

УДК 621.224

# АНАЛИЗ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА В ПРОТОЧНОЙ ЧАСТИ ОСЕВОЙ ГИДРОТУРБИНЫ НА ОСНОВЕ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ВЯЗКОГО ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Ю. В. ГОРОДЕЦКИЙ, Д. Ю. КОСЬЯНОВ, А. В. РУСАНОВ,  
П. Н. СУХОРЕБРЫЙ, О. Н. ХОРЕВ

*Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины, Харьков*

*Получено 11.11.2011*

Представлены результаты расчетного исследования пространственного вязкого течения жидкости в проточной части вертикальной осевой поворотной-лопастной гидротурбины, разработанной на напор 20 м. Моделирование течения выполнено на основе численного интегрирования уравнений Рейнольдса и двухпараметрической модели турбулентности Ментера (SST). Расчеты проведены с помощью программного комплекса FlowER-U. Дан анализ структуры потока, осредненных параметров и потерь энергии во всех элементах проточной части.

Наведено результати розрахункового дослідження просторової в'язкої течії рідини в проточній частині вертикальної осевої поворотної-лопастної гідротурбіни, розробленої на напір 20 м. Моделювання течії виконано на основі чисельного інтегрування рівнянь Рейнольдса та двопараметричної моделі турбулентності Ментера (SST). Розрахунки проведені за допомогою програмного комплексу FlowER-U. Надано аналіз структури потоку, усереднених параметрів і втрат енергії в усіх елементах проточної частини.

The results of the three-dimensional viscous incompressible flow numerical research are presented for vertical axis Kaplan turbine, which developed on head of 20 m. The flow simulation was carried out on the basis of numerical integration of the Reynolds equations with two-parameter Menter turbulence model (SST). The numerical simulations were realized using the CFD software package FlowER-U. The analysis of the flow structure, averaged parameters and energy losses in all elements of turbine setting are described.

## ВВЕДЕНИЕ

В Украине большинство крупных гидроэлектростанций (ГЭС) на р. Днепр, построенных в 50-60-х годах прошлого столетия, оснащены вертикальными осевыми поворотными-лопастными (ПЛ) гидротурбинами и в настоящее время нуждаются в модернизации. При модернизации проточных частей замене прежде всего подлежат рабочее колесо (РК) и направляющий аппарат (НА), а спиральная камера, статор и отсасывающая труба, являющиеся капитальными сооружениями, как правило, остаются неизменными. Основная цель модернизации заключается в повышении мощности гидроагрегата (не менее чем на 5 %) и КПД гидротурбины, что достигается с помощью совершенствования лопастных систем РК и НА.

Течение жидкости в осевых ПЛ гидротурбинах имеет сложный пространственный характер. В области НА поток направлен к оси вращения, затем поворачивает на 90° и в зоне РК течет параллельно оси турбины. При профилировании лопастной системы РК необходимо знать распределение окружной и осевой составляющих абсолютной скорости потока вдоль входной кромки лопасти.

Рекомендации по выбору этих величин разработаны на основе экспериментальных измерений [1, 2]. Однако при изменении меридиональной проекции проточной части и режимных параметров, на которые проектируется гидротурбина, меняется и структура потока перед РК. Поэтому для рационального проектирования новой или модернизируемой гидротурбины важно знать характеристики пространственного течения во всех элементах проточной части.

В работе представлены результаты численного исследования движения жидкости в элементах проточной части гидротурбины, разработанной на напор 20 м. Исследование выполнено с помощью программного комплекса FlowER-U, позволяющего моделировать пространственные вязкие турбулентные течения несжимаемой жидкости в проточных частях гидротурбин. По результатам расчетов получены структура потока, осредненные характеристики, а также потери энергии во всей проточной части и отдельных ее элементах.

## 1. ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ

В качестве объекта исследования выбрана про-

Табл. 1. Режимные параметры расчетных исследований

Параметр	Режим			
	1	2	3	4
$a_0$ , мм	55	65	75	85
$Q'_1$ , л/с	1005	1170	1360	1580
$n'_1$ , мин <sup>-1</sup>	122	147	175	209
КПД, %	90.5	92	90	82

точная часть номенклатурной гидротурбины ПЛ 20/811-В-50 [3], для которой известны геометрические данные проточной части и универсальная характеристика модели гидротурбины, полученная по результатам испытаний на гидродинамическом стенде. Универсальная характеристика представляет собой зависимость КПД модели от режимных параметров: приведенного расхода  $Q'_1$  и приведенной частоты вращения  $n'_1$ .

Исследования выполнены для модели с диаметром РК  $D_1=1$  м при напоре  $H=1$  м. Рассматриваемая проточная часть включала спиральную камеру, решетки НА и РК, а также отсасывающую трубу (рис. 1). Расчеты проведены для оптимального угла установки лопасти РК  $\phi_L=16^\circ$  при четырех значениях открытия НА  $a_0=55, 65, 75, 85$  мм и соответствующих им величинах приведенного расхода и приведенной частоты вращения, определенных по универсальной характеристике (табл. 1).

На границах расчетной области задавались:

- на входе в спиральную камеру – вектор скорости потока, соответствующий необходимому расходу;
- на стенке – условие прилипания (скорость равна нулю);
- на выходе из отсасывающей трубы – статическое давление.

Исследуемая проточная часть гидротурбины отображалась на расчетную область с помощью сетки (рис. 1) с общим числом ячеек 5.5 млн.: спиральная камера – 2 млн., один межлопаточный канал в решетке НА – 500 тыс., один межлопаточный канал в решетке РК – 500 тыс. и отсасывающая труба – 2.5 млн.

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

Моделирование вязкого течения несжимаемой жидкости в проточной части гидротурбины

выполняется на основе численного интегрирования уравнений Рейнольдса с дополнительным членом, содержащим искусственную сжимаемость [4]:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{J} \left( \frac{\partial J(E_i + E_\nu)}{\partial \xi} + \frac{\partial J(F_i + F_\nu)}{\partial \eta} + \frac{\partial J(G_i + G_\nu)}{\partial \zeta} \right) = H,$$

где

$$Q = (P/\beta \ u \ v \ w)^T, \quad P = \frac{p}{\rho},$$

$$H = (0 \ 0 \ 2w\Omega + y\Omega^2 \ -2v\Omega + z\Omega^2)^T,$$

$$E_i = (U, \ uU + \xi_x P, \ vU + \xi_y P, \ wU + \xi_z P)^T,$$

$$E_\nu = (0, \ -\tau_{\xi\xi}, \ -\tau_{\xi\eta}, \ -\tau_{\xi\zeta})^T,$$

$$F_i = (V, \ uV + \eta_x P, \ vV + \eta_y P, \ wV + \eta_z P)^T,$$

$$F_\nu = (0, \ -\tau_{\eta\xi}, \ -\tau_{\eta\eta}, \ -\tau_{\eta\zeta})^T,$$

$$G_i = (W, \ uW + \zeta_x P, \ vW + \zeta_y P, \ wW + \zeta_z P)^T,$$

$$G_\nu = (0, \ -\tau_{\zeta\xi}, \ -\tau_{\zeta\eta}, \ -\tau_{\zeta\zeta})^T,$$

$$U = \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w, \quad V = \eta_x u + \eta_y v + \eta_z w,$$

$$W = \zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w,$$

$$\xi = \xi(x, y, z), \quad \eta = \eta(x, y, z), \quad \zeta = \zeta(x, y, z).$$

Здесь  $\Omega$  – угловая скорость;  $Q$  – вектор консервативных переменных;  $E_i, F_i, G_i$  – конвективные (невязкие) составляющие потоков;  $E_\nu, F_\nu, G_\nu$  – диффузионные (вязкие) составляющие потоков;  $x, y, z, t$  – декартовы координаты и время;  $\xi, \eta, \zeta$  – обобщенные криволинейные координаты;  $J$  – якобиан преобразования координат;  $P, p, u, v, w, \rho, \beta$  – кинематическое давление, давление, декартовы компоненты скорости, плотность и коэффициент искусственной сжимаемости соответственно. Предполагается, что температура жидкости постоянная.

Моделирование турбулентных эффектов выполнялось с помощью дифференциальной двухпараметрической модели SST Ментера [5].

Численное интегрирование уравнений проводится с помощью неявной квазимонотонной схемы Годунова второго порядка аппроксимации по пространству и времени. Подробное описание математической модели и численного метода представлено в работах [4, 6].

## 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕЧЕНИЯ

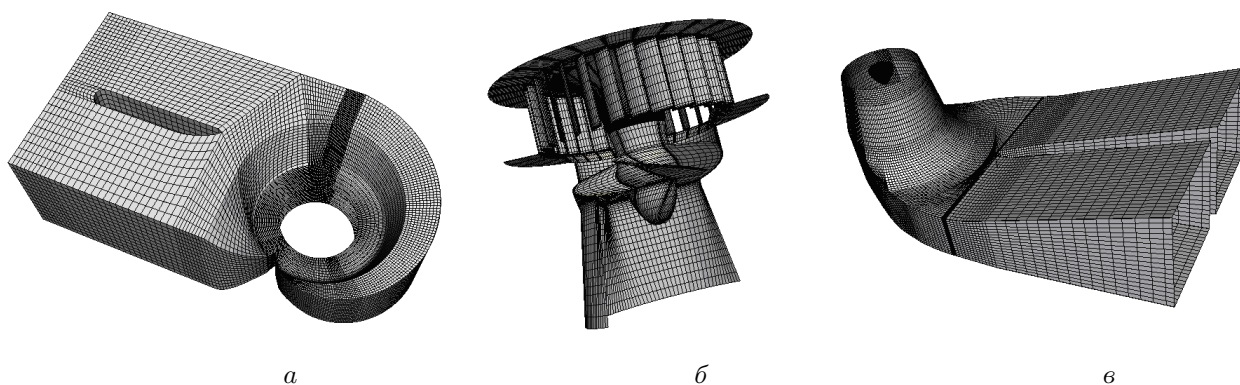


Рис. 1. Модель проточной части гидротурбины:  
*a* – спиральная камера, *б* – решетки НА и РК, *в* – отсасывающая труба

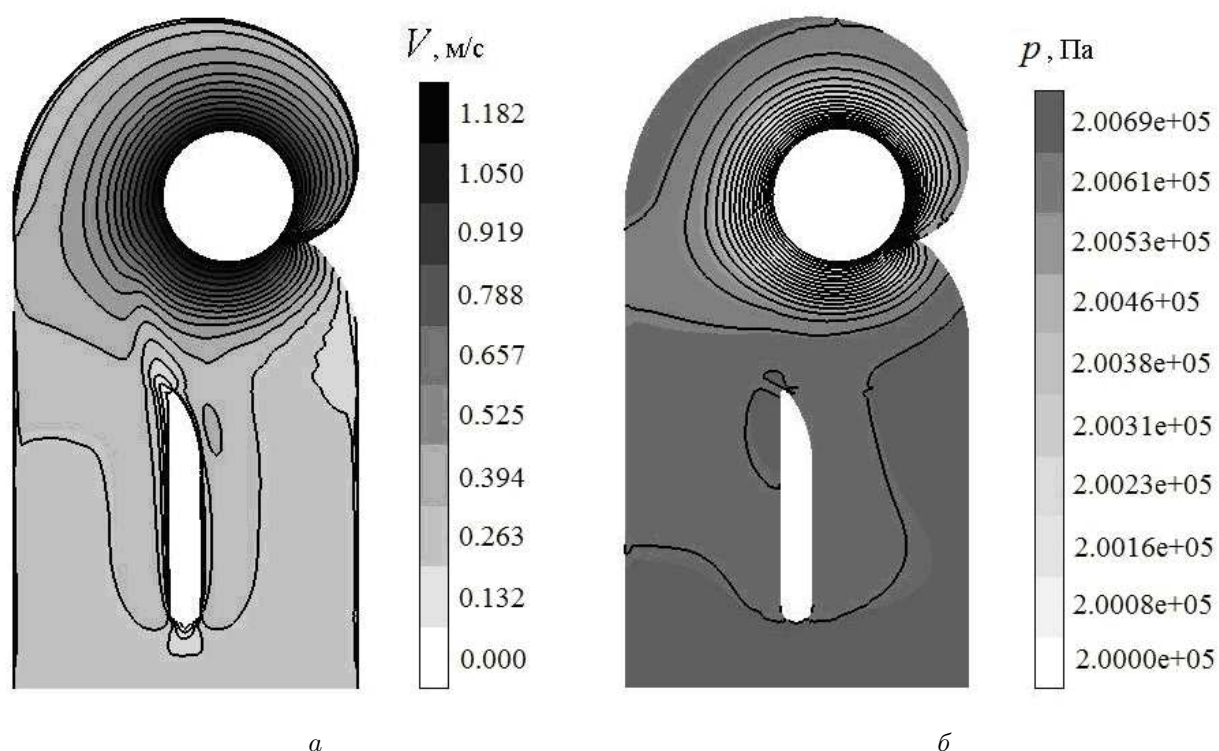


Рис. 2. Среднее сечение спиральной камеры. Визуализация течения:  
*a* – абсолютная скорость, *б* – статическое давление

### 3.1. Спиральная камера

На рис. 2 представлено распределение абсолютной скорости и статического давления в спиральной камере в горизонтальном сечении, проходящем через середину колонн статора, при оптимальном режиме работы гидротурбины (режим 2, см. табл. 1).

Распределение по высоте канала абсолютной

скорости, ее компонент (окружной –  $V_u$ , радиальной –  $V_r$ , осевой –  $V_z$ ) и угла натекания потока в области входных кромок колонн статора при угле охвата спирали ( $\phi = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ ) показано на рис. 3, а на рис. 4 представлено распределение по углу охвата осредненных (по высоте колонны статора) параметров потока.

Как видно из представленных результатов, поток в спирали имеет сложную пространственную

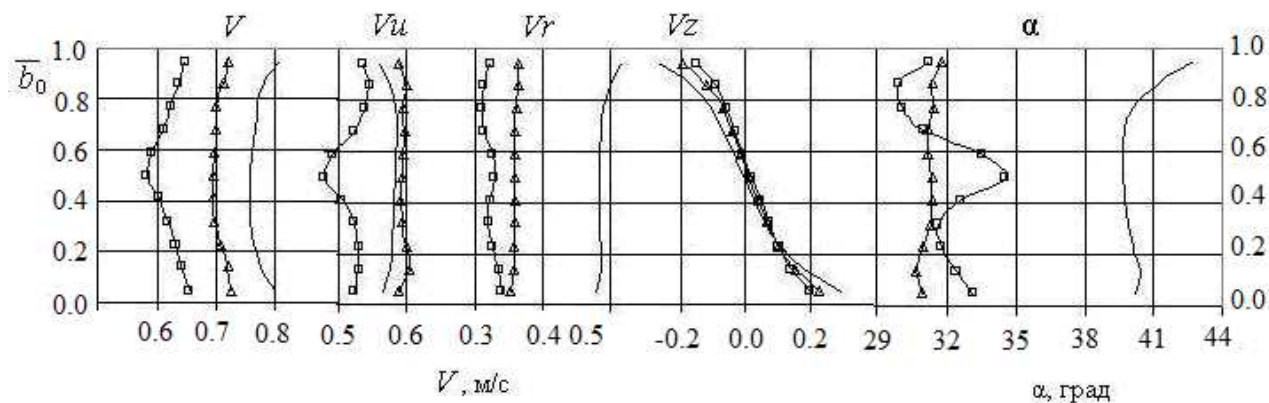


Рис. 3. Распределение параметров потока по высоте канала в области входных кромок колонн статора —  $\phi = 0^\circ$ ,  $-\Delta-$   $\phi = 90^\circ$ ,  $-\square-$   $\phi = 180^\circ$

структуру. Величина абсолютной скорости  $V$  растет при приближении к колоннам статора и плавно уменьшается с увеличением угла охвата спирали. Максимальные ее значения наблюдаются вблизи колец статора, а к середине канала снижаются на 4–9 %. Величина угла  $\alpha$ , формируемого спиральной камерой, существенно зависит от угла охвата  $\phi$  и значительно меняется по высоте канала. Средний угол  $\bar{\alpha}$  меняется от  $40^\circ$  при  $\phi = 0^\circ$  до  $31^\circ$  в районе  $\phi = 90^\circ$  и затем повышается до  $35^\circ$ . При угле  $\phi > 210^\circ$  угол  $\bar{\alpha}$  изменяется от  $104^\circ$  до  $40^\circ$  (рис. 4). Достоверное определение угла, формируемого спиральной камерой, является одной из важных задач, поскольку эта информация позволяет оптимально проектировать колонны статора. Сравнение полученных результатов с данными экспериментальных исследований [7] показывает их хорошее количественное и качественное согласование. Кроме того, величина среднего угла потока  $\bar{\alpha} = 33.5^\circ$  в диапазоне угла охвата спирали  $\phi = 0 - 210^\circ$  хорошо соответствует рекомендуемому ОСТ осредненному углу спиральной камеры СУБ-0.43-210° [3].

### 3.2. Решетки НА и РК

На рис. 5 представлены распределения по относительной высоте канала  $\bar{b}$  осредненных в окружном направлении полной скорости  $V$  и ее компонент, а также угла потока  $\alpha_{2\text{пот}}$  в поперечном сечении за НА. Величины полной скорости, её компонент, угла потока  $\alpha_{2\text{пот}}$  имеют меньшие значения в верхней части канала и возрастают к нижнему кольцу НА. Наибольшая скорость потока наблюдается в области, занимающей примерно 20 % высоты нижней части канала, что связано с разворотом потока от радиального к осевому направлению. С увеличением открытия НА (изменение режима, см. табл. 1) возрастают расходная составляющая скорости  $V_r$  и угол потока, причем характер изменения по высоте канала не меняется, за исключением режима с наибольшим расходом. Увеличение окружной составляющей скорости  $V_u$  при уменьшении открытия НА отмечено в верхней части канала, а в нижней части наблюдается незначительное изменение. По высоте канала неравномерность составляет 25÷50 %. Осевая составляющая скорости  $V_z$  в верхней части канала близка к нулю и возрастает при приближении к нижнему кольцу НА и увеличении расхода. Таким образом, за НА в потоке наблюдается значительная неравномерность всех компонент скорости (рис. 5).

По представленным в табл. 2 осредненным значениям углов потока за НА видно, что они не совпадают с геометрическими углами лопатки, недорыв потока растет с увеличением открытия НА и достигает почти  $5^\circ$ .

На рис. 6 показано распределение по ширине канала абсолютных ( $\alpha_{1\text{пот}}$ ) и относительных ( $\beta_{1\text{пот}}$ )

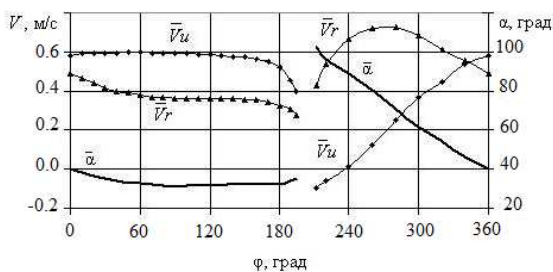


Рис. 4. Распределение осредненных характеристик потока перед входными кромками колонн статора

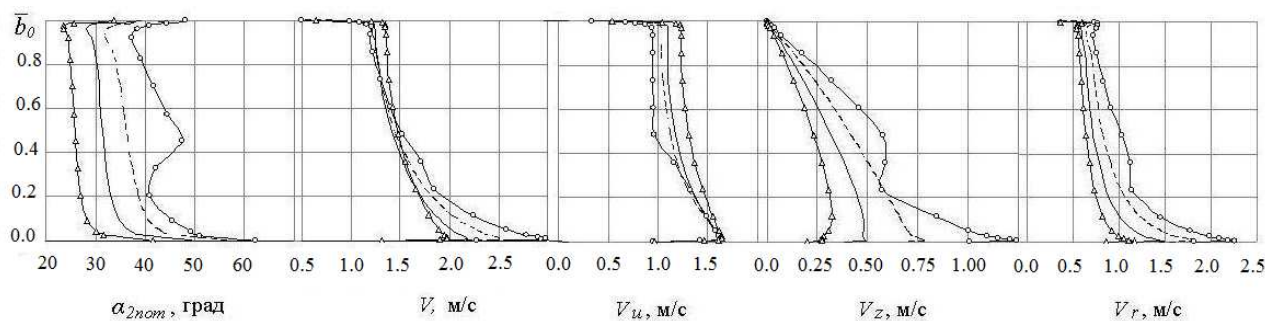


Рис. 5. Параметры потока в сечении за НА:  
 $\triangle$  — режим 1, — режим 2, - - - режим 3,  $\circ$  — режим 4

Табл. 2. Геометрические углы лопатки и осредненные углы потока после НА при различных открытиях

Параметр	Режим			
	1	2	3	4
$a_0$ , мм	55	65	75	85
$\alpha_{1л}$ , град	38	43.9	49.3	56.7
$\alpha_{2л}$	26.4	33.2	39.5	48.4
$\bar{\alpha}_{2пот}$ , град	26.5	32.4	37.5	43.8

углов потока, а также абсолютной скорости и ее компонент в сечении перед РК.

Перед РК наибольшие значения скорости наблюдаются у втулки. На оптимальном расходе (режим 2) неравномерность скорости не превышает 20 %. С увеличением открытия НА и возрастанием расхода неравномерность  $V$  по ширине канала уменьшается (рис. 6). Осевая (расходная) составляющая скорости  $V_z$  принимает большие значения в средней части канала и уменьшается к стенкам (на 15÷20 %). При увеличении открытия НА значение  $V_z$  возрастает, особенно у камеры РК. Окружная составляющая  $V_u$  на всех исследованных режимах наибольшее значение имеет у втулки РК, а к середине канала снижается примерно на 40 % и практически не меняется при приближении к камере. С увеличением открытия НА  $V_u$  выравнивается по высоте, а ее среднее значение уменьшается. Угол потока  $\alpha_{1пот}$  перед РК имеет меньшее значение у втулки, возрастает к середине канала и затем уменьшается к камере. С увеличением открытия НА значение угла  $\alpha_{1пот}$  возрастает. Радиальная скорость  $V_r$  в сечении перед РК для оптимального режима составляет около 5 % от  $V_z$  и с увеличением открытия НА изменяется незначительно. Таким образом, поток перед РК можно считать практически осевым с максимальным значением расходной составляющей скорости в средней части

канала и с большим значением окружной составляющей у втулки РК.

Угол потока в относительном движении  $\beta_{1пот}$  в области входных кромок РК отличается от лопастного угла  $\beta_{1доп}$ , причем наибольшее отличие достигается у втулки. Для оптимального режима (режим 2) большая часть лопасти, примерно 70 %, обтекается с небольшими (5÷7°) отрицательными углами атаки. У втулки направление потока изменяется, появляются положительные углы атаки, которые увеличиваются при уменьшении открытия НА и расхода и достигают 30÷40°. При увеличении открытия НА эпюра  $\beta_{1пот}$  выравнивается по ширине канала и лопасть обтекается с отрицательными углами атаки, не превышающими 8-10°. На рис. 7 показано образование вихря в области входной кромки у втулки РК для режима с максимальным расходом (режим 4).

На рис. 8 представлены распределения по ширине канала абсолютных ( $\alpha_{2пот}$ ) и относительных ( $\beta_{2пот}$ ) углов потока, абсолютной скорости и ее компонент в сечении за РК. После РК основной составляющей абсолютной скорости является расходная  $V_z$ , которая достигает 95 % от  $V$ . Меньшие значения  $V_z$  наблюдаются у втулки, а большие – у периферии лопасти (на 20 %). С увеличением открытия НА и расхода значения расходной составляющей скорости также повышаются. Угол потока  $\alpha_{2пот}$  для оптимального расхода (режим 2) у втулки равен 90° и плавно уменьшается до 70° у камеры РК. Окружная составляющая  $V_u$ , определяющая закрутку потока на входе в отсасывающую трубу, имеет небольшие отрицательные значения у втулки, на расстоянии 20 % ширины лопасти меняет знак и увеличивается к камере, достигая 30 % от расходной составляющей скорости. При уменьшении расхода увеличивается отрицательная закрутка, а с увеличением – растет положительная закрутка потока.

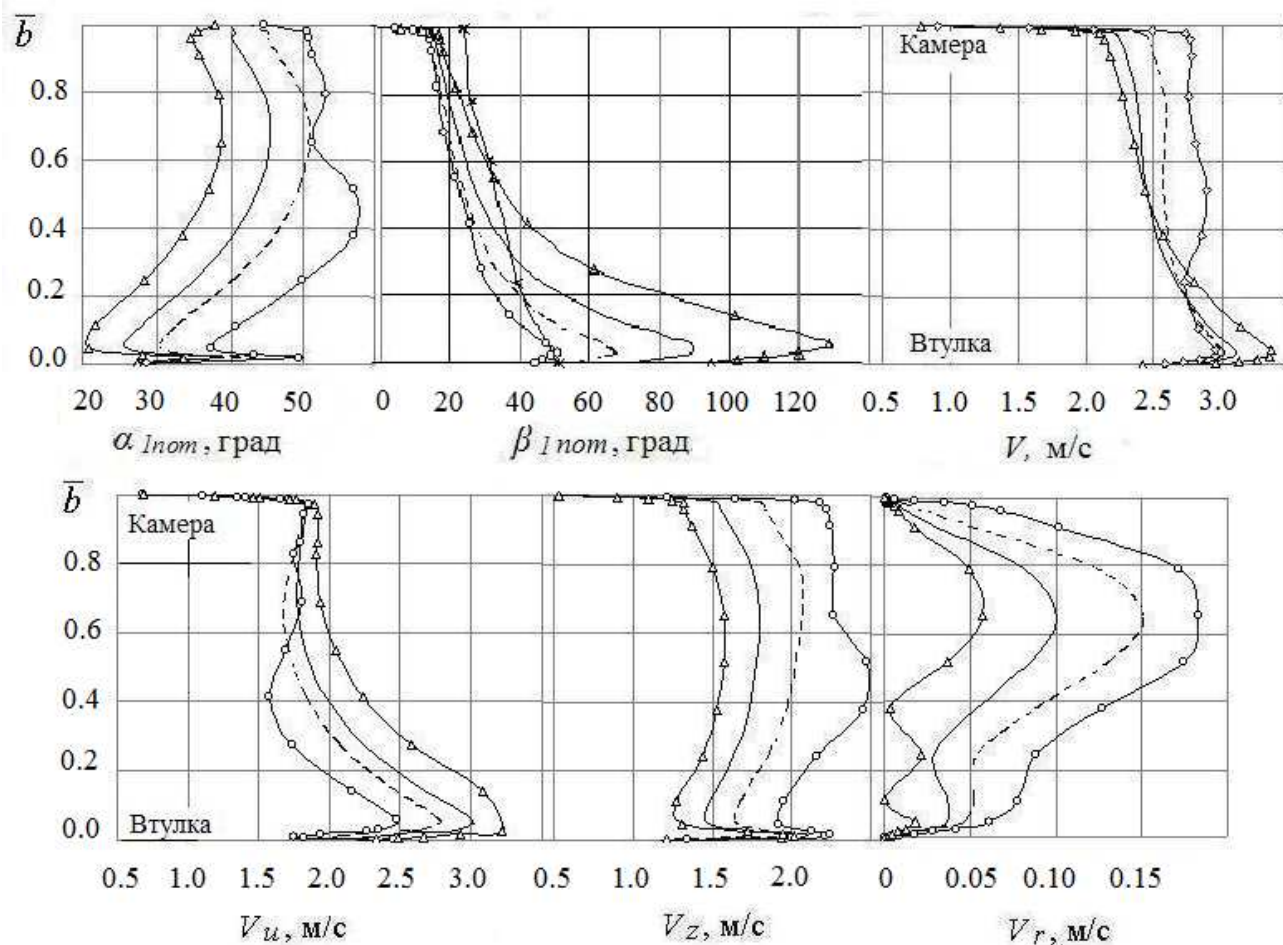


Рис. 6. Параметры потока в сечении перед РК:  
 — $\Delta$ — режим 1, — режим 2, - - - режим 3, — $\circ$ — режим 4, — $\times$ —  $\beta_{1\text{доп}}$

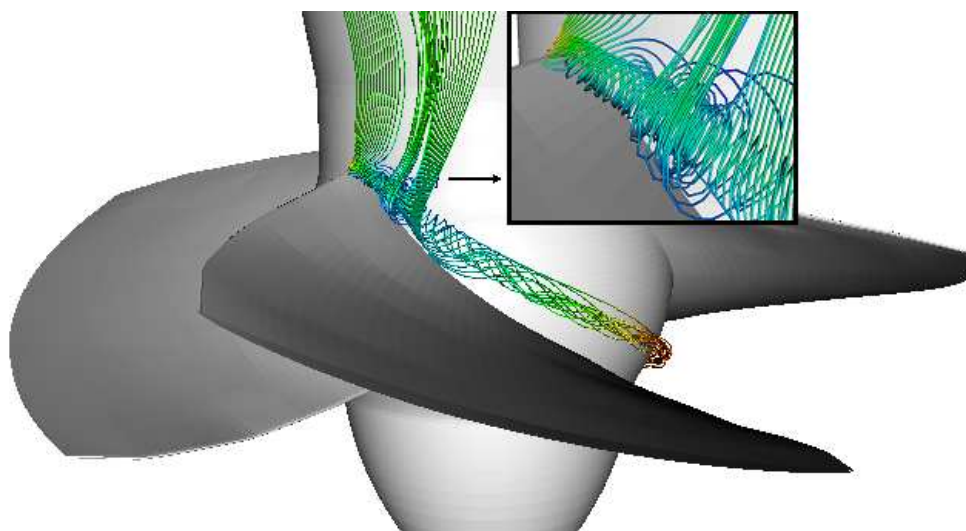


Рис. 7. Визуализация течения (линии тока) в области входной кромки у втулки РК

Радиальная составляющая скорости  $V_r$  на периферии лопасти близка к нулю и возрастает к втулке, достигая 20 % от расходной составляющей  $V_z$ .

Таким образом, в потоке после РК преобладает расходная составляющая скорости, но при этом закрутка потока по ширине канала также существенная. Угол потока в относительном движении  $\beta_{2\text{пот}}$  в области выходных кромок РК больше лопастного угла  $\beta_{2\text{доп}}$  примерно на  $5^\circ$  для всех исследуемых режимов работы и увеличивается от камеры к втулке (рис. 8).

### 3.3. Отсасывающая труба

На рис. 9 показана визуализация изолиний полной скорости в среднем сечении отсасывающей трубы для четырех режимов работы. Видно, что поток в трубе является существенно неравномерным, для всех исследуемых режимов по всей длине трубы имеют место застойные области, где скорость течения близка к нулю. В вертикальном диффузоре более равномерное течение получено для оптимального расхода (режим 2), при других режимах за обтекателем наблюдается гидродинамический след (вихревой жгут), который проникает в колено отсасывающей трубы. Наибольшие застойные зоны образованы в горизонтальном диффузоре, они занимают значительную часть трубы и расположены, в основном, в области выходного сечения.

Поля нормальной составляющей скорости  $V_n$  в поперечных сечениях (см. рис. 9) вдоль отсасывающей трубы (для режима 2) представлены на рис. 10, при других значениях расхода эти данные приведены в [8]. В поперечных сечениях трубы большие значения расходной составляющей скорости получены у стенок, а меньшие - в центре. В выходном сечении находятся области с противотоками, в которых отрицательные величины расходной составляющей скорости достигают 30 % от максимального значения скорости. Существенная неравномерность потока наблюдается в левой (по ходу движения жидкости) части горизонтального диффузора, что можно объяснить преобладанием положительной закрутки на выходе из РК для всех исследованных режимов и асимметричным расположением горизонтального диффузора относительно оси турбины.

По результатам расчета пространственного потока в отсасывающей трубе был определен коэффициент Кориолиса  $K$ , характеризующий неравномерность значений скорости в выходном сечении трубы и представляющий собой отношение ки-

Табл. 3. Значения коэффициента Кориолиса в отсасывающей трубе

Параметр	Режим			
	1	2	3	4
$Q'_1$ , л/с	1005	1170	1360	1580
$n'_1$ , мин <sup>-1</sup>	122	147	175	209
$n_1$ , мин <sup>-1</sup>	122	147	175	209
$K$	1.77	1.73	2.03	2.51

нетической энергии реального потока к кинетической энергии, рассчитанной по средней расходной скорости (табл. 3). Наименьшее значение коэффициента  $K$  установлено для оптимального режима.

Полученные в результате расчетного исследования данные о структуре пространственного течения жидкости в проточной части ПЛ гидротурбины, представленные в данной статье, а также в работах [9, 10], качественно согласуются с результатами экспериментальных измерений потока пятиканальными шаровыми зондами на гидродинамическом стенде [2, 11] и на азростенде в ЦКТИ [12].

### 3.4. Энергетические характеристики проточной части

По результатам расчетов получены значения потерь энергии во всех элементах проточной части гидротурбины.

На рис. 11 представлены зависимости потерь энергии от режима работы в отсасывающей трубе  $h_{\text{отс тр}}$  и в ее элементах: вертикальном диффузоре  $h_{\text{верт диф}}$ , колене  $h_{\text{кол}}$  и горизонтальном диффузоре  $h_{\text{гор диф}}$ . Потери в отсасывающей трубе растут с увеличением расхода. Максимальное значение получено в колене, что объясняется разворотом канала при одновременной диффузорности течения. На оптимальном режиме (режим 2) потери в колене составляют 1 % при суммарных потерях в отсасывающей трубе – 2 %.

Полный баланс расчетных потерь энергии в исследуемой проточной части поворотной-лопастной осевой гидротурбины и потерь, полученных при модельных испытаниях на стенде, представлен на рис. 12.

Наибольшие потери энергии получены в РК, их минимум находится в области оптимума универсальной характеристики гидротурбины и составляет 4 %, а в области номинальной нагрузки достигает 6 %. Характер изменения потерь энергии в РК определяет положение минимума потерь

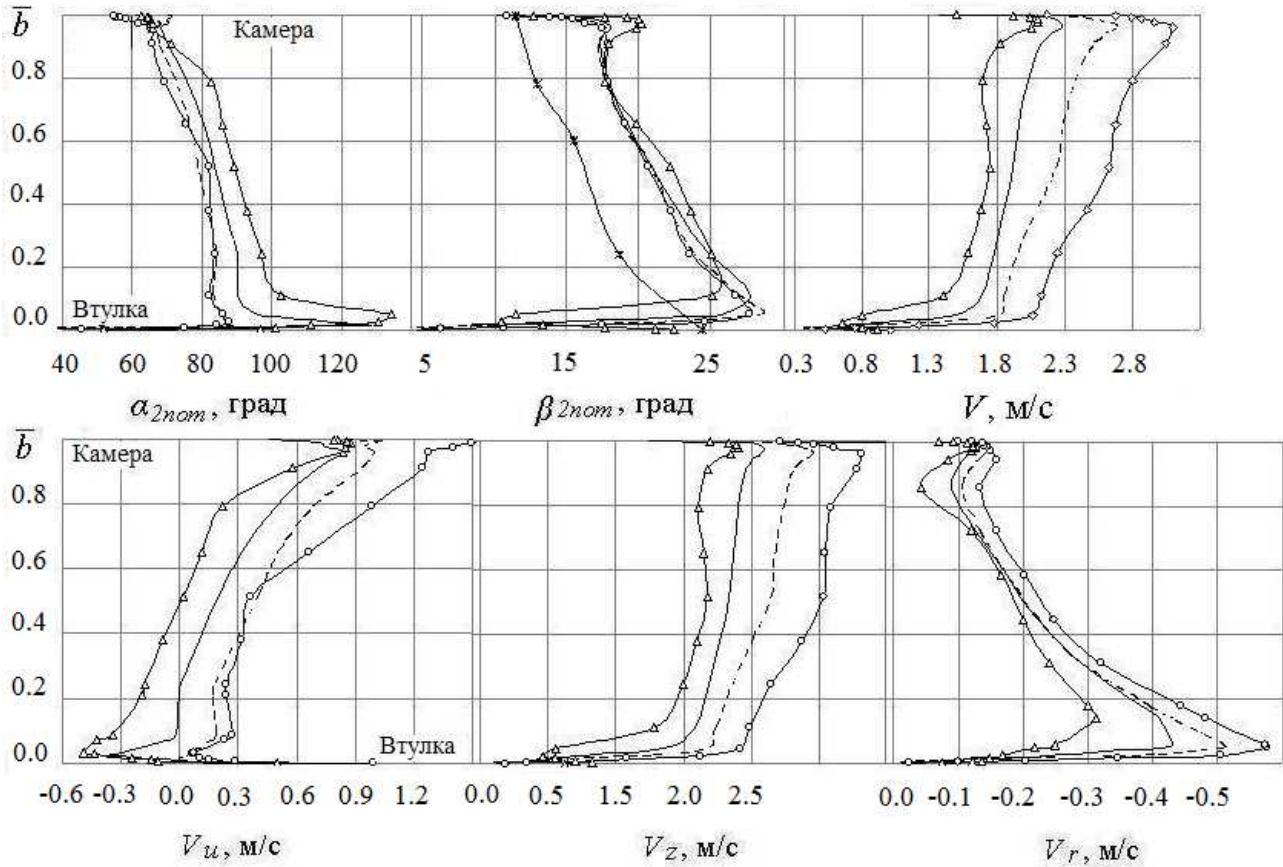


Рис. 8. Параметры потока после РК:  
 — $\Delta$ — режим 1, — режим 2, - - - режим 3, — $\circ$ — режим 4, — $\times$ —  $\beta_{2пот}$

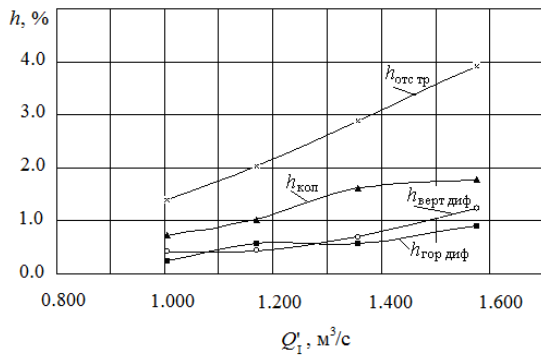


Рис. 11. Расчетные потери энергии в отсасывающей трубе

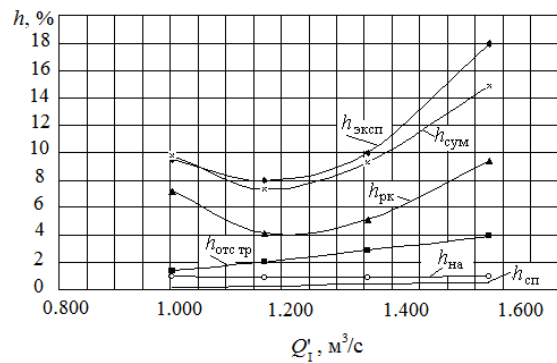


Рис. 12. Расчетные потери энергии в проточной части

во всей проточной части и фактически формирует оптимум универсальной характеристики гидротурбины. Потери энергии в отсасывающей трубе в оптимуме характеристики составляют 50 % от по-



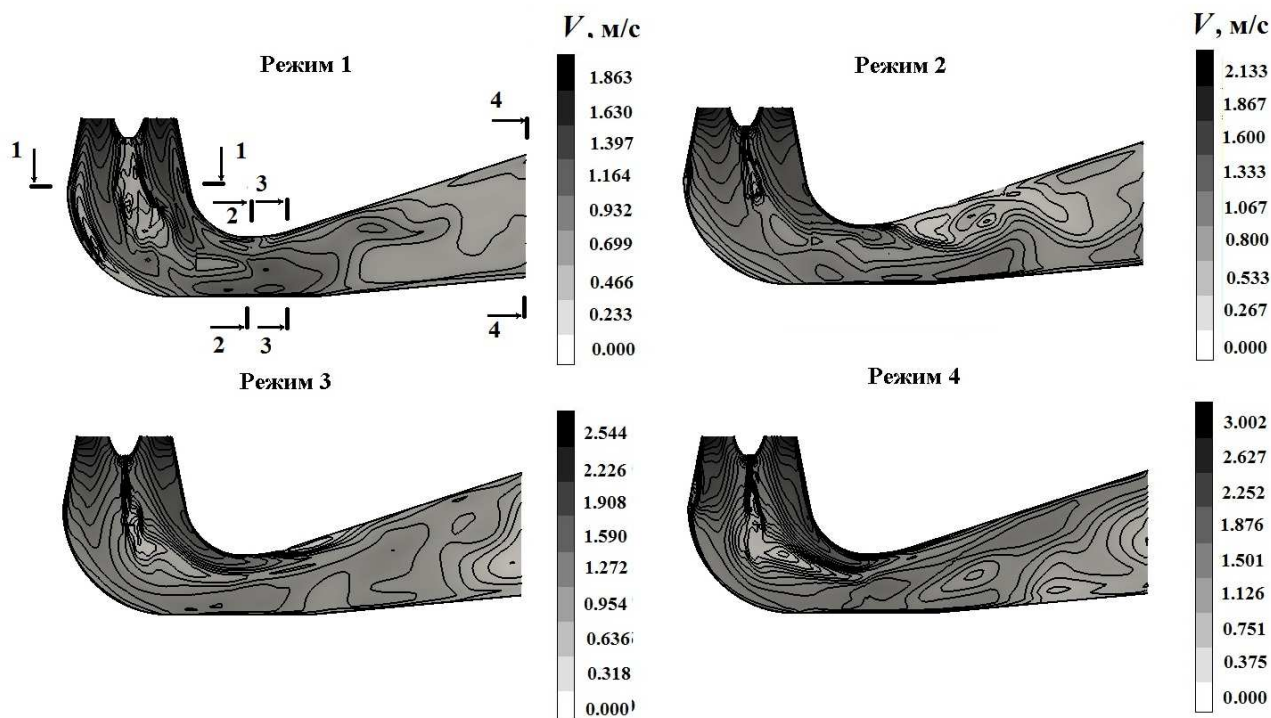


Рис. 9. Изолинии полной скорости в среднем сечении отсасывающей трубы

терь в РК и повышаются с увеличением расхода. В подводе гидротурбины – спиральной камере и решетке НА – большие потери энергии получены в НА, где скорости потока выше. При оптимальном расходе потери в НА минимальны и равны 0.9 %, при изменении расхода увеличиваются на 0.1 %. В спиральной камере потери растут с увеличением расхода практически по квадратичной зависимости и в оптимуме составляют 0.33 %.

Минимум расчетных потерь составляет 7.4 %, его положение по расходу совпадает с минимумом, полученным в эксперименте, а значение меньше на 0.6 %. В зоне эксплуатации гидротурбины до  $Q_1' = 1.4 \text{ м}^3/\text{с}$  характер изменения расчетной кривой потерь практически повторяет форму экспериментальной кривой.

## ВЫВОДЫ

Расчетное исследование трехмерного вязкого течения жидкости в проточной части вертикальной поворотно-лопастной осевой гидротурбины позволило получить новые данные о структуре пространственного потока, осредненных параметрах и потерях энергии, определить особенности тече-

ния в каждом из элементов. Расчетный баланс полных потерь энергии в исследуемой проточной части хорошо согласуется с известными экспериментальными исследованиями течений и результатами модельных испытаний на стенде. Выполненный анализ рабочего процесса в проточной части поворотно-лопастной осевой гидротурбины и удовлетворительное совпадение с известными экспериментальными данными позволяют сделать вывод о возможности использования программного комплекса FlowER-U для разработки новых и совершенствования модернизируемых проточных частей гидротурбин.

1. Барлит В.В. Гидравлические турбины. – К.: Вища шк., 1977. – 360 с.
2. Завьялов П.С. Исследование кинематики потока перед рабочим колесом и за ним поворотно-лопастной осевой гидротурбины на напор 30-40 м / П.С. Завьялов, А.Е. Сушко, И.С. Веремеенко, А.В. Бондаренко, Н.А. Федоренко // Гидравл. машины, Харьков. – 1977. – 11. – С. 39–44.
3. ОСТ 108.023.15–82. Турбины гидравлические вертикальные поворотно-лопастные осевые и радиально-осевые. – Л., 1984. – 263 с.
4. Русанов А.В. Численное моделирование течений вязкой несжимаемой жидкости с использованием неявной квазимонотонной схемы Годунова повышенной точности / А.В. Русанов, Д.Ю. Косья-

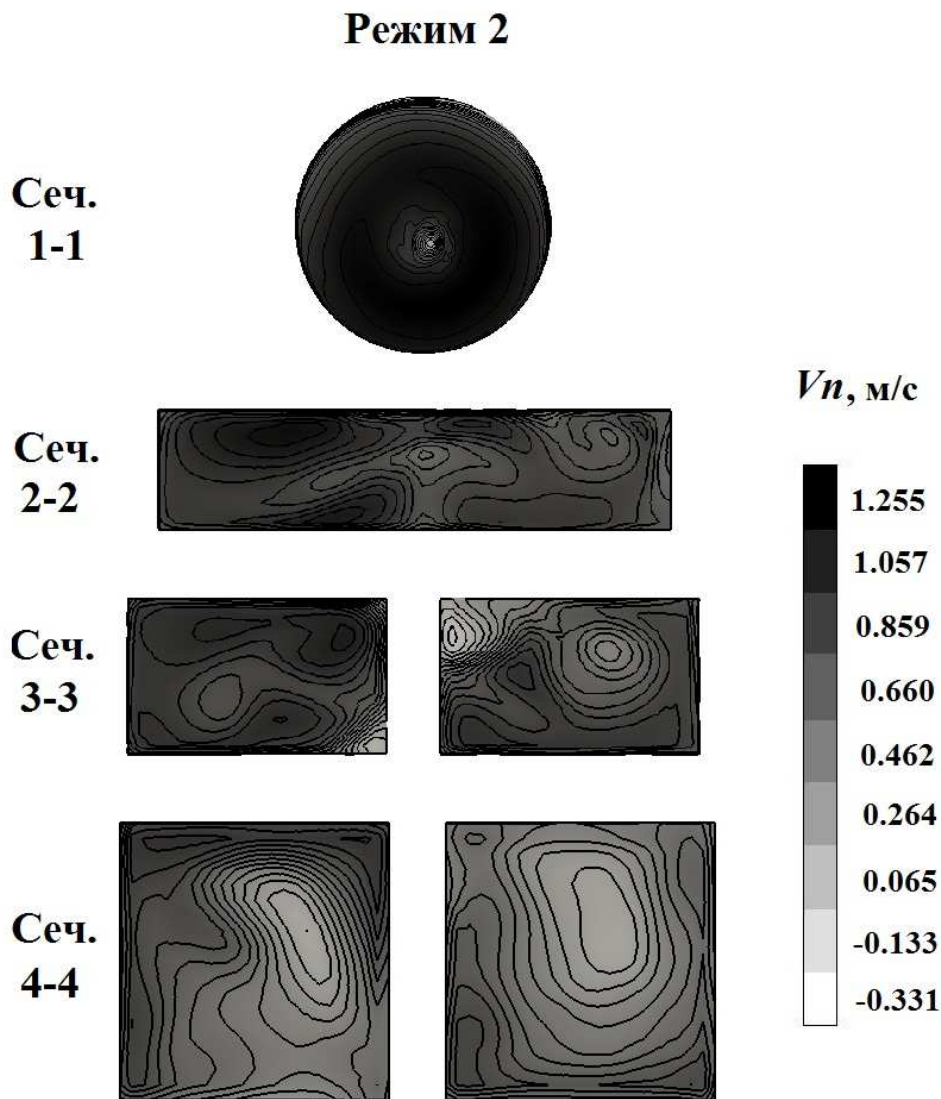


Рис. 10. Визуализация расходной составляющей скорости в поперечных сечениях отсасывающей трубы

- нов // Восточ.-Европ. журн. передовых технологий. - 2009. - №5. - С. 4-7.
5. *Menter F.R.* Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications // *AIAA J.* - 1994. - **32**, №8. - P. 1598-1605.
  6. *Русанов А.В.* Математическое моделирование нестационарных газодинамических процессов в проточных частях турбомашин / А.В. Русанов, С.В. Ершов. - Харьков: Ин-т пробл. машиностроения НАН Украины, 2008. - 275 с.
  7. *Михайлов И.Е.* Турбинные камеры гидроэлектростанций. - М.: Энергия, 1970. - 272 с.
  8. *Русанов А.В.* Расчетное исследование пространственного вязкого течения жидкости в отсасывающей трубе осевой гидротурбины / А.В. Русанов, Ю.В. Городецкий, Д. Ю. Косьянов и др. // *Пробл. машиностроения.* - 2011. - № 4. - С. 16-24.
  9. *Русанов А.В.* Моделирование пространственного течения вязкой жидкости в проточной части осевой поворотной-лопастной гидротурбины / А.В. Русанов, Ю.В. Городецкий, Д.Ю. Косьянов и др. // *Пробл. машиностроения.* - 2010. - № 4. - С. 15-23.
  10. *Русанов А.В.* Численное исследование пространственного вязкого течения жидкости в спиральной камере осевой гидротурбины / А.В. Русанов, Д.Ю. Косьянов, П.Н. Сухоробрий и др. // *Восточно-Европейский журнал передовых технологий.* - 2010. - № 5. - С. 33-36.
  11. *Квятковский В.С.* Рабочий процесс осевой турбины. Ч.1. Тр. Всесоюз. ин-т гидр. машиностроения. - М.: Машгиз, 1951. - 155 с.
  12. *Этинберг И.Э.* Теория и расчет проточной части поворотной-лопастных гидротурбин. - Л.: Машиностроение, 1965. - 350 с.