

УДК 534.232

ДИНАМИКА ЗАТОПЛЕННОЙ ПЛОСКОЙ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ СТРУИ

О. В. СУХАРЬКОВ*

Одесская национальная академия связи им. А. С. Попова

ул. Кузнечная, 1, Одесса, 65029, Украина

*E-mail: olegvs07@rambler.ru

Получено 22.01.2012

Жидкоструйный гидродинамический преобразователь с круговым щелевым соплом в виде соосных дисков смоделирован колеблющейся затопленной плоской осесимметричной струей. Вычислена основная частота акустического сигнала как функция свойств рабочей жидкости, геометрических и гидродинамических параметров струи. Проведено сопоставление теоретических и экспериментальных результатов. Предложен критерий соответствия приведенной модели реальным излучателям данного типа.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: гидроакустические антенны, жидкоструйные преобразователи, частотные характеристики

Рідиннострумний гідродинамічний перетворювач із коловим щілинним соплом у вигляді співвісних дисків змодельовано зануреним плоским осесиметричним струменем, що коливається. Обчислено основну частоту акустичного сигналу як функцію властивостей робочої рідини, геометричних і гідродинамічних параметрів струменя. Проведено співставлення теоретичних і експериментальних результатів. Запропоновано критерій відповідності наведеної моделі реальним випромінювачам даного типу.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: гідроакустичні антени, рідиннострумні перетворювачі, частотні характеристики

A liquid jet hydrodynamic transducer with a circular gap nozzle in the form of coaxial disks is modeled by oscillating submerged two-dimensional axisymmetric jet. A fundamental frequency of acoustic signal is calculated as a function of fluid properties, geometrical and hydrodynamic parameters of the jet. The theoretical results are compared with the experimental ones. A criterion for the resulted model conformity to practical radiators of this type is proposed.

KEY WORDS: hydroacoustic antennas, liquid jet transducers, frequency characteristics

ВВЕДЕНИЕ

Разработка и исследование длинноволновых излучающих антенн дальней связи – важная проблема информационной гидроакустики [1, 2]. В качестве основных низкочастотных – от 0.3 до 9 кГц – элементов таких антенн можно использовать жидкоструйные излучатели с кольцевым соплом и ступенчатым препятствием [3]. Достоинства преобразователей такого типа – генерирование интенсивного акустического сигнала в широком диапазоне гидростатических давлений (при глубине моря от 0.5 до 240 м), небольшие габариты, малый вес, простота в эксплуатации.

Проведенные ранее экспериментальные и теоретические исследования позволили на основе гипотез Кирхгофа–Лява разработать для прямочастотных жидкоструйных излучателей математическую модель автоколебаний цилиндрической затопленной струйной оболочки. При этом были получены аналитические выражения для расчета частоты основного тона генерируемого звука и амплитудно-частотных характеристик излучателя [4, 5].

Результаты экспериментальных исследований

жидкоструйного излучателя со ступенчатым препятствием и круговым щелевым соплом в виде соосных дисков показали перспективность его использования в гидроакустической передающей аппаратуре [6, 7]. Особенность такого модифицированного излучателя заключается в том, что выходящая из кругового щелевого сопла плоская струя формируется перпендикулярно его оси. Проведена оптимизация геометрических параметров этого излучателя [6], экспериментально исследовано влияние гидродинамических и геометрических параметров струи на уровень и интенсивность генерируемого акустического сигнала [7].

Для жидкоструйного излучателя с круговым щелевым соплом в виде соосных дисков предложена физическая модель на основе рассмотрения изгибных автоколебаний упругой затопленной кольцевой струйной пластинки при наличии развитой кавитации [7]. Решение задачи о собственных колебаниях затопленной плоской осесимметричной струи, а также установление зависимости частоты основной гармоник генерируемого сигнала от геометрических параметров излучателя и характеристик рабочей жидкости и составляет предмет этой статьи.

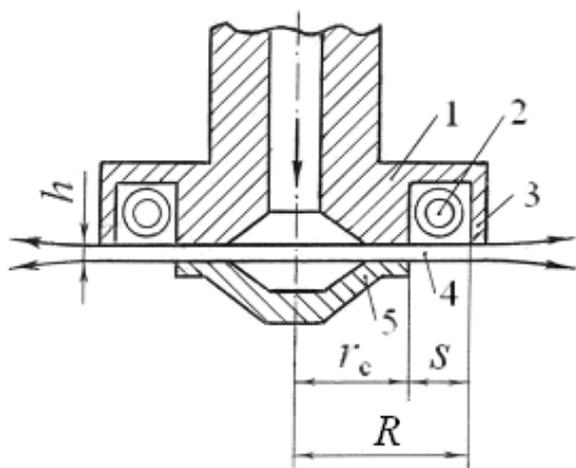


Рис. 1. Физическая модель жидкоструйного излучателя с круговым щелевым соплом в виде соосных дисков

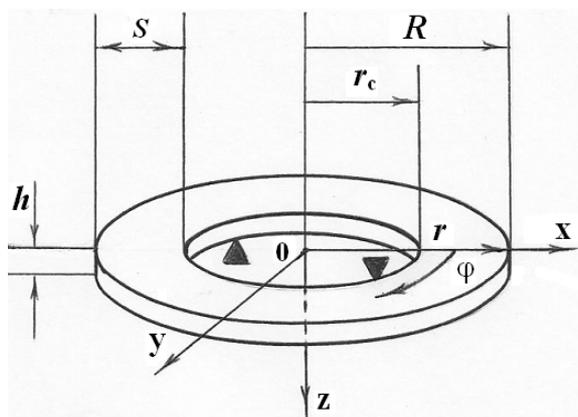


Рис. 2. Схема кольцевой затопленной струйной "пластинки"

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим физическую модель струйного излучателя со ступенчатым препятствием и круговым щелевым соплом в виде соосных дисков (рис. 1). Жидкость, вытекающая из кругового щелевого сопла, образованного соосными дисками корпуса 1, и обтекателя 5, формирует затопленную плоскую осесимметричную струю 4. Ступенчатое препятствие 3 способствует тому, что часть кинетической энергии струи расходуется на генерацию в кольцевой проточке корпуса 1 вихря 2, внутри которого за счет эффекта Бернулли возникает кавитация. Пульсации тороидального вихря возбуждают изгибные колебания кольцевой

струйной "пластинки" на ее собственной частоте. Оптимальный режим гидродинамического звукообразования, при котором генерируется акустический сигнал максимального уровня, соответствует совпадению частоты пульсаций вихря с частотой основной гармоники колебаний "пластинки" [7].

Таким образом, в качестве акустической модели примем кольцевую пластинку толщиной h , шириной s , внутренним радиусом r_c и внешним радиусом R , причем считаем $h \ll R$. Расположим декартову систему координат (x, y, z) в верхней плоскости пластинки и совместим ее с цилиндрической системой координат (r, φ, z) , рис. 2.

Кольцевую струйную "пластинку" в первом приближении будем рассматривать как аналог твердотельной с некоторым эквивалентным модулем упругости. Следует оговориться, что такая аналогия – чисто формальная, поскольку упругое тело и струя с физической точки зрения являются абсолютно разными объектами. Действительно, все материальные частицы тела привязаны к определенному положению в теле и могут испытывать только малые смещения относительно него. Струя же представляет собой геометрическое место с определенными кинематическими и динамическими характеристиками, порождаемыми все новыми и новыми частицами, движущимися сквозь него вдоль линий тока. Тем не менее, представление о том, что напорный поток жидкости приобретает некую дополнительную упругость, оказывается довольно конструктивным, поскольку такой подход позволяет получить реалистичные количественные оценки частоты колебаний затопленных струй.

Предполагаем, что "пластинка" деформируется под действием сил, равномерно распределенных по ее внутренней поверхности, и потому совершает вертикальные изгибные гармонические колебания. Внутренний контур кольцевой "пластинки" $r = r_c$ жестко заземлен, а на наружном контуре $r = R$ отсутствуют продольное смещение, сдвиг и перерезывающие усилия [8]. Для определения соответствующих частот собственных колебаний воспользуемся однородным дифференциальным уравнением изгиба круглой пластинки в полярных координатах (r, φ) [8]:

$$\tilde{D} \Delta \Delta w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \tag{1}$$

где через

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$$

обозначен оператор Лапласа; $w(r, \varphi, t)$ – динами-

ческий прогиб; t – время; ρ – плотность материала; \tilde{D} – цилиндрическая жесткость кольцевой пластинки.

2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О КОЛЕБАНИЯХ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ПЛОСКОЙ СТРУИ

Для решения рассматриваемой задачи воспользуемся методом разделения переменных Фурье [9], приняв частное решение уравнения (1) в виде

$$w(r, \varphi, t) = W(r, \varphi)F(t). \quad (2)$$

Подставив (2) в уравнение (1), получим

$$\frac{\tilde{D}}{\rho h} \frac{\Delta \Delta W(r, \varphi)}{W(r, \varphi)} = -\frac{1}{F} \frac{d^2 F(t)}{dt^2}. \quad (3)$$

Так как левая часть уравнения (3) представляет функцию только переменных r и φ , а правая зависит только от времени t , то очевидно, что каждая из величин

$$\tilde{D} \frac{\Delta \Delta W}{\rho h W} \quad \text{и} \quad -\frac{1}{F} \frac{d^2 F}{dt^2}$$

должна быть постоянной. Обозначив указанную константу через ω^2 , получим

$$\frac{d^2 F(t)}{dt^2} = -\omega^2 F(t). \quad (4)$$

Поскольку в правой части уравнения (4) стоит отрицательная величина, оно должно иметь решение в виде тригонометрической функции [9]

$$F(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (5)$$

где ω – круговая частота колебаний.

Изгибные колебания кольцевой пластинки ввиду радиальной симметрии естественно считать независимыми от угловой координаты φ . Перейдем от переменной r к приведенному расстоянию $\xi = \lambda(r - r_c)$ и учтем, что $r_c \leq r \leq R$ (рис. 2). В этих координатах форма колебаний $W(\xi)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\Delta_\xi \Delta_\xi W(\xi) - \lambda^4 W(\xi) = 0, \quad (6)$$

где

$$\Delta_\xi = \frac{d^2}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{d}{d\xi},$$

причем для параметра λ справедливо выражение

$$\lambda^4 = \frac{\omega^2 \rho h}{\tilde{D}}. \quad (7)$$

Учтем, что материалом колеблющейся струйной “пластинки” является жидкость, причем сама “пластинка” затоплена в этой же жидкости. Коэффициент Пуассона такого тела можно принять $\mu \approx 0$ [10]. Соответственно, эквивалентный коэффициент жесткости струйной кольцевой пластинки будем рассчитывать по формуле

$$\tilde{D} = \frac{Eh^3}{12(1 - \mu^2)} \left(1 - \frac{r_c}{R}\right) \approx \frac{Eh^3}{12} \left(1 - \frac{r_c}{R}\right), \quad (8)$$

где E – модуль упругости затопленной струи. Представим уравнение (6) в виде

$$(\Delta_\xi - \lambda^2)(\Delta_\xi + \lambda^2)W(\xi) = 0. \quad (9)$$

Очевидно, что его решениями будут, в частности, решения более простых уравнений:

$$\frac{d^2 W(\xi)}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{dW(\xi)}{d\xi} - \lambda^2 W(\xi) = 0, \quad (10)$$

$$\frac{d^2 W(\xi)}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{dW(\xi)}{d\xi} + \lambda^2 W(\xi) = 0. \quad (11)$$

Известно, что решения уравнения (10) – функции Бесселя нулевого порядка первого и второго рода – $J_0(\xi)$ и $Y_0(\xi)$. Аналогично, решениями уравнения (11) служат соответствующие модифицированные функции Бесселя нулевого порядка $I_0(\xi)$ и $K_0(\xi)$ [11]. Тогда форму колебаний можно представить в следующем виде:

$$W(\xi) = C_1 J_0(\xi) + C_2 Y_0(\xi) + C_3 I_0(\xi) + C_4 K_0(\xi). \quad (12)$$

Поскольку по смыслу задачи внутренний край струйной кольцевой “пластинки” жестко защемлен, а на наружном крае отсутствуют продольное смещение, сдвиг и перерезывающие усилия [8], то граничные условия на ее контурах будут

$$\begin{aligned} W(\xi)|_{r=r_c} = 0, \quad \left. \frac{dW(\xi)}{d\xi} \right|_{r=r_c} = 0, \\ \left. \frac{dW(\xi)}{d\xi} \right|_{r=R} = 0, \quad \left. \frac{d^2 W(\xi)}{d\xi^2} \right|_{r=R} = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Используя рекуррентные формулы для функций Бесселя [12] и граничные условия (13) для функции $W(\xi)$, получим однородную систему четырех алгебраических уравнений относительно

коэффициентов C_1, C_2, C_3 и C_4 :

$$\begin{aligned}
 C_1 J_0(0) + C_2 Y_0(0) + C_3 I_0(0) + C_4 K_0(0) &= 0, \\
 -C_1 J_1(0) - C_2 Y_1(0) + \\
 + C_3 I_1(0) - C_4 K_1(0) &= 0, \\
 -C_1 J_1(\lambda s) - C_2 Y_1(\lambda s) + \\
 + C_3 I_1(\lambda s) - C_4 K_1(\lambda s) &= 0, \\
 -C_1 J_1'(\lambda s) - C_2 Y_1'(\lambda s) + \\
 + C_3 I_1'(\lambda s) - C_4 K_1'(\lambda s) &= 0.
 \end{aligned} \quad (14)$$

В системе (14) учтено, что на внутреннем контуре $\xi=0$, а на наружном $-\xi=\lambda(R-r_c)=\lambda s$ (см. рис. 2). Поскольку динамический прогиб должен быть конечным, обнулیم коэффициенты C_2 и C_4 при функциях $Y_0(0), K_0(0), Y_1(0), K_1(0)$, стремящихся к бесконечности при $\xi \rightarrow 0$ [12]. Из граничных условий при $\xi=0$ находим, что $C_1+C_3=0$, так как функции $J_0(0)$ и $I_0(0)$ равны единице [12]. Граничные условия при $\xi=\beta=\lambda s$ приводят нас к следующим уравнениям относительно коэффициентов C_1 и C_3 :

$$\begin{aligned}
 C_1 J_1(\beta) - C_3 I_1(\beta) &= 0, \\
 C_1 J_1'(\beta) - C_3 I_1'(\beta) &= 0.
 \end{aligned} \quad (15)$$

Система (15) имеет нетривиальное решение при равенстве нулю определителя, составленного из коэффициентов при неизвестных [11]. Отсюда

$$I_1(\beta)J_1'(\beta) - J_1(\beta)I_1'(\beta) = 0. \quad (16)$$

Корни трансцендентного уравнения (16) дают значения β_i , зная которые из выражения (7) можно определить частоты собственных колебаний кольцевой пластинки:

$$\omega_i = \frac{\beta_i^2}{s^2} \sqrt{\frac{\tilde{D}}{\rho h}}. \quad (17)$$

Частоте основного тона генерируемого акустического сигнала $f_0 = \omega_0/2\pi$ соответствует первый корень $\beta_0 = \lambda_0 s = 4.611$ [12]. Воспользовавшись выражением для эквивалентного коэффициента жесткости (8), окончательно получим формулу для расчета частоты основной гармоник жидкоструйного излучателя со ступенчатым препятствием и круговым щелевым соплом в виде соосных дисков:

$$f_0 = \frac{\beta_0^2}{2\pi s^2} \sqrt{\frac{Eh^2}{12\rho} \left(1 - \frac{r_c}{R}\right)}. \quad (18)$$

3. АНАЛИЗ РАСЧЕТНЫХ ДАННЫХ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Согласно формуле (18), собственная частота кольцевой струйной пластинки прямо пропорциональна квадратному корню из отношения модуля упругости и плотности рабочей жидкости. При этом значение f_0 зависит не только от ширины s и толщины h пластинки, но и от отношения радиусов внутреннего r_c и наружного R контуров. Очевидно, что при $r_c \rightarrow 0$ выражение (18) превращается в формулу для определения частоты низшего вида колебаний круглой сплошной пластинки [11].

При расчете модуля упругости затопленной плоской струи использовалось выражение E через адиабатический модуль объемной упругости жидкости $K_{ад}$ [10]:

$$E = \frac{K_{ад}}{3(1-2\mu)} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \chi_i (P^* + \Delta P_{ст})^i. \quad (19)$$

Здесь P^* – прочность жидкости на разрыв (порог кавитации); $\Delta P_{ст}$ – избыточное (по сравнению с атмосферным давлением) статическое давление в невозмущенной жидкости; χ_1, χ_2, χ_3 – линейный и первые два нелинейных параметра в модели Тэта.

Для проверки соответствия предложенной математической модели поведению реального устройства в акустическом бассейне были исследованы частотные характеристики пяти излучателей, у которых радиус сопла принимал значения $r_c = 8, 10, 13, 17, 21$ мм (см. рис. 1). За счет регулировки скорости струи на выходе из сопла излучатели настраивались на оптимальный режим, соответствующий максимальному уровню акустического сигнала [7]. При этом толщина затопленной плоской струи оставалась постоянной – $h = 0.5$ мм. Ширина кольцевой пластинки s изменялась в интервале от 1.5 до 8 мм, для чего был изготовлен набор корпусов излучателя с различными по ширине кольцевыми проточками.

В качестве рабочей жидкости использовалась отстоянная в течение трех недель водопроводная вода, имеющая следующие параметры: $\rho = 10^3$ кг/м³, $P^* = 0.51$ МПа, $\chi_1 = 7.5$, $\chi_2 = 8 \cdot 10^{-6}$, $\chi_3 = 1.2 \cdot 10^{-11}$ [5]. Температура воды поддерживалась в пределах (19...20)°С, глубина погружения преобразователей соответствовала $\Delta P_{ст} \approx 5$ кПа.

Исследования показали, что все испытываемые жидкоструйные излучатели начинают генерировать тональный акустический сигнал при ширине кольцевой струи $s_1 = 2$ мм. На рис. 3 для трех излучателей представлена зависимость частоты основного тона сигнала от относительной ширины

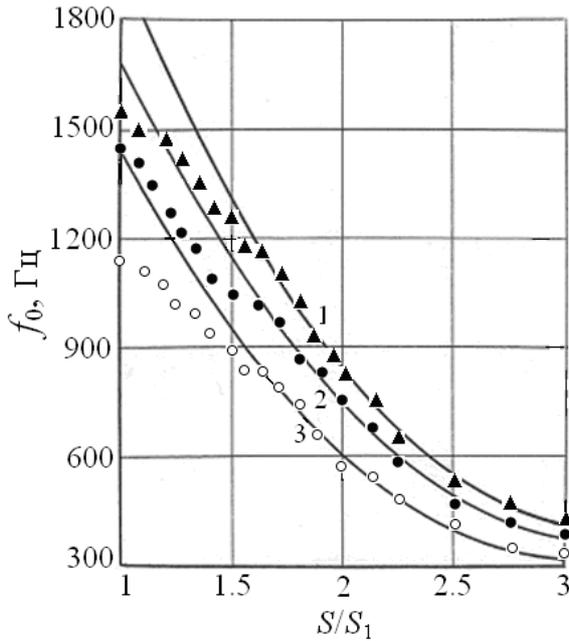


Рис. 3. Зависимость частоты основной гармоники звукового сигнала от относительной ширины кольцевой струйной пластинки:

1 – $r_c = 10$ мм; 2 – $r_c = 13$ мм; 3 – $r_c = 21$ мм

s/s_1 в диапазоне значений $1 \leq s/s_1 \leq 3$. Здесь маркеры соответствуют экспериментальным измерениям частоты основной гармоники генерируемого сигнала, сплошные кривые – результаты расчета по формуле (18).

Видно, что с увеличением параметра s и, соответственно, с возрастанием площади колеблющейся кольцевой струйной “пластинки”, частота основной гармоники генерируемого сигнала для всех расчетных кривых монотонно уменьшается. При этом между теоретическими и экспериментальными данными для значений ширины кольцевой пластинки $s > 3$ мм наблюдается хорошая корреляция. Сравнение теории с экспериментом (рис. 3) позволяет предложить критерий применимости разработанной модели для расчета частотных характеристик жидкоструйного излучателя с круговым щелевым соплом в виде соосных дисков:

$$\frac{s}{s_1} \geq 1.7. \quad (20)$$

Отметим, что при выполнении условия (20) излучатель генерирует акустический сигнал максимальной интенсивности [7], а ошибка расчета частоты основной гармоники по формуле (18) по сравнению с экспериментальными данными не превышает 5 %.

О. В. Сухарьков

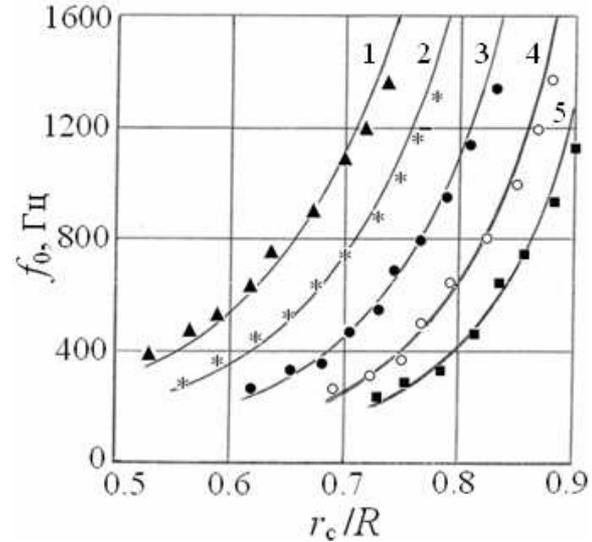


Рис. 4. Зависимость частоты основной гармоники звукового сигнала от отношения радиусов внутреннего и наружного контуров кольцевой струйной пластинки:

1 – $r_c = 8$ мм; 2 – $r_c = 10$ мм; 3 – $r_c = 13$ мм;
4 – $r_c = 17$ мм; 5 – $r_c = 21$ мм

На рис. 4 представлено семейство кривых, показывающих зависимость частоты основной гармоники звука от соотношения радиусов внутреннего и наружного контуров кольцевой струйной пластинки в интервале значений $1.5 \leq s/s_1 \leq 4$. Как и ранее, линии здесь соответствуют расчету f_0 по формуле (18), а маркеры – результатам эксперимента.

Из графика видно, что с увеличением безразмерного параметра r_c/R частота основного тона акустического сигнала монотонно возрастает для всех испытуемых излучателей. При этом следует отметить, что с увеличением радиуса сопла r_c при постоянной ширине s плоской струи частота основной гармоники f_0 уменьшается. Возможно, это связано с увеличением площади поверхности колеблющейся струи. Так, для жидкоструйного излучателя звука с $s/s_1 = 3$ при $r_c = 8$ мм частота низшей гармоники составляет $f_0 = 475$ Гц, при $r_c = 13$ мм при той же ширине пластинки – $f_0 = 380$ Гц, а при $r_c = 21$ мм – всего $f_0 = 328$ Гц.

ВЫВОДЫ

1. Для жидкоструйного преобразователя со ступенчатым препятствием и круговым щелевым соплом в виде соосных дисков рассмотрена модель на основе колебаний затопленной кольцевой струйной “пластинки”.

63

2. Получена аналітична залежність частоти основної гармоніки акустичного сигналу від геометричних параметрів плоскої осесиметричної струї та фізичних характеристик робочої рідини.
3. Проведено порівняння теоретичних та експериментальних даних. Представлено критерій відповідності розробленої моделі та розрахункових співвідношень для розглянутого типу жидкоструйних випромінювачів.
1. Митько В. Б., Евтютов А. П., Гушин С. Е. Гидроакустические средства связи и наблюдения.– Л.: Судостроение, 1982.– 200 с.
2. Свердлин Г. М. Прикладная гидроакустика.– Л.: Судостроение, 1990.– 320 с.
3. Сухарьков О. В. Передача дискретной информации в гидроакустический канал связи с использованием жидкоструйных преобразователей // Цифрові технології.– 2011.– № 9.– С. 100–110.
4. Дудзінський Ю. М., Сухарьков О. В., Манічева Н. В. Модель прямогоного гідродинамічного випромінювача з кільцевим соплом і східчастою перешкодою // Акуст. вісн.– 2004.– 7, № 3.– С. 49–54.
5. Сухарьков О. В. Амплитудно-частотные характеристики прямогочных жидкоструйных преобразователей // Наук. праці ОНАЗ ім. О. С. Попова.– 2011.– № 1.– С. 95–101.
6. Сухарьков О. В. Жидкоструйный излучатель со ступенчатым препятствием и круговым щелевым соплом в виде соосных дисков // Наук. праці ОНАЗ ім. О. С. Попова.– 2010.– № 1.– С. 102–108.
7. Сухарьков О. В. Энергетические характеристики затопленной кольцевой струйной пластинки при наличии развитой кавитации // Акуст. вісн.– 2010.– 13, № 2.– С. 45–52.
8. Перцев А. К., Платонов Э. Г. Динамика оболочек и пластин.– Л.: Судостроение, 1987.– 400 с.
9. Смирнов В. И. Курс высшей математики: том 2.– М.: Наука, 1974.– 656 с.
10. Корнфельд М. Упругость и прочность жидкостей.– М: ГТТИ, 1951.– 200 с.
11. Корнев Б. Г. Введение в теорию бесселевых функций.– М.: Наука, 1971.– 288 с.
12. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции (Формулы, графики, таблицы).– М.: Наука, 1964.– 344 с.