\xi^2 k_i(\xi)} + \frac{1}{R_k} - \frac{1}{R} \right],$$

$$R_{i\infty} < r \leq R_k; \quad (39)$$

$$h_0(r) = H_R - \frac{Q_\infty}{4\pi k_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right), \quad R_k < r \leq R. \quad (40)$$

Таким образом, параметры задачи связаны соотношением

$$\Delta h = \frac{Q_\infty}{4\pi k_0} \left[\frac{k_0}{k_f} \left(\frac{1}{R_d} - \frac{1}{R_f} \right) + \frac{k_0}{k_e} \left(\frac{1}{R_f} - \frac{1}{R_{i\infty}} \right) + k_0 \int_{R_{i\infty}}^{R_k} \frac{dr}{r^2 k_i(r)} + \frac{1}{R_k} - \frac{1}{R} \right]. \quad (41)$$

Из (41) вытекает выражение для расхода стока в недеформированном грунте:

$$Q_\infty = \frac{4\pi k_0 \Delta h}{\frac{k_0}{k_f} \left(\frac{1}{R_d} - \frac{1}{R_f} \right) + \frac{1}{R_f} - \frac{1}{R}}. \quad (42)$$

Благодаря переходу к безразмерным переменным и параметрам, которые введены в предыдущем разделе, с учетом $\bar{Q}_\infty = Q_\infty / (4\pi R_d^2 u_k (1 - m_s))$ получено

$$\tilde{h}_f(\bar{r}) = 1 - \frac{\bar{I}_k \bar{Q}_\infty}{1 - \tilde{m}_0} \left[\frac{1}{k_f} \left(\frac{1}{\bar{r}} - \frac{1}{\bar{R}_f} \right) + \frac{1}{k_e} \left(\frac{1}{\bar{R}_f} - \frac{1}{\bar{R}_{i\infty}} \right) + \int_{\bar{R}_{i\infty}}^{\bar{R}_k} \frac{d\bar{r}}{\bar{r}^2 \bar{k}_i(\bar{r})} + \frac{1}{\bar{R}_k} - \frac{1}{\bar{R}} \right], \quad 1 \leq \bar{r} \leq \bar{R}_f; \quad (43)$$

$$\tilde{h}_e(\bar{r}) = 1 - \frac{\bar{I}_k \bar{Q}_\infty}{1 - \tilde{m}_0} \left[\frac{1}{k_e} \left(\frac{1}{\bar{r}} - \frac{1}{\bar{R}_{i\infty}} \right) + \int_{\bar{R}_{i\infty}}^{\bar{R}_k} \frac{d\bar{r}}{\bar{r}^2 \bar{k}_i(\bar{r})} + \frac{1}{\bar{R}_k} - \frac{1}{\bar{R}} \right], \quad \bar{R}_f < \bar{r} \leq \bar{R}_{i\infty}; \quad (44)$$

$$\tilde{h}_i(\bar{r}) = 1 - \frac{\bar{I}_k \bar{Q}_\infty}{1 - \tilde{m}_0} \left[\int_{\bar{R}_{i\infty}}^{\bar{r}} \frac{d\xi}{\xi^2 \bar{k}_i(\xi)} + \frac{1}{\bar{R}_k} - \frac{1}{\bar{R}} \right], \quad \bar{R}_{i\infty} < \bar{r} \leq \bar{R}_k; \quad (45)$$

$$\tilde{h}_0(\bar{r}) = 1 - \frac{\bar{I}_k \bar{Q}_\infty}{1 - \tilde{m}_0} \left(\frac{1}{\bar{r}} - \frac{1}{\bar{R}} \right), \quad \bar{R}_k < \bar{r} \leq \bar{R}. \quad (46)$$

Соотношение же (41) преобразуется к такому виду:

$$\bar{Q}_\infty \left\{ \frac{1}{k_f} \left(1 - \frac{1}{\bar{R}_f} \right) + \frac{1}{k_e} \left[\frac{1}{\bar{R}_f} - \frac{1}{\bar{R}_{i\infty}(\bar{Q}_\infty)} \right] + \int_{\bar{R}_{i\infty}(\bar{Q}_\infty)}^{\bar{R}_k(\bar{Q}_\infty)} \frac{d\bar{r}}{\bar{r}^2 \bar{k}_i(\bar{r})} + \frac{1}{\bar{R}_k(\bar{Q}_\infty)} - \frac{1}{\bar{R}} \right\} = \frac{1 - \tilde{m}_0}{\bar{I}_k}. \quad (47)$$

Согласно [20],

$$\bar{R}_{i\infty} = \sqrt{\bar{Q}_\infty}, \quad \bar{R}_k = \sqrt{\frac{\bar{Q}_\infty}{1 - \tilde{m}_0}}. \quad (48)$$

Уравнение относительного неизвестного расхода \bar{Q}_∞ в окончательной форме получается после подстановки выражений (48) в (47). Для вычисления \bar{Q}_∞ прежде всего принимается в соответствии с [18] следующее представление для коэффициента $\bar{k}_i(\bar{r})$:

$$\bar{k}_i(\bar{r}) = \left\{ \tilde{m}_0^2 \bar{Q}_\infty^3 (\tilde{m}_0 + \tilde{m}_0 - \tilde{m}_0 \tilde{m}_0 + \tilde{m}_0^3 \bar{D}^2) \right\} : \left\{ (1 - \tilde{m}_0)^3 \bar{r}^2 [(\tilde{m}_0^3 + \tilde{m}_0^3 \bar{D}^2) \bar{r}^4 + \tilde{m}_0 \bar{Q}_\infty (\tilde{m}_0^2 - 2\tilde{m}_0^2 \bar{D}^2) \bar{r}^2 + \tilde{m}_0^3 \bar{D}^2 \bar{Q}_\infty^2] \right\}. \quad (49)$$

Тогда интеграл в (47) удается выразить только через элементарные функции:

$$Y_{i2} = \frac{\sqrt{\bar{Q}_\infty / (1 - \tilde{m}_0)}}{\sqrt{\bar{Q}_\infty}} \int \frac{d\bar{r}}{\bar{r}^2 \bar{k}_i(\bar{r})} = \frac{(1 - \tilde{m}_0)^3}{\tilde{m}_0^2 (\tilde{m}_0 + \tilde{m}_0 - \tilde{m}_0 \tilde{m}_0 + \tilde{m}_0^3 \bar{D}^2) \sqrt{\bar{Q}_\infty}} \times \left\{ \frac{\tilde{m}_0^3 + \tilde{m}_0^3 \bar{D}^2}{5} \left[\frac{1}{(1 - \tilde{m}_0)^{5/2}} - 1 \right] + \frac{\tilde{m}_0 \bar{Q}_\infty}{3} (\tilde{m}_0^2 - \tilde{m}_0^2 \bar{D}^2) \left[\frac{1}{(1 - \tilde{m}_0)^{3/2}} - 1 \right] + \tilde{m}_0^3 \bar{D}^2 \bar{Q}_\infty^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \tilde{m}_0}} - 1 \right) \right\}. \quad (50)$$

Эталонное же значение относительного расхода $\bar{Q}_{\infty 0}$ теперь становится

$$\bar{Q}_{\infty 0} = \frac{1 - \tilde{m}_0}{\bar{I}_k \left[\frac{1}{k_f} \left(1 - \frac{1}{\bar{R}_f} \right) + \frac{1}{\bar{R}_f} - \frac{1}{\bar{R}} \right]}. \quad (51)$$

Мобилизация суффозионных частиц начнется при условии, что

$$\bar{R}_f^2 \bar{I}_k \left[1 - \frac{1}{\bar{R}_f} + \bar{k}_f \left(\frac{1}{\bar{R}_f} - \frac{1}{\bar{R}} \right) \right] < 1.$$

Если же по аналогии со второй задачей из предыдущей части на стоке принимается и второе условие

$$r = R_d, \quad 4\pi R_d^2 k_f \frac{dh_f}{dr} = Q_\infty, \quad (52)$$

то в результате точного решения системы (1), (2) при $\chi = 2$ и граничных условиях (3)–(6) функция напора в пределах фильтра, деформированного и недеформированного грунта описывается системой взаимосвязанных выражений

$$h_f(r) = H_d + \frac{Q_\infty}{4\pi k_f} \left(\frac{1}{R_d} - \frac{1}{r} \right), \quad R_d \leq r \leq R_f; \quad (53)$$

$$h_e(r) = H_d + \frac{Q_\infty}{4\pi k_f} \left(\frac{1}{R_d} - \frac{1}{R_f} \right) + \frac{Q_\infty}{4\pi k_e} \left(\frac{1}{R_f} - \frac{1}{r} \right), \quad R_f < r \leq R_{i\infty}; \quad (54)$$

$$h_i(r) = H_d + \frac{Q_\infty}{4\pi k_f} \left(\frac{1}{R_d} - \frac{1}{R_f} \right) + \frac{Q_\infty}{4\pi k_e} \left(\frac{1}{R_f} - \frac{1}{R_{i\infty}} \right) + \frac{Q_\infty}{4\pi} \int_{R_{i\infty}}^r \frac{dr}{r^2 k_i(r)}, \quad R_{i\infty} < r \leq R_k \quad (55)$$

$$h_0(r) = H_d + \frac{Q_\infty}{4\pi k_f} \left(\frac{1}{R_d} - \frac{1}{R_f} \right) + \frac{Q_\infty}{4\pi k_e} \left(\frac{1}{R_f} - \frac{1}{R_{i\infty}} \right) + \frac{Q_\infty}{4\pi} \int_{R_{i\infty}}^{R_k} \frac{dr}{r^2 k_i(r)} + \frac{Q_\infty}{4\pi k_0} \left(\frac{1}{R_k} - \frac{1}{r} \right), \quad r > R_k. \quad (56)$$

Теперь потери напора зависят от положения второго контрольного сечения и, следовательно, Δh является следующей функцией от Q_∞ и R :

$$\Delta h(Q_\infty, R) = \frac{Q_\infty}{4\pi k_0} \left[\frac{k_0}{k_f} \left(\frac{1}{R_d} - \frac{1}{R_f} \right) + \frac{k_0}{k_e} \left(\frac{1}{R_f} - \frac{1}{R_{i\infty}} \right) + k_0 \int_{R_{i\infty}}^{R_k} \frac{dr}{r^2 k_i(r)} + \frac{1}{R_k} - \frac{1}{R} \right]. \quad (57)$$

С использованием в качестве масштаба для напоров $Q_\infty/(4\pi R_d k_0)$ систему (53)–(56) можно записать в безразмерной форме:

$$\tilde{h}_f(\bar{r}) = \frac{1}{\bar{k}_f} \left(1 - \frac{1}{\bar{r}} \right), \quad (58)$$

$$\tilde{h}_e(\bar{r}) = \frac{1}{\bar{k}_f} \left(1 - \frac{1}{\bar{R}_f} \right) + \frac{1}{\bar{k}_e} \left(\frac{1}{\bar{R}_f} - \frac{1}{\bar{r}} \right), \quad (59)$$

$$\tilde{h}_i(\bar{r}) = \frac{1}{\bar{k}_f} \left(1 - \frac{1}{\bar{R}_f} \right) + \frac{1}{\bar{k}_e} \left(\frac{1}{\bar{R}_f} - \frac{1}{\bar{R}_{i\infty}} \right) + Y_{i2}, \quad (60)$$

$$\tilde{h}_0(\bar{r}) = \frac{1}{\bar{k}_f} \left(1 - \frac{1}{\bar{R}_f} \right) + \frac{1}{\bar{k}_e} \left(\frac{1}{\bar{R}_f} - \frac{1}{\bar{R}_{i\infty}} \right) + Y_{i2} + \frac{1}{\bar{R}_k} - \frac{1}{\bar{R}}, \quad (61)$$

где Y_{i2} вычисляется по формуле (50). С учетом выражений для относительных радиусов внутренних границ

$$\bar{R}_{i\infty} = \sqrt{\frac{1 - \tilde{m}_0}{\bar{I}_k}}, \quad \bar{R}_k = \sqrt{\frac{1}{\bar{I}_k}},$$

основную расчетную формулу можно окончательно представить в таком виде:

$$\Delta \bar{h} = \frac{1}{\bar{k}_f} \left(1 - \frac{1}{\bar{R}_f} \right) + \frac{1}{\bar{k}_e} \left(\frac{1}{\bar{R}_f} - \sqrt{\frac{\bar{I}_k}{1 - \tilde{m}_0}} \right) + Y_{i2} + \sqrt{\bar{I}_k} - \frac{1}{\bar{R}}. \quad (62)$$

Наконец, в недеформированном грунте относительные общие потери напора составят

$$\Delta \bar{h}_0 = \frac{1}{\bar{k}_f} \left(1 - \frac{1}{\bar{R}_f} \right) + \frac{1}{\bar{R}_f} - \frac{1}{\bar{R}}, \quad (63)$$

а происходит внешняя суффозия будет при выполнении условия $\bar{R}_f^2 \bar{I}_k < 1$.

Важнейшей особенностью задач радиальной фильтрации, которая их принципиально отличает от аналогичных осесимметричных задач, является существование физически осмысленных решений во всей неограниченной области движения вплоть до бесконечности ($R \rightarrow \infty$). Поэтому в первую очередь анализировалось влияние размеров указанной области (параметра \bar{R}) на эффект деформаций, выражающийся в относительном приращении расхода стока. В связи с этим было выполнено множество вычислений параметра G_Q , введенным подобно G_q , как функция от \bar{R} для стока без фильтра. Входящие в него расходы \bar{Q}_∞ , $\bar{Q}_{\infty 0}$ находились из уравнения (47) и по формуле (51) при фиксированных \bar{I}_k (0.005), \tilde{m}_0 (0.15), \tilde{m}_0 (0.1), \bar{D} (3, 5, 10). Полученные таким образом три кривые изображены на рис. 5 На всем расчетном интервале (от $\bar{R} = 10$ до $\bar{R} \rightarrow \infty$) они плавно снижаются, причем сколько-нибудь значимые изменения G_Q имеют место до $\bar{R} = 1000$, а фактически они минимальные уже при $\bar{R} > 100$. В целом, можно утверждать, что неправильный выбор положения контура питания в худшем случае приведет к ошибкам при оценке значимости внешней суффозии для установившегося фильтрационного режима порядка 20 %. Отмеченный факт дает право в дальнейшем ограничиваться расчетами и сопоставлением расходов стока, потерь напора применительно именно к бесконечно большой области фильтрации.

На следующем этапе количественного анализа вклад внешней суффозии в формирование стационарного притока жидкости к стоку и предельные потери напора изучались во взаимосвязи с основными деформационными характеристиками (к ним, помимо градиента \bar{I}_k , причисляются и механические – концентрация m_0 и отношение диаметров \bar{D}). А поскольку во всех остальных примерах \bar{R} полагался бесконечно большим, то предметом расчетов стали отвечающие ему $G_{Q\infty}$, $G_{\Delta h\infty}$ (в расчетных формулах для \bar{Q}_∞ , $\bar{Q}_{\infty 0}$; $\Delta \bar{h}$, $\Delta \bar{h}_0$ принималось $\bar{R} \rightarrow \infty$).

Гипотетическое уменьшение константы I_k вплоть до 0 означает, что, во-первых, разница между скоростями движения структурного вещества и жидкости будет соответствующим образом сокращаться, так что в конце концов оно окажется ассоциированным с жидкостью. Во-вторых, трансформации грунта за счет выноса суффозионных частиц постепенно распространятся на всю бесконечную область движения. Достаточно полную картину действия стока в грунтах с повышенной способностью к механической суффозии демонстрирует рис. 6. Графики связи относительного прироста $G_{Q\infty}$ с критическим параметром \bar{I}_k построены при базовых значениях \tilde{m}_0 (0.15), \tilde{m}_0 (0.1) и стандартном наборе значений \bar{D} (3, 5, 10). В целом градиент \bar{I}_k влияет на интенсивность стока умеренно. В предельном случае ($\bar{I}_k = 0$), когда все суффозионные частицы удалены из грунта, его коэффициент фильтрации возрастает в \bar{k}_e раз, что, в свою очередь, обуславливает максимально возможное в таком грунте увеличение расхода \bar{Q}_∞ , так что $G_{Q\infty}$ достигает значения $\bar{k}_e - 1$ и равно при $\bar{D} = 3, 5, 10$ соответственно 1.589, 1.693, 2.182.

В остальных примерах состав исходной информации и содержание расчетов такие же, что и в предыдущем разделе. Так, $R_f = R_d$ (фильтра нет), $\bar{I}_k = 0.005$, концентрация m_0 , отношение \bar{D} менялись в тех же пределах. Сначала оценивалось повышение интенсивности стока по мере увеличения объема и дисперсности суффозионной компоненты. Предварительно пришлось от вторичных модельных параметров \tilde{m}_0 , \tilde{m}_0 вернуться к первичным m_0 , m_s с помощью процедуры, описанной в первой части. Полученные затем данные вычислений параметра $G_{Q\infty}$ по формуле (47) для диапазона m_0 от 0 до 0.1 и обычных значений \bar{D} представлены на рис.7. Отмечается резкое наращивание расхода \bar{Q}_∞ с увеличением m_0 и \bar{D} . При этом наибольший его прирост достиг 110%. Вместе с тем для реальных значений m_0 , \bar{D} он намного меньший, составляет порядка 30%.

Для условий второй задачи, когда общие потери напора в радиальной области движения уже не задаются, а находятся в ходе ее строгого решения, как раз их относительные изменения за счет внешней суффозии и становятся показательными при оценках значимости деформаций для фильтрационного режима несвязного грунта. Кривые, иллюстрирующие поведение относительной величины $G_{\Delta h\infty}$ при изменении \bar{D} от 1 до 10 и трех характерных значениях \bar{I}_k , приведены на рис.8. Кривые же, описывающие в графической форме связь между $G_{\Delta h\infty}$ и m_0 при четырех значениях \bar{D} (3, 5, 7, 10), даны на рис. 9. Расчеты $G_{\Delta h\infty}$ проводились по формуле, вытекающей из (62), (63), а именно:

$$G_{\Delta h\infty} = \frac{1}{\bar{k}_e} \left(\frac{1}{\bar{R}_f} - \sqrt{\frac{\bar{I}_k}{1 - \tilde{m}_0}} \right) + Y_{i2} + \sqrt{\bar{I}_k}. \quad (64)$$

Следует подчеркнуть, что различия между рисунками 3 и 8, 4 и 9, попарно отвечающими одним и тем же условиям за исключением формы фильтрационного потока, связаны, главным образом, с конечностью и, более того, весьма небольшим значением \bar{R} (200) при осесимметричном течении (кривая 1 на рис.4). Вместе с тем, кривые 2, 3, 4 на рис. 4, построенные при $\bar{R} = 1000$, оказываются фактически идентичными соответствующим кривым 1, 3, 4 на рис. 9. Подытоживая полученные в первых двух частях теоретические результаты, можно утверждать, что внешняя суффозия отражается на фильтрационном процессе в дренируемом грунте примерно одинаково при осесимметричном и радиальном течении.

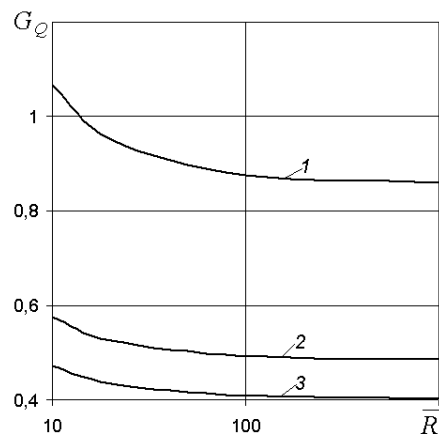


Рис. 5. Графики зависимости $G_Q(\bar{R})$:
1 – $\bar{D} = 10$, 2 – $\bar{D} = 5$, 3 – $\bar{D} = 3$

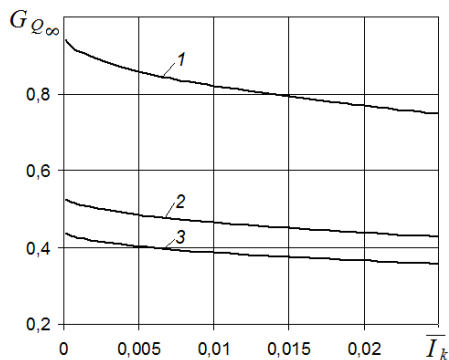


Рис. 6. Графики зависимости $G_{Q\infty}(\bar{I}_k)$:
1 – $\bar{D}=10$, 2 – $\bar{D}=5$, 3 – $\bar{D}=3$

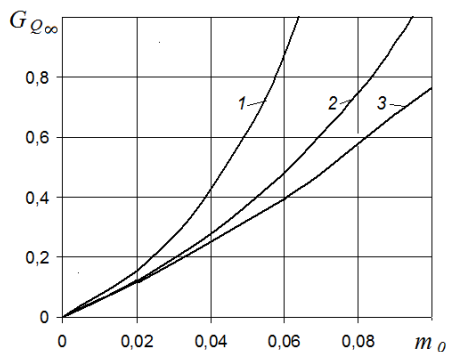


Рис. 7. Графики зависимости $G_{Q\infty}(m_0)$:
1 – $\bar{D}=10$, 2 – $\bar{D}=5$, 3 – $\bar{D}=3$

3. ОБОБЩЕННЫЙ УЧЕТ ВНЕШНЕЙ СУФФОЗИИ

Логическим завершением выполненных выше теоретических исследований установившегося осесимметричного и радиального притока к цилиндрическому и сферическому стокам, имитирующим трубчатую дренаж и водоприемный элемент, в суффозионном грунте является обоснование фильтрационного “сопротивления” Φ_f . Благодаря его введению в базовое представление для расхода несовершенной дренажи [21–23]

$$q = k_0 \frac{\Delta H}{\Phi + \Phi_f},$$

где Φ – общее фильтрационное сопротивление (с учетом всех осложняющих работу дренажи факторов), удастся обобщенно отразить в расчетных формулах и уравнениях усиление ее действия вследствие механической суффозии и, в частности, ее распространенной разновидности – внешней суффозии. Так как указанное “сопротивле-

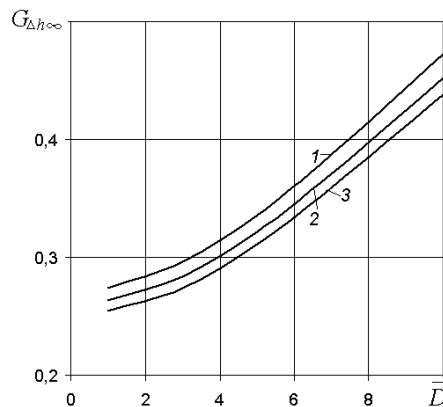


Рис. 8. Графики зависимости $G_{\Delta h\infty}(\bar{D})$:
1 – $\bar{I}_k=0.001$, 2 – $\bar{I}_k=0.005$, 3 – $\bar{I}_k=0.01$

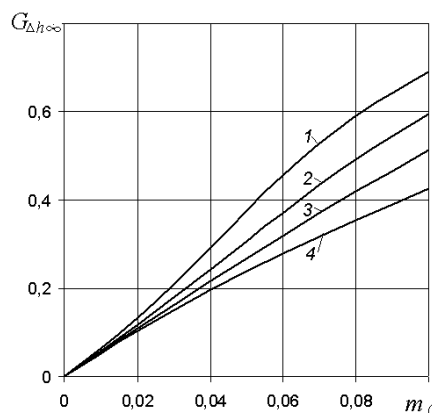


Рис. 9. Графики зависимости $G_{\Delta h}(m_0)$:
1 – $\bar{D}=10$, 2 – $\bar{D}=7$, 3 – $\bar{D}=5$, 4 – $\bar{D}=3$

ние” находится на базе строгих решений соответствующих математических задач, то рекомендуемый здесь подход к учету внешней суффозии, а в дальнейшем и внутренней суффозии, фильтрационных деформаций другого типа обеспечивает высокую достоверность вычислений параметров дренажа, характеристик фильтрационного режима с помощью известных инженерных методов без какой-либо их коррекции применительно к несвязным грунтам. Ниже искомая величина Φ_f находится дифференцированно в зависимости от геометрии фильтрационного течения. Ключевую роль при этом играет эффективный дренажный расход. Следует также заметить, что при определении Φ_f нецелесообразно принимать во внимание дренажный фильтр. Следуя концепции фильтрационных сопротивлений, его предпочтительнее выделять как особый фактор, способствующий устойчивой работе всей дренажной конструкции. И то-

гда достаточно в выражение для общего фильтрационного сопротивления ввести еще одну специальную компоненту.

Окончательное физико-механическое состояние несвязного грунта может сформироваться разными путями. При длительно развивающемся и в конце концов стабилизирующемся фильтрационном процессе дренажный расход (интенсивность цилиндрического или сферического стока) монотонно растет, асимптотически приближаясь к предельному значению (q_∞ или Q_∞). Параллельно с фильтрацией протекает суффозионный процесс. Естественно, что в подобной ситуации конечные значения фильтрационных и деформационных характеристик (при $t \rightarrow \infty$) оказываются взаимосвязанными и должны устанавливаться из решения стационарных задач, аккуратно отражающих взаимодействие вышеупомянутых процессов и их последствия. Именно такие задачи были точно решены в первых разделах данной главы. В частности, из уравнения (11), выведенного при заданном перепаде напоров на границах осесимметричной области фильтрации, вытекает следующее выражение для искомого “сопротивления”:

$$\Phi_f = \frac{1}{2\pi} \left[\left(\frac{1}{\bar{k}_e} - 1 \right) \ln \bar{q}_\infty + Y_{i1} + \ln(1 - \tilde{m}_0) \right]. \quad (65)$$

Необходимый для вычисления Φ_f относительный эффективный расход в таком случае находится из уравнения (18), которое после исключения из него параметров фильтра упрощается к виду

$$\bar{I}_k \bar{q}_\infty \left\{ (1 - \bar{k}_e) \ln \bar{q}_\infty + \bar{k}_e Y_{i1} + \bar{k}_e \ln [\bar{R}(1 - \tilde{m}_0)] \right\} = \bar{k}_e (1 - \tilde{m}_0). \quad (66)$$

Важно, что эффективный расход здесь удается надежно рассчитывать. При этом, однако, приходится задаваться параметром \bar{R} . Таким образом, величина Φ_f зависит от размеров, конфигурации области фильтрации и поэтому деформации в строгом смысле не являются локальными. Однако для учета вклада суффозии в фильтрационный режим грунта указанный параметр имеет второстепенное значение и поэтому вполне достаточно взять его ориентировочное значение.

Намного проблемнее выбор эффективного расхода, если физико-механическое состояние несвязного грунта в итоге сформировалось при снижении интенсивности фильтрационного процесса и спаде дренажного расхода. Строгий подход здесь требует постановки и решения нестационарной задачи совместных фильтрации и внешней суффозии, к тому же желательно с учетом инерционно-

сти деформационного процесса. Такая задача является очень сложной и для ее математического анализа необходимо привлекать и большой экспериментальный материал, и численные методы. Кроме того, построенное таким образом численное решение в настоящее время непригодно для инженерной практики. Поэтому пока предлагается выбирать величину эффективного расхода q_m на основе опытных данных, например, о максимальном дренажном модуле [24]. Отличающееся от q_∞ обозначение для эффективного расхода использовано для того, чтобы подчеркнуть принципиально иной путь его нахождения. Тогда формула для расчета Φ_f будет

$$\Phi_f = \frac{1}{2\pi} \left[\left(\frac{1}{\bar{k}_e} - 1 \right) \ln \bar{q}_m + Y_{i1} + \ln(1 - \tilde{m}_0) \right], \quad (67)$$

причем \bar{k}_e вычисляется согласно [18],

$$\bar{k}_e = \frac{q_{\infty,m}}{2\pi u_k R_d (1 - m_s)} = \frac{(1 - \tilde{m}_0) q_{\infty,m}}{2\pi R_d k_0 I_k},$$

Y_{i1} рассчитывается по (20).

Также и при радиальном фильтрационном течении теперь уже размерное “сопротивление” Φ_{f1} предлагается определять, принимая во внимание направленность развития водно-физических процессов в грунте. Тогда при усилении и постепенном установлении фильтрации относительный расход будет стремиться к предельному значению \bar{Q}_∞ , которое следует находить из уравнения

$$\bar{I}_k \bar{Q}_\infty \left[1 - \frac{1}{\bar{Q}_\infty} + \bar{k}_e Y_{i2} + \bar{k}_e \sqrt{\frac{1 - \tilde{m}_0}{\bar{Q}_\infty}} - \frac{\bar{k}_e}{\bar{R}} \right] = \bar{k}_e (1 - \tilde{m}_0). \quad (68)$$

При установленном таким образом \bar{Q}_∞ искомое сопротивление просто вычисляется по формуле

$$\Phi_{f1} = \frac{1}{4\pi R_d} \left[\frac{1}{\bar{k}_e} \left(1 - \frac{1}{\bar{Q}_\infty} \right) + Y_{i2} + \sqrt{\frac{1 - \tilde{m}_0}{\bar{Q}_\infty}} - 1 \right]. \quad (69)$$

Если же на основе имеющихся эмпирических данных удастся задаться расходом \bar{Q}_m , то величину Φ_f можно определять по этой формуле сразу, принимая \bar{Q}_∞ равным \bar{Q}_m .

Все представленные формулы содержат только элементарные функции, имеют сравнительно простой вид и поэтому их можно рекомендовать для практических вычислений. Также формулы удобны для проведения разнообразного анализа, в частности, исследования чувствительности величины Φ_f по отношению к модельным параметрам ($\bar{q}_{m,\infty}$, m_0 , \bar{D} , \bar{R}). Таким образом можно

раціональніше вибирати спосіб обґрунтування Φ_f , планувати експерименти на опытних участках. Крім того, слід зауважити, що приведені вище формули для Φ_f можна розцінювати як важливу частину повної методики узагальненого урахування фільтраційних деформацій в розрахунках зокрема дренажу, але разом з тим і інших інженерних засобів, контролюючих водний режим несвіязних ґрунтів.

Далі опір Φ_f послідовно розраховувався для осесиметричної і радіальної фільтрації в залежності від відносного витрату \bar{q}_m і концентрації m_0 при дискретно змінюваному співвідношенні \bar{D} (3, 5, 7, 10). Щоб уникнути переоцінки суффузійного ґрунту через неточний вибір положення контура живлення, вважалося з запасом $\bar{R} = 1000$ в першому випадку і $\bar{R} \rightarrow \infty$ в другому. Це означає, що дійсні значення Φ_f швидше за все будуть по абсолютній величині більші розрахованих. Формули (67), (69) ілюструються чотирма малюнками. Перші два стосуються до плоскорадіального течія і містять графіки залежностей Φ_f від витратного q_m (рис.10) і концентраційного m_0 (рис.11) параметрів. Тут і в подальшому за винятком внутрішньої суффузії на малюнках для «опору» Φ_f даються тільки його абсолютні значення, хоча в дійсності при зовнішній суффузії вони від'ємні внаслідок інтенсифікації фільтраційного процесу. Сімейства кривих на вищезгаданих малюнках побудовані за звичайним набором значень \bar{D} (3, 5, 7, 10). Для ефективного параметра \bar{q}_m , який при певних обставинах може і розраховуватися з рівняння (66), приймається широкий діапазон значень (до 10). По цьому приводу слід зауважити, що фактично при близьких до нуля значеннях q_m суффузія взагалі не повинна розвиватися через невеличкість гідродинамічної сили навіть біля дренажу. При відомому критичному градієнті напора відповідає йому значення витрати q_k рівно $2\pi R_d k_0 I_k$ і природно, що при $q_m \leq q_k$, а в відносних величинах при $\bar{q}_m \leq 1$ буде $\Phi = 0$. При значеннях \bar{q}_m в діапазоні від 1 до $(1 - \tilde{m}_0)^{-1}$ зона граничної деформації відсутня і формули (65), (67) повинні відповідним чином коректуватися – повертатися в нуль перші доданки, зміниться в інтегралах нижній меж. Але, в першу чергу, в силу невеличкості m_0 вказаний діапазон також виявляється невеликим, в другому, реальні значення \bar{q}_m звичайно помітно перевищують його верхню меж. Тому розрахунки Φ_f виконувалися тільки за формулою (4.95)

при $\bar{q}_m \geq (1 - \tilde{m}_0)^{-1}$. А дуже великі значення $|\Phi_f|$ вже при $\bar{q}_m = (1 - \tilde{m}_0)^{-1}$ пояснюються кризовим опором, т.е. стрибкоподібним його зниженням при перевищенні градієнтом напора критичного значення. При обчисленнях змін Φ_f в зв'язі з варіюванням початкового вмісту суффузійного речовини на кожному розрахунковому кроці при фіксованій початковій пористості n_0 знову обчислювалися \tilde{m}_0 , \tilde{m}_0 і тільки потім використовувалася формула (67). В цілому поведінка всіх кривих $\Phi_f(\bar{q}_m)$, $\Phi_f(m_0)$ закономірно і відображає зростання цих функцій з збільшенням їх аргументів. Що, однак, принципово, – зростання величини Φ_f уповільнюється при великих значеннях m_0 . Тому при підготовці початкової інформації до розрахунків більше уваги слід приділяти аналізу механічного складу ґрунту.

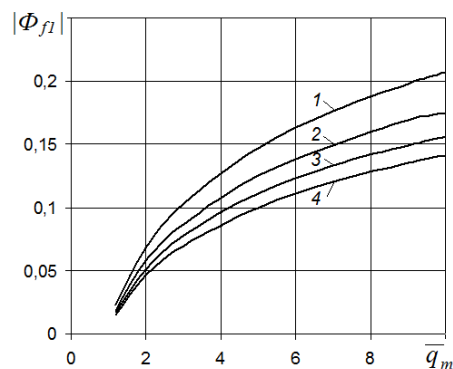


Рис. 10. Графіки залежності $|\Phi_{f1}|$ від \bar{q}_m :
1 – $\bar{D} = 10$, 2 – $\bar{D} = 7$, 3 – $\bar{D} = 5$, 4 – $\bar{D} = 3$

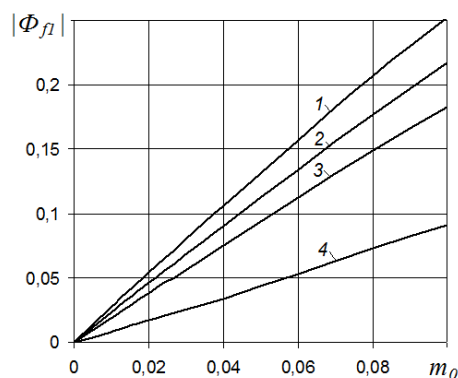


Рис. 11. Графіки залежності $|\Phi_{f1}|$ від m_0 :
1 – $\bar{q}_m = 10$, 2 – $\bar{q}_m = 7$, 3 – $\bar{q}_m = 5$, 4 – $\bar{q}_m = 2$

Вони дуже схожі результати дали розрахунки «опору» Φ_f при радіальній фільтрації. Виконувалися вони за формулою (69) за звичайних значень модельних параметрів. Отримані

таким образом два семейства кривых, описывающих аналогичные зависимости $\bar{\Phi}_f(m_0)$, $\bar{\Phi}_f(\bar{Q}_m)$, показаны на рис.12, 13. Здесь безразмерное сопротивление $\bar{\Phi}_f$ вводится как $R_d\bar{\Phi}_f$.

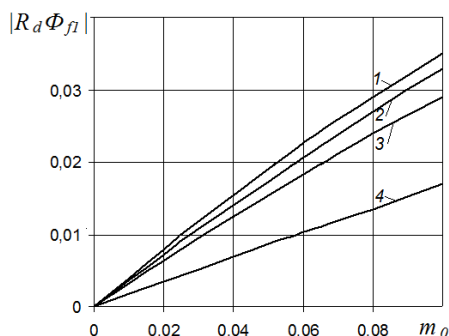


Рис. 12. Графики зависимости $|R_d\Phi_{f1}|$ от m_0 :
1 – $\bar{Q}_m=10$, 2 – $\bar{Q}_m=7$, 3 – $\bar{Q}_m=5$, 4 – $\bar{Q}_m=2$

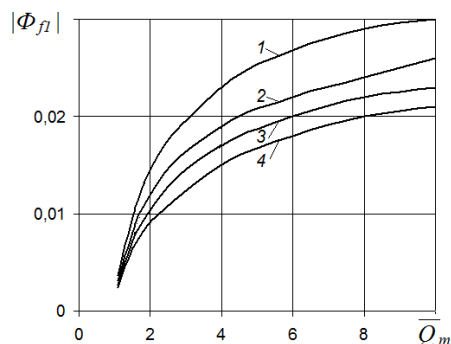


Рис. 13. Графики зависимости $|R_d\Phi_{f1}|$ от \bar{Q}_m :
1 – $\bar{D}=10$, 2 – $\bar{D}=7$, 3 – $\bar{D}=5$, 4 – $\bar{D}=3$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Устройство дренажей в несвязных грунтах, как правило, инициирует внешнюю суффозию. В результате массового выноса из области деформаций неструктурных частиц здесь заметно возрастает проницаемость грунта и за счет этого увеличивается расход дрен, сокращаются общие гидравлические потери. Математические модели, совместно описывающие фильтрационный и суффозионный процессы, оказываются слишком сложными. Поэтому для выработки рекомендаций по инженерным расчетам дренирования деформируемых грунтов привлекаются стационарные задачи и метод фильтрационных сопротивлений. Указанные задачи предполагают длительное параллельное протекание фильтрации и внешней суффозии

вплоть до полной стабилизации фильтрационного режима и физико-механического состояния грунта. При заданном перепаде напоров на границах области движения расход дрены устанавливается в ходе решения задач осесимметричной или радиальной фильтрации, а затем определяются все остальные фильтрационные характеристики, которые выражаются через него. Строгие решения этих задач использованы для выделения фильтрационного "сопротивления", непосредственно обусловленного последствиями внешней суффозии. А поскольку при этом фильтрационные условия и в области деформаций, и во всей области движения улучшаются, то данное "сопротивление", в отличие от традиционных сопротивлений, имеет отрицательную величину. Вместе с тем при затухающем характере фильтрационного процесса и снижении дренажного расхода имеет место другой сценарий формирования деформационного состояния грунта. В таких случаях эффективный расход дрен при вычислении Φ_f предлагается устанавливать по данным наблюдений на дренируемых участках-аналогах. При известном Φ_f деформационный эффект может быть просто учтен в практике расчетов путем простой коррекции общего фильтрационного сопротивления.

1. Дмитриев А.Ф., Хлапук Н.Н., Дмитриев Д.А. Деформационные процессы в несвязных грунтах в придренной зоне и их влияние на работу осушительно-увлажнительных систем.– Ровно: Издательство РГТУ, 2002.– 148 с.
2. Кондратьев В.Н. Фильтрация и механическая суффозия в несвязных грунтах.– Симферополь: Крымиздат, 1958.– 76 с.
3. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917-1967).– М.: Наука, 1969.– 545 с.
4. McDowell L.M., Hunt J.R., Sitar N. Particle transport through porous media // Water Resour. Res.– 1986.– 22, №3.– Р. 1901–1921.
5. Мурашко А.И., Сапожников Е.Г. Защита дренажа от заиления.– Минск: Ураджай, 1978.– 196 с.
6. Хрисанов Н.И. Анализ суффозионных явлений и заиления гончарного дренажа в несвязных грунтах.– // М.:Экспресс-информация.– 1970 (ЦБНТИ Минводхоза СССР).– Сер.2, вып. 5.– С. 7–12.
7. Indraratna B., Radampoia S. Analysis of critical hydraulic gradient for particle movement in filtration // J.Geotech. and Geoenvironm. Eng.– 2002.– v.128, №4.– Р. 347–350.
8. Поляков В.Л. Механическая суффозия в дренируемом грунте // Прикладна гідромеханіка.– 2002.– 4(76), №4.– С. 60–73.
9. Поляков В.Л. О механической суффозии грунтов под действием цилиндрического стока переменной интенсивности // Прикладна гідромеханіка.– 2006.– 8(80), №4.– С. 43–52.

10. Сидор В.Б. Порівняльний аналіз значущості суфозійного та фільтраційного процесів при функціонуванні різних типів дренажу // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки. - К.: КНУБА.- 2005.- Вип.5.- С. 120–128.
11. Духовный В.А., Баклушин М.Б., Томин Е.Д., Се-ребренников Ф.В. Горизонтальный дренаж орошаемых земель.- М.: Колос, 1979.- 228 с.
12. Шкиннис Ц.Н. Гидрологическое действие дренажа.- Л.: Гидрометеоиздат, 1981.- 312 с.
13. Желізко В.В. Об учете фильтрационных деформаций в несвязных несуффузионных грунтах в инженерных расчетах дренажа // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки. - К.: КНУБА.- 2008.- Вип.13.- С. 143–147.
14. Поляков В.Л. Об обобщенном учете влияния фильтрационных деформаций на действие дренажа // Прикладна гідромеханіка.- 2010.- Т.12(84), № 4.- С. 71–80.
15. Мясков А.В., Семериков Е.С. Моделирование притока воды к горизонтальному дренажу при наличии фильтра // Л.: Изд-во СевНИИГиМ.- 1977.- В кн.: Применение математического и физического моделирования.- С. 53–60.
16. Пивовар Н.Г., Бугай Н.Г., Фридрихсон В.Л. и др. Дренаж с волокнистыми фильтрами для защиты территорий от подтопления.- К.: НАНУ. Институт гидромеханики, 2000.- 332 с.
17. Willardson L.S., Walker R.E. Synthetic drain envelope-soil interactions // J.Irrig. and Drain.Div., ASCE.- 1979.- 105, №4.- P. 367–373.
18. Поляков В.Л. К расчету коэффициента фильтрации суффузионных грунтов // Доп.НАН України.- 2011.- N 102.- С. 54–60.
19. Поляков В.Л. Коэффициент фильтрации несвязных грунтов при фильтрационных деформациях // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки. - К.: КНУБА.- 2012.- Вип.19.- С. 112–119.
20. Поляков В.Л., Сидор В.Б. Внешняя суффозия в несвязных грунтах при радиальной фильтрации // Прикладна гідромеханіка.- 2004.- 6(78), №4.- С. 68–77.
21. Нумеров С.Н. Приближенный способ расчета напорной фильтрации в основании гидротехнических сооружений // М.: ВНИИГ. - Изв.ВНИИГ.- 1953.- Т. 50.- С. 71–90.
22. Олейник А.Я. Геогидродинамика дренажа.- Киев: Наук. думка, 1981.- 284 с.
23. Шестаков В.М. Теоретические основы оценки подпора, водопонижения и дренажа.- М.: Изд-во МГУ, 1965.- 233 с.
24. Эггельсман Р. Руководство по дренажу.- М.: Колос, 1984.- 247 с.