

УДК 624.13.537, 624.131.37

## ПРОЧНОСТЬ СЫПУЧИХ ГРУНТОВ, ОБЛАДАЮЩИХ ДИЛАТАНСИЕЙ

А. И. БИЛЕУШ, А. И. КРИВОНОГ, В. В. КРИВОНОГ,  
В. Ю. ФИЛИМОНОВ

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Получено 20.12.2010

Экспериментальным путем была исследована физическая сущность явления дилатансии. Исследования прочности сыпучих грунтов проводились с помощью прибора кручения. Были исследованы факторы, влияющие на прочность сыпучих грунтов. Установлено, что прочность сыпучего грунта является функцией условий разрушения и определяется начальной плотностью, крупностью, влажностью, прочностью отдельных зерен и начальными сжимающими напряжениями. Определено, что теория прочности Мора-Кулона справедлива для мелкозернистых сыпучих грунтов при условии свободной дилатансии. Установлено, что в упрощенных моделях дополнительное сопротивление сдвигу, которое возникает при дилатансии, целесообразнее описывать величиной сцепления.

Експериментальним шляхом була досліджена фізична сутність явища дилатансії. Дослідження міцності сипучих ґрунтів проводились за допомогою прилада кручення. Були досліджені фактори, які впливають на міцність сипучих ґрунтів. Встановлено, що міцність сипучого ґрунту є функцією умов руйнування і визначається початковою щільністю, крупністю, вологістю, міцністю окремих зерен та початковими стискаючими напруженнями. Визначено, що теорія міцності Мора-Кулона справедлива для дрібнозернистих сипучих ґрунтів за умов вільної дилатансії. Встановлено, що в спрощених моделях додатковий опір зсуву, який виникає при дилатансії, доцільніше описувати величиною зчеплення.

Physical nature of the phenomenon of dilatancy was researched experimentally. The research of strength of non-cohesive soils was done using a torsion device. The factors that influence strength of non-cohesive soils were studied. It is concluded that strength of non-cohesive soils is a function of condition of destruction and is defined by original density, particle size, moisture content, strength of individual grains and the original compressive stress. It is determined that the Mohr-Coulomb Strength Theory works for fine-grained non-cohesive soils in free dilatancy. It is determined that in simplified models it makes more sense to describe an extra shearing strength that appears during dilatancy with the quantity of cohesion.

### ВВЕДЕНИЕ

Важный вопрос для строителей – вопрос прочности грунтов оснований. Надежность фундаментов и зданий в целом базируется на детальных исследованиях и изучении прочности грунтов, которые служат основанием сооружений. В последнее время встречаются работы, в которых речь идет о кризисе теории, положенной в основу механики грунтов. Это порождает скептицизм у инженеров-практиков по отношению к традиционным положениям, заложенным в основу прочности и упругодеформированного состояния грунтов. Выход из такой ситуации многие исследователи видят в более углубленном представлении механизма внутреннего трения в грунтах, уточнении свойств дилатансии. Поэтому исследование физической сущности вопросов дилатансии сыпучих грунтов является актуальной задачей.

Вопросу дилатансии посвящено много работ. В пределах СНГ этим вопросом занимались С.С. Вялов, Ю.К. Зарецкий, Д.Ю. Соколовский [1] и др. Дилатансия (от лат. *dilate* – расширять) была впервые описана О. Рейнольдсом еще в 1885 г. Она характерна для большинства высококонцентрированных дисперсных систем (преимущественно

но высоконаполненных твердой фазой). Объемные деформации в активной зоне таких систем при разрушении – это деформации контракции и дилатансии. Позитивное увеличение объема называют *дилатансией*, уменьшение – отрицательной дилатансией или *контракцией*. Примерами таких систем могут служить щебень, галька, песчаные грунты, концентрированные водные растворы глинозема, глинистые грунты с высоким содержанием песчаных частиц и т.д. Дилатансия свойственна также некоторым растворам полимеров. Явление дилатансии нежелательно во многих технологических процессах, поскольку требуют увеличения затрат энергии на перемешивание, усложняют работу коллоидных мельниц и т.д.

Что касается угла дилатансии при сдвиге части грунта со скоростью деформации сдвига в условиях определения прочности по Мору-Кулону, то он определяется сложно и не всегда корректно.

### 1. КРАТКИЙ ОБЗОР ИССЛЕДОВАНИЙ

Наиболее простая среда, в которой проявляются процессы дилатансии, – это сыпучая среда. Она состоит из отдельных твердых частичек, которые при известной плотности образуют опреде-

ленную упаковку в пространстве (рис. 1).

При определении характеристик прочности грунта в лаборатории в одноплоскостных срезных приборах недостаточно точно определяется характер изменения прочности в зависимости от величины деформации. С ростом величины деформации для большинства грунтов наблюдается *снижение* прочности.

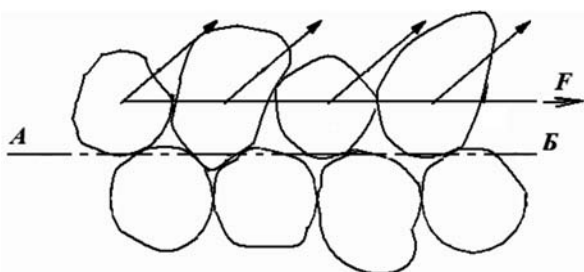


Рис. 1. Схема структуры сыпучего грунта при сдвиге его усилием  $F$  по поверхности  $AB$

Такое снижение прочности грунта в приборе прямого среза наблюдается после достижения пиковой прочности. Прибор прямого среза имеет и другие недостатки – это недостаточно точное определение сопротивления грунта сдвигу вблизи предельного состояния, увеличенная величина дилатансии, невозможность описать явление гистерезиса упругих модулей после наступления предельного состояния и т.п. К этому следует добавить то, что с ростом деформации сдвига в приборе прямого среза *площадь* сдвига меняется, а в приборе кольцевого среза (кручения) она остается постоянной. С целью устранения недостатков приборов прямого среза в 1971 году Bishop разработал прибор кольцевого среза, который со временем был модифицирован рядом исследователей (Gibo, 1994; Tika and Hutchinson, 1999; Sassa, 2000 и др.).

Приборы кольцевого среза дают возможность исследовать зависимости между напряжениями и деформациями в диапазоне величин деформаций, которые недостижимы в других типах приборов по изучению прочности грунтов.

Нарушение прочности грунта вследствие сдвига одной части грунта по другой является наиболее распространенной формой разрушения основания сооружений, земляных склонов и откосов.

Сопротивление сыпучих грунтов при сдвиге одной части грунта по другой определяется трением скольжения и качения перемещающихся частиц грунта, а при плотных крупнозернистых грунтах – еще и так называемым сцеплением. Последнее – это та часть общего сопротивления сдвигу, которая при плотных сыпучих грунтах не-

обходима для осуществления некоторого поднятия и раздвигания в вертикальном направлении частичек грунта, без чего они, будучи заклиненными между близлежащими частичками, не могут перемещаться или перекатываться одна через другую (дилатансия по О. Рейнольдсу). Что касается трения скольжения и качения твердых частичек, которые представляют собой отдельные случаи трения, то они, как указывает Б.В. Дерягин [5], “есть явление молекулярное, что вытекает из дискретной атомно-молекулярной структуры материи отдельной частички”, обусловленное молекулярно-атомной шероховатостью их поверхностей.

Математические модели сыпучих материалов далеки от совершенства. Несмотря на то, что одна из первых работ по механике сыпучих материалов – статья Хаара (1909 г.) – была опубликована более ста лет тому назад, механика гранулированных сред развита в намного меньшей степени, чем, например, гидродинамика, газовая динамика или теория упругости.

Давно установлено, что когда по плоскости скольжения величины неровностей малые и зацепление отсутствует (дилатансии не существует), то величина площади прикосновения практически не влияет на усилие трения. Этим объясняется выдвинутое Кулоном положение о независимости силы трения от площади трущихся тел. Для сыпучих грунтов указанное положение не всегда имеет место.

Когда же есть зацепление (рис. 1), то разделить сопротивление сдвига грунта на часть, которая связана с трением, и на часть, связанную с дилатансией, практически невозможно. Более того, как показано Д.Ю. Соколовским [1], часть сопротивления на сдвиг, которая связана с дилатансией, возможно считать сцеплением. Исследованиями давно установлено, что относительная роль трения и сцепления в общем сопротивлении породы сдвигу меняется при изменении плотности породы. При повышении плотности породы возрастает количество контактов и сцепление увеличивается, а величина трения уменьшается. При уменьшении плотности породы сцепление уменьшается, а относительная роль трения возрастает. График изменения общего сопротивления породы сдвигу от вертикальных напряжений принимают в виде прямой

$$\tau = c + \sigma \operatorname{tg} \varphi, \quad (1)$$

где  $c$  и  $\operatorname{tg} \varphi$  – величина сцепления и коэффициент трения соответственно.

Но нужно согласиться с В.А. Флориным [6], что ошибочно давать параметрам  $s$  и  $\operatorname{tg} \varphi$  непосредственный физический смысл в виде коэффициентов трения и величины сцепления. Это особенно наглядно видно в случае попытки заменить действительную кривую сдвига, которая имеет довольно сложный вид: прямой, ломаной или какой-нибудь другой (рис. 5–7, 9–11). Непосредственный физический смысл имеет полная величина сопротивления сдвигу  $\tau$ , а не параметры, которые входят в уравнения кривой сдвига. Замена сложной закономерности сопротивления сдвигу (рис. 5–7, 9–11) прямой линией (1) даже с введением угла дилатансии не отвечает физическим процессам, которые происходят в сыпучем грунте при сдвиге.

На сегодняшний день величины углов внутреннего трения  $\varphi$  и дилатансии  $\psi$  определяются из испытаний грунтов в условиях прямого среза или трехосного осесимметричного сжатия при разных уровнях напряжений. Используя результаты трехосных испытаний, строят предельную кривую, которая огибает круги Кулона-Мора.

Угол дилатансии вводится тогда, когда существует “зацепление” частичек. Его величину определяют при плоской деформации из условия

$$\sin \psi = \frac{\varepsilon'_1 + \varepsilon'_3}{\varepsilon'_1 - \varepsilon'_3}, \quad (2)$$

где  $\varepsilon'_1$  и  $\varepsilon'_3$  – скорость деформаций по взаимно перпендикулярным направлениям.

Для условий плоской деформации по предложению M.D. Bolton [2] угол дилатансии рассчитывают по формуле

$$\operatorname{tg} \psi_m = \frac{2\varepsilon'_\nu}{\nu'_{yx}}. \quad (3)$$

Для условий трехосного сжатия, согласно выводам P.A. Vermeer и R. De Borst [3], угол дилатансии рассчитывают по формуле

$$\sin \psi_m = \frac{2\varepsilon'_\nu}{\varepsilon'_\nu - 2\varepsilon'_1}, \quad (4)$$

где  $\varepsilon'_1$  и  $\varepsilon'_\nu$  – скорости осевой и объемной деформаций.

Экспериментально угол дилатансии определяется сложно, поэтому его часто связывают с углом внутреннего трения (Steenfelt, 1992). Установлено, что величина угла дилатансии зависит от плотности грунта и угла его трения. Для приближенных определений угла дилатансии используют выражение:  $\psi \approx \phi - 30^\circ$ . При величинах  $\phi$  меньше  $30^\circ$  угол дилатансии приравнивают нулю.

## 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Для исследования величины предельного сопротивления грунта сдвигу и угла дилатансии под влиянием приложенных к нему касательных напряжений в отделе гидромеханики гидротехнических сооружений Института гидромеханики НАН Украины был модифицирован прибор кольцевого среза [4], схема (а) и общий вид (б) которого показаны на рис. 2.

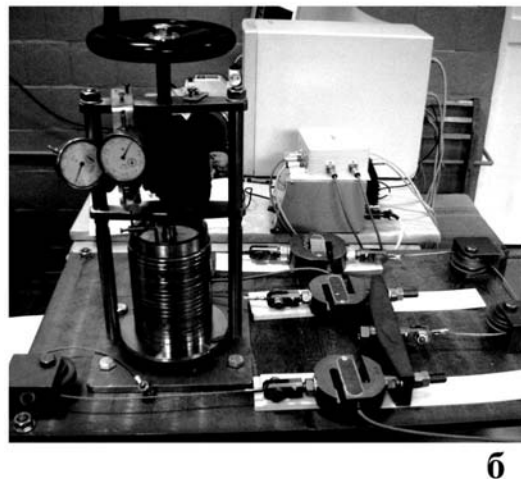
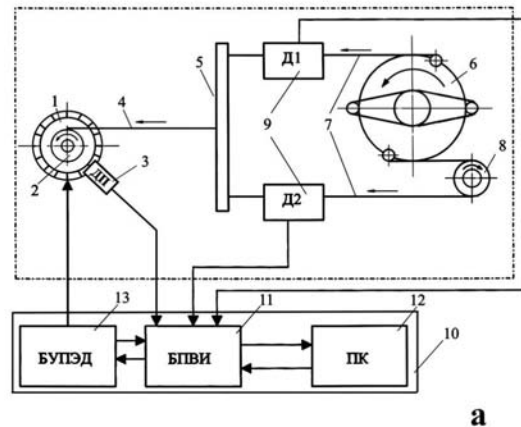


Рис. 2. Схема (а) и общий вид (б) прибора кручения для определения прочности грунтов

В состав прибора кручения входят: пьезоэлектрический двигатель 1, тяговое устройство 2, датчик перемещения 3, гибкий провод 4, балочка 5, устройство для исследования образцов грунта 6, гибкая тяга 7, ролик 8, датчики усилий (Д1 и Д2) 9, устройство управления и регистрации 10, содержащее блок обработки и вывода информации (БОВИ) 11, персональный компьютер (ПК) 12, блок управления пьезоэлектрическим двигателем (БУПЭД) 13.

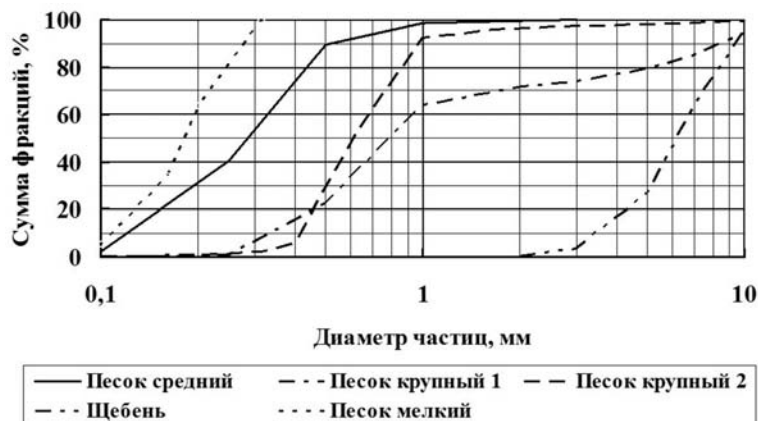


Рис. 3. Гранулометричний склад сыпучих ґрунтів

Прибор позволяет определять прочность грунта путем среза при заданном вертикальном давлении. Усилие среза измеряется автоматически датчиками, данные с которых через заданные промежутки времени передаются в компьютер. Конструкция прибора кручения позволяет поддерживать постоянную скорость деформации среза, заданную в диапазоне 0.1–0.001 мм/мин, изменять ее в процессе среза, а также фиксировать динамику роста и уменьшения действующих усилий и деформаций среза при неизменной, заведомо заданной скорости.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Ниже изложены некоторые результаты испытаний на сдвиг и описано поведение образцов в приборе кручения среднезернистого и крупнозернистого песчаного грунта, а также мелкого щебня.

Для исследований прочности сыпучих ґрунтов были взяты пять разновидностей ґрунтов: песок мелкий (степень неоднородности  $U = 1.78$ ), песок средний ( $U = 1.85$ ), песок крупный ( $U_1 = 3.87$ ,  $U_2 = 2.06$ ) и щебень мелкий ( $U = 1.94$ ). Гранулометрические составы этих ґрунтов приведены на рис. 3.

Гранулометрический и механический состав ґрунтов существенным образом влияет на их прочностные характеристики. Нагрузка на срез вызывает значительное уплотнение рыхлых ґрунтов. В случае же плотных ґрунтов в начале кручения уплотнение небольшое, а в дальнейшем происходит уменьшение плотности (дилатансия). Основные характеристики исследованных ґрунтов приведены в таблице 1.

Табл. 1. Характеристики исследованных ґрунтов

$\gamma$ , г/см <sup>3</sup>	$W$ , %	$e$	$I_D$
<b>Песок мелкий</b>			
$e_{max} = 0.74, e_{min} = 0.56, \gamma_s = 2.66$			
1.52	0.0175	0.74	0
1.72	0.088	0.68	0.33
1.78	0.088	0.626	0.63
с упорами			
1.59	0.023	0.71	0.16
<b>Песок средний</b>			
$e_{max} = 0.627, e_{min} = 0.500, \gamma_s = 2.66$			
1.71	1.9	0.585	0.331
1.75	8.3	0.646	-0.151
1.83	8.2	0.573	0.427
с упорами			
1.72	4.8	0.621	0.049
<b>Песок крупный <math>\gamma_s = 2.66</math></b>			
$1 - e_{max} = 0.542, e_{min} = 0.324$			
1.96	2.8	0.395	0.674
2.11	9.4	0.379	0.747
$2 - e_{max} = 0.659, e_{min} = 0.51$			
1.86	8.8	0.556	-0.094
$2 - \text{с упорами } e_{max} = 0.659, e_{min} = 0.51$			
1.91	10.7	0.542	0
<b>Щебень</b>			
$e_{max} = 0.884, e_{min} = 0.607, \gamma_s = 2.60$			
1.55	0	0.677	0.747

Методика проведения опытов включала подготовку образца определенной плотности и влажности и исследование его прочности на сдвиг в приборе кручения. Опыты проводились при 3–4 величинах вертикальных сжимающих напряжений.

Первоначально образец грунта закручивался по схеме, близкой к показанной на рис. 4.

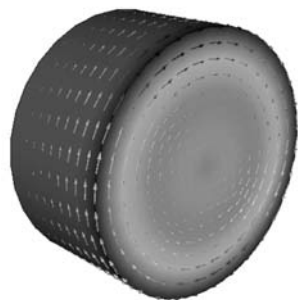


Рис. 4. Схема деформирования образца грунта при деформациях, близких к упругим

Сопротивление сдвигу грунта плавно нарастало. После достижения определенной величины сопротивления сдвигу в образце формировалась узкая зона сдвига или поверхность сдвига. Выше и ниже указанной зоны или поверхности при увеличении деформации грунт не деформировался. После достижения определенной деформации сопротивление сдвигу достигало предельной величины, которая в последующем изменялась мало. После этого опыт останавливали, прикладывали к образцу следующую ступень вертикальных сжимающих напряжений.

После стабилизации осадки прикладывали нагрузку на сдвиг со скоростью, установленной ГОСТ 12248-96. Через определенное время, когда величина сопротивления сдвигу с ростом деформации скручивания не менялась, опыт останавливали, увеличивали величину вертикального сжимающего напряжения. Далее после стабилизации осадки снова продолжали срез.

На рис. 5 приведены результаты испытаний на сдвиг мелкозернистого песка. Во время увеличения деформации сдвига при определенной величине вертикального давления происходит общий рост внутреннего сопротивления. После достижения определенной величины угла скручивания сопротивление сдвигу становится практически постоянным. Из рис. 5, б видно, что при двух разных величинах плотности песка явление дилатансии не наблюдается. Наоборот, после прикладывания усилий на сдвиг возникает увеличение плотности, то есть имеет место контракция. То же происходит и при испытании на сдвиг среднезернистого песка (рис. 6).

Наоборот, в опытах на сдвиг крупнозернистых песков (рис. 7) после определенной величины угла скручивания возникает увеличение объема породы в определенной зоне (явление дилатансии)

(рис. 7, б). При этом в образце образуются деформационные зоны или поверхность скольжения. При формировании поверхности скольжения в образце крупнозернистого песка сопротивление сдвигу меняется при росте деформации сдвига скачкообразно (рис. 7). Субгоризонтальный (латеральный) сдвиг одной серии частичек по отношению к другим проходит с поднятием частичек, которое увеличивает сопротивление сдвигу. При дальнейшем сдвиге и опускании частичек сопротивление сдвигу падает. Когда же сдвиг проходит по определенной зоне (зоне деформирования) (рис. 7), то сопротивление сдвигу возрастает более или менее плавно.

Исследованиями установлено, что фиксация верхнего штампа приводит к росту сопротивления сдвигу вследствие увеличения сжимаемых напряжений в образце грунта. Степень роста величины сопротивления сдвигу зависит от предыдущего вертикального напряжения, плотности образца и гранулометрического состава грунта. Так, при невозможности увеличения объема образца сопротивление сдвигу среднезернистого песка возрастает на 15–20 %, крупнозернистого песка – на 80–90 %. Щебень практически не увеличивает сопротивление сдвигу при фиксации верхнего штампа. Это, по нашему мнению, происходит потому, что при большом диаметре частиц щебня ( $d_{ср} = 6.2$  мм) количество контактов между частицами в образце значительно уменьшается. В пределах таких контактов при сдвиге напряжения превышают прочность породы на сжатие, и в процессе опыта при вертикальных напряжениях 0.2 МПа и больше отдельные зерна щебня “перемалываются” и гранулометрический состав грунта образца меняется, а его крупность уменьшается. На рис. 8 приведены результаты испытаний на сдвиг средне- и крупнозернистого песка и щебня при фиксации верхнего штампа, который при сдвиге сдерживает увеличение объема образца, а на рис. 9 – фотографии щебня до и после опыта.

В целом следует отметить, что прочность сыпучих грунтов на сдвиг имеет сложный характер и не описывается моделью, где основными параметрами является угол трения  $\phi$  и угол дилатансии  $\psi$ .

На рис. 10 приведены результаты исследований средне- и крупнозернистого песков, а также щебня в приборе кручения без предварительного прикладывания вертикальных сжимаемых напряжений. В первом варианте дилатансия была уменьшена за счет жесткости пружины динамометра. Во втором варианте верхний штамп фиксировался так, чтобы объем образца со временем не менялся.

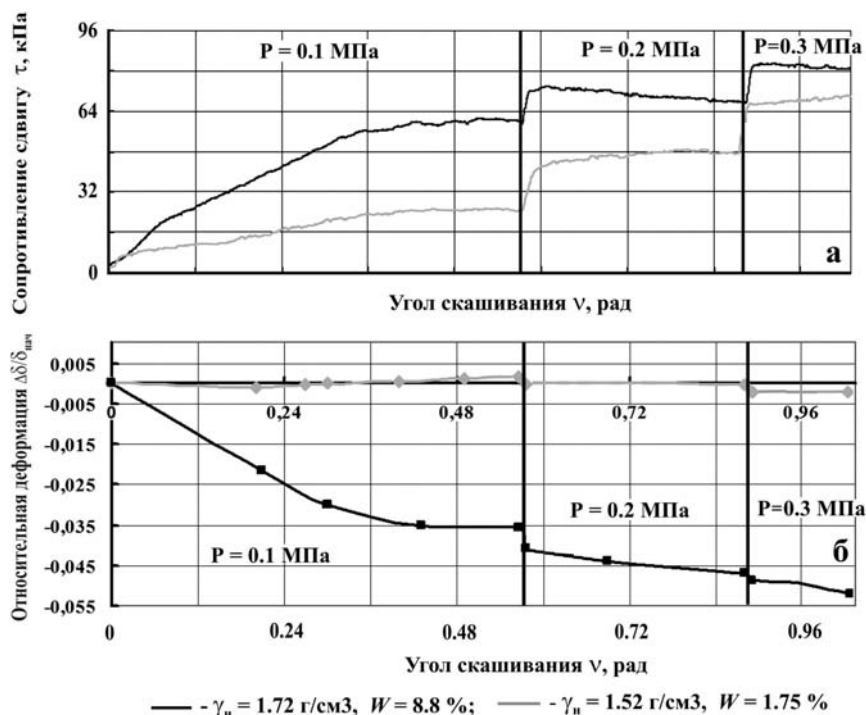


Рис. 5. Результаты исследований на сдвиг мелкозернистого песка: *а* – усилие сдвига – угол скашивания; *б* – относительная деформация осадки – угол скашивания

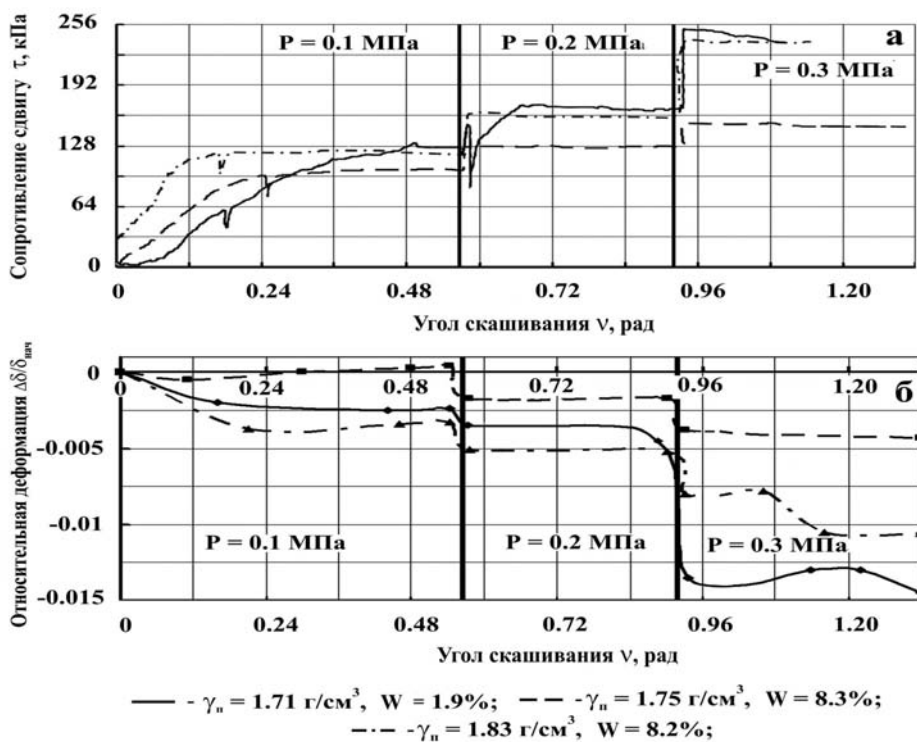


Рис. 6. Результаты исследований на сдвиг средnezернистого песка: *а* – усилие сдвига – угол скашивания; *б* – относительная деформация осадки – угол скашивания

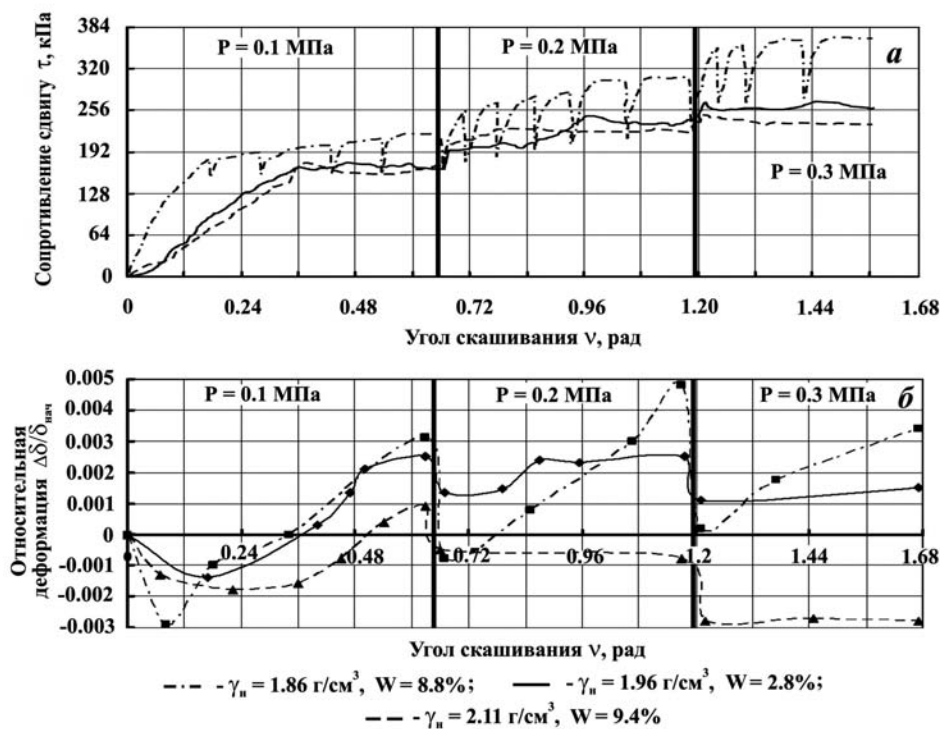


Рис. 7. Результаты исследований на сдвиг крупнозернистого песка: *a* – усилие сдвига – угол скашивания; *б* – относительная деформация осадки – угол скашивания

В первом и во втором случаях через определенное время сопротивление сдвигу возрастало и увеличивалась величина вертикальных напряжений в образце грунта.

Напоследок сравним два графика зависимости сопротивления сдвигу щебня и крупнозернистого песка от угла скашивания при вертикальных напряжениях 0.1 МПа (рис. 11). Данные результаты получены для условий, когда в образце формировалась узкая зона деформации, близкая к поверхности скольжения. Повторные опыты с теми же грунтами при близких индексах дилатансии  $I_D$  (5 опытов) показали, что величина среднего устойчивого сопротивления сдвигу для щебня и крупнозернистого песка определяется с точностью до 5 %.

Однако отклонение реального значения сопротивления сдвигу от средней величины в одну и другую сторону достигает 10–20 %. При этом характерные пики всплесков величин сопротивления сдвигу в каждом из опытов имеют разный вид. Проведенные исследования позволили утверждать, что зависимость сопротивления сдвигу от деформаций сыпучих грунтов имеет немонотонный стохастический характер.

Близкие по характеру явления имеют место не только в сыпучих грунтах. На рис. 12 приведен

один из результатов исследований поликристаллических материалов, заимствованный из работы Е.И. Кондратьевой [7]. Такие экспериментальные исследования показали, что в образцах при нагрузках идеально упругой деформации не существует.

Даже при уровнях напряжения ниже границы упругости в микрообъемах образца наблюдаются процессы скольжения отдельных прослоек в исследуемом материале по возрастающим микротрещинам. Характер такого процесса показан на диаграмме напряжения–деформации (рис. 10). Такие опыты доказывают, что связь между напряжением и деформацией в общем случае для многих материалов имеет немонотонный стохастический характер.

До настоящего времени нет универсальной теории, которая объясняет все разновидности поведения грунта при нагрузках. Существует много разных моделей и теорий: линейной и нелинейной упругости, упругопластичности, пластичности с упрочнением (изотропным, кинематическим и смешанным), вязкоупругости, вязкопластичности и др. и, соответственно, много уравнений, которые объясняют разные аспекты поведения грунтов. Не вызывает сомнения то, что при созда-

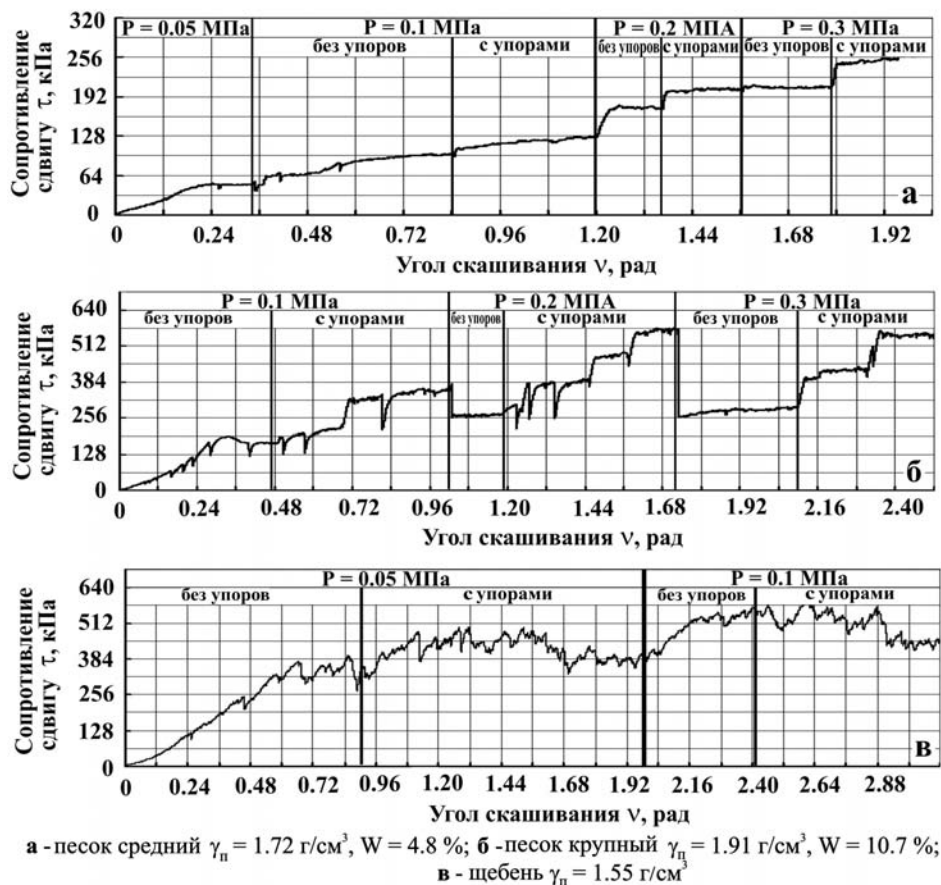


Рис. 8. Результаты исследований на сдвиг средне- и крупнозернистого песка и щебня: а – усилие сдвига – угол скашивания; б – относительная деформация осадки–угол скашивания

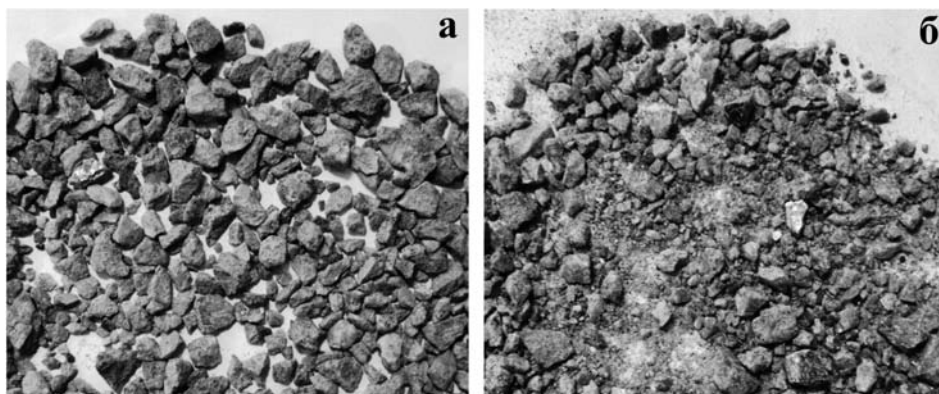


Рис. 9. Образец щебня до (а) и после (б) опыта

нии расчетной модели должна иметь место сходимость между лабораторными опытами и полевыми испытаниями. При этом должны выполняться два условия: 1) правильность выбора уравнений, которые описывают деформирование грунта

при нагрузках; 2) обоснованность входных параметров, их калибровка для допустимого совпадения расчетных данных и кривой напряжения–деформации, полученной в лаборатории или при полевых испытаниях грунтов.



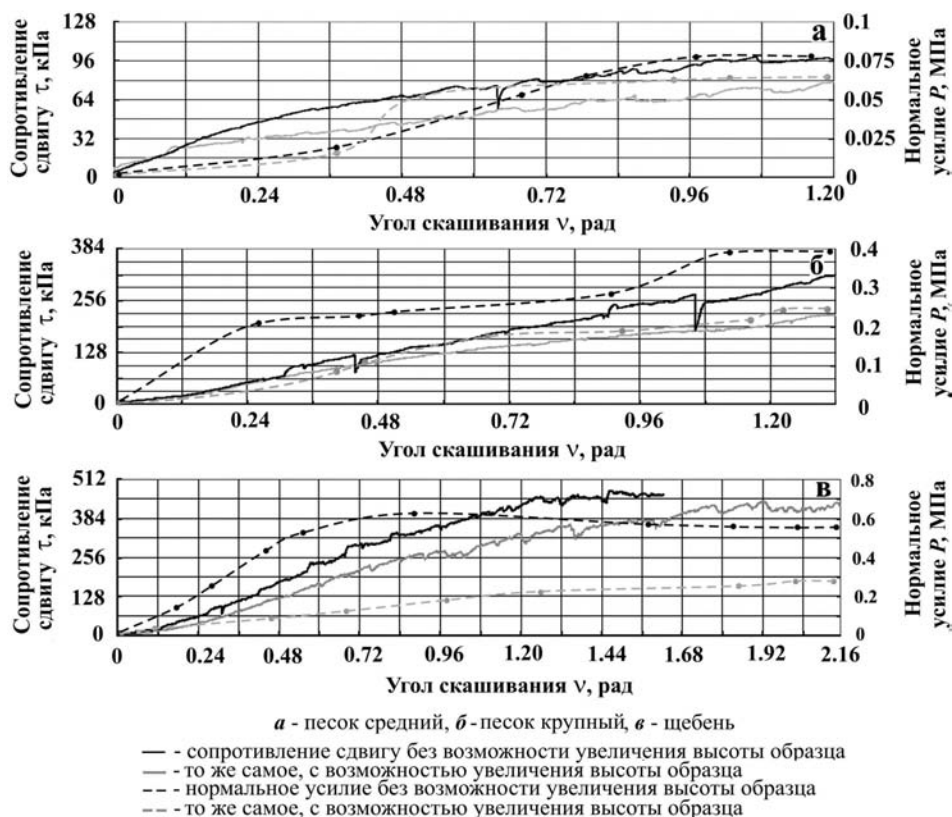


Рис. 10. Результаты исследований на сдвиг средне- и крупнозернистого песка и щебня при уменьшенной величине дилатансии и при постоянном объеме образца

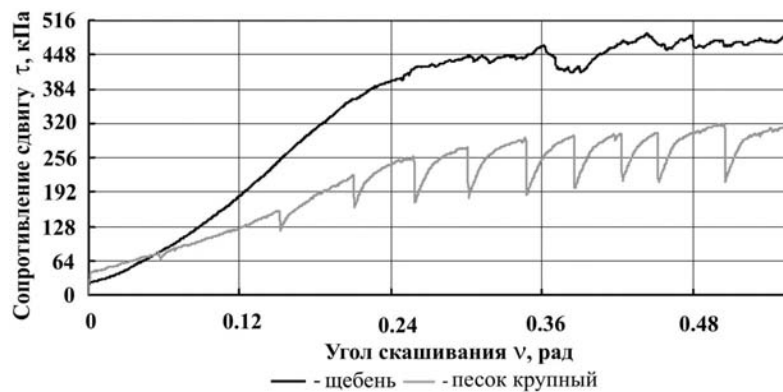


Рис. 11. Результаты исследований на сдвиг крупнозернистого песка и щебня при вертикальных напряжениях 0.1 МПа

### ВЫВОДЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ

Проведенными исследованиями установлено, что прочность сыпучего грунта является функцией условий разрушения и определяется начальной плотностью, крупностью, влажностью, прочностью отдельных зерен и начальными сжимающи-

ми напряжениями.

Теория прочности Мора-Кулона справедлива для мелкозернистых сыпучих грунтов при условии свободной дилатансии.

При исследованиях прочности и упругодеформированного состояния среднезернистых и крупнозернистых грунтов в дальнейшем предлагае-

тся отказаться от определения угла дилатансии. В исследованиях сопротивления сдвигу указанных грунтов обнаружены признаки неупорядоченности и неперIODичности изменения сопротивления от величины деформации.

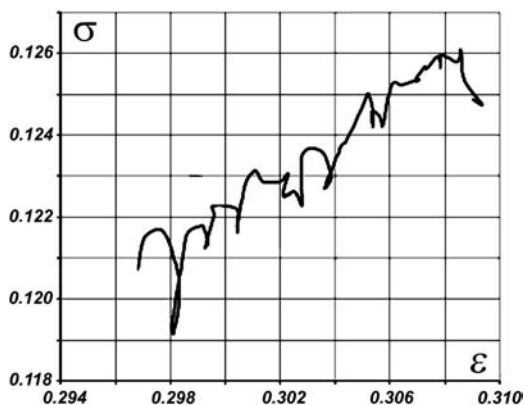


Рис. 12. Немонотонная зависимость между напряжением и деформацией в поликристаллических материалах

В упрощенных моделях дополнительное сопротивление сдвигу, которое возникает при дилатансии, целесообразнее описывать величиной сцепления. Такая замена в определенных границах будет точнее описывать физическую картину деформирования сыпучих грунтов. В последующем необ-

ходимо уточнить модели для определения параметров прочности и деформирования сыпучих грунтов.

Необходимо уделить внимание разработке отечественных нормативов для определения параметров деформирования сыпучих грунтов с достаточной надежностью и приемлемыми затратами. В нормативах нужно комплексно рассмотреть все параметры, которые могут доводить основания сооружений или склоны до критического состояния, и учесть стохастичный характер их изменений, вероятность реализации любого с них.

1. Соколовский Д. Ю. Прочность и несущая способность дилатангирующего грунта. – Минск: Наука и техника, 1994. – 233 с.
2. Bolton M. D. The strength and dilatancy of sands // Geotechnique. – 1986. – N 36(1). – P. 65-78.
3. Vermeer P. A., De Borst R. Nonassociated plasticity for soils, concrete and rock // Heron. – 1984. – N 29(3). – P. 62.
4. Билеуш А. И., Кривоног А. И., Филимонов В. Ю. и др. Патент Украины № 44278. Прибор кручения. – Киев: Гос. реестр патентов Украины на полезную модель. Бюл. N 3. 25.09.2009 г, 2009. – 3 с.
5. Дерягин Б. В. Что такое трение?. – М: Издательство АН СССР, 1952. – 121 с.
6. Флорин В. А. Основы механики грунтов. – М. - Л: Госстройиздат, 1959. – Т.1, 358 с.Т.2, 544 с.
7. Кондратьева Е. И. Определение механических характеристик горных пород // Вестн. Кырг. отд. межд. акад. энергетики. – 2006. – N 2(4). – С. 87-91.