

УДК 532.528

ОЦІНКИ ВПЛИВУ ВЕНТИЛЯЦІЇ НА ФОРМУ ТОНКИХ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ КАВЕРН

З. І. МАНОВА, І. Г. НЕСТЕРУК, Б. Д. ШЕПЕТЮК

Інститут гідромеханіки НАН України, Київ

Отримано 30.08.2010

Розглянуто вплив піддуву газу на форму тонких осесиметричних стаціонарних каверн. Використані рівняння першого наближення і модель одновимірної нев'язкої течії нестисливого газу в кільцевому каналі між поверхнею каверни і циліндричним корпусом тіла. Аналіз отриманого диференціального рівняння показав, що вентиляція може істотно збільшувати розміри каверни, особливо для малих чисел кавітації та для вузьких каналів. Показано, що інтенсивність вентиляції может бути обмеженою двома критичними значеннями. Наведені приклади розрахунків.

Рассмотрено влияние поддува газа на форму тонких осесимметричных стационарных каверн. Использованы уравнение первого приближения и модель одномерного невязкого течения несжимаемого газа в кольцевом канале между поверхностью каверны и цилиндрическим корпусом тела. Анализ полученного дифференциального уравнения показал, что вентиляция может существенно увеличивать размеры каверны, особенно для малых чисел кавитации и для узких каналов. Показано, что интенсивность вентиляции может быть ограничена двумя критическими значениями. Приведены примеры расчетов.

The influence of the gas ventilation on the shape of slender axisymmetric steady cavities is considered. The first approximation equation and the approach of one-dimensional inviscid flow of incompressible gas in the narrow channel between the cavity surface and the cylindrical body were used. The analysis of the differential equation obtained in paper demonstrated that ventilation can sufficiently increase the cavity dimensions, especially at small cavitation numbers and in narrow channels. It was shown that the ventilation rate can be limited by two critical values. Examples of calculations are presented.

ВСТУП

Для зменшення опору корпусів високошвидкісних підводних апаратів широко використовується суперкавітаційний режим обтікання [1], що дозволяє значно знизити опір тертя через зменшення площі контакту з водою. Разом з тим, для суперкавітації характерні високі значення опору тиску. Баланс цих двох тенденцій був проаналізований в [2–4] для тонких осесиметричних тіл, які можна вважати першим наближенням для форми корпусів.

Результати робіт [2–4] свідчать, що об'ємний коефіцієнт опору суперкавітуючих тіл може бути значно зменшений при дуже малих числах кавітації

$$\sigma = \frac{2(p_{\infty} - p_c)}{\rho U^2}, \quad (1)$$

де ρ – густина води; U – поточна швидкість тіла; p_{∞} – тиск у воді далеко від перерізу початку каверни на глибині його руху; p_c – тиск у каверні. При цьому форма корпусу мінімального об'ємного опору повинна бути максимально наближеною до форми каверни (див. [5, 6]) або її носової частини (див. [4], рис. 1).

Відповідно до формули (1), досягнути дуже малих чисел кавітації можна за рахунок збільшення швидкості руху тіла або шляхом підвищення тиску газу в каверні з використання піддуву (так

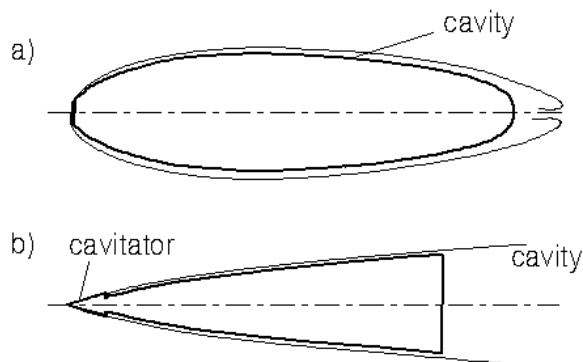


Рис. 1. Схеми суперкавітаційного обтікання з вузькими каналами між корпусом тіла та поверхнею каверни

звана штучна кавітація). Інший шлях передбачає більш чи менш інтенсивну вентиляцію газом, що рухається у вузькому кільцевому каналі між верхніми тіла та каверни (рис. 1). Дана робота присвячена аналізу впливу течій газу у вузькому каналі на форму тонкої (видовженої в напрямку руху) осесиметричної каверни.

1. ОСНОВНІ РІВНЯННЯ ДЛЯ ФОРМИ ШТУЧНОЇ ТОНКОЇ ОСЕСИМЕТРИЧНОЇ КАВЕРНИ

Аналіз задач суперкавітації ускладнюється відсутністю точних розв'язків, тривимірним та нестационарним характером течії. Останнім часом широко використовується чисельне моделювання таких течій з використанням рівнянь Нав'є-Стокса та фазових переходів, зокрема, спроби обчислень форми вентиляваних каверн можна знайти в [7]. Зазначені моделі містять, однак, велику кількість емпіричних параметрів, значення яких слід підбирати шляхом порівняння з експериментом, що робить їх не дуже надійними, особливо при зміні характеристик потоку, оскільки може виникнути потреба в уточненні параметрів, закладених у розрахунок.

Разом з тим, у деяких випадках горизонтального високошвидкісного руху можна знехтувати впливом сили тяжіння та вважати режим обтікання квазістационарним. Якщо обмежитись саме такими течіями та випадком тонких кавітаторів і утворених ними каверн, то можна користуватись отриманим у [8] рівнянням першого наближення, що дає дуже простий зв'язок між радіусом осесиметричної каверни $R(x)$ та коефіцієнтом тиску $C_p(x) = -\sigma$:

$$\frac{d^2 R^2}{dx^2} = -\frac{C_p(x)}{\ln \epsilon} = \frac{2(p_\infty - p_c(x))}{\rho U^2 \ln \epsilon}, \quad (2)$$

де ϵ – малий параметр, відношення максимального радіуса системи каверна-кавітатор до її довжини.

Через велику різницю в густинах води і газів, що заповнюють каверну, тиск у каверні і число кавітації в абсолютній більшості робіт вважають сталими (незалежними від координати x). Але у випадку інтенсивного піддуву у вузькому кільцевому каналі ця умова може порушуватись. Для оцінки зміни тиску у потоці газу скористаємось найпростішою моделлю одновимірної течії ідеального нестисливого газу. Тоді рівняння Бернуллі та нерозривності можна записати у вигляді

$$p_0 + \frac{\rho_g V_0^2}{2} = p_c + \frac{\rho_g V^2}{2}, \quad (3)$$

$$\pi V_0(R_0^2 - R_{b0}^2) = \pi V(R^2 - R_b^2) = Q, \quad (4)$$

де ρ_g – густина газу, що використовується для піддуву (вважається сталою); V – його поточна швидкість; Q – об'ємне витрачання газу; V_0, p_0, R_0 – відповідно швидкість, тиск газу та радіус каверни в перерізі початку каверни $x = 0$; R_b, R_{b0} – поточний та початковий радіус тіла (рис. 2).

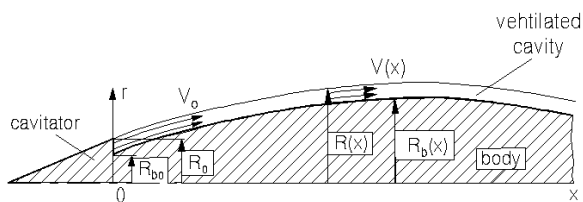


Рис. 2. Схема суперкавітаційного обтікання з інтенсивним піддувом у вузькому кільцевому каналі

З рівнянь (3), (4) випливає, що тиск у каверні залежить від координати x за законом

$$p_c(x) = p_0 + \frac{\rho_g Q^2}{2\pi^2} \left[\frac{1}{(R_0^2 - R_{b0}^2)^2} - \frac{1}{(R^2 - R_b^2)^2} \right], \quad (5)$$

підстановка якого у співвідношення (2) дає диференціальне рівняння для радіуса каверни:

$$\frac{d^2 R^2}{dx^2} = \frac{\sigma_0}{\ln \epsilon} + \Delta \left[a - \frac{1}{(R^2 - R_b^2)^2} \right], \quad (6)$$

в якому всі довжини віднесені до радіуса каверни в точці її початку R_0 , а сталі параметри σ_0, Δ та a визначаються формулами

$$\sigma_0 = \frac{2(p_\infty - p_0)}{\rho U^2}, \quad (7)$$

$$\Delta = -\frac{\rho_g Q^2}{\pi^2 R_0^4 \rho U^2 \ln \epsilon}, \quad (8)$$

$$a = \left[1 - \frac{R_{b0}^2}{R_0^2} \right]^{-2}. \quad (9)$$

Якщо вентиляція відсутня ($\Delta = 0$), то рівняння (6) збігається з рівнянням першого наближення [8] для форми тонкої осесиметричної стаціонарної каверни з числом кавітації σ_0 , його розв'язок для стандартних початкових умов

$$R = 1, \quad \frac{dR}{dx} = \beta \quad (10)$$

у точці сходу каверни $x = 0$ має вигляд

$$R^2 = \frac{\sigma_0 x^2}{2 \ln \epsilon} + 2\beta x + 1. \quad (11)$$

У випадку каверни з піддувом газу потрібно розв'язувати більш складне нелінійне диференціальне рівняння (6), аналіз якого показує, що вентиляція може значно змінити форму каверни не

лише при достатньо великих значеннях витрачання газу (параметра Δ), але і у випадку дуже малих величин $R - R_b$. Зокрема, якщо $R - R_b$ прямує до нуля, то з рівняння (6) випливає, що каверна відповідає числу кавітації, значно більшому, ніж σ_0 , тобто її розміри повинні зменшуватись порівняно з невентильованою каверною (11). Даний факт, звичайно, не суперечить фізичним уявленням про вплив вентиляції. Кількісний аналіз ефекту піддуву газу в каверну буде даний нижче.

Варто підкреслити, що рівняння (6) має тривіальний розв'язок, що збігається з (11), у випадку, коли $a = (R^2 - R_b^2)^{-2}$. В цьому випадку з рівнянь (9), (11) випливає, що для форми тіла

$$R_b^2 = \frac{\sigma_0 x^2}{2 \ln \epsilon} + 2\beta x + R_{b0}^2 \quad (12)$$

наявність вентиляції будь-якої інтенсивності не змінює форму каверни, що залишається такою ж, як звичайна парова каверна з числом кавітації σ_0 . Подібну форму тіла будемо називати нейтральною, щоб підкреслити незмінність форми каверни на ньому при довільній інтенсивності піддуву. Слід пам'ятити, що точність використаного рівняння першого наближення є обмеженою, але нейтральну форму можна уточнити, якщо скористатись наступними наближеннями, наведеними в [9].

Безрозмірну ширину кільцевого каналу $R(x) - R_b(x)$, віднесена (як і всі довжини) до радіуса каверни в точці її початку, можна оцінити величиною

$$R(x) - R_b(x) \approx \frac{1 - R_{b0}^2}{2R_b(x)}. \quad (13)$$

Формула (13) впливає з (11) та (12) у випадку малої (порівняно з R_b) ширини і свідчить, що ширина кільцевого каналу на нейтральному тілі спадає при зростанні його радіуса і збільшується при зменшенні радіуса нейтрального тіла.

Форма розташованого у каверні тіла може бути довільною, відповідні форми каверн для різних інтенсивностей піддуву можуть бути обчислені за допомогою рівнянь (6)-(10). Зупинемося лише на найбільш простому випадку циліндричного тіла, розташованого у штучній каверні. Окрім того, розглянемо випадок додатніх значень похідної від радіуса в точці початку каверни ($\beta > 0$), зокрема, для конічного кавітатора β дорівнює тангенсу напівкута при вершині конуса. Для спрощення розрахунків будемо вважати, що $\epsilon = \beta$.

2. ФОРМА ШТУЧНОЇ ОСЕСИМЕТРИЧНОЇ КАВЕРНИ, ЩО ЗАМИКАЄТЬСЯ НА ЦИЛІНДРИЧНОМУ КОРПУСІ

Для циліндричного тіла $R_b(x) = R_{b0}$. Стале значення радіуса тіла дозволяє проінтегрувати рівняння (6) з використанням заміни

$$\frac{dR^2}{dx} = u, \quad \frac{d^2 R^2}{dx^2} = \frac{du}{dx} = u \frac{du}{dR^2}. \quad (14)$$

Пістановка (14) в рівняння (6) та інтегрування з використанням початкових умов (10) дають:

$$\frac{u^2 - 4\beta^2}{2} = (R^2 - 1) \left[\frac{\sigma_0}{\ln \epsilon} + \Delta a \right] + \Delta \left[\frac{1}{R^2 - R_{b0}^2} - \frac{1}{1 - R_{b0}^2} \right]. \quad (15)$$

Можна показати, що без вентиляції ($\Delta = 0$) рівняння (15) з початковими умовами (10) дає розв'язок (11). Тобто в першому наближенні наявність у паровій каверні циліндричного тіла не впливає на її форму. Такий самий висновок можна зробити і для будь-якої іншої форми суперкавітаційного корпусу.

2.1. Розрахунки максимального радіуса вентильованої каверни

У випадку штучної кавітації форма каверни може бути визначена шляхом чисельного інтегрування формули (15), але її максимальний радіус R_m можна знайти як розв'язок рівняння

$$2\beta^2 + (R_m^2 - 1) \left[\frac{\sigma_0}{\ln \epsilon} + \Delta a \right] + \Delta \left[\frac{1}{R_m^2 - R_{b0}^2} - \frac{1}{1 - R_{b0}^2} \right] = 0, \quad (16)$$

що впливає з (15), оскільки в точці максимуму $u = 0$.

Рівняння (16) можна звести до біквдратного, а його розв'язок записати у вигляді:

$$R_m = \sqrt{-\frac{\alpha_1 + \sqrt{D_1}}{2z}}, \quad z \neq 0, \quad D_1 \geq 0, \quad (17)$$

$$\alpha = 2\beta^2 - z - \frac{\Delta}{1 - R_{b0}^2}, \quad \alpha_1 = \alpha - zR_{b0}^2, \quad (18)$$

$$D_1 = \alpha_1^2 - 4z(\Delta - \alpha R_{b0}^2), \quad (19)$$

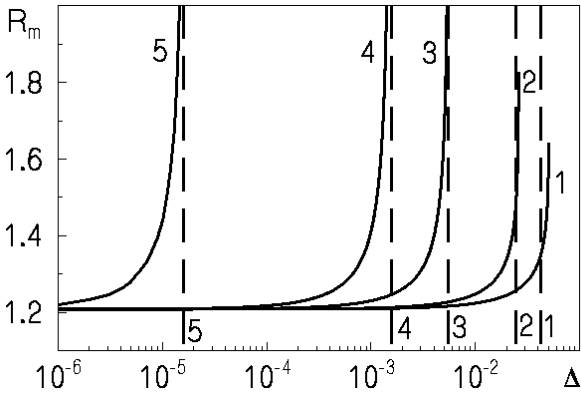


Рис. 3. Залежності максимального радіуса каверни від інтенсивності вентиляції при $\sigma_0 = 0.1$

$$z = \frac{\sigma_0}{\ln \epsilon} + a\Delta. \quad (20)$$

Результати розрахунків за рівнянням (17) для $\beta = 0.1$ і різних значень числа кавітації в точці початку каверни σ_0 наведені на рис. 3–6. Обчислення проведені для різних значень радіуса циліндричної частини тіла $R_{b0} = 0; 0.5; 0.8; 0.9; 0.99$ (суцільні криві 1-5 відповідно). З рис. 3–6 видно, що зростання інтенсивності вентиляції збільшує максимальний радіус каверни. При цьому в досить широкому діапазоні інтенсивностей піддуву максимальний радіус каверни може зростати досить повільно, а при наближенні Δ до певного критичного значення вплив вентиляції стає дуже значним. Видно також, що при малих числах кавітації для суттєвого збільшення радіуса каверни достатньо досить малих інтенсивностей піддуву газу. Як і слід було очікувати, найбільший ефект вентиляції властивий малим ширинам кільцевого каналу, тобто максимальним значенням радіуса циліндричного тіла, розташованого в каверні. Це видно на всіх рис. 3–6, оскільки при зростанні номера суцільної кривої, а саме при збільшенні значення R_{b0} від 0 (порожня каверна) до 0.99 (максимально заповнена каверна), істотний вплив вентиляції стає помітним при менших значеннях параметра Δ .

2.2. Критичні значення піддуву

З рівняння (17) та рис. 3–6 видно, що максимальний радіус каверни може зростати до нескінченності. Це відбувається, коли значення z прямує до нуля. З рівняння $z = 0$ та співвідношення (20) можна визначити критичні значення інтенсивності вентиляції:

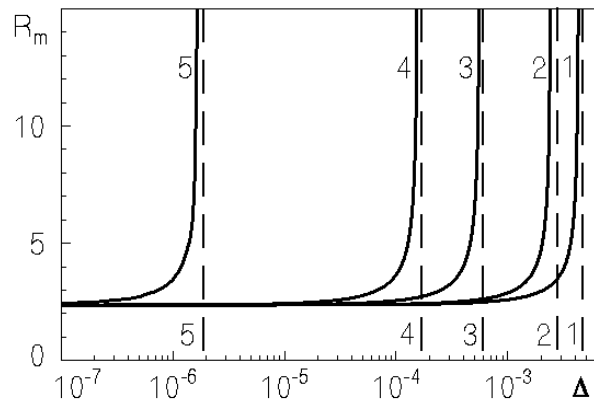


Рис. 4. Залежності максимального радіуса каверни від інтенсивності вентиляції при $\sigma_0 = 0.01$

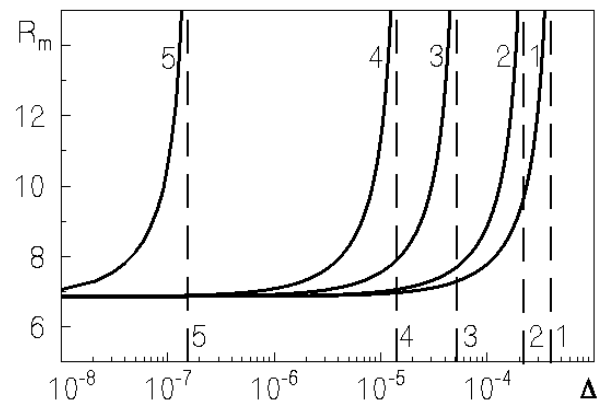


Рис. 5. Залежності максимального радіуса каверни від інтенсивності вентиляції при $\sigma_0 = 0.001$

$$\Delta_1^{cr} = -\frac{\sigma_0}{a \ln \epsilon}, \quad (21)$$

при яких максимальний радіус каверни необмежено зростає. Вираховані за формулою (21) критичні значення піддуву зображені на рис. 3–6 штриховими вертикальними лініями. З формули (21) та рис. 3–6 видно, що критичні значення інтенсивності вентиляції сильно зменшуються при зменшенні числа кавітації σ_0 та зростанні радіуса циліндричного корпусу R_{b0} , розташованого в каверні.

Отже, в більшості випадків піддув не можна збільшити до значень, що перевищують Δ_1^{cr} . Виняток становить ситуація, коли $z = 0$, $\alpha_1 = \alpha < 0$. В цьому випадку рівняння (16) має тривіальний обмежений розв'язок

$$R_m = \sqrt{R_{b0}^2 - \frac{\Delta_1^{cr}}{\alpha}}, \quad z = 0.$$

До того ж з формул (18), (20) випливає, що

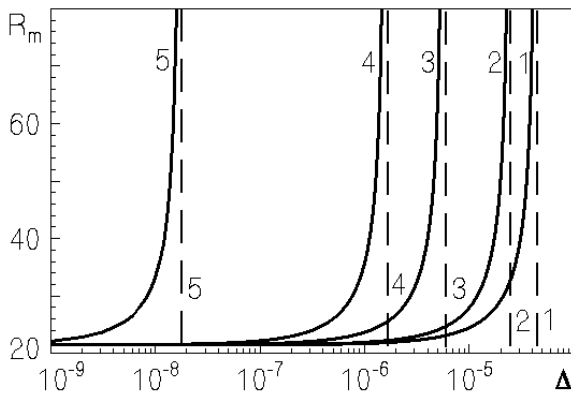


Рис. 6. Залежності максимального радіуса каверни від інтенсивності вентиляції при $\sigma_0 = 0.0001$

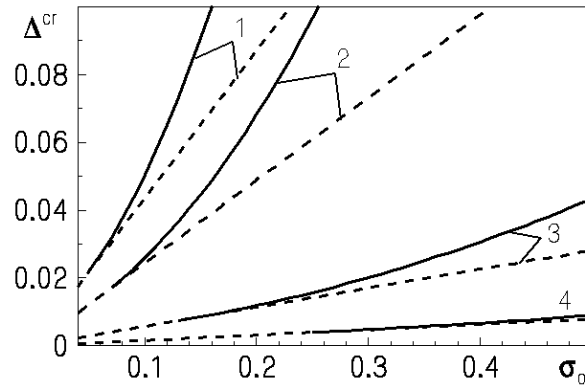


Рис. 7. Критичні значення інтенсивності вентиляції при $\beta = 0.1$. Суцільні криві відповідають Δ_2^{cr} , штрихові – Δ_1^{cr}

обмежені каверни при $\Delta = \Delta_1^{cr}$ можливі лише при числах кавітації, більших за критичне значення

$$\sigma_0^{cr} = -\frac{2\beta^2 \ln \epsilon}{1 - R_{b0}^2}. \quad (22)$$

Співвідношення (22) свідчить, що нерівність $\sigma_0 > \sigma_0^{cr}$ виконується лише при досить великих числах кавітації. Зокрема, вона справедлива при $\sigma_0 = 0.1$ та значеннях $R_{b0} = 0$ та $R_{b0} = 0.5$ (криві 1 та 2 на рис.3). Видно, що ці залежності перетинають вертикальні лінії, що відповідають $\Delta = \Delta_1^{cr}$. Для всіх інших показаних на рис. 3–6 кривих відповідні прямі $\Delta = \Delta_1^{cr}$ є вертикальними асимптотами, та інтенсивності піддувів у кожному з показаних випадків не можуть перевищувати критичне значення (21).

В тих випадках, коли виконується нерівність $\sigma_0 > \sigma_0^{cr}$, інтенсивність піддуву може бути більшою за критичне значення (21), але залишається обмеженою, оскільки дискримінант D_1 у формулі (17) стає від'ємним при збільшенні величини Δ . З рівняння $D_1 = 0$ можна визначити друге критичне значення інтенсивності піддуву Δ_2^{cr} . При $\Delta > \Delta_2^{cr}$ рівняння (16) не має дійсних коренів, радіус каверни не має максимуму, тобто вона стає необмеженою. Такий самий висновок можна зробити і при наведеному в наступному підрозділі аналізі довжини каверни. Тобто перетин значення Δ_2^{cr} робить з обмеженої каверни необмежену, що суперечить принципу стійкості задач математичної фізики, згідно з яким малі зміни параметрів, що визначають течію, повинні викликати малі зміни розв'язків. Подібна втрата стійкості в суперкавітаційних течіях описана в [10]. Тому значення $\Delta > \Delta_2^{cr}$ не реалізуються.

Критичні значення Δ_2^{cr} можна побачити на кри-

вих 1 та 2 на рис. 3. При цьому випадку $\Delta = \Delta_2^{cr}$ відповідають обмежені значення максимального радіуса каверни. Результати розрахунків Δ_2^{cr} за формулами (18)-(20) наведені на рис. 7 суцільними лініями 1-4, що відповідають значенням $R_{b0} = 0; 0.5; 0.8; 0.9$ відповідно. Оскільки друге критичне значення інтенсивності вентиляції Δ_2^{cr} може досягатись лише при виконанні умови $\sigma_0 > \sigma_0^{cr}$, на рис. 7 показані тільки ті частини кривих, що відповідають значенням чисел кавітації, більшим від (22). Для порівняння на рис. 3 штриховими прямими показані критичні значення Δ_1^{cr} (рівняння (21)).

2.3. Розрахунки контуру та довжини вентиляованої каверни

Залежність радіуса каверни R від координати x може бути визначена з рівняння (15):

$$x = \int_1^{R^2} \frac{dy}{\sqrt{2\Delta \left(\frac{1}{y - R_{b0}^2} - \sqrt{a} \right) + 2z(y - 1) + 4\beta^2}}. \quad (23)$$

Інтеграл (23) може бути зведений до еліптичних функцій або вирахований чисельно. Приклади розрахунків контурів каверн для $\beta = 0.1$, $\sigma_0 = 0.3$, $R_{b0} = 0.8$ представлені на рис. 8. З рівняння (15) випливає, що контури каверн симетричні відносно площини $x = L$, що відповідає максимальному радіусу, тому на рис. 8 представлені лише частини каверн до міделя.

З рис. 8 видно, що вентиляція значно збільшує розміри каверни. Для зображених на рис. 8 каверн виконується умова $\sigma_0 > \sigma_0^{cr}$, тому вони ма-

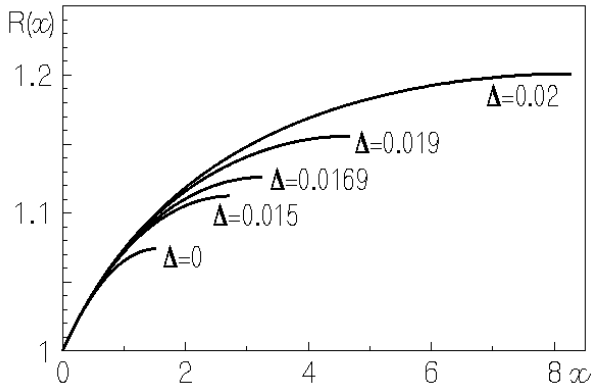


Рис. 8. Контури каверн до міделя при різних інтенсивностях вентиляції для $\beta = 0.1$, $\sigma_0 = 0.3$, $R_{b0} = 0.8$

ють обмежені розміри навіть при $\Delta \geq \Delta_1^{cr}$ (див. три криві з найбільшими інтенсивностями піддуву). Разом з тим для $\Delta > \Delta_2^{cr}$ каверна стає необмеженою. Про це свідчать розрахунки контуру каверни при $\Delta = 0.021$.

Для визначення напівдовжини каверни L достатньо у формулі (23) виконати інтегрування в межах від 1 до R_m^2 . Приклади розрахунків для $\beta = 0.1$ і різних значень числа кавітації σ_0 наведені на рис. 9–12. Обчислення проведені для радіусів циліндричної частини тіла $R_{b0} = 0; 0.5; 0.8; 0.9; 0.99$ (суцільні криві 1–5 відповідно). З рис. 3–6 видно, що зростання інтенсивності вентиляції збільшує довжину каверни. При цьому в досить широкому діапазоні інтенсивностей піддуву довжина каверни може зростати досить повільно, а при наближенні Δ до критичного значення Δ_1^{cr} вплив вентиляції стає дуже значим, а довжина каверни стає необмеженою. Вираховані за формулою (21) критичні значення піддуву зображені на рис. 9–12 штриховими вертикальними лініями.

Для кривих 1 та 2 на рис. 9 (так само, як і на рис. 3) виконується нерівність $\sigma_0 > \sigma_0^{cr}$, тому інтенсивність піддуву може перевищувати критичне значення (21), але обмежена величиною Δ_2^{cr} , оскільки при $\Delta > \Delta_2^{cr}$ каверна стає необмеженою. При цьому випадку $\Delta = \Delta_2^{cr}$ відповідають скінченні значення довжини каверни (див. криві 1 та 2 на рис. 9).

Видно також, що при малих числах кавітації для значного збільшення довжини каверни достатньо досить малих інтенсивностей піддуву газу. Як і слід було очікувати, найбільший ефект вентиляції властивий малим ширинам кільцевого каналу, тобто максимальним значенням радіуса циліндричного тіла, розташованого в каверні. Це видно на

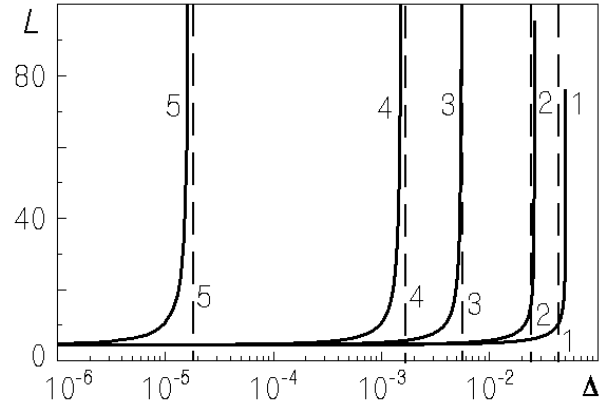


Рис. 9. Залежності напівдовжини каверни від інтенсивності вентиляції при $\sigma_0 = 0.1$

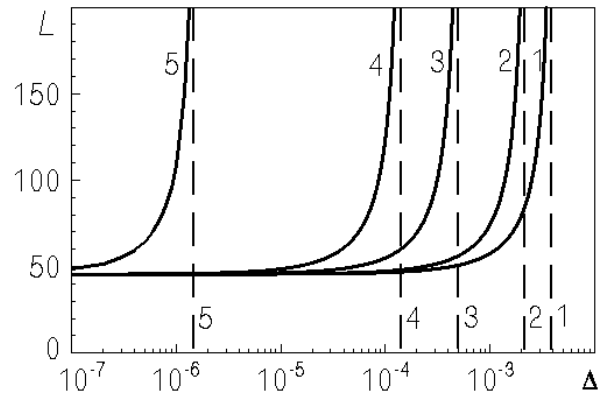
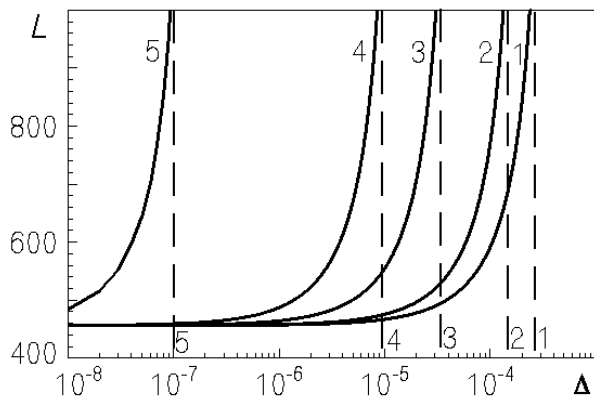
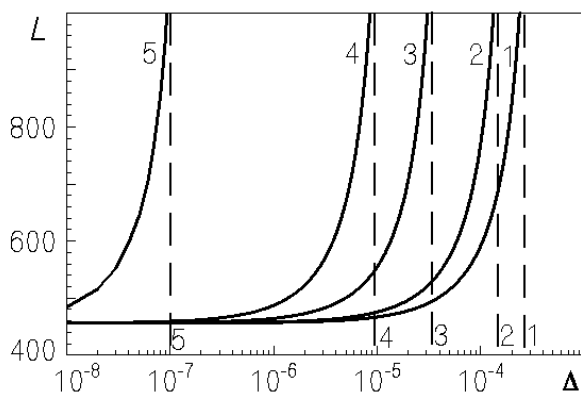


Рис. 10. Залежності напівдовжини каверни від інтенсивності вентиляції при $\sigma_0 = 0.01$

всіх рис. 9–12, оскільки при зростанні номера суцільної кривої, а саме при збільшенні значення R_{b0} від 0 (порожня каверна) до 0.99 (максимально заповнена каверна), істотний вплив вентиляції стає помітним при менших значеннях параметра Δ .

ВИСНОВКИ

Розглянуто проблему впливу піддуву газу на форму тонких осесиметричних стаціонарних каверн у невагомій рідині. З використанням рівняння першого наближення і моделі одновимірної нев'язкої течії нестисливого газу в кільцевому каналі між поверхнею каверни і циліндричним корпусом тіла вдалося отримати просте диференціальне рівняння для радіуса штучної каверни. Проведено аналіз отриманого рівняння для випадку додатних значень похідної від радіуса кавітатора в перерізі

Рис. 11. Залежності напівдовжини каверни від інтенсивності вентиляції при $\sigma_0 = 0.001$ Рис. 12. Залежності напівдовжини каверни від інтенсивності вентиляції при $\sigma_0 = 0.0001$

сходу каверни та циліндричного тіла, розташованого в кавітаційній порожнині.

Наведені приклади розрахунків показують, що вентиляція може істотно збільшувати розміри каверни, особливо для малих чисел кавітації та для вузьких каналів. Показано, що інтенсивність вентиляції може бути обмеженою двома критичними значеннями, для яких наведені аналітичні формули та приклади розрахунків.

Подальших досліджень заслуговують особливості форми донних каверн, у тому числі і при від'ємних числах кавітації, а також більш точні моделі руху газу, оскільки розглянута модель одновимірної течії ідеального нестисливого газу може давати значну похибку для вузьких каналів. Заслуговують уваги також явища втрати стійкості та нестационарні течії зі штучними кавернами.

1. Логвинович Г.В. Гідродинаміка течій со свободними границями.– К.: Наук. думка, 1969.– 208 с.
2. Nesteruk I. Drag reduction in high-speed hydrodynamics: supercavitation or unseparated shapes // Sixth International Symposium on Cavitation CAV2006.– September 2006.– Wageningen, The Netherlands.– P. 1-16.
3. Nesteruk I. Hull optimization for high-speed vehicles: supercavitating and unseparated shapes // International Conference SuperFAST2008.– July 2-4, 2008.– Saint-Petersburg, Russia.– P. 1-15.
4. Нестерук І. Г. Зменшення опору видовжених осесиметричних високошвидкісних тіл // Прикладна гідромеханіка.– 2009.– Т. 11 (83), N 2.– С. 55 – 67.
5. Нестерук І. Г., Савченко Ю.М., Семененко В.М. Оптимізація дальності для суперкавітаційного руху за інерцією // Доповіді НАН України.– 2006.– N 8.– С. 57-66.
6. Нестерук І. Г. Задачі оптимізації дальності суперкавітаційного руху за інерцією з фіксованою початковою глибиною // Прикладна гідромеханіка.– 2008.– Т. 10 (82), N 3.– С. 64-75.
7. Zhuravlev Yu. F., Varyukhin A.V. Numerical simulation of interaction gas jets flowing into water cavity with its free surfaces simulation // International Conference SuperFAST2008.– July 2-4, 2008.– Saint-Petersburg, Russia.– P. 1-9.
8. Нестерук І. Г. К вопросу о форме тонкой осесиметричной каверны в весоной жидкости // Известия АН СССР, МЖГ.– 1979.– N 6.– С. 133-136.
9. Нестерук І. Г. Об определении формы тонкой осесиметричной каверны на основе интегродифференциального уравнения // Известия АН СССР, МЖГ.– 1985.– N 5.– С. 83-90.
10. Нестерук І. Г. Об ограничениях на параметры кавитационных течений // Прикладная математика и механика.– 1986.– Т. 50, вып. 4.– С. 584-588.