

УДК 539.3

ВЛИЯНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОНТАКТИРУЮЩИХ СРЕД НА ОТРАЖАЮЩИЕ СВОЙСТВА ГРАНИЦЫ В СОСТАВНОМ УПРУГОМ ВОЛНОВОДЕ

Н. С. ГОРОДЕЦКАЯ*, Е. А. НЕДИЛЬКО

Институт гидромеханики НАН Украины
ул. Желябова, 8/4, 03680, ГСП, Киев-180, Украина
*E-mail: nsgihm@gmail.com

Получено 24.12.2011

На основе метода суперпозиции рассчитана дифракция антисимметричных волн Рэлея–Лэмба на вертикальной границе волновода, образованного при жестком контакте двух полуполос одинаковой высоты, но с различными упругими свойствами. Эффективность метода обеспечивается учетом характера особенности по напряжениям, возникающей в угловой точке на линии контакта при определенном сочетании упругих характеристик сред. Проведен анализ трансформации энергии падающей волны в отраженные и прошедшие волны.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: метод суперпозиции, составной упругий волновод, волны Рэлея–Лэмба, дифракция на границе, трансформация энергии, локальная особенность

На базі методу суперпозиції розраховано дифракцію антисиметричних хвиль Релея–Лемба на вертикальній межі хвилеводу, утвореного при жорсткому контакті двох півсмуг однакової висоти, але з різними пружними властивостями. Ефективність методу забезпечується урахуванням характеру особливості по напруженнях, яка виникає у кутовій точці на лінії контакту при певному поєднанні пружних характеристик середовищ. Проведено аналіз трансформації енергії падаючої хвилі у відбиті й прохідні хвилі.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: метод суперпозиції, складений пружний хвилевід, хвилі Релея–Лемба, дифракція на межі, трансформація енергії, локальна особливість

On the basis of a superposition method, diffraction of antisymmetric Rayleigh–Lamb waves on a vertical boundary of a waveguide formed by a rigid contact of two halfstrips with equal heights, but different elastic properties is calculated. The efficiency of the method is provided by accounting for stress singularity occurring in the edge of a contact line at particular combinations of elastic properties of media. The analysis of energy transformation of the incidence wave into the reflected and transmitted ones is carried out.

KEY WORDS: a superposition method, elastic halfstrip, the Rayleigh–Lamb waves, wave transformation, a local singularity

ВВЕДЕНИЕ

Непреодолимый интерес к изучению особенностей распространения волн Лэмба в упругих нерегулярных волноводах обусловлен их широким практическим применением. Волны Лэмба очень чувствительны к нарушению однородности волновода, поэтому нахождению зависимостей между видом неоднородности и ее расположением, а также характеристиками волн Лэмба посвящено огромное количество работ.

Рассеяние распространяющейся волны Лэмба на неоднородности – сложный процесс, сопровождающийся возбуждением отраженного и прошедшего полей, которые содержат как распространяющиеся, так и неоднородные волны. При этом их амплитудные и фазовые характеристики частотно зависимы, а волновые характеристики рассеянных волн содержат информацию о неоднородности. Для расшифровки этой информации нужно, с

одной стороны, получить достаточный объем данных о характере изменения рассеянного поля, а, с другой, – понять физические причины, которые обуславливают эти изменения. Кроме того, следует учитывать, что различные волны Лэмба (в зависимости от типа симметрии и номера падающей волны) порождают существенно различные рассеянные поля. Поэтому, кроме всего прочего, необходимо исследовать влияния типа симметрии волны и ее номера на рассеянные поля. Важно провести анализ рассеянного поля на конкретных видах нерегулярностей.

В этой работе будет рассматриваться рассеяние на вертикальной границе составного волновода поля, порождаемого первой распространяющейся изгибной волной. В настоящее время разработаны различные численные и численно-аналитические методы для количественной оценки полей, рассеянных на вертикальной границе составного волновода. Математически соответствующая граничная

задача достаточно сложна, поскольку при определенных сочетаниях механических характеристик контактирующих сред в угловой точке на линии контакта (точка смены типа граничных условий) могут существовать локальные особенности по напряжениям. Характер особенности (логарифмический или степенной) и показатель степени ϵ в последнем случае зависят от механических характеристик контактирующих сред, но не от частоты [1, 2]. В ряде работ [5, 6, 8–12] методики выделения особенности были обобщены на случай составных волноводов.

На основе разработанных методов решения соответствующих граничных задач многими исследователями проводился физический анализ полученных результатов. В частности, найдены частотные диапазоны, в которых наблюдается резкое изменение эффективности прохождения волн. При анализе симметричных колебаний составного волновода обнаружены два характерных частотных диапазона. В области частот, где распространяется только по одной отраженной и прошедшей волне, существует диапазон, в котором прозрачность границы резко возрастает – отражается только незначительная часть энергии падающей волны. В более высокочастотной области есть полоса, в которой усиливаются отражающие свойства границы. В публикациях [6, 8, 13, 14] приведены данные о распределении энергии падающей волны между отраженным и прошедшим полями и отмечено существование указанных частотных поддиапазонов. В работах [11] эффект увеличения прозрачности границы был объяснен появлением энергетических вихрей, частично перекрывающих энергетический поток. В статьях [6, 8, 13] показано, что при симметричных колебаниях в области частот, когда в отраженном и прошедшем полях существует только по одной распространяющейся волне, увеличение эффективности прохождения энергии во вторую среду и рост напряжений на границе контакта обусловлены значительным возбуждением неоднородных волн. В работе [15] найдены существенные отличия в частотных зависимостях рассеянных полей при изменении типа симметрии возбуждения. В частности, для антисимметричных (изгибных) колебаний показано, что на относительно низких частотах, когда распространяется только по одной волне в отраженном и прошедшем полях, эффекта увеличения прозрачности границы не наблюдается, а ее запыление обусловлено возбуждением распространяющихся волн более высокого порядка. Неоднородные волны в рассматриваемом частотном диапазоне возбуждаются слабо, по сравнению с распространяющимися.

Эта статья развивает идеи, изложенные в работе [15], и посвящена дальнейшему исследованию особенностей процесса отражения – прохождения антисимметричных волн на границе двух жестко соединенных между собой полуполос одинаковой высоты, но с разными механическими характеристиками. При этом акцент сделан на изучении связи вариации параметров контактирующих сред с изменением отражающих свойств границы в зависимости от частоты. Отдельно рассмотрены случаи, когда в отраженном поле распространяющиеся волны высших порядков появляются раньше, чем в прошедшем, и наоборот.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается стационарное волновое поле в упругом волноводе, образованном жестким соединением двух упругих полуполос одинаковой высоты $2h$, но с разными механическими характеристиками (рис. 1), возбуждаемое первой нормальной волной, приходящей из бесконечности в правой полуполосе ($+\infty$). Падающей волне соответствует индекс 0. Свойства изотропных сред характеризуются модулями сдвига μ_1, μ_2 , коэффициентами Пуассона ν_1, ν_2 и плотностями ρ_1, ρ_2 . При этом индекс 1 присвоен левой полуполосе, а индекс 2 – правой. Поверхности $Y = \pm h$ свободны от напряжений. В дальнейшем математическая постановка и решение приводится в безразмерных координатах $y = Y/h, z = Z/h$.

В зоне контакта условия сопряжения записываются в виде

$$\begin{aligned}\sigma_z^{(1)}(y, 0) &= \sigma_z^{(2)}(y, 0) + \sigma_z^{(0)}(y, 0), \\ \tau_{zy}^{(1)}(y, 0) &= \tau_z^{(2)}(y, 0) + \tau_z^{(0)}(y, 0), \\ u_y^{(1)} &= u_y^{(2)} + u_y^{(0)}, \\ u_z^{(1)} &= u_z^{(2)} + u_z^{(0)}.\end{aligned}\quad (1)$$

Здесь и далее временной множитель $e^{-i\omega t}$ опускаем (ω – круговая частота).

Необходимо найти векторы смещений в отраженном и прошедшем полях, удовлетворяющие векторному уравнению Ламе:

$$\mu \Delta \mathbf{u} + (\lambda + \mu) \text{grad div} \mathbf{u} = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}. \quad (2)$$

2. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Для достижения поставленной цели применим метод суперпозиции [16], позволяющий учесть осо-

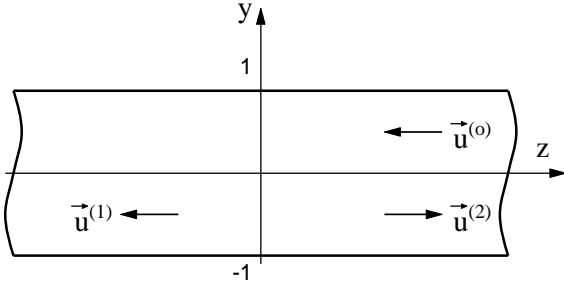


Рис. 1. Геометрия задачи

бенности по напряжениям в угловых точках. В его рамках построим решение граничной задачи для изгибных колебаний составного волновода. Следуя общей схеме метода, компоненты вектора смещений в отраженном поле ($z > 0$) представим в виде

$$\begin{aligned}
 u_y^{(1)} &= \sum_{k=1}^{\infty} \left(A_k \beta_k e^{-q_1 z} + B_k q_2 e^{-q_2 z} \right) \times \\
 &\quad \times \cos \beta_k y + \\
 &\quad + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x^{(2)}(\tau) U_y^{(2)}(\tau, y) e^{i\tau z} d\tau, \\
 u_z^{(1)} &= - \sum_{k=1}^{\infty} \left(A_k q_1 e^{-q_1 z} + B_k \beta_k e^{-q_2 z} \right) \times \\
 &\quad \times \sin \beta_k y - \\
 &\quad - \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x^{(2)}(\tau) U_z^{(2)}(\tau, y) e^{i\tau z} d\tau
 \end{aligned}$$

с неизвестными постоянными A_k, B_k ($k=1, 2, \dots$) и функцией $x^{(2)}(\tau)$. В соотношениях (3) введены обозначения

$$U_y^{(2)}(\tau, y) = \tau^2 \frac{\text{ch } p_2 y}{\text{ch } p_2} - \frac{(\tau^2 + p_2^2)}{2} \frac{\text{ch } p_1 y}{\text{ch } p_1};$$

$$U_z^{(2)}(\tau, y) = \tau \left(-p_2 \frac{\text{ch } p_2 y}{\text{ch } p_2} + \frac{(\tau^2 + p_2^2)}{2} \frac{\text{ch } p_1 y}{\text{ch } p_1} \right);$$

$$p_j = \begin{cases} \sqrt{\tau^2 - \Omega_j^2}, & |\tau| \geq \Omega_j; \\ -i\sqrt{\Omega_j^2 - \tau^2}, & |\tau| < \Omega_j; \end{cases}$$

$$q_j = \begin{cases} \sqrt{\beta_k^2 - \Omega_j^2}, & |\beta_k| \geq \Omega_j; \\ -i\sqrt{\Omega_j^2 - \beta_k^2}, & |\beta_k| < \Omega_j; \end{cases}$$

$$\beta_k = \frac{(2k-1)\pi}{2}.$$

Здесь $\Omega_{1,2}^{(2)} = \omega h / c_{l,s}$ – безразмерные частоты; c_l и c_s – скорости продольной и поперечной волны во второй среде соответственно.

Решение для прошедшего поля ($z < 0$) получим из уравнения (3) при замене неизвестных A_k, B_k на $C_k, -D_k$ и смене знака для u_z . Кроме того, в выражения для величин, аналогичных p_j и q_j (обозначим их как \tilde{p}_j и \tilde{q}_j), следует подставить соответствующим образом нормированные частоты $\Omega_{1,2}^{(2)}$.

Волновое поле в составном волноводе возбуждается первой нормальной волной, распространяющейся во второй полуплосе в отрицательном направлении оси z . В этом случае выражения для смещений в падающей волне имеют следующий вид:

$$u_z^{(0)} = -U_z^{(2)}(\xi, y) e^{-i\xi z},$$

$$u_y^{(0)} = iU_y^{(2)}(\xi, y) e^{-i\xi z}.$$

(3) Здесь ξ – постоянная распространения первой нормальной волны во второй полуплосе. Постоянная распространения для заданной частоты определяется из дисперсионного уравнения Рэлея – Лэмба:

$$\Delta(\xi) = \xi^2 p_2 \text{th } p_2 - \frac{(\xi^2 + p_2^2)^2}{4p_1} \text{th } p_1.$$

Дальнейшее описание построения алгоритма решения и учета особенности по напряжениям в угловой точке можно найти в работе [15] и здесь на нем останавливаться не будем.

3. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

В соответствии с законом сохранения энергии сумма энергий отраженного и прошедшего полей равна энергии падающей волны. Энергия же отраженного поля равна сумме энергий, переносимых каждой распространяющейся волной, которая может существовать на частоте падающей волны и определяется соотношением

$$E = \sum_{j=1}^J E_i, \quad E_i = |K_i|^2 \mu_2 \Omega_2^2 \Delta_2'(\xi_i). \quad (4)$$

Здесь J – количество распространяющихся волн в отраженном поле; K_i – коэффициент возбуждения j -ой нормальной волны.

Коэффициенты K_i для нормальных волн в отраженном поле находились из соотношения

$$K_i^{(\text{np})} = \text{Res}_{\tau=\xi_i} x_2(\tau), \quad (5)$$

где Res обозначает вычет функции $x_2(\tau)$ при $\tau=\xi_i$. Все выражения для прошедшего поля имеют аналогичный вид.

В данном исследовании рассматриваются особенности процесса отражения – прохождения первой нормальной волны от границы раздела в составном волноводе для двух альтернативных случаев:

- когда в отраженном поле распространяющиеся волны высших порядков появляются раньше, чем в прошедшем;
- когда в прошедшем поле распространяющиеся волны высших порядков появляются раньше, чем в отраженном.

Положим для начала, что волны высших порядков появляются в отраженном поле раньше, чем в прошедшем. Такая ситуация возможна при условии

$$\tilde{c}_2 = \sqrt{\frac{\mu_1}{\rho_1}} > c_2 = \sqrt{\frac{\mu_2}{\rho_2}}.$$

Тогда при антисимметричных колебаниях на частотах $\Omega_2 \geq \pi/2$ в отраженном поле появляются распространяющиеся волны высших порядков.

Ограничимся диапазоном до критической частоты для третьей распространяющейся волны в отраженном поле. Возможны два варианта:

- 1) волна падает из более жесткой среды в более мягкую;
- 2) волна падает из более мягкой среды в более жесткую.

Для оценки того, какая из контактирующих сред является более жесткой, в акустике используют понятие импеданса. При анализе упругих волн ситуация несколько усложняется, поскольку даже в неограниченной упругой среде распространяется не одна, а две волны с разными скоростями и импеданс для них может существенно отличаться. В работе [15] в качестве меры соотношения импедансов предложено сравнивать изгибные жесткости полуполос. В этой статье мы также будем оценивать, какая из полуполос является более жесткой по отношению импедансов, определя-

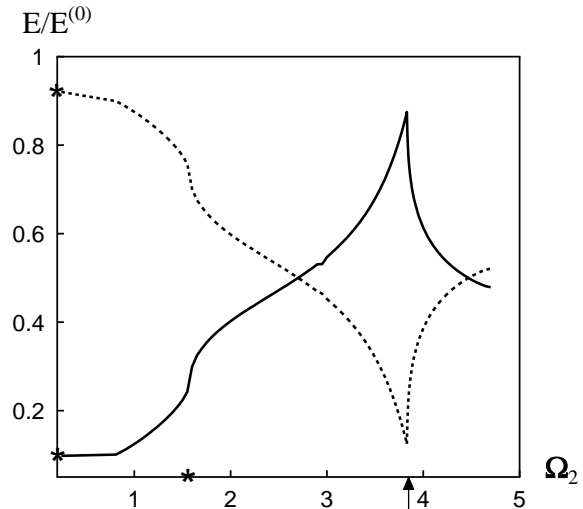


Рис. 2. Распределение энергии падающей волны в отраженном и прошедшем полях для составного волновода с $\mu_2/\mu_1=0.084$, $\rho_2/\rho_1=0.5$, $\nu_2=\nu_1=0.3$

емых как произведение плотности среды на скорость изгибной волны в стержне:

$$Z = \rho c_{\text{изгиб}} = \rho \sqrt{\omega} \sqrt[4]{\frac{E r_0^2}{\rho}}.$$

Здесь E – модуль Юнга; r_0 – поперечный размер стержня.

Отметим, что определение, какая из сред является более жесткой по отношению изгибных жесткостей, качественно приводит к такому же результату. Вначале рассмотрим случай, когда волна падает из более мягкой среды в более жесткую.

Конкретные вычисления выполним для волновода со следующими характеристиками: $\mu_2/\mu_1=0.084$, $\rho_2/\rho_1=0.5$, $\nu_2=\nu_1=0.3$ (первая пара материалов). В этом случае отношение импедансов составляет $Z_2/Z_1=0.32$, а отношение изгибных жесткостей – 0.084.

На рис. 2 представлено распределение энергии падающей волны в отраженном и прошедшем полях для данного волновода. Сплошная кривая соответствует энергии отраженного поля, а штриховая – прошедшего. Звездочками на оси E обозначены доли энергии отраженного и прошедшего полей, найденные по стержневой модели. На оси Ω_2 стрелочкой обозначена частота $\Omega_2=\pi/2$, на которой в отраженном поле появляется вторая распространяющаяся волна. На частоте $\Omega_2=3.84$ (обозначенной звездочкой) в прошедшем поле появляется вторая распространяющаяся волна.

С ростом частоты доля энергии, прошедшей во вторую среду, уменьшается. Энергия отраженного

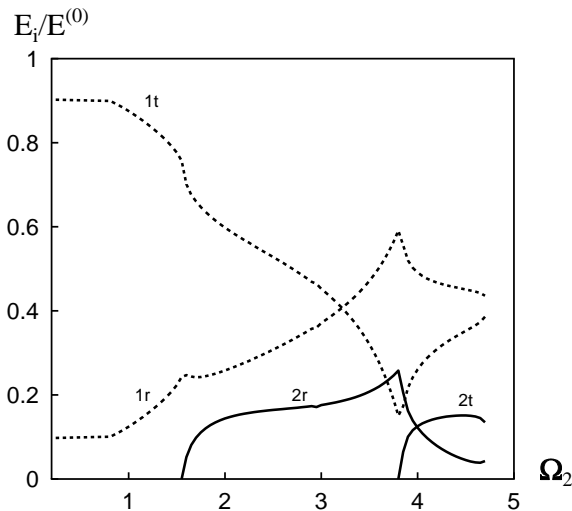


Рис. 3. Распределение падающей волны между распространяющимися волнам в отраженном и прошедшем полях для составного волновода с $\mu_2/\mu_1=0.084$, $\rho_2/\rho_1=0.5$, $\nu_2=\nu_1=0.3$

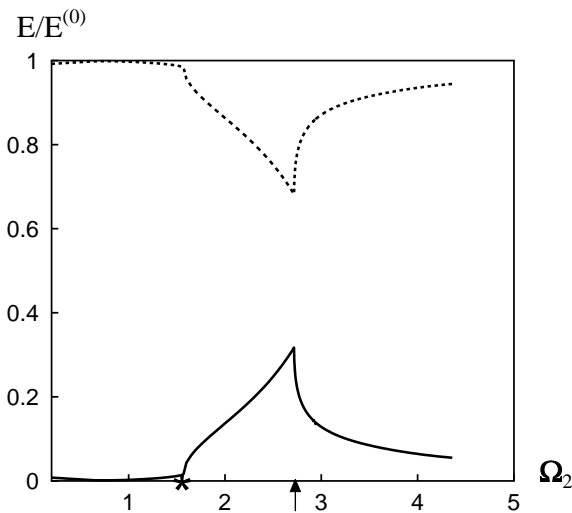


Рис. 4. Распределение энергии падающей волны в отраженном и прошедшем полях для составного волновода с $\mu_2/\mu_1=0.33$, $\rho_2/\rho_1=1$, $\nu_2=0.3$, $\nu_1=0.17$

поля увеличивается вплоть до частоты, на которой в прошедшем поле появляются распространяющиеся волны высших порядков. Как уже отмечалось в работе [15], при изгибных колебаниях составного волновода эффект увеличения прозрачности границы, характерный для случая симметричных колебаний в области частот, где в отраженном и прошедшем полях распространяется только по одной волне, не наблюдается. Одной из причин этого может быть то, что при изгибных колебаниях в указанном частотном диапазоне неоднородные волны

возбуждаются незначительно: амплитуда неоднородной волны с чисто мнимым волновым числом уменьшается, а неоднородные волны с комплексными волновыми числами возбуждаются слабо. На частоте, на которой в прошедшем поле появляется вторая распространяющаяся волна, энергия отраженного поля достигает максимума. Волновод оказывается практически заперт (от границы раздела отражается 87 % энергии падающей волны). При дальнейшем росте частоты прозрачность границы вновь начинает увеличиваться.

Для объяснения наблюдаемых эффектов рассмотрим распределение энергии падающей волны между различными распространяющимися волнами в отраженном и прошедшем полях. На рис. 3 представлено распределение падающей волны между распространяющимися волнам в отраженном и прошедшем полях. Номер кривой равен номеру распространяющейся волны. Индекс r соответствует отраженной волне, а t – прошедшей. В области частот, в которой существует только по одной распространяющейся волне в отраженном и прошедшем полях, с ростом частоты энергия, переносимая первой распространяющейся волной в отраженном поле, увеличивается, а в прошедшем – падает. При появлении в отраженном поле второй распространяющейся волны (кривая $2r$) она с ростом частоты увеличивает свою энергию (до 25.7 % энергии падающей волны). Эта тенденция наблюдается вплоть до частоты, на которой в прошедшем поле появляется вторая распространяющаяся волна (кривая $2t$) – в частотном диапазоне $\pi/2 < \Omega_2 < 3.82$. При этом первая отраженная волна (кривая $1r$) остается доминирующей и достигает максимума (59 % энергии падающей волны) на критической частоте для второй распространяющейся прошедшей волны. Таким образом, как первая, так и вторая распространяющиеся волны определяют энергию отраженного поля и переносят максимум энергии на одной и той же частоте.

В рассматриваемом случае падающая волна распространяется в значительно более мягкой среде. Поэтому и характер распределения энергии отраженного поля между двумя распространяющимися волнами во многом подобен отражению первой нормальной волны от заземленного торца. В частности, первая отраженная волна доминирует, а переносимая второй распространяющейся волной энергия увеличивается, начиная с ее частоты запирания. Вторая распространяющаяся волна переносит более 10 % энергии падающей волны в ограниченном частотном диапазоне. Влияние же второй половины волновода проявляется в том, что вторая отраженная распространяющаяся вол-

на на границе раздела возбуждается значительно сильнее.

Изменим физические характеристики левой части волновода (прошедшее поле) таким образом, чтобы входной ее импеданс увеличился, а для второго волновода (отраженное поле) оставим их неизменными. Получаем вторую пару материалов: $\mu_2/\mu_1=0.33$, $\rho_2/\rho_1=1$, $\nu_2=0.3$, $\nu_1=0.17$. В этом случае отношение импедансов составляет $Z_2/Z_1=0.78$, а отношение изгибных жесткостей – 0.3.

На рис. 4 представлено распределение энергии падающей волны в отраженном и прошедшем полях для данного волновода (все обозначения аналогичны рис. 2). На частоте $\Omega_2=2.72$ (вновь обозначенной звездочкой) в прошедшем поле появляется вторая распространяющаяся волна. Сравнивая рис. 2 и 4, отметим, что в обоих случаях энергия отраженного поля увеличивается с ростом частоты и достигает своего максимального значения на критической частоте для второй прошедшей распространяющейся волны. Выше нее энергия отраженного поля падает. Однако максимальные значения отраженной энергии оказались очень чувствительны к отношению импедансов. В обоих случаях волна падает из более мягкой среды в более жесткую, но при сохранении неравенства $Z_2/Z_1 < 1$ увеличение отношения импедансов приводит к значительному уменьшению энергии, которая отражается от границы. Так, если для $Z_2/Z_1=0.32$ максимальная отраженная энергия составляет 87.5 % энергии падающей волны, то для $Z_2/Z_1=0.78$ – всего 31.7 %.

Рассмотрим распределение энергии падающей волны между распространяющимися волнами в отраженном и прошедшем полях для второй комбинации физических параметров полуполос. Эти данные представлены на рис. 5 (обозначения аналогичны рис. 3). Сравнивая эти два графика, отметим ряд общих закономерностей. Так, в обоих случаях первая (кривая 1r) и вторая (кривая 2r) распространяющиеся волны с ростом частоты увеличивают свое энергосодержание. На частоте, соответствующей появлению второй распространяющейся волны в прошедшем поле, энергия обеих распространяющихся отраженных волн достигает своего максимума. При изменении соотношения импедансов контактирующих сред появляются отличия в распределении энергии падающей волны между модами. Так, для рассматриваемой комбинации материалов полуполос вторая распространяющаяся отраженная волна оказывается определяющей в формировании отраженного поля и на критической частоте для второй прошед-

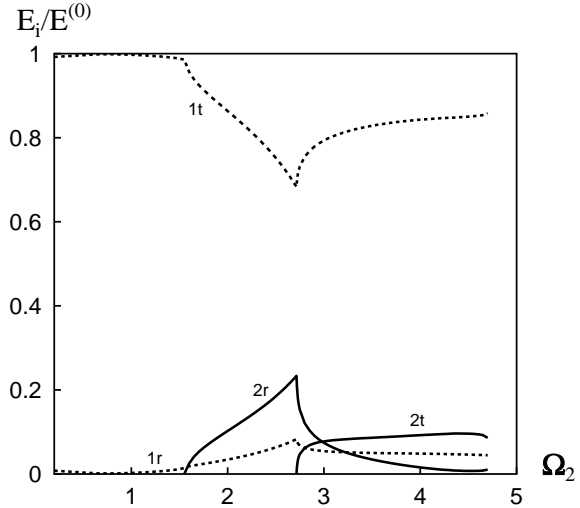


Рис. 5. Распределение падающей волны между распространяющимися волнами в отраженном и прошедшем полях для составного волновода с $\mu_2/\mu_1=0.33$, $\rho_2/\rho_1=1$, $\nu_2=0.3$, $\nu_1=0.17$

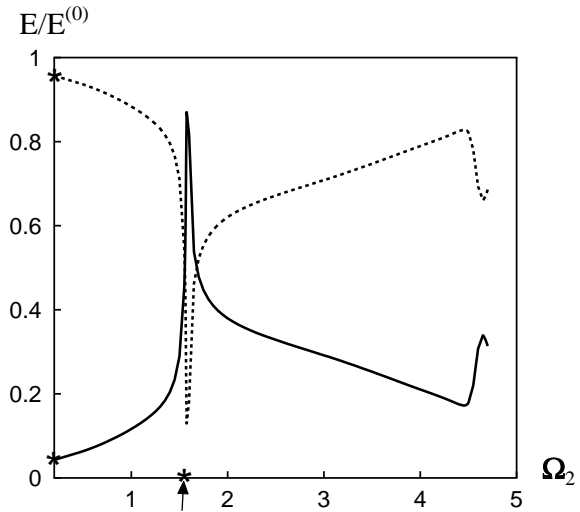


Рис. 6. Распределение энергии падающей волны в отраженном и прошедшем полях для составного волновода с $\mu_2/\mu_1=3.7$, $\rho_2/\rho_1=3.86$, $\nu_2=0.33$, $\nu_1=0.3$

шей волны переносит в 2.8 раз больше энергии, чем первая отраженная волна.

Перейдем к рассмотрению особенностей падения волны из более жесткой среды в более мягкую. Для этого зададим следующие характеристики материалов: $\mu_2/\mu_1=3.7$, $\rho_2/\rho_1=3.86$, $\nu_2=0.33$, $\nu_1=0.3$ (третья пара). Тогда отношение импедансов составляет $Z_2/Z_1=3.33$, а отношение изгибных жесткостей – 3.62.

На рис. 6 представлено распределение энергии падающей волны между отраженными и прошед-

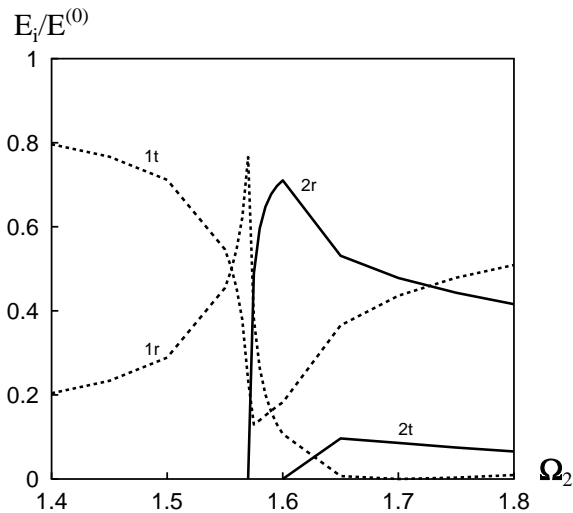


Рис. 7. Распределение падающей волны между распространяющимися волнам в отраженном и прошедшем полях для составного волновода с $\mu_2/\mu_1=3.7$, $\rho_2/\rho_1=3.86$, $\nu_2=0.33$, $\nu_1=0.3$

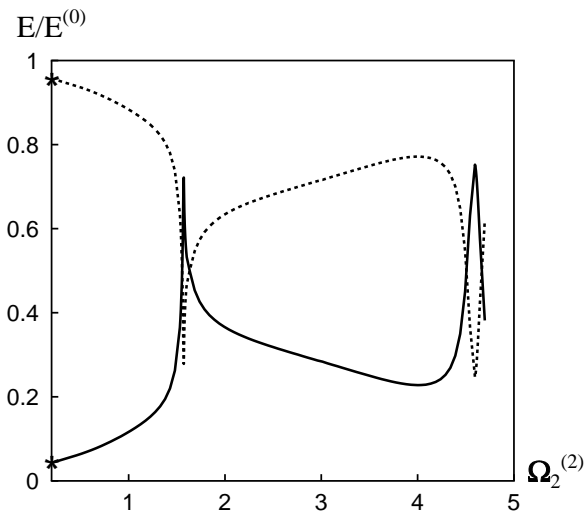


Рис. 8. Распределение энергии падающей волны в отраженном и прошедшем полях для составного волновода с $\mu_1/\mu_2=3.7$, $\rho_1/\rho_2=3.86$, $\nu_1=0.33$, $\nu_2=0.3$ при падении волны из более жесткой среды в более мягкую

пими волнами для данного случая. В отличие от ранее рассмотренных вариантов, при падении из более жесткой среды в более мягкую максимум энергии отраженного поля лежит выше критической частоты для второй отраженной волны (в частности, при $\Omega_2=1.75$, где 87.1 % энергии падающей волны отражается от границы). В работе [15] также отмечалось, что при падении волны из более жесткой среды максимум отраженного

поля наблюдается на частоте выше критической частоты для второй отраженной волны (при этом отношение изгибных жесткостей было 7.4).

На рис. 7 представлено распределение энергии падающей волны между различными распространяющимися волнами (обозначения см. на рис. 3 и 5). Отличительная черта падения волны из более жесткой среды в более мягкую заключается в том, что первая и вторая отраженные волны достигают своих максимальных значений на разных частотах, не совпадающих с частотой, на которой имеет максимум отраженное поле. Первая отраженная распространяющаяся волна переносит максимум энергии падающей волны на частоте запирания для второй отраженной распространяющейся волны. С появлением второй волны ее энергия с ростом частоты увеличивается и достигает максимума на частоте $\Omega_2=1.6$, лежащей ниже частоты запирания второй прошедшей волны. Также отметим, что в рассматриваемом случае существует частота $\Omega_2=1.7$, на которой первая распространяющаяся отраженная волна вырождается практически полностью, т. е. существуют частоты, на которых происходит полное превращение энергии падающей волны одного типа в энергию отраженных и прошедших волн другого типа. Сравнивая данные о распределении энергии отраженного поля между первой и второй распространяющимися волнами для рассматриваемого составного волновода (см. рис. 7) с распределением энергии при отражении первой изгибной нормальной волны от свободного торца [17], отметим, что в обоих случаях после появления второй распространяющейся волны эта мода становится наиболее энергетически выраженной выше своей критической частоты и доминирует в определенном частотном диапазоне.

Таким образом, можно утверждать, что в случае, когда в отраженном поле распространяющиеся волны высших порядков появляются раньше, чем в прошедшем, увеличение отражающих свойств границы обусловлено не только первой отраженной волной, но и появлением в отраженном поле второй распространяющейся волны. В зависимости от соотношения импедансов контактирующих полуполос (при $Z_2/Z_1 \geq 1$) вторая отраженная волна может быть доминирующей в определенном частотном диапазоне или содержать заметную часть энергии отраженного поля. В последнем случае вторая распространяющаяся волна переносит большую энергию, чем распространяющаяся волна в прошедшем поле.

Частотный диапазон, в котором наблюдается значительное увеличение энергии отраженного по-

ля, зависит от разности между частотами запирания для вторых распространяющейся волн в отраженном и прошедшем полях – чем она меньше, тем уже полоса частот, в которой увеличиваются отражающие свойства границы. Отметим, что для всех рассмотренных соотношений материалов контактирующих сред вторая распространяющаяся прошедшая волна не становится доминирующей выше своей частоты запирания.

Рассмотрим второй случай отражения первой нормальной волны от границы раздела составного волновода, когда распространяющиеся волны высших порядков появляются в прошедшем поле раньше, чем в отраженном. Здесь также возможны варианты, когда волна падает из более мягкой среды в более жесткую и наоборот. Вначале остановимся на первом варианте, изменив направление распространения падающей волны на положительное направление оси Ox . Рассмотрим третью пару материалов. В этом случае отношение импедансов составляет $Z_1/Z_2=0.3$. На рис. 8 представлены частотные зависимости энергий отраженного и прошедшего полей для этого случая. Для удобства их сравнения при изменении направления движения падающей волны на оси абсцисс отложена нормированная частота для второго полуволновода (он соответствует прошедшему полю).

Сравнивая рис. 8 и 6, отметим некоторые закономерности. В том диапазоне частот, для которого в отраженном и прошедшем полях существует только по одной распространяющейся волне, обе зависимости совпадают с графической точностью, т. е. здесь при изменении направления распространения падающей волны (то ли в первой, то ли во второй полуполосе) величина отраженной и прошедшей энергии не изменяется. При возрастании частоты энергия отраженного поля увеличивается, а прошедшего – падает.

Если в прошедшем поле распространяющиеся волны высших порядков появляются раньше, чем в отраженном, и волна падает из более мягкой среды, то максимум отражения наблюдается на критической частоте для второй распространяющейся прошедшей волны. При этом величина максимальной отраженной энергии и частотный диапазон, в котором увеличиваются отражающие свойства границы, сужаются при изменении направления распространения падающей волны. На рис. 9 представлено распределение энергии отраженного и прошедшего полей между различными распространяющимися волнами. При появлении в прошедшем поле второй распространяющейся волны энергия отраженного поля падает. На критической частоте для второй отраженной волны наблюдает-

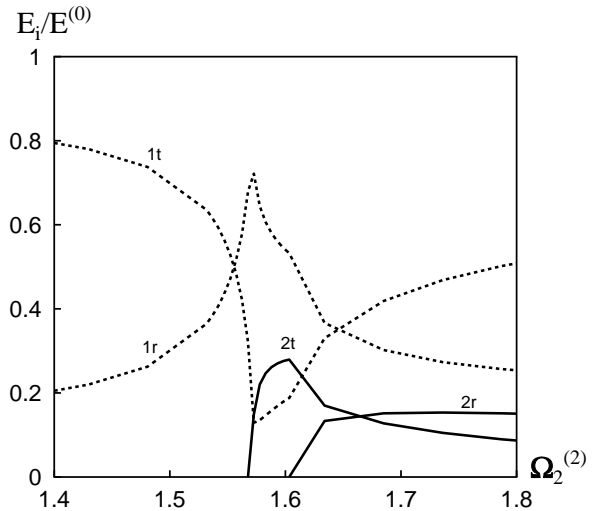


Рис. 9. Распределение падающей волны между распространяющимися волнам в отраженном и прошедшем полях для составного волновода с $\mu_1/\mu_2=3.7$, $\rho_1/\rho_2=3.86$, $\nu_1=0.33$, $\nu_2=0.3$ при падении волны из более жесткой среды в более мягкую

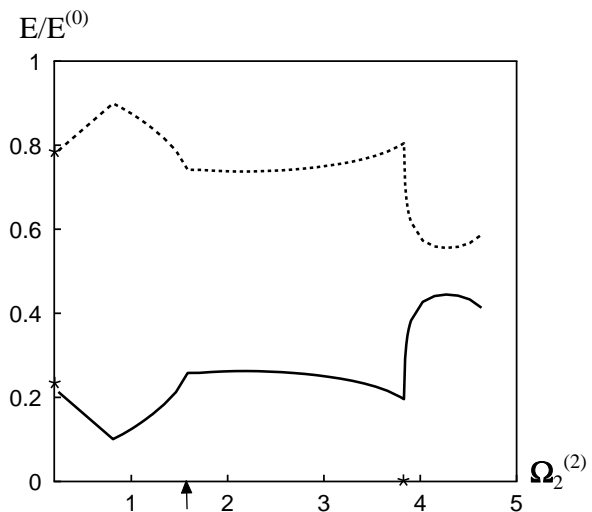


Рис. 10. Распределение энергии отраженного и прошедшего полей для составного волновода с $\mu_1/\mu_2=0.084$, $\rho_1/\rho_2=0.5$, $\nu_1=\nu_2=0.3$ при падении волны из более жесткой среды в более мягкую

ся максимум прохождения. При дальнейшем росте частоты отражающие свойства границы усиливаются. Это обусловлено увеличением энергосодержания первой отраженной распространяющейся волны.

Таким образом, если в прошедшем поле распространяющиеся волны высших порядков появляются раньше, чем в отраженном, при тех же пара-

метрах контактирующих сред (но с измененным направлением распространения падающей волны) отражающие свойства границы значительно ухудшаются в области критических частот для второй прошедшей распространяющейся волны. Этот вывод подтверждают данные рис. 10, на котором представлена частотная зависимость энергии отраженного и прошедшего полей для первой пары материалов при условии, что падающая волна распространяется в первом волноводе в положительном направлении оси Ox , т.е. падает из более жесткой среды в более мягкую ($Z_1/Z_2=3.1$). Сплошная кривая соответствует отраженному полю, а штриховая – прошедшему. Стрелкой на оси абсцисс обозначена частота, на которой в прошедшем поле появляется вторая распространяющаяся волна, а звездочкой – частота, на которой появляются высшие отраженные волны. Как и на рис. 8, на критической частоте для второй прошедшей волны наблюдается локальный максимум отраженного поля. Возрастание отражающих свойств границы наблюдается в более высокочастотной области – за критической частотой для второй отраженной волны. Этот максимум обусловлен увеличением энергоемкости первой отраженной волны. В рассмотренном частотном диапазоне для первой пары материалов отражающие свойства границы значительно ухудшаются при изменении направления распространения волны.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В широком диапазоне частот изучены свойства волнового поля в составном упругом волноводе, образованном при жестком контакте двух полуполос одинаковой ширины, но с разными механическими характеристиками.

Основой для построения алгоритма вычислений был метод суперпозиции, примененный к решению граничных задач с конечными границами при наличии в волновом поле локальных особенностей. С использованием значений найденных этим методом неизвестных в рядах определены коэффициенты возбуждения нормальных волн в отраженном и прошедшем полях.

Установлено, что при изгибных колебаниях составного волновода наблюдается сильная зависимость эффективности прохождения во вторую среду от частоты. При этом оказалось, что отражающие свойства границы существенно улучшаются, если падающая волна распространяется в полуполосе, в которой отраженные распространяющиеся волны высших порядков появляются раньше, чем в прошедшем поле. Частотный диапазон,

в котором наблюдается увеличение энергии отраженного поля, зависит от разности частот запирающей для вторых распространяющихся отраженной и прошедшей волн. Для рассмотренных пар материалов граница достаточно прозрачна в низкочастотном диапазоне – здесь проходит более 80 % энергии падающей волны. Для более высоких частот уровень прозрачности границы заметно снижается.

Полученные сведения об особенностях процесса отражения – прохождения волн на конечной границе контакта упругих тел с различными волновыми свойствами важны для рационального выбора параметров при проектировании частотных фильтров на упругих волнах.

1. Боджи Д. Действие поверхностных нагрузок на систему из двух соединенных вдоль одной из граней упругих клиньев, изготовленных из различных материалов и имеющих произвольные углы // Прикладная механика. Тр. Амер. общ. инж.-мех.–1971.– **38**, № 2.– С. 87–96.
2. Sinclair G. B. Stress singularities in classical elasticity: I Removal, interpretation, and analysis // Appl. Mech. Rev.– 2004.– **57**, № 4.– С. 251–297.
3. Пельц С. П., Шихман В. М. О сходимости метода однородных решений в динамической смешанной задаче для полуполосы // Докл. АН СССР.– 1987.– **295**, № 4.– С. 821–824.
4. Гомилко А. М., Гринченко В. Т., Мелешко В. В. О возможности метода однородных решений в смешанной задаче теории упругости для полуполосы // Теор. прикл. мех.– 1987.– **18**.– С. 3–8.
5. Городецкая Н. С. Дифракция волн Рэлея – Лэмба на вертикальной границе в составном упругом волноводе // Акуст. вісн.– 2000.– **3**, № 1.– С. 23–35.
6. Гринченко В. Т., Городецкая Н. С., Старовойт И. В. Антисимметричные колебания полуслоя с защемленным торцом // Акуст. вісн.– 2009.– **12**, № 1.– С. 32–42.
7. Дьяконов М. Б., Устинов Ю. А. Сдвиговые волны в упругом полубесконечном слое с разрезом // Акуст. ж.– 1995.– **41**, № 3.– С. 421–426.
8. Гетман И. П., Лисицкий О. Н. Отражение и прохождение звуковых волн через границу раздела двух состыкованных упругих полуполос // Прикл. мат. мех.– 1988.– **52**, № 6.– С. 1044–1048.
9. Гетман И. П., Устинов Ю. А. Математическая теория нерегулярных твердых волноводов.– Ростов н/Д: Изд-во Ростов. ун-та, 1993.– 142 с.
10. Glushkov E. V., Glushkova N. V. Blocking property of energy vortices in elastic waveguides // J. Acoust. Soc. Amer.– 1997.– **102**, № 3.– С. 1356–1360.
11. Никитин Ю. Г. Распространение упругих волн в составных волноводах / Автореф. дис. . . к. ф.-м. н.– Краснодар: Кубан. гос. ун-т, 1996.– 16 с.
12. Вовк Л. П. Анализ локальных особенностей волнового поля в сингулярных точках составных областей // Вісн. Сум. держ. ун-ту. Сер. фіз., мат. мех.– 2003.– **10(56)**.– С. 144–156.

13. Городецкая Н. С. Трансформация энергии падающей волны на границе раздела в составном волноводе // Акуст. вісн.– 2001.– 4, № 1.– С. 17–25.
14. Scandrett C., Vassudeva N. The propagation of time harmonic Rayleigh–Lamb waves in a bimaterial plate // J. Acoust. Soc. Amer.– 1991.– 89, № 4, Pt. 1.– С. 1606–1614.
15. Городецкая Н. С., Недилько Е. А. Энергетические особенности дифракции изгибных волн на вертикальной границе в составном волноводе // Акуст. вісн.– 2012.– 14, № 2.– С. 17–27.
16. Гринченко В. Т., Мелешко В. В. Гармонические колебания и волны в упругих телах.– К.: Наук. думка, 1981.– 284 с.
17. Гринченко В. Т., Городецкая Н. С., Старовойт И. В. Особенности возбуждения нормальных волн при изгибных колебаниях полуслоя // Акуст. вісн.– 2007.– 10, № 3.– С. 42–54.