

УДК 532.5.011

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭФФЕКТА МАГНУСА ПРИ ОБТЕКАНИИ КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА НЕВОЗМУЩЕННЫМ ПОТОКОМ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Д. А. РЕДЧИЦ\*, А. А. ГУРЖИЙ\*\*

\* Институт транспортных систем и технологий НАН Украины, Днепропетровск,

\*\* Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 10.06.2011

Для исследования нестационарного обтекания вращающегося кругового цилиндра применяются нестационарные уравнения Навье-Стокса несжимаемой жидкости. Численный алгоритм базируется на методе искусственной сжимаемости, неявной трехслойной схеме второго порядка с подитерациями при интегрировании по времени, разностной схеме третьего порядка с расщеплением векторов потоков для конвективных членов и центрально-разностной схеме при интегрировании вязких членов. Анализируются полученные профили скорости, поля завихренности, распределение коэффициентов давления и трения по поверхности цилиндра, коэффициенты лобового сопротивления и подъемной силы при ламинарном режиме обтекания.

Для дослідження нестационарного обтікання кругового циліндра, що обертається, застосовуються нестационарні рівняння Нав'є-Стокса нестисливої рідини. Чисельний алгоритм базується на методі штучної стисливості, неявній тришаровій схемі другого порядку з підітераціями при інтегруванні за часом, різничею схемі третього порядку з розщепленням векторів потоків для конвективних членів і центрально-різницею схемі при інтегруванні в'язких членів. Аналізуються отримані профілі швидкості, поля завихореності, розподіл коефіцієнтів тиску й тертя по поверхні циліндра, коефіцієнти лобового опору й піднімальної сили при ламінарному режимі обтікання.

To research the flow around rotating circular cylinder is applied the unsteady incompressible Navier-Stokes equations. The numerical algorithm is based on a method of artificial compressibility, the implicit three-layer scheme of the second order with subiterations during integration on time, difference scheme the third order with flux vectors splitting for convective terms and central-difference scheme at integration of viscous terms. The velocity profiles, vorticity fields, distribution of pressure and friction coefficients over cylinder surfaces, drag and lift force coefficients are analyzed for a laminar regime of the flow.

## ВВЕДЕНИЕ

В последнее время в современной научной литературе можно отметить повышенный интерес многих исследователей к прикладным задачам гидромеханики, которые уже сегодня требуют своего решения. Такие задачи привлекают внимание специалистов различных профилей не только внутренней красотой полученных решений, но и важными прикладными зависимостями, которые позволяют выявить определенные закономерности развития течений, глубже понять особенности движения и взаимодействия жидкости с движущимися поверхностями. Наиболее показательной в этом отношении является задача об обтекании вращающегося кругового цилиндра в набегающем в поперечном направлении невозмущенного потока вязкой жидкости. Вращение цилиндра изменяет структуру внешнего течения и приводит к возникновению ненулевой поперечной силы, известной в литературе как сила Магнуса [2, 3].

Отличительной особенностью внешнего течения около вращающихся круговых в поперечном сечении тел в набегающем потоке вязкой несжимае-

мой жидкости является задержка, а в некоторых случаях, и подавление образования вихревой дорожки Кармана в следе за телом даже при числах Рейнольдса  $Re$ , соответствующих нестационарному режиму обтекания.

В современной научной литературе изучению особенностей движения жидкости около кругового цилиндра, вращающегося с постоянной угловой скоростью, во внешнем течении вязкой невозмущенной жидкости посвящено много экспериментальных и численных исследований [3–6 и литература в них]. Например, в экспериментальных исследованиях [8] установлено, что при скорости вращения  $\alpha < 1$  ( $\alpha = \omega R_0 / U_\infty$ , где  $U_\infty$  – скорость невозмущенного потока;  $\omega$  – угловая скорость вращения цилиндра;  $R_0$  – радиус цилиндра) и числе Рейнольдса  $Re \approx 10^3$  с увеличением скорости вращения цилиндра имеет место возрастание коэффициента подъемной силы.

Во многих работах численные исследования эффекта Магнуса проводились при значительно меньших числах Рейнольдса. Например, в статье [9] численно моделировалось течение за вращающимся цилиндром при ламинарном режиме обтекания ( $Re < 47$ ) и скоростях вращения  $\alpha \leq 3$ . Ана-

лиз результатов численного моделирования показывает, что вращение поверхности приводит к затягиванию отрыва пограничного слоя. Этот эффект вызывает значительное изменение структуры течения за цилиндром, а в некоторых случаях и подавление процесса формирования вихревой дорожки Кармана. Аналогичные результаты получены в работе [10] для более широкого диапазона чисел Рейнольдса  $Re = 60, 100, 200$  и скоростей вращения  $0 \leq \alpha \leq 1$  цилиндра.

Детальному изучению структуры течения в следе за вращающимся цилиндром посвящена работа [11], в которой уравнения Навье-Стокса для несжимаемого течения решались численно в переменных завихренность-функция тока в достаточно широком диапазоне чисел Рейнольдса ( $10 \leq Re \leq 80$ ) и скоростей вращения цилиндра ( $\alpha \leq 3$ ). Исследования показали, что число Струхалия, определяющее частоту схода крупномасштабных вихревых структур с поверхности цилиндра в указанных выше диапазонах параметров ламинарного течения, оказалось близким к  $St \approx 0.16$ .

В работе [12] выполнено сравнение динамики развития двухмерных нестационарных течений при обтекании вращающегося цилиндра по результатам прямого численного моделирования и данным экспериментальных исследований в широком диапазоне параметров течения:  $10^3 \leq Re \leq 10^4$  и  $0.5 \leq \alpha \leq 3.0$ . Установлено, что вихревая структура дорожки Кармана в течении за круговым цилиндром полностью подавляется при  $\alpha < \alpha_L$ , где  $\alpha_L$  – некоторое критическое значение скорости вращения цилиндра. В то же время, исследования показали, что при  $\alpha_L \approx 2.0$  частота срыва вихревых структур в следе за вращающимся круговым цилиндром практически не зависит от числа Рейнольдса  $Re$ . В работах [13, 14], посвященных анализу различных сценариев развития вихревой дорожки в зависимости от значений  $Re$  и  $\alpha$ , были найдены критические значения параметров течения, которые определяют асимптотическую устойчивость течения.

В аналогичных исследованиях [15] применялся метод Галеркина и была проведена систематизация бифуркаций Хопфа, которая описывает переход от стационарного режима обтекания к образованию периодического режима течения за вращающимся цилиндром при  $10^3 < Re < 10^4$ . Авторами была получена кривая перехода в зависимости от числа Рейнольдса  $Re$  и скорости вращения цилиндра  $\alpha$ . Показано, что вращение цилиндра может задерживать начало формирования приповерхностных локализованных вихревых структур, понижать интенсивность и частоту схода вихрей в сле-

де за цилиндром.

К сожалению, анализ многочисленных теоретических и экспериментальных данных, опубликованных в современной научной литературе, не позволяет выделить зону перехода от нестационарного режима обтекания вращающегося цилиндра в набегающем потоке к стационарному режиму обтекания в зависимости от числа Рейнольдса и скорости вращения цилиндра.

Цель настоящей работы – определение бифуркационной кривой режимов обтекания на основе численного моделирования двухмерного ламинарного обтекания кругового цилиндра невозмущенным потоком вязкой несжимаемой жидкости в широком диапазоне чисел Рейнольдса и скоростей вращения цилиндра.

## 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим ламинарное обтекание невозмущенного потока вязкой несжимаемой жидкости с кинематической вязкостью  $\nu$  бесконечного цилиндра радиуса  $R_0$  в поперечном направлении со скоростью  $U_0$  на бесконечном удалении от цилиндра. Необходимо определить поля скорости  $\mathbf{U}(x, y, t)$  и давления  $p(x, y, t)$  в плоскости поперечного сечения цилиндра, выявить динамику развития крупномасштабных вихревых структур в рассматриваемом течении и силовые характеристики воздействия потока на цилиндр.

В дальнейшем задачу удобно пронормировать на диаметр  $D$  цилиндра и характерную скорость потока  $U_0$ . В этом случае безразмерные уравнения Навье-Стокса для несжимаемой жидкости, записанные относительно криволинейной системы координат, связанной с центром кругового цилиндра, принимают вид [16]

$$I_m \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial \tau} = -\frac{\partial}{\partial \xi}(E - E_v) - \frac{\partial}{\partial \eta}(F - F_v) = -R, \quad (1)$$

где  $q = \frac{1}{J}[p, u, v]^T$ ,  $I_m = \text{diag}[0, 1, 1]$ ,

$$J = \frac{\partial(\xi, \eta)}{\partial(x, y)} = \det \begin{vmatrix} \xi_x & \xi_y \\ \eta_x & \eta_y \end{vmatrix},$$

$$E = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \beta U \\ \xi_x p + uU + \xi_t u \\ \xi_y p + vU + \xi_t v \end{bmatrix},$$

$$E_v = \frac{\nu}{Re \cdot J} \begin{bmatrix} 0 \\ (\xi_x^2 + \xi_y^2)u_\xi + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y)u_\eta \\ (\xi_x^2 + \xi_y^2)v_\xi + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y)v_\eta \end{bmatrix},$$

$$F = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \beta V \\ \eta_x p + uV + \eta_t u \\ \eta_y p + vV + \eta_t v \end{bmatrix},$$

$$F_v = \frac{v}{\text{Re} \cdot J} \begin{bmatrix} 0 \\ (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) u_\xi + (\eta_x^2 + \eta_y^2) u_\eta \\ (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) v_\xi + (\eta_x^2 + \eta_y^2) v_\eta \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} \xi_t &= -x_\tau \xi_x - y_\tau \xi_y, & \eta_t &= -x_\tau \eta_x - y_\tau \eta_y, \\ \xi_x &= J y_\eta, & \xi_y &= J x_\eta, \\ \eta_x &= -J y_\xi, & \eta_y &= J x_\xi, \\ U &= \xi_x u + \xi_y v, & V &= \eta_x u + \eta_y v. \end{aligned}$$

Здесь  $R$  – вектор невязок уравнений;  $J$  – якобиан преобразования координат;  $u, v$  – декартовы составляющие вектора скорости;  $p$  – давление;  $U, V$  – контравариантные компоненты вектора скорости;  $\text{Re}$  – число Рейнольдса.

Для однозначного определения полей скорости и давления начально-краевая задача должна быть дополнена соответствующими начальными и граничными условиями.

## 2. ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Расчеты проводились на сетке О-типа с количеством ячеек  $121 \times 250$ . Для адекватного разрешения вязких эффектов в физической области использовалась неравномерная сетка со существенным сгущением сетки вблизи поверхности цилиндра и в следе. Первый слой сетки располагался на расстоянии  $0.0035R_0$  от поверхности цилиндра. Общее количество слоев сетки в пограничном слое цилиндра превышало 40. Для предотвращения влияния краевых эффектов внешняя граница течения была расположена на расстоянии  $50D$ . При проведении расчетов шаг интегрирования по времени составлял  $\Delta t = 0.01$ .

В качестве начальных условий задавались параметры невозмущенного потока во всей расчетной области. Граничное условие (условие прилипания) [17] записывалось с учетом скорости вращения цилиндра в системе координат, связанной с центром поперечного сечения цилиндра. На внешней границе при реализации граничных условий использовался метод характеристик [18]. При проведении вычислений предполагалось, что цилиндр был мгновенно приведен во вращательное движение из состояния покоя. Согласование полей давления и скорости осуществлялось с помощью метода искусственной сжимаемости [19].

Система уравнений движения (1) интегрирова-

лась численно с использованием метода контрольного объема. Для конвективных потоков использовалась противопоточная аппроксимация, основанная на схеме Роу третьего порядка точности. Дискретный аналог вязких слагаемых представлялся с использованием центральных разностей второго порядка [19].

Численная реализация алгоритма решения уравнений движения (1) базируется на трехслойной неявной схеме с подитерациями по псевдо-времени  $\tau$  второго порядка точности во временном пространстве:

$$\begin{aligned} \left[ I_{t\tau} + \left( \frac{\partial R}{\partial q} \right)^{n+1,m} \right] (q^{n+1,m+1} - q^{n+1,m}) = \\ = -R^{n+1,m} - \frac{I_m}{\Delta t} \left( \frac{3q^{n+1,m}}{2} - 2q^n + \frac{q^{n-1}}{2} \right), \\ I_{t\tau} = \text{diag} \left[ \frac{1}{\Delta\tau}, \frac{1}{\Delta\tau} + \frac{3}{2\Delta t}, \frac{1}{\Delta\tau} + \frac{3}{2\Delta t} \right], \end{aligned} \quad (2)$$

где верхний индекс  $n$  соответствует моменту времени  $t = n\Delta t$ .

При решении уравнений (1) и удовлетворении уравнения неразрывности на слое  $n+1$  вводится псевдовременной слой с индексом  $m$ . Основные уравнения решаются итерационным методом. Итерации заканчивались при условии, что значения  $u^{n+1,m+1}$  и  $v^{n+1,m+1}$  приближались к значениям скорости  $u^{n+1}$ ,  $v^{n+1}$  на новом временном слое с заранее установленной точностью  $\varepsilon_U$ , а дивергенция поля скорости стремилась к нулю и не превышала заданного значения  $\varepsilon_D$ . В конечном итоге на каждом итерационном шаге рассматриваемая задача сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений, которая решалась численно итерационным методом Гаусса-Зейделя [20].

Численная реализация решения нестационарной задачи ламинарного обтекания вязкой несжимаемой жидкостью бесконечного цилиндра в поперечном сечении выполнена в виде пакета прикладных программ, адаптированного для расчета и визуализации нестационарного ламинарного обтекания тел произвольной формы на основе уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости.

## 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Анализ результатов численного решения задачи показывает, что вращение цилиндра приводит к захвату части прилегающей жидкости в

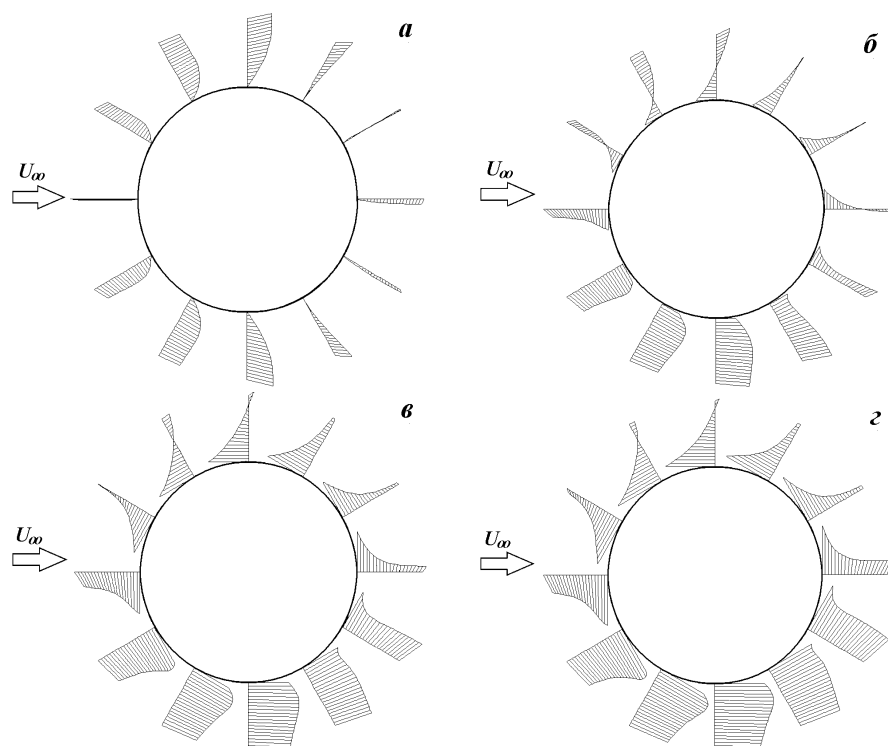


Рис. 1. Профили скорости при обтекании кругового цилиндра ( $Re = 100$ ) для различных значений скорости вращения:  
 $a - \alpha = 0.0$ ;  $б - \alpha = 1.0$ ;  $в - \alpha = 2.0$ ;  $г - \alpha = 2.5$

сопутствующее вращательное движение, которое, в свою очередь, существенно меняет профили скорости течения жидкости в пограничном слое. На рис. 1 показаны примеры различных профилей скорости течения жидкости около поверхности кругового цилиндра при различных скоростях вращения  $\alpha$  (против часовой скорости) цилиндра и фиксированной скорости внешнего течения, которая соответствует числу Рейнольдса  $Re = 100$  по отношению к диаметру цилиндра. На нижней стороне цилиндра, движущейся в направлении потока, формируется течение с более наполненным профилем скорости, а на верхней стороне, которая движется против набегающего потока, профиль скорости является характерным для предотрывного состояния [21]. Анализ результатов показывает, что подвижная поверхность увлекает за собой прилегающую к ней жидкость, замедляя или ускоряя ее движение, в зависимости от направлений векторов набегающего потока и линейной скорости движения поверхности. Заметим, что вращение цилиндра приводит к изменению положения точек отрыва потока на противоположных сторонах цилиндра.

Контуры поля завихренности рассматриваемого

течения в моменты времени, соответствующие минимуму подъемной силы при  $Re = 100$  на начальном этапе развития течения, показаны на рис. 2 для различных значений  $\alpha$ . Видно, что при малых скоростях вращения,  $\alpha = 0.0$  (рис. 2, *a*),  $\alpha = 1.0$  (рис. 2, *б*), с верхней и нижней частей поверхности цилиндра поочередно сходят вихри с циркуляциями противоположных знаков, которые формируют периодическую структуру дорожки Кармана. В то же время, при  $\alpha = 2.0$  (рис. 2, *в*) и  $\alpha = 2.5$  (рис. 2, *г*) сходящие с поверхности цилиндра вихри формируют крупномасштабные вихревые структуры, однако структуры, характерной для дорожки Кармана, не наблюдается.

Исследования показали, что структура вихревой дорожки меняется в зависимости от скорости вращения цилиндра (рис. 2). При возрастании  $\alpha$  отрицательная завихренность рядом с верхней поверхностью цилиндра является доминирующей над положительной завихренностью на нижней стороне. С ростом угловой скорости вращения вихри в следе, сошедшие с верхней поверхности цилиндра, становятся более крупными, чем вихри, сошедшие с нижней поверхности. Для значений  $\alpha > \alpha_L$  вихревой след полностью подавля-

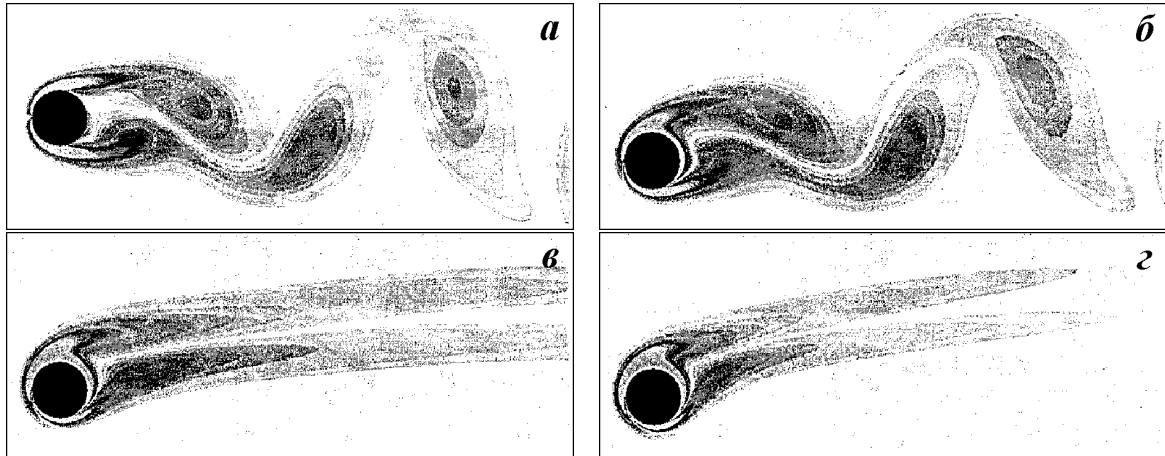


Рис. 2. Контуры завихренности при обтекании цилиндра ( $Re=100$ ) для различных значений скорости вращения:  
 $a - \alpha = 0.0$ ;  $б - \alpha = 1.0$ ;  $в - \alpha = 2.0$ ;  $з - \alpha = 2.5$ .

ются. В этом случае в течении за цилиндром наблюдаются две стационарные вихревые структуры с противоположными циркуляциями, которые присоединены к верхней и нижней частям цилиндра (рис. 2, в). Исследования показали, что при дальнейшем возрастании угловой скорости  $\alpha$  вращения цилиндра вихри становятся вытянутыми и постепенно смещаются в направлении вращения цилиндра (рис. 2, з).

Распределение осредненных по времени коэффициентов давления  $C_p$  и трения  $C_f$  на поверхности цилиндра для различных значений угловой скорости вращения ( $0.0 \leq \alpha \leq 2.5$ ) цилиндра показаны сплошной линией на рис. 3 при фиксированном значении числа Рейнольдса  $Re=100$ . Зависимости указанных выше осредненных коэффициентов на поверхности цилиндра при различных значениях числа Рейнольдса при неизменной скорости вращения цилиндра  $\alpha = 1.0$  на рис. 3 показано различной штриховкой. Здесь же приведены значения  $C_p$  и  $C_f$ , нормированные в соответствии с выражениями

$$C_p = \frac{2(p - p_\infty)}{\rho_\infty U_\infty^2}, \quad (3)$$

$$C_f = \frac{2}{Re} \frac{\partial V_\tau}{\partial n}, \quad (4)$$

где  $p_\infty$  – давление на бесконечности;  $V_\tau$  – касательная составляющая вектора скорости к поверхности цилиндра. Осредненные значения коэффициента давления  $C_p$  для  $\alpha = 0$  являются симметричны относительно  $\Theta = 180^\circ$ , что приводит к нулевому значению осредненной подъемной силы. Однако при возрастании  $\alpha$  поток становится асим-

метричным, давление на нижней стороне цилиндра ( $\Theta = 270^\circ$ ) понижается, и, как результат, появляется отрицательная осредненная сила.

Анализ результатов численного моделирования показывает, что увеличение скорости вращения  $\alpha$  приводит к тому, что задняя критическая точка перемещается по поверхности цилиндра в направлении, противоположном вращению. В то же время, изменение числа Рейнольдса  $Re$  оказывает незначительное влияние на распределение коэффициента давления по поверхности цилиндра. Осредненные значения коэффициента трения  $C_f$  для случая  $\alpha = 0$  (рис. 3, б) имеют отрицательный и положительный пики при  $\Theta \approx 50^\circ$  и  $\Theta \approx 310^\circ$ . Анализ численных данных показывает, что величина коэффициента трения  $C_f$  возрастает по мере увеличения скорости вращения  $\alpha$  цилиндра, максимальное значение  $C_f$  достигается в тыльной части цилиндра. При увеличении скорости вращения  $\alpha$  локальный максимум трения в нижней части цилиндра ( $180^\circ < \Theta < 240^\circ$ ) постепенно возрастает и смещается в направлении вращения. Заметим, что увеличение  $Re$  приводит к уменьшению коэффициента трения (рис. 3, б).

Изменение усредненных по времени коэффициентов подъемной силы и лобового сопротивления для случаев с различными комбинациями скорости вращения и числами Рейнольдса приведены в табл. 1, в которой указан вклад сил давления и трения в общие интегральные характеристики

$$\bar{C}_L = \bar{C}_{Lp} + \bar{C}_{Lf}, \quad \bar{C}_D = \bar{C}_{Dp} + \bar{C}_{Df}, \quad (5)$$

где  $\bar{C}_L$  и  $\bar{C}_D$  – коэффициенты подъемной силы и лобового сопротивления соответственно. В первом

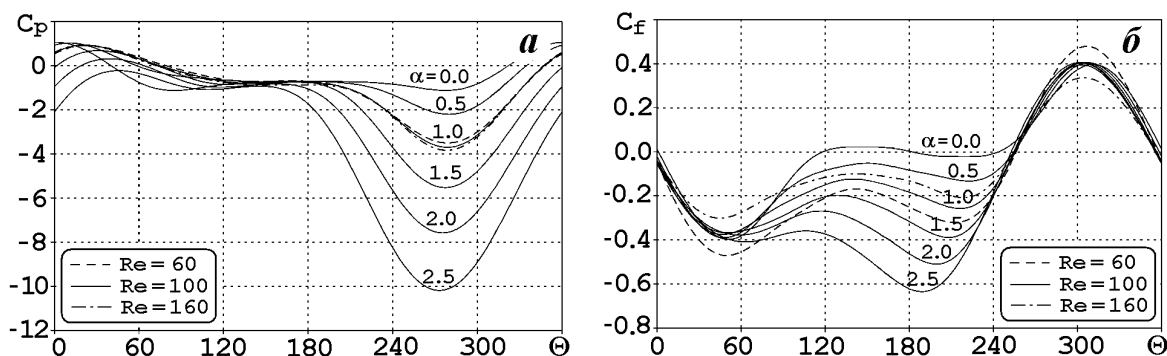


Рис. 3. Влияние линейной скорости поверхности цилиндра  $\alpha$  и числа Рейнольдса  $Re$  на распределение осредненных по времени:  $a$  – коэффициентов давления  $C_p$ ;  $b$  – трения  $C_f$

приближении указанные коэффициенты линейно возрастают по мере увеличения скорости вращения  $\alpha$  цилиндра и имеют отрицательные значения. Анализ данных, приведенных в табл. 1, позволяет сделать вывод о том, что основной вклад в подъемную силу осуществляется за счет сил давления. Эта тенденция проявляется сильнее с увеличением  $Re$ . В то же время, увеличение числа Рейнольдса приводит к уменьшению коэффициента трения.

Таблица 1. Зависимость коэффициентов подъемной силы и лобового сопротивления от числа Рейнольдса

$Re$	$\bar{C}_{Lp}$	$\bar{C}_{Lf}$	$\bar{C}_L$
40	$-2.31\alpha$	$-0.26\alpha$	$-2.57\alpha$
60	$-2.29\alpha$	$-0.21\alpha$	$-2.50\alpha$
100	$-2.31\alpha$	$-0.17\alpha$	$-2.48\alpha$
160	$-2.33\alpha$	$-0.13\alpha$	$-2.46\alpha$

Приведенные результаты находятся в хорошем соответствии с данными исследований работы [10], в которой  $\bar{C}_L = -2.55\alpha$  для  $Re=60$ , и имеют некоторые отличия от данных работы [12], в которой получено  $\bar{C}_L = -2.17\alpha$  и  $\bar{C}_L = -1.86\alpha$  для  $Re = 60$  и  $Re = 100$  соответственно. Такое отличие объясняется тем, что в [10] рассматривается периодическое течение, в то время как в работе [12] – частный случай стационарного течения. Подробный сравнительный анализ данных при различных режимах обтекания приведен в работе [15].

Осредненные по времени коэффициенты лобового сопротивления  $\bar{C}_D$ ,  $\bar{C}_{Dp}$  и  $\bar{C}_{Df}$  приведены на рис. 4, б. Видно, что вклад в силу лобового сопротивления за счет сил трения имеет тот же порядок, что и за счет сил давления. С увеличением числа Рейнольдса коэффициенты силы лобового сопротивления за счет сил трения и давления уменьша-

ются. Анализ результатов показывает, что при возрастании скорости вращения цилиндра  $\alpha$  вклад в силу лобового сопротивления за счет сил трения увеличивается, а за счет сил давления уменьшается. Тем не менее, при увеличении  $\alpha$  суммарная сила лобового сопротивления постепенно уменьшается.

В инженерной практике при расчете нестационарных режимов течения важное значение имеет амплитуда флуктуаций подъемной силы и силы лобового сопротивления. С помощью этих параметров можно оценить изменение динамических нагрузок, действующих на обтекаемое жидкостью тело. Амплитуду флуктуаций удобно оценивать с помощью среднего значения между максимальным и минимальным значениями соответствующих коэффициентов

$$C'_L = \frac{C_{L,max} - C_{L,min}}{2},$$

$$C'_D = \frac{C_{D,max} - C_{D,min}}{2}, \quad (6)$$

где индексы  $min$  и  $max$  определяются минимальным и максимальным значениями на периоде осреднения.

Вариации  $C'_L$  и  $C'_D$  от  $\alpha$  при  $Re = 60, 100$  и  $160$ , приведенные на рис. 5, подтверждают то, что вихревая структура в следе за цилиндром существует при малых скоростях вращения и полностью подавляется при  $\alpha > \alpha_L$  [12–14]. При наличии в следе вихревой дорожки Кармана значение  $C'_L$  остается практически постоянным, а  $C'_D$  линейно возрастает при увеличении скорости вращения  $\alpha$ . Однако следует отметить общую тенденцию, связанную с ростом амплитуды флуктуаций  $C'_L$  и  $C'_D$  по мере увеличения  $Re$ .

Фазовые диаграммы, представляющие зависимость коэффициента подъемной силы  $C_L$  от коэф-

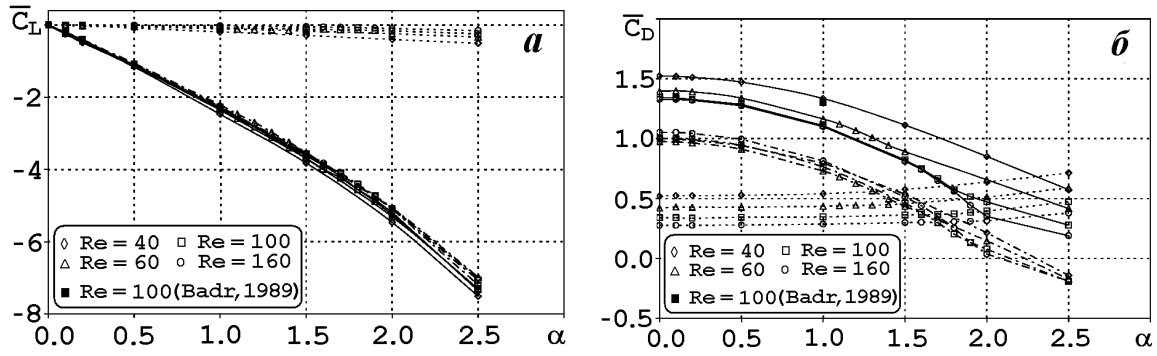


Рис. 4. Зависимость средних значений коэффициентов подъемной силы  $\bar{C}_L$  (а) и лобового сопротивления  $\bar{C}_D$  (б) кругового цилиндра от скорости вращения  $\alpha$ . Показан вклад сил трения (...) и сил давления (- -) в общую картину (-)

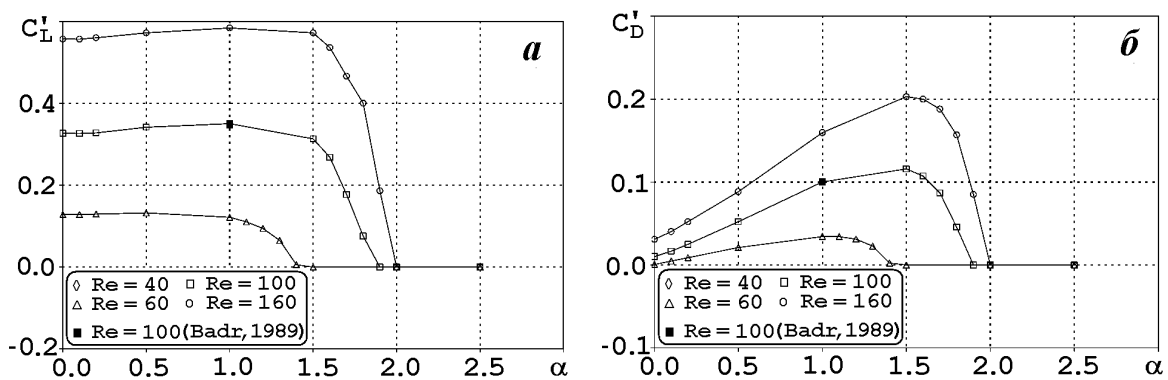


Рис. 5. Зависимость амплитуды флуктуаций подъемной силы  $C'_L$  (а) и лобового сопротивления  $C'_D$  (б) кругового цилиндра от скорости вращения поверхности  $\alpha$

коэффициента лобового сопротивления  $C_D$ , представлены на рис. 6 для  $Re = 100$ . Замкнутость фазовых диаграмм свидетельствует о периодической структуре течения. Динамика изменения диаграмм подтверждает, что при увеличении угловой скорости вращения цилиндра средние значения подъемной силы возрастают, а силы лобового сопротивления уменьшаются. В то же время, амплитуда флуктуаций подъемной силы остается почти неизменной, а силы лобового сопротивления постепенно возрастают. При достижении критического значения  $\alpha_L$  фазовая диаграмма переходит в точку. Этот случай на рисунке соответствует значению  $\alpha = 1.9$  для  $Re = 100$ . С другой стороны, при  $\alpha = 0$  и  $Re > 47$  частота колебаний  $C_L$  становится два раза меньше частоты колебаний  $C_D$ , в результате чего фазовые диаграммы пересекаются.

Анализ данных численного моделирования показывает, что частота колебаний подъемной силы  $C_L$  неподвижного цилиндра во внешнем потоке ( $\alpha = 0$ ) при наличии вихревой дорожки Карма-

на составляет половину от частоты колебаний силы сопротивления  $C_D$ . По этой причине в области малых  $\alpha$  на рис. 6 наблюдается симметрия и пересечение фазовой диаграммы. Вращение цилиндра вызывает асимметрию картины обтекания, а частота колебаний силы лобового сопротивления  $C_D$  при  $\alpha > 0.1$  становится такой же, как и у подъемной силы. В этом случае фазовые диаграммы не пересекаются и имеют вид эллипса.

Бифуркационная кривая между стационарным и нестационарным режимами показана на рис. 7 для различных  $\alpha$  и широкого диапазона значений чисел Рейнольдса, соответствующих ламинарному режиму обтекания цилиндра. Исследования показали, что для неподвижного цилиндра ( $\alpha = 0$ ) и  $Re = 40$  течение жидкости является стационарным. При  $Re = 60, 100, 160$  в течении за цилиндром образуются периодические крупномасштабных вихревые структуры. Численное моделирование показало, что вихревой след существует при малых скоростях вращения цилиндра и полностью подав-

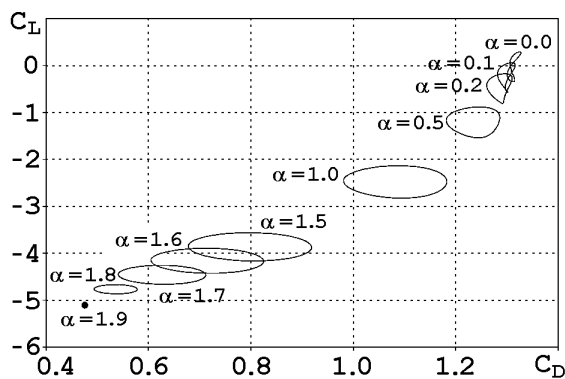


Рис. 6. Фазовая диаграмма зависимости подъемной силы  $C_L$  от лобового сопротивления  $C_D$  для различных значений скорости вращения  $\alpha$  при  $Re = 100$

ляется при  $\alpha > \alpha_L$ , где  $\alpha_L$  – критическая скорость вращения, значение которой зависит от числа Рейнольдса. Например, при  $Re = 60$  критическое значение равно  $\alpha \approx 1.4$ . При  $Re = 100, 160$  имеем  $\alpha_L \approx 1.8$  и  $\alpha_L \approx 1.9$  соответственно. Заметим, что при  $Re = 40$  след за цилиндром носит стационарный характер и не зависит от скорости вращения  $\alpha$ .

Известно [9, 10], что угловая скорость вращения цилиндра оказывает существенное влияние на частоту срыва крупномасштабных вихрей, которая характеризуется числом Струхала  $St = fd/U_\infty$ , где  $f$  – частота схода вихрей;  $d$  – диаметр цилиндра;  $U_\infty$  – скорость внешнего потока вдали от цилиндра. Исследования показали, что числа Струхала остаются неизменными при малых значениях  $\alpha$ , понижаясь незначительно при стремлении  $\alpha$  к  $\alpha_L$ , и резко падают до нуля при  $\alpha > \alpha_L$ . При малых скоростях вращения движущаяся по потоку нижняя стенка препятствует отрыву, усиливая разрежение в зоне соответствующей боковой образующей. На противоположной стороне движущаяся против течения верхняя стенка цилиндра способствует развитию отрыва потока. Это приводит к возникновению поперечной силы, которая оказывается пропорциональной отношению линейной скорости движения поверхности цилиндра к скорости набегающего потока. Как результат, давление на верхней части цилиндра становится больше, чем на нижней, и появляется ненулевая, осредненная по времени, поперечная сила.

Вихревой след полностью подавляется при  $\alpha > \alpha_L$ . В работе [22], используя метод Галеркина, найдена аналитическая зависимость  $\alpha_L$  от числа Рейнольдса в диапазоне  $45 < Re < 50$  при  $\alpha \leq 1.0$ . Результаты работ [22, 23] также приведены на рис. 7.

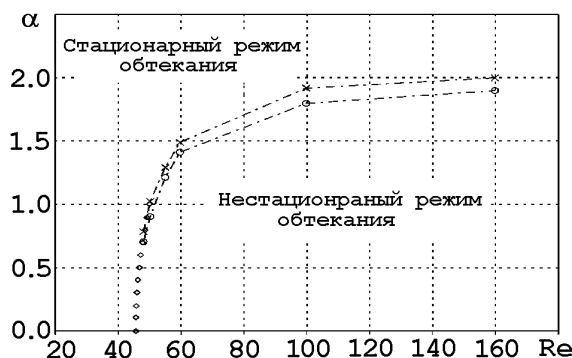


Рис. 7. Бифуркационная кривая обтекания вращающегося цилиндра во внешнем невозмущенном течении. Кривые соответствуют:  $\circ$  – периодическому режиму течения;  $\times$  – стационарному режиму течения;  $(-.-)$  – данные работы [23];  $\diamond$  – данные работы [22]

Анализ результатов позволяет сделать вывод о том, что повышение числа Рейнольдса дестабилизирует течение в следе за цилиндром, в то время как вращение приводит к подавлению развития вихревой дорожки Кармана в следе за цилиндром.

## ВЫВОДЫ

Представлены результаты численного моделирования эффекта Магнуса при ламинарном обтекании вращающегося цилиндра. Расчеты проводились на основе метода конечных объемов со существенным сгущением расчетной сетки вблизи поверхности и в следе за цилиндром.

Анализ результатов численного моделирования показывает, что вращение цилиндра приводит к значительному изменению структуры течения, которое проявляется в захвате части прилегающей жидкости в сопутствующее вращательное движение и смещению положения точек отрыва вихрей на поверхности цилиндра.

При возрастании скорости вращения цилиндра вязкие эффекты формируют неодинаковые по интенсивности когерентные вихревые структуры на противоположных сторонах цилиндра. Исследования показали, что имеется критическое значение угловой скорости вращения цилиндра ( $\alpha > \alpha_L$ ), при котором периодичность схода вихрей прекращается и образуются два стационарных крупномасштабных вихря, присоединенных к цилиндру. Увеличение скорости внешнего течения при ламинарном режиме обтекания цилиндра повышает критическое значение угловой скорости вращения.



Численные исследования показали, что осредненные по времени значения коэффициента трения  $C_f$  для покоящегося цилиндра во внешнем течении имеют отрицательный и положительный максимумы при  $\Theta \approx 50^\circ$  и  $\Theta \approx 310^\circ$  соответственно. Возрастание скорости вращения цилиндра приводит к увеличению коэффициента трения, его максимум смещается в направлении вращения. Анализ численных данных позволяет сделать вывод о том, что основной вклад в подъемную силу вносят силы давления. При увеличении угловой скорости вращения цилиндра осредненные значения подъемной силы возрастают, а силы лобового сопротивления уменьшаются.

Показано, что увеличение скорости вращения цилиндра существенно снижает частоту срыва вихрей в течении за цилиндром. В то же время, увеличение скорости внешнего течения приводит к увеличению частоты отрыва крупномасштабных вихревых структур. Анализ результатов численного решения задачи о ламинарном обтекании вращающегося цилиндра в поперечном направлении позволил определить область параметров  $\alpha(\text{Re})$ , при которых нестационарный режим обтекания вращающегося цилиндра сменяется стационарным режимом обтекания.

1. Ван-Дайк М. Альбом течений жидкости и газа.– М.: Мир, 1982.– 114 с.
2. Taneda S. Visual observations of the flow past a circular cylinder performing a rotary oscillation // J. Phys. Soc.– 1978.– **45**.– P. 253-273.
3. Tokumaru P.T., Dimotakis P.E. Rotary oscillation control of a cylinder wake // J. Fluid Mech.– 1991.– **224**.– P. 129-153.
4. Filler J.R., Marston P.L., Mih W.C. Response of the shear layers separating from a circular cylinder to small-amplitude rotational oscillations // J. Fluid Mech.– 1991.– **231**.– P. 36-57.
5. Tokumaru P.T., Dimotakis P.E. The lift of a cylinder executing rotary motions in a uniform flow // J. Fluid Mech.– 1993.– **255**.– P. 141-167.
6. Coutanceau M., Menard C. Influence of rotation on the near-wake development behind an impulsively started circular cylinder // J. Fluid Mech.– 1985.– **158**.– P. 421-443.
7. Wu J.M., Mo J.D., Vakili A.D. On the wake of cylinder with rotational oscillations // AIAA Paper.– 1989.– No 1024.– P. 692-711.
8. Baek S., Sung H.J. Numerical simulation of the flow behind a rotary oscillating circular cylinder // Physics of Fluids.– 1998.– **10**.– P. 454-479.
9. Ingham D.B. Steady flow past a rotating cylinder // J. Comput. Fluids.– 1983.– **11**.– P. 351-378.
10. Badr H.M., Dennis S.C.R., Young P.J.S. Steady and unsteady flow past a rotating circular cylinder at low Reynolds numbers // Comput. Fluids.– 1989.– **17**.– P. 579-595.
11. Ingham D.B., Tang T. A numerical investigation into the steady flow past a rotating circular cylinder at low and intermediate Reynolds numbers // Comput. Fluids.– 1990.– **87**.– P. 171-199.
12. Tang T., Ingham D.B. On steady flow past a rotating circular cylinder at Reynolds numbers 60 and 100 // J. Comput. Fluids.– 1991.– **19**.– P. 542-564.
13. Шкадова В.П. Вращающийся цилиндр в потоке вязкой несжимаемой жидкости // Известия АН СССР. МЖГ.– 1982.– N 1.– С. 16-21.
14. Люлька В.А. Численное решение задачи о вращении цилиндра в потоке вязкой несжимаемой жидкости // Журн. вычисл. математ. и математ. физики.– 1977.– Т.17, N.2.– С. 54-77.
15. Badr H.M., Coutanceau M., Dennis S.C.R., Menard C. Unsteady flow past a rotating circular cylinder at Reynolds numbers 1000 and 10000 // J. Fluid Mech.– 1990.– **220**.– P. 533-576.
16. Rogers S.E., Kwak D. An upwind differencing scheme for the time-accurate incompressible Navier-Stokes equations // AIAA Paper.– 1990.– **28**, N 2.– P. 253-262.
17. Ламб Г. Гидродинамика.– М.,Л.: Гостехиздат, 1947.– 928 с.
18. Chen Y., Ou Y., Pearlstein A.J. Development of the wake behind a circular cylinder impulsively started into rotary and rectilinear motion // J. Fluid Mech.– 1993.– **253**, N 449.– P. 451-487.
19. Chang C., Chern R. Vortex shedding from an impulsively started rotating and translating circular cylinder // J. Fluid Mech.– 1991.– **233**.– P. 23-56.
20. Форсайт Дж., Молер К. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений.– М.: Мир, 1969.– 168 с.
21. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя.– М.: Наука, 1974.– 712 р.
22. Hu G., Sun D., Yin X., Tong B. Hopf bifurcation in wakes behind a rotating and translating circular cylinder // Physics of Fluids.– 1996.– **8**.– P. 78-98.
23. Kang S., Choi H., Lee S. Laminar flow past a rotating circular cylinder // Physics of Fluids.– 1999.– **11**, N 11.– P. 3312-3321.