

УДК 534.21:541.61

МОДЕЛЬ ЗВУКОУТВОРЕННЯ ПРОТИТЕЧІЙНОЮ ГІДРОДИНАМІЧНОЮ ВИПРОМІНЮЮЧОЮ СИСТЕМОЮ

О. А. НАЗАРЕНКО¹, А. Ф. НАЗАРЕНКО², Я. І. ЛЕПІХ^{3*}¹Одеська національна академія зв'язку ім. О. С. Попова
вул. Ковальська, 1, Одеса, 65029, Україна²Одеський національний політехнічний університет
пр. Шевченка, 1, Одеса, 65044, Україна³Міжвідомчий науково-навчальний фізико-технічний центр
МОН і НАН України при ОНУ імені І. І. Мечникова
вул. Дворянська, 2, м. Одеса, 65082, Україна

*E-mail: ndl_lepikh@onu.edu.ua

Отримано 05.06.2014

Запропоновано математичну модель генерації звуку протитечійною гідродинамічною випромінюючою системою. Уведено новий, у порівнянні з моделлю проточної системи, коефіцієнт, який визначає ступінь заповнення вихреподібним рухом рідини тороїдального об'єму всередині звукоутворюючого елемента до моменту його вибуху. Виведено трансцендентне дисперсійне рівняння, яке зв'язує основну частоту спектру генерованих коливань з геометричними та гідродинамічними параметрами випромінюючої системи.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: протитечійний гідродинамічний випромінювач, автоколивання, звукоутворення, математична модель

Предложена математическая модель генерации звука противоточной гидродинамической излучающей системой. Введен новый, по сравнению с моделью проточной системы, коэффициент, определяющий степень заполнения вихреобразным движением жидкости тороидального объема внутри звукообразующего элемента к моменту его взрыва. Выведено трансцендентное дисперсионное уравнение, которое связывает основную частоту спектра генерируемых колебаний с геометрическими и гидродинамическими параметрами излучающей системы.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: противоточный гидродинамический излучатель, автоколебания, звукообразование, математическая модель

A mathematical model for sound generation by a counterflow hydrodynamical radiating system is offered. A factor is introduced for determining of a degree of filling of the toroidal volume inside the sound generating element by vortex motion of a liquid to the moment of its explosion. This one is new in comparison with the model of a direct-flow system. The obtained transcendental dispersion equation relates the main frequency of the spectrum of generated oscillations with geometrical and hydrodynamical parameters of radiating system.

KEY WORDS: a counterflow hydrodynamic radiator, self-oscillations, sound generation, mathematical model

ВСТУП

Випромінювачі акустичних хвиль, побудовані на базі гідродинамічного принципу, широко застосовуються для інтенсифікації різноманітних технологічних процесів, а також у гідроакустиці [1–3]. Зокрема, до їх числа слід віднести гідроакустичні системи протитечійної й проточної дії, які вирізняються простотою конструкції. Однак для їхнього проектування необхідно мати досконалу математичну модель, яка б описувала процес звукоутворення в залежності від конструктивних параметрів системи. Саме розв'язанню цієї задачі й присвячено дане дослідження.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ

Незважаючи на принципову аналогічність механізмів генерації звуку протитечійною і проточною системами, їхні деталі досить істотно відрізняються [1].

Як приклад на рис. 1 показано фотографію працюючої протитечійної системи, а на рис. 2 – її схематичне представлення. Турбулентний струмінь, що витікає зі швидкістю v_0 з круглого отвору (сопла) радіусом r_c , набігає на увігнутий параболоїдний відбивач, який знаходиться на відстані h від сопла. Зворотний струмінь відбивається під кутом θ , обумовленим параметрами параболоїда [4].

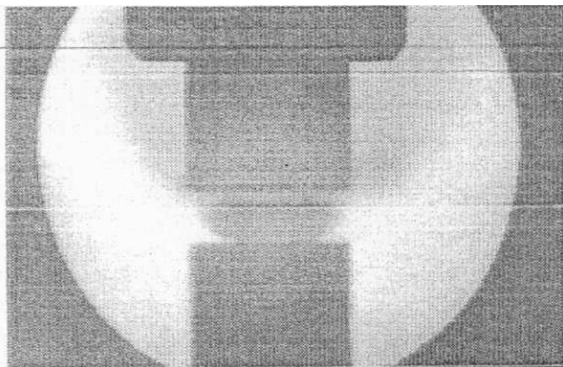


Рис. 1. Тіньова фотографія працюючої протитечійної системи

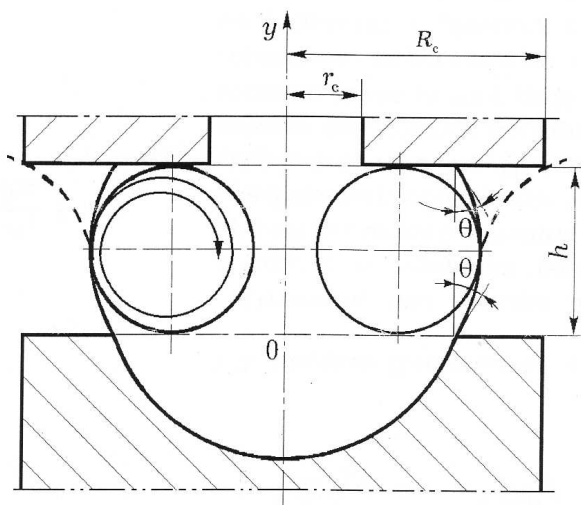


Рис. 2. Геометричні параметри моделі протитечійної системи

На рівні торця відбивача падаючий струмінь має характерну товщину Δ_0 , яка збільшується в міру наближення до відбиваючої поверхні. Замикаючись на ній, струмінь відокремлює від навколишньої рідини бочкоподібний об'єм V_0 (див. фотознімок), який виступає у ролі звукоутворюючого елемента випромінювача кавітаційної природи [5]. Рідина, яка засмоктується в нього, здійснює вихреподібний рух уздовж уписаного в об'єм V_0 тороїда зі швидкістю u на периферії вихру, в якому внаслідок ефекту місцевого зниження тиску розвивається кавітація.

За рахунок періодично повторюваних вибухів кавітаційних каверн вихру (фізику цього процесу описано, наприклад, у [5]) виникають нелінійні автоколивання, які у першому наближенні можна розглядати як гармонічні.

Позначимо через $\alpha(y, t)$ кут, під яким нахиле-

на до осі системи y твірна бочкоподібного об'єму (див. рис. 2). Рівняння його коливань відносно середнього значення $\varphi(y)$, яке визначає рівноважну конфігурацію цього об'єму, аналогічне до рівняння коливань порожнього струменя у прямотечійній системі [6] і має вигляд

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \langle v_2 \rangle \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] \langle v_2 \rangle \alpha(y, t) = \frac{1}{\rho} \frac{1}{\langle \Delta_2 \rangle} \frac{\partial p_1}{\partial t}. \quad (1)$$

Тут $\langle \Delta_2 \rangle$; $\langle v_2 \rangle$ – значення товщини бочкоподібного струменя і швидкості рідини з густиною ρ у ньому, усереднені уздовж твірної; p_1 – тиск в об'ємі усередині вихра (індекс “2” скрізь стосується бочкоподібного струменя).

Якщо вибрати за початок періоду коливань момент, якраз після попереднього викиду, то коливання можна описати так:

$$\alpha(y, t) = \varphi(y) - \alpha(y) \sin \omega t,$$

Тут $\alpha(y)$ і ω – амплітуда й циклічна частота коливань. Як і у попередніх наших роботах, струмінь на торці відбивача вважатимемо “затиснутим”:

$$\alpha(0, t) = \varphi(0) = \theta. \quad (2)$$

На підставі аналізу фотографії рис. 1 можна зробити припущення про те, що бочкоподібний струмінь, наближаючись до осі системи, натікає на торець сопла під тим же (за модулем) кутом θ , під яким він витікає з відбивача. Тоді закон для гармонічних коливань кінця струменя на торці сопла має вигляд

$$\alpha(h, t) = -\theta - \alpha(h) \sin \omega t. \quad (3)$$

Праву частину рівняння (1) можна оцінити виразом [6]:

$$\frac{dp_1}{dt} = \chi \frac{Q' - Q''}{\mu V_0} P_0 + \rho u \frac{du}{dt},$$

де χ – безрозмірний коефіцієнт пропорційності; Q' і Q'' – об'ємні витрати при надходженні рідини в об'єм, обмеженому бочкоподібним струменем, та витоку з нього відповідно; μv – частина об'єму між торцями сопла й відбивача, зайнята кавітацією [7]; P_0 – тиск у навколишній рідині.

Значимо, що оціночні значення витрат Q' і Q'' , а також швидкості рідини u на периферії вихра і швидкості її зміни $\partial u / \partial t$ істотно відрізняються від відповідних величин у прямотечійній системі. Для того, щоб пояснити цю розбіжність, слід припустити, що у внутрішній об'єм потрапляє частина витрат бочкоподібного струменя, яка досягає кромки сопла і пропорційна куту натикання $\alpha(h, t)$:

$$Q' = \xi Q_2(h) \alpha(h, t) = \xi Q_0 ab [\theta + \alpha(h) \sin \omega t].$$

Цей вираз одержано з урахуванням формули (3). Тут ξ – безрозмірний коефіцієнт пропорційності, b і a визначають зміну швидкості і витрати рідини на всім протязі обох струменів [4]; $Q_2 = \pi r_c V_0$ – об'ємні витрати втікаючого бочкоподібного струменя на торці сопла.

Витрата Q'' рідини, яка видаляється з внутрішнього об'єму, складається з витрати, що засмоктується з неї за рахунок ефекту Бернуллі у центральний струмінь [4], і половини витрати, що всмоктується у бочкоподібний струмінь (очевидно, що друга половина втікає у нього ззовні):

$$Q'' = Q_0 \left[(b-1) + \frac{b(a-1)}{2} \right].$$

Величини u і $\partial u / \partial t$ оцінювалися на основі аналізу моменту імпульсу порожнього тороїдального вихра і швидкості його зміни. При цьому припускалося, що зовнішній радіус вихра дорівнює радіусу перерізу тора r_T і залишається незмінним, а його внутрішній радіус зменшується з часом у міру накачування рідини у нього. Для визначення необхідної для розрахунків середньої величини об'єму вихра V_B припускаємо, що його об'єм у момент зародження $t = T/4$ близький до нуля, зростає протягом другої чверті періоду і перед вибухом досягає максимального значення $V_B(T/2)$. Тут T – період, що відповідає основній частоті спектра гетерованих коливань.

При цьому

$$\langle V_B \rangle \equiv \frac{1}{2} V_B \left(\frac{T}{2} \right).$$

Позначимо

$$\langle V_B \rangle = \nu V_T,$$

$$V_B \left(\frac{T}{2} \right) = 2\nu V_T.$$

Оскільки максимальний об'єм вихра обмежений об'ємом тороїда, уведений параметр ν може мінятися в межах від 0 до 0.5.

Використання зроблених припущень дозволяє перетворити праву частину рівняння (1) і записати його у вигляді

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \langle v_2 \rangle^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] [\varphi(y) - \alpha(y) \sin \omega t] = \\ = \langle v_2 \rangle^2 [L + N\alpha(h) \sin \omega t], \end{aligned} \quad (4)$$

де

$$\begin{aligned} N = \xi \frac{2\pi r_{\text{отр}}}{\left(\frac{\langle v_2 \rangle}{v_0} \right)^3 \left(\frac{\langle \Delta_2 \rangle}{\Delta_0} \right)} \frac{a}{b} \times \\ \times \left\{ \chi \frac{P_0}{\rho v_0^2} \frac{1}{\mu V_0} + \frac{1}{v \left(1 - \frac{\nu}{2} \right)} \frac{1}{V_T} \frac{\langle v \rangle}{v_0} \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{1}{ba} - (1-\nu) \frac{\langle v \rangle}{v_0} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$L = \frac{2\pi r_{\text{отр}}}{\left(\frac{\langle v_2 \rangle}{v_0} \right)^3 \left(\frac{\langle \Delta_2 \rangle}{\Delta_0} \right)} \frac{1}{b^2} [G_1 + G_2 + G_3],$$

$$\begin{aligned} G_1 = \xi ba \theta \left\{ \chi \frac{P_0}{\rho v_0^2} \frac{1}{\mu V_0} + \frac{1}{v \left(1 - \frac{\nu}{2} \right)} \frac{1}{V_T} \frac{\langle v \rangle}{v_0} \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{1}{ba} - (1-\nu) \frac{\langle v \rangle}{v_0} \right] \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_2 = \left[-\chi \frac{P_0}{\rho v_0^2} \frac{1}{\mu V_0} + \frac{1-\nu}{v \left(1 - \frac{\nu}{2} \right)} \frac{1}{V_T} \left(\frac{\langle v \rangle}{v_0} \right)^2 \right] \times \\ \times \left[(b-1) + \frac{b(a-1)}{2} \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_3 = -\frac{1}{v \left(1 - \frac{\nu}{2} \right)} \frac{1}{V_T} \frac{\langle v \rangle}{v_0} \times \\ \times \left[\frac{\langle v_1 \rangle}{v_0} (b-1) + \frac{\langle v_2 \rangle}{v_0} \frac{1}{2} b(a-1) \right]. \end{aligned}$$

Тут $r_{\text{отр}}$ – радіус відбивача; $\langle v_1 \rangle$ – середнє значення швидкості в центральному струмені; $\langle v \rangle$ – її усереднене значення в обох струменях.

Як і у моделі прямотечійної системи, співвідношення (4) розпадається на два рівняння. Розв'язок рівняння статички

$$\frac{d^2 \varphi}{dy^2} = -L$$

з граничними умовами

$$\varphi(0) = \theta, \quad \varphi(h) = -\theta,$$

які випливають із формул (2) і (3), дозволяє знайти кут відхилення твірної обмеженого бочкоподібним вихром об'єму від вертикалі, відносно якого відбуваються коливання:

$$\varphi(y) = L \frac{h^2}{2} \frac{y}{h} \left(1 - \frac{y}{h} \right) + \left(1 - 2 \frac{y}{h} \right) \theta,$$

Розв'язок динамічного рівняння

$$\frac{d^2\alpha}{dy^2} + k^2\alpha(y) = N\alpha(h), \quad k = \frac{\omega}{\langle v_2 \rangle}$$

з граничною умовою – наслідком умови (2) –

$$\alpha(0) = 0$$

представляє амплітуду коливань бочкоподібного струменя вздовж течії:

$$\alpha(y) = \frac{N}{k^2}\alpha(h)(1 - \cos ky).$$

Записавши вираз для значення цієї функції на торці сопла, одержуємо трансцендентне рівняння

$$\eta = \sqrt{2\Gamma} \sin \frac{\eta}{2}, \quad (6)$$

$$\eta = \frac{\omega}{\langle v_2 \rangle h}, \quad \Gamma = Nh^2. \quad (7)$$

З формул (5) і (7) випливає, що рівняння (6) зв'язує частоту генерованих системою коливань з її гідродинамічними параметрами, тобто є дисперсійним.

ВИСНОВКИ

Таким чином, запропонована модель процесу звукоутворення протитечією гідродинамічною

випромінюючою системою дозволяє вивести дисперсійне рівняння для основної частоти спектру генерованих нею коливань. Отримані результати можуть виявитись корисними при проектуванні випромінюючих акустичних систем.

1. Лепіх Я. І., Назаренко О. А., Назаренко А. Ф. Про можливість використання акустичного поля для нанесення покриттів // Фізика і хімія твердого тіла.– 2011.– **12**, № 2.– Р. 500–503.
2. Lepikh Ya. I., Glushkov A. V., Svinarenko A. A. Fractal analysis of signals of the seismic acoustic emission // J. Acoust. Soc. Amer.– 2008.– **123**, № 5, Pt. 2.– Р. 3744.
3. Lepikh Ya. I., Karatsuba S. B. Influence of ultrasound on solution hydrogen parameter // Int. Congr. Ultrason.– Vienna, 2007.– Р. 75.
4. Назаренко А. Ф., Слиозберг Т. М., Назаренко А. А. О двух модификациях гидродинамической излучающей системы со звукообразующим элементом кавитационной природы // Сб. тр. XIX сес. РАО: том 2.– М., 2007.– Р. 92а–92в.
5. Назаренко А. Ф., Назаренко А. А., Слиозберг Т. М. Анализ давления в противоточной гидродинамической излучающей системе // Акуст. вісн.– 2011.– **14**, № 2.– С. 53–56.
6. Назаренко А. А. Автоколебания затопленной струи жидкости, натекающей на плоскую преграду // Сб. тр. VI сес. РАО.– М., 1997.– С. 419–422.
7. Назаренко А. Ф., Слиозберг Т. М., Назаренко А. А. Спектральные характеристики акустического сигнала, генерируемого звукообразующим элементом кавитационной природы // Сб. тр. X сес. РАО: том 2.– М., 2000.– С. 119–122.