
УДК 621.365.6:621.791.753

С.Ю. Максимов, д-р техн. наук, **Е.А. Прилипко**, канд. техн. наук
Ин-т электросварки им. Е.О. Патона НАН Украины
(Украина, 03680, Киев-150, ул. Боженко, 11,
тел. 2680486, e-mail: ead56@ukr.net),

Е.А. Рыбалкин, канд. техн. наук
Ин-т проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины
(Украина, 03164, Киев, ул. Генерала Наумова, 15,
тел. 4249160, e-mail: rybalkin_e@mail.ru)

Осесимметричная интегральная модель распределения синусоидального сварочного тока при дуговой сварке зазора в пластине

Получил дальнейшее развитие метод редукции краевой задачи для уравнений Максвелла к системе интегральных уравнений, описывающей электромагнитные процессы в осесимметричной системе дуговой сварки синусоидальным током. Учтены условия протекания сварочного процесса и реальные электрофизические характеристики материалов, образующих существенно неоднородную расчетную область.

Отримав подальший розвиток метод редукції крайової задачі для рівнянь Максвелла до системи інтегральних рівнянь, яка описує електромагнітні процеси в вісесиметричній системі дугового зварювання синусоїдальним струмом. Враховано умови протікання зварювального процесу і реальні електрофізичні характеристики матеріалів, що утворюють істотно неоднорідну розрахункову область.

К л ю ч е в ы е с л о в а: дуговая сварка, распределение сварочного тока, интегральная модель, поток расплава, вихревые токи, заряды.

Разработка оптимальной технологии электродуговой сварки неразрывно связана с расчетом оптимальных параметров режима сварки по заданным показателям качества сварного соединения. Для обеспечения заданного уровня качества сварных швов существенное значение имеют внешние электромагнитные воздействия на потоки расплава при дуговой сварке. Это в полной мере относится и к подводной сварке.

Анализ опубликованных результатов указывает на то, что независимо от способов и условий сварки существует определенный диапазон параметров электромагнитного воздействия на жидкий металл, при котором достигается максимальное повышение технологических и физико-химичес-

© С.Ю. Максимов, Е.А. Прилипко, Е.А. Рыбалкин, 2016

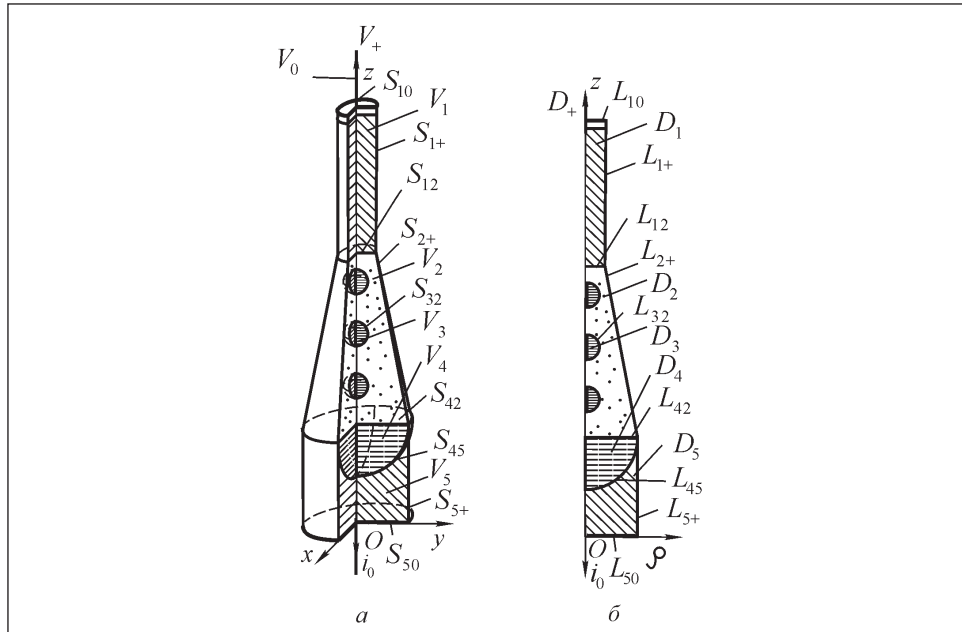


Схема дуговой сварки с осесимметричным распределением тока (а) и ее сечение меридианной плоскостью $\alpha = 0$ (б): V_+ — пространство, окружающее сварочную установку; $V_0, V_1, V_2, V_3, V_4, V_5$ — объемы соответственно проводов сварочной цепи, электрода, дуги, капли, ванны с расплавом, свариваемой детали; $D_0, D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_+$ — сечения меридианной плоскостью соответствующих объемов; $S_{10}(L_{10})$ — граница между электродом и первым контактом соединительного провода (след границы S_{10} , пересеченной меридианной плоскостью); $S_{1+}(L_{1+})$ — граница поверхности электрода и окружающего пространства (след границы S_{1+} , пересеченной меридианной плоскостью); $S_{12}(L_{12})$ — граница между электродом и дугой (след границы S_{12} , пересеченной меридианной плоскостью); $S_{2+}(L_{2+})$ — граница поверхности дуги и окружающего пространства (след границы S_{2+} , пересеченной меридианной плоскостью); $S_{32}(L_{32})$ — граница между каплей металла и дугой (след границы S_{32} , пересеченной меридианной плоскостью); $S_{42}(L_{42})$ — граница расплава ванны и дуги (след границы S_{42} , пересеченной меридианной плоскостью); $S_{45}(L_{45})$ — граница расплава ванны и детали (след границы S_{45} , пересеченной меридианной плоскостью); $S_{5+}(L_{5+})$ — граница поверхности свариваемой детали и окружающего пространства (след границы S_{5+} , пересеченной меридианной плоскостью); $S_{50}(L_{50})$ — граница между свариваемой деталью и вторым контактом соединительного провода (след границы S_{50} , пересеченной меридианной плоскостью)

ких свойств сварных соединений [1—6]. Следовательно, в этом диапазоне проявляются закономерности, определяющие условие оптимальности выбора параметров режима электромагнитного воздействия. Определение диапазона для таких параметров может быть осуществлено с помощью математического и компьютерного моделирования распределения сварочного тока, электродинамических усилий и перемещений в расплаве ванны.

До настоящего времени недостаточно внимания уделялось вопросам взаимодействия сварочного тока с внешним электромагнитным воздействием на жидкий металл при дуговой сварке. Построению математических моделей распределения сварочного тока посвящены работы [7, 8], в которых рассмотрены трехмерные интегральные модели распределения постоянного и синусоидального сварочного токов. Работа [9] посвящена осесимметричному распределению постоянного сварочного тока.

Постановка задачи. Будем сваривать зазор в пластине, имеющей форму цилиндра (см. рисунок), с помощью дуговой электросварки. Синусоидальный сварочный ток протекает по проводнику, образованному контактом следующих тел: проводов сварочной цепи, электрода, дуги и детали. Дуга представляет собой проводник конусообразной формы, в объеме которой находятся капли расплава электрода. Считается заданным: проводимость и форма плазмы, размеры и число капель, проводимость материала капель, расстояния между ними. Капли имеют сферическую форму, ванна — форму полусферы. Поскольку массивные тела представляют собой соосно расположенные в пространстве тела вращения, ось сварочной системы совмещена с осью z цилиндрической системы координат (ρ, α, z) .

Полагаем, что по сварочной установке протекает квазистационарный синусоидальный ток частоты f , удельная электрическая проводимость γ материалов массивных проводников известна и постоянна для каждого проводника и сварочный шов отсутствует (начальный момент времени). Принятые допущения существенно упрощают задачу, так как распределение тока можно считать осесимметричным.

Будем рассматривать осесимметричную интегральную модель распределения синусоидального сварочного тока, а именно систему интегральных уравнений относительно:

вектора плотности сварочного тока в сечении проводников меридианной плоскостью;

зарядов на следе поверхности электрода и на следе контактных поверхностей областей с различной проводимостью;

вектора плотности тока намагниченности на следе поверхности ферромагнитной части проводников.

Введем обозначения: \mathbf{n}_{10} — нормаль к L_{10} , положительное направление которой принято из сечения электрода в соединительный провод; \mathbf{n}_{1+} — нормаль к L_{1+} , положительное направление которой принято из сечения электрода в окружающее пространство; \mathbf{n}_{12} — нормаль к L_{12} , положительное направление которой принято из сечения электрода в сечение дуги; \mathbf{n}_{2+} — нормаль к L_{2+} , положительное направление которой

принято из сечения дуги в окружающее пространство; \mathbf{n}_{32} — нормаль к L_{32} , положительное направление которой принято из сечения расплавленной капли электрода в сечение дуги; \mathbf{n}_{42} — нормаль к L_{42} , положительное направление которой принято из сечения расплава металла в сечение дуги; \mathbf{n}_{45} — нормаль к L_{45} , положительное направление которой принято из сечения расплава металла в сечение свариваемой детали; \mathbf{n}_{5+} — нормаль к L_{5+} , положительное направление которой принято из сечения пластины в окружающее пространство; \mathbf{n}_{50} — нормаль к L_{50} , положительное направление которой принято из сечения электрода в соединительный провод.

Основные соотношения для осесимметричного распределения синусоидального сварочного тока. Пусть ток в проводах, питающих сварочную установку, изменяется по синусоидальному закону: $i_0 = I_0 \sin(\omega t)$, где I_0 — амплитудное значение тока в цепи; $\omega = 2\pi f$; f — частота тока. Основные величины, характеризующие рассматриваемое осесимметричное распределение тока, записываем в комплексах:

вектор плотности тока — $\dot{\boldsymbol{\delta}} = \mathbf{e}_\rho \dot{\delta}_\rho(\rho, z) + \mathbf{e}_z \dot{\delta}_z(\rho, z)$;
 вектор напряженности электрического поля — $\dot{\mathbf{E}} = \mathbf{e}_\rho \dot{E}_\rho(\rho, z) + \mathbf{e}_z \dot{E}_z(\rho, z)$;
 векторный магнитный потенциал —

$$\dot{\mathbf{A}} = \mathbf{e}_\rho \dot{A}_\rho(\rho, z) + \mathbf{e}_z \dot{A}_z(\rho, z), \quad (1)$$

где $\mathbf{e}_\rho, \mathbf{e}_\alpha, \mathbf{e}_z$ — орты цилиндрической системы координат; ρ, z — координаты в цилиндрической системе координат. Расчет осесимметричного распределения сварочного тока достаточно выполнить в одной меридианной плоскости $\alpha = \text{const}$, так как в остальных плоскостях оно будет идентичным.

Интегральные уравнения для осесимметричного распределения синусоидального сварочного тока. Сформулируем в терминах комплекса векторного магнитного потенциала $\dot{\mathbf{A}}$ и комплекса скалярного электрического потенциала $\dot{\phi}$ краевую задачу для расчета плотности синусоидального сварочного тока в осесимметричной системе дуговой сварки:

уравнения в V_1 —

$$\Delta \dot{\mathbf{A}} = -\mu \dot{\boldsymbol{\delta}}_1, \quad (2)$$

$$\Delta \dot{\phi}_1 = 0, \quad (3)$$

$$\dot{\boldsymbol{\delta}}_1 = \gamma_1 \dot{\mathbf{E}}_1, \quad (4)$$

$$\dot{\mathbf{E}}_1 = -j\omega \dot{\mathbf{A}}_1 - \nabla \dot{\phi}_1; \quad (5)$$

уравнения в $V_N, N = 2, \dots, 5$ —

$$\Delta \dot{\mathbf{A}}_N = -\mu_0 \dot{\boldsymbol{\delta}}_N, \quad (6)$$

$$\Delta \dot{\phi}_N = 0, \quad (7)$$

$$\dot{\delta}_N = \gamma_N \dot{\mathbf{E}}_N, \quad (8)$$

$$\dot{\mathbf{E}}_N = -j\omega \dot{\mathbf{A}}_N - \nabla \dot{\phi}_N; \quad (9)$$

уравнения в V_0 —

$$\Delta \dot{\mathbf{A}}_0 = -\mu_0 \dot{\delta}_0, \quad (10)$$

$$\Delta \dot{\phi}_0 = 0; \quad (11)$$

уравнения в V_+ —

$$\Delta \dot{\mathbf{A}}_+ = 0, \quad (12)$$

$$\Delta \dot{\phi}_+ = 0.$$

Здесь $\dot{\delta}_N$ — комплекс плотности вихревого тока в массивном проводнике V_N , $N=1, \dots, 5$; $\dot{\delta}_0$ — комплекс плотности тока в сварочной цепи, $\dot{\delta}_0 = \dot{i}_0 / S_0$, где S_0 — сечения проводов сварочной цепи, \dot{i}_0 — комплексное значение тока; μ — абсолютная магнитная проницаемость ферромагнитного электрода; μ_0 — магнитная постоянная, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

Граничные условия на границе S_{nf} массивных неферромагнитных проводников записываем в виде

$$[\dot{\mathbf{A}}^-, \mathbf{n}_Q] = [\dot{\mathbf{A}}^+, \mathbf{n}_Q], Q \in S_{nf}, S_{nf} = S_{2+} \cup S_{23} \cup S_{42} \cup S_{45} \cup S_{5+} \cup S_{50}; \quad (13)$$

$$[\mathbf{n}_Q, \text{rot } \dot{\mathbf{A}}^-] = [\mathbf{n}_Q, \text{rot } \dot{\mathbf{A}}^+], Q \in S_{nf}, S_{nf} = S_{2+} \cup S_{23} \cup S_{42} \cup S_{45} \cup S_{5+} \cup S_{50}, \quad (14)$$

а на границе S_1 ферромагнитного электрода — в виде

$$[\dot{\mathbf{A}}^-, \mathbf{n}_Q] = [\dot{\mathbf{A}}^+, \mathbf{n}_Q], Q \in S_1, S_1 = S_{10} \cup S_{1+} \cup S_{12}; \quad (15)$$

$$\frac{1}{\mu_0} [\mathbf{n}_Q, \text{rot } \dot{\mathbf{A}}^-] = \frac{1}{\mu} [\mathbf{n}_Q, \text{rot } \dot{\mathbf{A}}^+], Q \in S_1, S_1 = S_{10} \cup S_{1+} \cup S_{12}, \quad (16)$$

где $\dot{\mathbf{A}}^-, \dot{\mathbf{A}}^+$ — предельные значения векторного потенциала при стремлении точки Q к границе S массивных проводников с внутренней и внешней стороны; $\text{rot } \dot{\mathbf{A}}^-, \text{rot } \dot{\mathbf{A}}^+$ — то же для ротора векторного потенциала; \mathbf{n}_Q — внешняя к границе массивного тела нормаль в точке Q . На бесконечности для векторного потенциала выполняется следующее условие:

$$\dot{\mathbf{A}}(\infty) = 0. \quad (17)$$

Граничные условия для скалярного потенциала $\dot{\phi}$:

на S_{10}

$$\gamma_1 \frac{\partial \dot{\phi}_1}{\partial n_{10}} = -j\omega \gamma_1 \dot{A}_{n_{10}} - \dot{\delta}_{0n_{10}}, \quad \dot{\phi}_1 = \dot{\phi}_0 = \text{const}; \quad (18)$$

на S_{1+}

$$\frac{\partial \dot{\phi}_1}{\partial n_{1+}} = -j\omega \dot{A}_{n_{1+}}; \quad (19)$$

на S_{12}

$$\gamma_1 \frac{\partial \dot{\phi}_1}{\partial n_{12}} = \gamma_2 \frac{\partial \dot{\phi}_2}{\partial n_{12}} - j\omega (\gamma_1 - \gamma_2) \dot{A}_{n_{12}}, \quad \dot{\phi}_1 = \dot{\phi}_2; \quad (20)$$

на S_{2+}

$$\frac{\partial \dot{\phi}_2}{\partial n_{2+}} = -j\omega \dot{A}_{n_{2+}}; \quad (21)$$

на S_{23}

$$\gamma_3 \frac{\partial \dot{\phi}_3}{\partial n_{32}} = \gamma_2 \frac{\partial \dot{\phi}_2}{\partial n_{32}} - j\omega (\gamma_3 - \gamma_2) \dot{A}_{n_{32}}, \quad \dot{\phi}_3 = \dot{\phi}_2; \quad (22)$$

на S_{42}

$$\gamma_4 \frac{\partial \dot{\phi}_4}{\partial n_{42}} = \gamma_2 \frac{\partial \dot{\phi}_2}{\partial n_{42}} - j\omega (\gamma_4 - \gamma_2) \dot{A}_{n_{42}}, \quad \dot{\phi}_4 = \dot{\phi}_2; \quad (23)$$

на S_{45}

$$\gamma_4 \frac{\partial \dot{\phi}_4}{\partial n_{45}} = \gamma_5 \frac{\partial \dot{\phi}_5}{\partial n_{45}} - j\omega (\gamma_4 - \gamma_5) \dot{A}_{n_{45}}, \quad \dot{\phi}_4 = \dot{\phi}_5; \quad (24)$$

на S_{5+}

$$\frac{\partial \dot{\phi}_5}{\partial n_{5+}} = -j\omega \dot{A}_{n_{5+}}; \quad (25)$$

на S_{50}

$$\gamma_5 \frac{\partial \dot{\phi}_5}{\partial n_{50}} = -j\omega \gamma_5 \dot{A}_{n_{50}} - \dot{\delta}_{0n_{50}}, \quad \dot{\phi}_5 = \dot{\phi}_0 = \text{const}, \quad (26)$$

где $\dot{\delta}_{0n_{10}}, \dot{\delta}_{0n_{50}}$ — проекция комплекса плотности тока $\dot{\delta}_0$ на нормаль $\mathbf{n}_{10}, \mathbf{n}_{50}$; \dot{A}_{n_i} — проекция комплекса векторного потенциала на нормаль \mathbf{n}_i , $i \in \{10, 1+, 12, 2+, 32, 42, 45, 5+, 50\}$.

Находим решение уравнений (2), (6), (10), (12) в виде следующей комбинации объемных потенциалов и потенциалов простого слоя [10]:

$$\dot{A}(Q) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{V_1} \frac{\dot{\delta}_1(M)}{r_{QM}} dV_M + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S_1} \frac{\dot{\sigma}(M)}{r_{QM}} ds_M + \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{N=0,2}^5 \int_{V_N} \frac{\dot{\delta}_N(M)}{r_{QM}} dV_M, \quad (27)$$

который автоматически удовлетворяет граничным условиям (13)—(15). Таким образом, комплекс векторного магнитного потенциала $\dot{A}(Q)$ определяется комплексом плотности токов $\dot{\delta}$ в массивных проводниках и комплекс поверхностной плотности простого слоя токов намагниченности $\dot{\sigma}$ на границе ферромагнитного электрода.

Компоненты векторного потенциала после интегрирования по азимутальному углу с учетом (1) в цилиндрических координатах примут вид

$$\begin{aligned} \dot{A}_p(Q) = & \frac{\mu}{2\pi} \int_{D_1} \dot{\delta}_{1p}(M) \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} f(k) ds_M + \frac{\mu_0}{2\pi} \int_{L_1} \dot{\sigma}_{1p}(M) \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} f(k) dl_M + \\ & + \frac{\mu_0}{2\pi} \sum_{N=0,2}^5 \int_{D_N} \dot{\delta}_{Np}(M) \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} f(k) ds_M; \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \dot{A}_z(Q) = & \frac{\mu}{2\pi} \int_{D_1} \dot{\delta}_{1z}(M) \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} K(k) k ds_M + \frac{\mu_0}{2\pi} \int_{L_1} \dot{\sigma}_{1z}(M) \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} K(k) k dl_M + \\ & + \frac{\mu_0}{2\pi} \sum_{N=0,2}^5 \int_{D_N} \dot{\delta}_{Nz}(M) \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} K(k) k ds_M, \end{aligned} \quad (29)$$

где

$$\begin{aligned} f(k) &= \left(\frac{2}{k} - k \right) K(k) - \frac{2}{k} E(k); \\ k_2 &= \frac{4\rho_Q\rho_M}{(\rho_Q + \rho_M)^2 + (z_Q - z_M)^2}; \\ K(k) &= \int_0^{\pi/2} \frac{d\alpha}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \alpha}}; \quad E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \alpha} d\alpha; \end{aligned}$$

$K(k)$, $E(k)$ — полные эллиптические интегралы соответственно первого и второго рода модуля k ; ρ_M , z_M и ρ_Q , z_Q — координаты в цилиндрической системе координат соответственно точки M и точки Q .

Решение уравнений (3), (7), (11) будем искать в виде суммы потенциалов простого слоя:

$$\dot{\phi}(Q) = \frac{1}{4\pi} \sum_i \int_{S_i} \frac{\dot{\tau}_i(M)}{r_{QM}} ds_M, \quad i \in \{10, 1+, 12, 2+, 32, 42, 45, 5+, 50\}, \quad (30)$$

где $\dot{\tau}_i$ — плотности электрических зарядов на граничных поверхностях S_i .

После интегрирования по азимутальному углу формула (30) в цилиндрических координатах принимает вид [11]

$$\phi(Q) = \frac{1}{2\pi} \sum_i \int_{S_i} \dot{\tau}_i(M) \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} K(k) k dl_M, \quad i \in \{10, 1+, 12, 2+, 32, 42, 45, 5+, 50\}, \quad (31)$$

откуда определяем градиент комплекса скалярного потенциала:

$$\nabla \phi(Q) = \frac{1}{2\pi} \sum_i \int_{S_i} \dot{\tau}_i(M) (H(Q, M) \mathbf{e}_\rho + W(Q, M) \mathbf{e}_z) dl_M, \\ i \in \{10, 1+, 12, 2+, 32, 42, 45, 5+, 50\},$$

где

$$H(Q, M) = f_2(k) \frac{1}{\sqrt{\rho_Q \rho_M}} - f_1(k) \frac{\rho_M}{\rho_Q \sqrt{\rho_Q \rho_M}}; \quad W(Q, M) = \frac{(z_M - z_Q)}{\rho_Q \sqrt{\rho_Q \rho_M}} f_2(k); \\ f_1(k) = k \left[K(k) - \frac{2-k^2}{2(1-k^2)} E(k) \right]; \quad f_2(k) = \frac{k^3}{2(1-k^2)} E(k).$$

Для того чтобы выражения (28), (29) удовлетворяли уравнениям (5), (9) и граничному условию (16), а выражение (31) — граничным условиям (18)—(26), необходимо, чтобы плотности токов и электрических зарядов были решениями следующей системы интегральных уравнений [12]:

$$\int_{L_1} \dot{\sigma}_{1\rho}(M) \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} f(k) dl_M + \frac{\dot{\delta}_{\rho q}(Q)}{j\omega\gamma_q\lambda} + \frac{\mu}{\mu_0} \int_{D_1} \dot{\delta}_{1\rho}(M) \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} f(k) ds_M + \\ + \sum_{N=2}^5 \int_{D_N} \dot{\delta}_{N\rho}(M) \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} f(k) ds_M + \frac{1}{j\omega\lambda} \frac{1}{4\pi} \sum_i \int_{L_i} \dot{\tau}_i(M) H(Q, M) dl_M = \\ = - \int_{D_0} \dot{\delta}_{0\rho}(M) \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} f(k) ds_M, \\ Q \in D_q, \quad q = 1, \dots, 5, \quad i \in \{10, 1+, 12, 2+, 32, 42, 45, 5+, 50\}, \quad (32)$$

$$\int_{L_1} \dot{\sigma}_{1z}(M) \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} K(k) k dl_M + \frac{\dot{\delta}_{zq}(Q)}{j\omega\gamma_q\lambda} + \frac{\mu}{\mu_0} \int_{D_1} \dot{\delta}_{1z}(M) \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} K(k) k ds_M + \\ + \sum_{N=2}^5 \int_{D_N} \dot{\delta}_{zN}(M) \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} K(k) k ds_M + \frac{1}{j\omega\lambda} \frac{1}{4\pi} \sum_i \int_{L_i} \dot{\tau}_i(M) W(Q, M) dl_M =$$

$$= - \int_{D_0} \dot{\delta}_{0z}(M) \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} K(k) k ds_M,$$

$$Q \in D_q, \quad q=1, \dots, 5, \quad i \in \{10, 1+, 12, 2+, 32, 42, 45, 5+, 50\}. \quad (33)$$

$$\begin{aligned} & \dot{\sigma}_z(Q) - \frac{\chi}{2\pi} \int_{L_1} \dot{\sigma}_\rho(M) S(Q, M) dl_M - \frac{\chi}{2\pi} \int_{L_1} \dot{\sigma}_z(M) H(Q, M) dl_M - \\ & - \frac{\mu}{\mu_0} \frac{\chi}{2\pi} \int_{S_1} \dot{\delta}_{1\rho}(M) S(Q, M) ds_M - \frac{\mu}{\mu_0} \frac{\chi}{2\pi} \int_{S_1} \dot{\delta}_{1z}(M) H(Q, M) ds_M - \\ & - \frac{\chi}{2\pi} \sum_{N=2}^5 \int_{S_N} \dot{\delta}_{N\rho}(M) S(Q, M) ds_M - \frac{\chi}{2\pi} \sum_{N=2}^5 \int_{S_N} \dot{\delta}_{Nz}(M) H(Q, M) ds_M = \\ & = \frac{\chi}{2\pi} \int_{S_0} \dot{\delta}_{0\rho}(M) S(Q, M) ds_M + \frac{\chi}{2\pi} \int_{S_0} \dot{\delta}_{0z}(M) H(Q, M) ds_M, \quad Q \in L_{1+}; \quad (34) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \dot{\sigma}_\rho(Q) - \frac{\chi}{2\pi} \int_{L_1} \dot{\sigma}_\rho(M) S(Q, M) dl_M - \frac{\chi}{2\pi} \int_{L_1} \dot{\sigma}_z(M) H(Q, M) dl_M - \\ & - \frac{\mu}{\mu_0} \frac{\chi}{2\pi} \int_{S_1} \dot{\delta}_{1\rho}(M) S(Q, M) ds_M - \frac{\mu}{\mu_0} \frac{\chi}{2\pi} \int_{S_1} \dot{\delta}_{1z}(M) H(Q, M) ds_M - \\ & - \frac{\chi}{2\pi} \sum_{N=2}^5 \int_{S_N} \dot{\delta}_{N\rho}(M) S(Q, M) ds_M - \frac{\chi}{2\pi} \sum_{N=2}^5 \int_{S_N} \dot{\delta}_{Nz}(M) H(Q, M) ds_M = \\ & = \frac{\chi}{2\pi} \int_{S_0} \dot{\delta}_{0\rho}(M) S(Q, M) ds_M + \frac{\chi}{2\pi} \int_{S_0} \dot{\delta}_{0z}(M) H(Q, M) ds_M, \quad Q \in L_{12}; \quad (35) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \dot{\sigma}_\rho(Q) + \frac{\chi}{2\pi} \int_{L_1} \dot{\sigma}_\rho(M) S(Q, M) dl_M + \frac{\chi}{2\pi} \int_{L_1} \dot{\sigma}_z(M) H(Q, M) dl_M + \\ & + \frac{\mu}{\mu_0} \frac{\chi}{2\pi} \int_{S_1} \dot{\delta}_{1\rho}(M) S(Q, M) ds_M + \frac{\mu}{\mu_0} \frac{\chi}{2\pi} \int_{S_1} \dot{\delta}_{1z}(M) H(Q, M) ds_M + \\ & + \frac{\chi}{2\pi} \sum_{N=2}^5 \int_{S_N} \dot{\delta}_{N\rho}(M) S(Q, M) ds_M + \frac{\chi}{2\pi} \sum_{N=2}^5 \int_{S_N} \dot{\delta}_{Nz}(M) H(Q, M) ds_M = \end{aligned}$$

$$= -\frac{\chi}{2\pi} \int_{S_0} \dot{\delta}_{0p}(M) S(Q, M) ds_M - \frac{\chi}{2\pi} \int_{S_0} \dot{\delta}_{0z}(M) H(Q, M) ds_M, \quad Q \in L_{10}; \quad (36)$$

$$\begin{aligned} & \dot{\tau}_k(Q) + \frac{1}{\pi} \sum_i \int_{L_i} \dot{\tau}_i(M) P(Q, M) dl_M = \\ & = -j\omega \frac{\mu}{\pi} \int_{S_1} \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} (\dot{\delta}_{1p}(M) n_p(Q) f(k) + \dot{\delta}_{1z}(M) n_z(Q) K(k) k) ds_M - \\ & - j\omega \frac{\mu_0}{\pi} \int_{L_1} \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} (\dot{\sigma}_{1p}(M) n_p(Q) f(k) + \dot{\sigma}_{1z}(M) n_z(Q) K(k) k) dl_M - \\ & - j\omega \frac{\mu_0}{\pi} \sum_{N=0,2}^5 \int_{S_N} \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} (\dot{\delta}_{Np}(M) n_p(Q) f(k) + \dot{\delta}_{Nz}(M) n_z(Q) K(k) k) ds_M - \\ & - \frac{2}{\gamma_j} (\dot{\delta}_{0p}(Q) n_p(Q) + \dot{\delta}_{0z}(Q) n_z(Q)), \quad Q \in L_k, k \in \{10, 50\}, j \in \{1, 5\}; \quad (37) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \dot{\tau}_p(Q) + \frac{1}{\pi} \sum_i \int_{L_i} \dot{\tau}_i(M) P(Q, M) dl_M = \\ & = -j\omega \frac{\mu}{\pi} \int_{S_1} \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} (\dot{\delta}_{1p}(M) n_p(Q) f(k) + \dot{\delta}_{1z}(M) n_z(Q) K(k) k) ds_M - \\ & - j\omega \frac{\mu_0}{\pi} \int_{L_1} \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} (\dot{\sigma}_{1p}(M) n_p(Q) f(k) + \dot{\sigma}_{1z}(M) n_z(Q) K(k) k) dl_M - \\ & - j\omega \frac{\mu_0}{\pi} \sum_{N=0,2}^5 \int_{S_N} \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} (\dot{\delta}_{Np}(M) n_p(Q) f(k) + \dot{\delta}_{Nz}(M) n_z(Q) K(k) k) ds_M, \\ & \quad Q \in L_p, p \in \{1+, 2+, 5+\}; \quad (38) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2} \dot{\tau}_{12}(Q) + \frac{1}{\pi} \sum_i \int_{L_i} \dot{\tau}_i(M) P(Q, M) dl_M = \\ & = -j\omega \frac{\mu}{\pi} \int_{S_1} \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} (\dot{\delta}_{1p}(M) n_p(Q) f(k) + \dot{\delta}_{1z}(M) n_z(Q) K(k) k) ds_M - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -j\omega \frac{\mu_0}{\pi} \int_{L_1} \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} (\dot{\sigma}_{1p}(M) n_p(Q) f(k) + \dot{\sigma}_{1z}(M) n_z(Q) K(k) k) dl_M - \\
 & -j\omega \frac{\mu_0}{\pi} \sum_{N=0,2}^5 \int_{S_N} \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} (\dot{\delta}_{Np}(M) n_p(Q) f(k) + \dot{\delta}_{Nz}(M) n_z(Q) K(k) k) ds_M, \\
 & Q \in L_{12}; \tag{39}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\gamma_3 + \gamma_2}{\gamma_3 - \gamma_2} \dot{\tau}_{32}(Q) + \frac{1}{\pi} \sum_i \int_{L_i} \dot{\tau}_i(M) P(Q, M) dl_M = \\
 & = -j\omega \frac{\mu}{\pi} \int_{S_1} \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} (\dot{\delta}_{1p}(M) n_p(Q) f(k) + \dot{\delta}_{1z}(M) n_z(Q) K(k) k) ds_M - \\
 & -j\omega \frac{\mu_0}{\pi} \int_{L_1} \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} (\dot{\sigma}_{1p}(M) n_p(Q) f(k) + \dot{\sigma}_{1z}(M) n_z(Q) K(k) k) dl_M - \\
 & -j\omega \frac{\mu_0}{\pi} \sum_{N=0,2}^5 \int_{S_N} \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} (\dot{\delta}_{Np}(M) n_p(Q) f(k) + \dot{\delta}_{Nz}(M) n_z(Q) K(k) k) ds_M, \\
 & Q \in L_{32}; \tag{40}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\gamma_4 + \gamma_2}{\gamma_4 - \gamma_2} \dot{\tau}_{42}(Q) + \frac{1}{\pi} \sum_i \int_{L_i} \dot{\tau}_i(M) P(Q, M) dl_M = \\
 & = -j\omega \frac{\mu}{\pi} \int_{S_1} \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} (\dot{\delta}_{1p}(M) n_p(Q) f(k) + \dot{\delta}_{1z}(M) n_z(Q) K(k) k) ds_M - \\
 & -j\omega \frac{\mu_0}{\pi} \int_{L_1} \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} (\dot{\sigma}_{1p}(M) n_p(Q) f(k) + \dot{\sigma}_{1z}(M) n_z(Q) K(k) k) dl_M - \\
 & -j\omega \frac{\mu_0}{\pi} \sum_{N=0,2}^5 \int_{S_N} \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} (\dot{\delta}_{Np}(M) n_p(Q) f(k) + \dot{\delta}_{Nz}(M) n_z(Q) K(k) k) ds_M, \\
 & Q \in L_{42}; \tag{41}
 \end{aligned}$$

$$\frac{\gamma_4 + \gamma_5}{\gamma_4 - \gamma_5} \dot{\tau}_{45}(Q) + \frac{1}{\pi} \sum_i \int_{L_i} \dot{\tau}_i(M) P(Q, M) dl_M =$$

$$\begin{aligned}
 &= -j\omega \frac{\mu}{\pi} \int_{S_1} \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} (\dot{\delta}_{1p}(M) n_p(Q) f(k) + \dot{\delta}_{1z}(M) n_z(Q) K(k) k) ds_M - \\
 &- j\omega \frac{\mu_0}{\pi} \int_{L_1} \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} (\dot{\sigma}_{1p}(M) n_p(Q) f(k) + \dot{\sigma}_{1z}(M) n_z(Q) K(k) k) dl_M - \\
 &- j\omega \frac{\mu_0}{\pi} \sum_{N=0,2}^5 \int_{S_N} \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} (\dot{\delta}_{Np}(M) n_p(Q) f(k) + \dot{\delta}_{Nz}(M) n_z(Q) K(k) k) ds_M, \\
 &Q \in L_{45}, \tag{42}
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 S(Q, M) &= f_1(k) \frac{z_M - z_Q}{\rho_Q \sqrt{\rho_Q \rho_M}}; \\
 P(Q, M) &= f_1(k) \frac{z_M - z_Q}{\rho_Q \sqrt{\rho_Q \rho_M}} \{n_p(Q)(f_2(k) \rho_Q - f_1(k) \rho_M) + \\
 &+ n_z(Q)(z_M - z_Q) f_2(k)\}.
 \end{aligned}$$

После решения системы интегральных уравнений (32)—(42) и определения плотностей электрических зарядов, вихревых токов и токов намагниченности вычисляем компоненты напряженности поля:

$$\begin{aligned}
 \dot{E}_p(Q) &= -j\omega \frac{\mu}{2\pi} \int_{D_1} \dot{\delta}_{1p}(M) \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} f(k) ds_M - j\omega \frac{\mu_0}{\pi} \int_{L_1} \dot{\sigma}_{1p}(M) \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} f(k) dl_M - \\
 &- j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \sum_{N=0,2}^5 \int_{D_N} \dot{\delta}_{Np}(M) \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} f(k) ds_M - \frac{1}{4\pi} \sum_i \int_{L_i} \dot{\tau}_i(M) H(Q, M) dl_M, \\
 &i \in \{10, 1+, 12, 2+, 32, 42, 45, 5+, 50\}; \\
 \dot{E}_z(Q) &= -j\omega \frac{\mu}{2\pi} \int_{D_1} \dot{\delta}_{1z}(M) \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} K(k) k ds_M - j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \int_{L_1} \dot{\sigma}_{1z}(M) \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} K(k) k dl_M - \\
 &- j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \sum_{N=0,2}^5 \int_{D_N} \dot{\delta}_{Nz}(M) \sqrt{\frac{\rho_M}{\rho_Q}} K(k) k ds_M - \frac{1}{4\pi} \sum_i \int_{L_i} \dot{\tau}_i(M) W(Q, M) dl_M, \\
 &i \in \{10, 1+, 12, 2+, 32, 42, 45, 5+, 50\}.
 \end{aligned}$$

Компоненты плотности сварочного тока (4), (8) в любой локальной области, в частности в потоках расплава ванны, вычисляем по формулам

$$\dot{\delta}_p(Q) = \gamma(Q) \dot{E}_p(Q); \quad \dot{\delta}_z(Q) = \gamma(Q) \dot{E}_z(Q).$$

Выводы

Разработанная осесимметричная интегральная модель распределения синусоидального сварочного тока позволяет с помощью решения системы интегральных уравнений определить напряженность поля, а следовательно, и плотность синусоидального сварочного тока в любой изолированной точке или в любом объеме проводника. Это дает возможность проводить анализ электромагнитных процессов в сварочной ванне при дуговой сварке с внешним электромагнитным воздействием.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Максимов С.Ю., Рыжов Р.Н., Прилипко Е.А., Кожухарь В.И. Влияние внешнего электромагнитного воздействия на содержание водорода при мокрой подводной сварке // Автомат. сварка. — 2003. — № 6. — С. 55—56.
2. Максимов С.Ю., Рыжов Р.Н., Прилипко Е.А., Кожухарь В.И. Применение внешнего электромагнитного воздействия для улучшения механических свойств швов при мокрой подводной сварке // Там же. — 2004. — № 11. — С. 53—54.
3. Максимов С.Ю., Рыжов Р.Н., Прилипко Е.А. Влияние внешних электромагнитных воздействий на микроструктуру и химический состав швов при мокрой подводной сварке // Там же. — 2005. — № 11. — С. 41—42.
4. Рыжов Р.Н. Влияние импульсных электромагнитных воздействий на процесс формирования и кристаллизацию швов // Сварочное производство. — 2007. — № 2. — С. 56—58.
5. Кузнецов В.Д., Рыжов Р.Н. Выбор оптимальных параметров внешнего электромагнитного воздействия при дуговых способах сварки // Автомат. сварка — 2005. — № 6. — С. 27—31.
6. Кузнецов В.Д., Рыжов Р.Н. Внешние электромагнитные воздействия в процессах дуговой сварки и наплавки (обзор) // Там же. — 2006. — № 10. — С. 36—44.
7. Евдокимов В.Ф., Жильцов А.В., Максимов С.Ю. и др. Трехмерная интегральная модель распределения сварочного тока при дуговой сварке зазора в пластине // Электрон. моделирование. — 2008. — 30, № 6. — С. 3—18.
8. Евдокимов В.Ф., Максимов С.Ю., Петрушенко Е.И. и др. Трехмерная интегральная модель распределения синусоидального сварочного тока при дуговой сварке зазора в пластине в режиме тока // 36. наук. праць ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України. — Вип. 49. — Київ, 2008. — С. 3—21.
9. Рыбалкин Е.А., Будницкая Н.В. Осесимметричная интегральная модель распределения сварочного тока при дуговой сварке зазора в пластине // 36. наук. праць ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України: Моделювання та інформаційні технології. — Вип. 63. — 2012. — С. 18—27.
10. Тозони О.В., Маергойз И.Д. Расчет трехмерных электромагнитных полей. — Киев: Техніка, 1974. — 352 с.

11. Kondratenko I.P., Zhiltsov A.V., Vasyuk V.V. Modeling of electromagnetic processes in electrotechnical complexes for reducing residual stresses// Elektromechanical and energy saving systems. — 2014. — Vol. 27, No. 3. — P. 61—67.
12. Петрушенко Е.И. Расчет вихревых токов в телах произвольной формы // Изв. Вузов. Электромеханика. — 1966. — № 11. — С. 1181—1184.

S.Yu. Maksimov, E.O. Prilipko, E.O. Rybalkin

AXISYMMETRIC INTEGRAL DISTRIBUTION MODEL OF THE SINUSOIDAL WELDING CURRENT UNDER ARC WELDING A GAP IN THE PLATE

The method of reduction of the boundary-value problem for Maxwell's equations to a system of integral equations has been further developed for the analysis of electromagnetic processes in the axisymmetric system of the arc welding of a gap in the plate by sinusoidal current. The conditions of the process and the actual electrophysical characteristics of materials forming the essentially non-uniform media – the calculation region – were taken into account.

Key words: arc welding, welding current distribution, integrated model, melt flow, eddy currents, charges.

REFERENCES

1. Maksimov, S.Yu., Ryzhov, R.N., Prilipko, E.O. and Kozhukhar, V.I. (2003), "Effect of external electromagnetic influences on the hydrogen content in wet underwater welding", *Avtomaticheskaya svarka*, no. 6, pp. 55-56.
2. Maksimov, S.Yu., Ryzhov, R.N., Prilipko, E.O. and Kozhukhar, V.I. (2004), "The use of an external electromagnetic effect to improve the mechanical properties of joints in wet underwater welding", *Avtomaticheskaya svarka*, no. 11, pp. 53-54.
3. Maksimov, S.Yu., Ryzhov, R.N. and Prilipko, E.O. (2005), "The influence of external electromagnetic influences on the microstructure and chemical composition of the joints in wet underwater welding", *Avtomaticheskaya svarka*, no. 11, pp. 41-42.
4. Ryzhov, R.N. (2007), "Effect of pulsed electromagnetic effects on the formation and crystallization of seams", *Svarochnoe proizvodstvo*, no. 2, pp. 56-58.
5. Kuznetsov, V.D. and Ryzhov, R.N. (2005), "Selection of the optimal parameters of the external electromagnetic interference under arc welding methods", *Avtomaticheskaya svarka*, no. 6, pp. 27-31.
6. Kuznetsov, V.D. and Ryzhov, R.N. (2006), "External electromagnetic effects in arc welding and welding processes (Review)", *Avtomaticheskaya svarka*, no. 10, pp. 36-44.
7. Evdokimov, V.F., Zhiltsov, A.V., Maksimov, S.Yu., Petrushenko, E.I., Prilipko, E.O. and Rybalkin, E.O. (2008), "Three-dimensional integrated model of welding current distribution during arc welding in the plate gap", *Elektronnoe modelirovanie*, Vol. 30, no. 6, pp. 3-18.
8. Evdokimov, V.F., Maksimov, S.Yu., Petrushenko, E.I., Prilipko, E.O. and Rybalkin, E.O. (2008), "Three-dimensional integrated model of distribution of the sinusoidal welding current arc welding gap in the plate in the current mode", *Zbirnyk naukovykh prats IPME im. G.E. Pukhova NAN Ukrainy*, Iss. 49, pp. 3-21.
9. Rybalkin, E.O. and Budnytska, N.V. (2012), "Axisymmetric integrated model of welding current distribution during arc welding in the plate gap", *Zbirnyk naukovykh prats IPME im. G.E. Pukhova NAN Ukrainy, Modelirovanie i informatsionnye tekhnologii*, Iss. 63, pp. 18-27.
10. Tozoni, O.V. and Maergoiz, I.D. (1974), *Raschet tryokhmernykh elektromagnitnykh polei* [Calculation of three-dimensional electromagnetic fields], Tekhnika, Kiev, USSR.

11. Kondratenko, I.P., Zhiltsov, A.V. and Vasyuk, V.V. (2014), Modeling of electromagnetic processes in electrotechnical complexes for reducing residual stresses, *Elektromechanical and Energy Saving Systems*, Vol. 27, no. 3, pp. 61-67.
12. Petrushenko, E.I. (1966), "Calculation of eddy currents in bodies of arbitrary shape", *Izvestiya vuzov. Electromekhanika*, no. 11, pp. 1181-1184.

Поступила 25.04.16;
после доработки 30.05.16

МАКСИМОВ Сергей Юрьевич, д-р техн. наук, ст. науч. сотр., зав. отделом Ин-та электросварки им. Е.О. Патона НАН Украины. В 1979 г. окончил Киевский политехнический ин-т. Область научных исследований — физико-металлургические процессы дуговой сварки под водой.

ПРИЛИПКО Елена Александровна, канд. техн. наук, ст. науч. сотр. Ин-та электросварки им. Е.О. Патона НАН Украины. В 1979 г. окончила Киевский политехнический ин-т. Область научных исследований — физико-металлургические процессы дуговой сварки под водой.

РЫБАЛКИН Евгений Александрович, канд. техн. наук, науч. сотр. Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 2007 г. окончил Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского. Область научных исследований — моделирование электромагнитных полей.

