УДК 004.021: 004.312.4

Е.А. ЛУКЬЯНОВА

О ГОМОМОРФИЗМЕ КОМПОНЕНТНОЙ СЕТИ ПЕТРИ

Аннотация. В виде компонентной сети Петри (*CN*-сети) рассмотрена редуцированная модель Петри параллельной распределенной системы для установления степени адекватности двух моделей (детальной модели Петри N и компонентной модели Петри CN) одной и той же исследуемой параллельной распределенной системы. Вводятся понятия отношения χ компоненты и областей отношения компоненты. Установлен сюръективный гомоморфизм исследуемых моделей N и CN и изоморфизм сети N / χ — фактор-модели N по отношению χ и *CN*-сети.

Ключевые слова: сеть Петри, компонентная сеть Петри, классы эквивалентности, отношение компоненты, области отношения компоненты, гомоморфизм.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время реальные технические и программные системы, используемые для решения задач прикладного характера и установления способов управления, значительно усложнились и требуют нахождения более экономичных и более надежных методов проверки правильности их функционирования. Традиционным и естественным подходом к вопросам верификации параллельных распределенных систем является их моделирование сетями Петри [1, 2].

Сложность процедуры верификации таких систем зависит от размеров их моделей: чем меньше размер модели, тем проще ее верифицировать. Возможность доскональной структурной характеризации фундаментальных аспектов параллельных вычислений является основным достоинством формализма сетей Петри, который позволяет получать качественные модели исследуемых систем. Однако ввиду большой сложности многих реальных распределенных систем детализация при их моделировании часто приводит к исследованию сетей, размеры которых при их формальном анализе могут привести к дополнительным вычислительным затратам. В результате уменьшается возможность использования полной (доскональной) модели для исследования реальных систем [3, 4]. Поэтому при исследовании сложных систем их модели часто заменяют более простыми, чтобы анализировать свойства не на доскональной модели, а на упрощенной (редуцированной). Основное условие допустимости такой замены заключается в том, чтобы полученная упрощенная (редуцированная) модель отражала функционирование исследуемой системы, а значит, обладала всеми теми свойствами, которыми обладает исходная доскональная модель.

Построение более простой модели требует наличия инструмента, позволяющего осуществлять переход от исходной доскональной (детальной) модели к редуцированной. В настоящее время для нахождения правильного перехода от сложной (доскональной) модели устанавливается возможность взаимосвязей между различными семантическими моделями параллелизма [5–7]. В данном направлении успешно используются методы теории категорий и частичных отображений [8–10]. При этом характеризация поведения сетей Петри представляется в виде таких соответствующих ориентированных графов и конструкций, как, например, системы переходов, сети-процессы, системы переходов с независимостью, асинхронные системы переходов, структуры событий, частично-упорядоченные множества.

Применим понятие морфизма моделей для точного описания взаимосвязи между моделью параллельной распределенной системы, представленной в виде детальной модели Петри, и ее упрощением — компонентной сетью Петри. Конструирование компонентной сети Петри [11, 12] можно рассматривать как один из методов преобразования доскональной (детальной) модели Петри, который позволяет получить редуцированную модель значительно меньших размеров [13]. Редуцирование заключается в инкапсуляции участков детальной модели Петри (составных компонент [12]) в соответствующие вершины компонентной сети Петри.

Цель данной статьи — изучение связей моделей: детальной модели Петри N и компонентной CN-модели исследуемой параллельной распределенной системы, установление степени морфизма между ними для обоснования на модельном уровне адекватности двух моделей одной и той же исследуемой параллельной распределенной системы.

1. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Рассмотрим детальную модель Петри N и компонентную CN-модель параллельной распределенной системы, представляющие ориентированные графы с двумя типами вершин, соединенных между собой дугами, при этом каждая дуга соединяет вершины разных типов. Детальная модель Петри N описывается упорядоченной пятеркой: $N=(P,T,F,W,M_0)$, где $P \bigcup T$ — конечное множество вершин, $F \subseteq P \times T \bigcup T \times P$ — отношение инцидентности между местами (вершинами из множества P) и переходами (вершинами из множества T), $W: F \to N \setminus \{0\}$ и $M_0: P \to N$ — соответственно функции кратности дуг и начальной разметки. Детальная модель представляет собой обыкновенную сеть Петри, досконально моделирующую процессы исследуемой системы. Компонентная модель (CN-модель или CN-сеть), предложенная в [14], — это набор $CN=(P', T', F', W', M'_0)$, где $P' = P_1 \bigcup P_2$ — конечное множество мест (P_1 — конечное множество компонент-мест, P_2 — конечное множество мест сетей Петри, оставшихся после выделения компонент-мест), $T' = T_1 \bigcup T_2$ — конечное множество переходов, состоящее из подмножеств T_1 и T_2 (соответственно множество компонент-переходов и множество переходов в смысле переходов сетей Петри, оставшихся после выделения компонент-переходов), $F' \subseteq \subseteq P' \times T' \bigcup T' \times P'$ — отношение инцидентности между местами и переходами, $W': F' \to N \setminus \{0\}$ — функция кратности дуг, M'_0 — начальная разметка сети.

Компонентная сеть представляет собой сеть Петри, в которой в отличие от детальной модели N выделенные составные компоненты аккумулированы в компоненты-места Cp и компоненты-переходы Ct. (Формальные определения составных компонент Cp и Ct даны в работе [12].)

Отметим особенности определения составных компонент. Так, компонента-место представляет участок сети, моделирующий некоторый однотипный процесс детальной модели исследуемой системы, начинающийся и заканчивающийся местом (местами). Входные и выходные места компоненты Cp, как элемента CN-сети, не имеют соответственно входящих и исходящих дуг, а сама компонента Cp в CN-сети представляется местом и имеет входящие и исходящие дуги. Аналогично компонента-переход представляет участок сети, моделирующий некоторый однотипный процесс исследования, начинающийся и заканчивающийся переходом (переходами). Начальные и заключительные переходы компоненты Ct, как элемента CN-сети, не имеют соответственно входящих и исходящих дуг, компонента Ct в CN-сети представляется переходом и имеет входящие и исходящие дуги.

Для иллюстрации компонентной сети на рис. 1,*а* показана CN-сеть из работы [15], моделирующая алгоритмическую схему криптографического протокола Диффи-Хэллма. Она позволяет получать двум сторонам общий секретный ключ, предназначенный для обмена конфиденциальной информацией. Такая CN-сеть в качестве составных компонент содержит одинаковые компоненты-переходы T_1^*, T_2^*, T_3^*, T_4^*, внутренняя структура которых одинакова (рис. 1,*б*). Эти компоненты моделируют один процесс (но с разными данными) создания ключа по формуле $q^x \mathrm{mod}\ (n)$, где x — случайное число одного из пользователей; n и q — большие простые числа, известные обоим пользователям. На рис. 1,*б* переходы $t1$ и $t4$ соответствуют вводу данных x, n и q; переходы $t2$ и $t3$ — вычислению значения q^x, переходы $t5$ и $t6$ соответствуют вычислению значения $q^x \mathrm{mod}\ (n)$, переходы $t7$ и $t8$ — выводу данных. При этом в самой CN-сети (рис. 1,*а*) переходы $t1$ и $t2$ соответствуют вводу данных, компоненты T_1^* и T_2^* — вычислению по вышеуказанной схеме промежуточных ключей соответственно для первого и второго пользователей. Компоненты T_3^* и T_4^*, используя полученные данные от вычислений, смоделированных компонентами T_1^* и T_2^* по той же схеме, соответствуют вычислениям общего секретного ключа для двух пользователей, участвующих в процессе обмена конфиденциальной информацией.

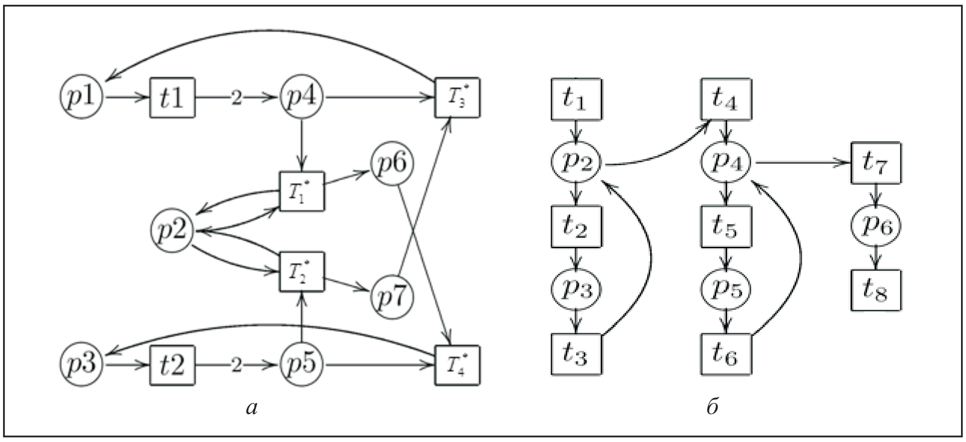

Рис. 1. Компонентная сеть Петри с компонентами-переходами T_1^*, T_2^*, T_3^*, T_4^* (*а*) и внутренняя структура этих одинаковых компонент (*б*)

Среди выделенных составных компонент могут быть как одинаковые, так и однотипные. В работах [11, 16] определены понятия одинаковых и однотипных составных компонент компонентной сети Петри. Отметим, что одинаковые составные компоненты моделируют одинаковые процессы, и модели этих компонент полностью совпадают. Однотипные или относящиеся к одному типу составные компоненты моделируют однотипные процессы и отличаются только количеством одинаковых параллельных процессов.

Замечание 1. Учитывая особенности определения одинаковых и однотипных составных компонент, естественно обозначать в одинаковых и однотипных составных компонентах одинаковыми символами соответствующие места и переходы и одинаковыми символами соответствующие места и переходы в одинаковых параллельных процессах.

На рис. 2 показаны однотипные составные компоненты — компоненты-места *CN*-сети из [11], являющейся моделью схемы движения железнодорожного транспорта (ДЖТ) для железнодорожного узла, который обеспечивает взаимодействие и согласованную работу специализированных станций. Эти компоненты моделируют ДЖТ трех тупиковых станций, принимающих и отправляющих поезда в одном направлении. Так, на рис. 2, *а*, *б* показаны компоненты, моделирующие ДЖТ станций с одной входной колеей и соответственно с тремя и пятью внутренними путями, на рис. 2, *в* показана компонента, моделирующая ДЖТ станции с двумя входными колеями и пятью внутренними путями. Эти компоненты отличаются одна от другой только количеством одинаковых параллельных процессов: в компоненте на рис. 2, *б* — на этапе срабатывания III, в компоненте на рис. 2, *в* – на этапах срабатывания I–IV. При этом в компонентах место $p3$ и переход b моделируют функционирование одной колеи, переходы a и c — вход и выход поездов со станции по одной колее, место $p4$ обеспечивает исключение конкуренции для поездов на входе и выходе со станции, места $p2$ и $p5$ моделируют соответственно условия наличия поездов для входа и выхода со станции.

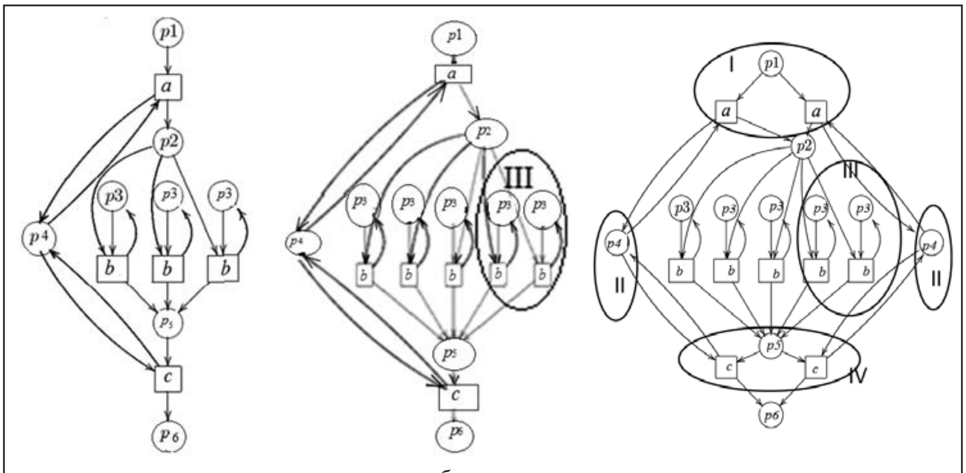

Рис. 2. Однотипные компоненты-места (места и переходы обозначены согласно замечанию 1)

ОБЛАСТИ ОТНОШЕНИЯ КОМПОНЕНТЫ

Обозначим N_{C_k} $(k = 1, 2, \dots, n)$ составные компоненты компонентной сети Петри вне зависимости от типа компоненты (компоненты-места или компоненты-перехода). С одной стороны, составная компонента N_{C_k} в *CN*-сети представляется либо местом P_k^*, либо переходом $T_k^* : \{P_k^*, T_k^*\} \in CN$. С другой стороны, эта же компонента N_{C_k} для детальной модели N исследуемой системы представляется участком этой сети, при этом $N_{C_k} \subset N$.

Определение 1. Отношением компоненты назовем отношение χ, рассматриваемое на множестве вершин детальной модели Петри N и удовлетворяющее следующим условиям:

1) для каждой вершины $a \in N$ и отношения χ выполняется $a\chi a$;

2) для двух вершин $a \in N$, $b \in N$ и отношения χ выполняется $a\chi b$, если a и $b \in N_{C_k}$ — вершины одной составной компоненты N_{C_k}.

Каждую вершину сети N, не вошедшую ни в одну из составных компонент N_{C_k}, можно рассматривать как компоненту, состоящую из одной вершины, что не противоречит определениям составных компонент, данным в [12], и определению 1. Назовем такую компоненту единичной компонентой и обозначим $N_{C_{e_i}}$ $(i = 1, \ldots, m)$.

Очевидно, отношение χ, рассматриваемое на множестве вершин детальной модели Петри N, рефлексивно, симметрично, транзитивно, является отношением эквивалентности. Тогда компоненты $N_{C_k} \subset N$ $(k = 1, 2, \ldots, n, e_i)$ представляют собой классы эквивалентности отношения χ. Такой класс будем называть областью отношения компоненты N_{C_k}.

Множество вершин сети N с отношением эквивалентности χ представляет объединение непересекающихся областей отношения компоненты, которые образуют разбиение множества вершин сети N. Для области отношения компоненты $N_{C_k} \subset N$ выполняются условия:

1) $\forall a, b \in N_{C_k} : a\chi b$, при этом очевидно, что если компонента единичная $(k = e_i)$, то $b = a$;

2) $\forall a \in N : a \notin N_{C_k} \Rightarrow \exists\, b \in N_{C_k} : \neg\,(a\chi b)$.

Теорема 1. Области отношения однотипных составных компонент N_{C_i} и N_{C_j} совпадают, в противном случае они не имеют общих элементов.

Доказательство. Рассмотрим однотипные составные компоненты N_{C_i} и N_{C_j}, которые отличаются только количеством одинаковых параллельных процессов. Вершины этих компонент имеют обозначения согласно замечанию 1; отметим, что N_{C_i} — компонента с меньшим числом одинаковых параллельных процессов. Пусть вершина x — произвольный элемент области отношения компоненты N_{C_i}. Это означает, что x находится в отношении χ с любой вершиной в компоненте N_{C_i}. Учитывая, что N_{C_i} и N_{C_j} — однотипные составные компоненты, такая вершина x имеется и в компоненте N_{C_j}, и согласно замечанию 1 никаких других пар $x\chi y$ для всякой вершины $y \in N_{C_j}$ (кроме пар $x\chi y$ для любой вершины $y \in N_{C_i}$) в области отношения компоненты N_{C_j} не появится. Следовательно, области отношения компонент N_{C_i} и N_{C_j} совпадают.

Предположим теперь, что вершина $a \in N_{C_i}$ и $a \in N_{C_j}$. Тогда a находится в отношении χ с любой вершиной в компоненте N_{C_i} (пусть вершиной b) и с любой вершиной из N_{C_j} (пусть вершиной c). Отсюда в силу симметричности и транзитивности отношения эквивалентности χ имеет место $b\chi c$ и, значит, области отношения однотипных компонент N_{C_i} и N_{C_j} могут только совпадать.

ЭПИМОРФИЗМ ДЕТАЛЬНОЙ И КОМПОНЕНТНОЙ СЕТЕЙ ПЕТРИ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЫ

CN-модель является результатом некоторого преобразования γ модели N. Преобразование γ модели N, на множестве вершин которой задано отношение χ, в *CN*-модель удовлетворяет следующим условиям.

1°. Если составная компонента N_{C_k} — компонента-место, то для любых элементов $a, b \in N_{C_k} : a\chi b \Leftrightarrow \gamma(a) = \gamma(b) = P_k^*$.

2°. Если составная компонента N_{C_k} — компонента-переход, то для любых элементов $a, b \in N_{C_k} : a\chi b \Leftrightarrow \gamma(a) = \gamma(b) = T_k^*$.

3°. Если $N_{C_{e_i}}$ — место p сети N, то выполняется равенство $\gamma(p) = p$; верно и обратное.

4°. Если $N_{C_{e_i}}$ — переход t сети N, то выполняется равенство $\gamma(t) = t$; верно и обратное.

Покажем, что отображение $\gamma: N \to CN$ является сюръективным гомоморфизмом, т.е. эпиморфизмом.

Теорема 2. Преобразование γ модели N, на множестве вершин которой задано отношение компоненты χ, в CN-модель является сюръективным отображением.

Доказательство. При построении компонентной сети выделенные в сети N составные компоненты оформляются в виде компонент-мест P_k^* и компонент-переходов T_k^* ($k = 1, 2, \ldots, n$), вершины которых находятся в отношении компоненты χ. Рассматриваемое преобразование осуществляется в результате отображения $\gamma: N \to CN$. Отображение γ удовлетворяет условиям 1°–4°, согласно которым каждой вершине детальной модели N ставится в соответствие вершина компонентной сети (CN-модели) так, чтобы каждая вершина графа CN-модели стала образом хотя бы одной вершины графа модели N. Следовательно, отображение γ является сюръективным отображением множества вершин модели N на множество вершин CN-модели.

На множестве вершин рассматриваемой сети N заданы два бинарных отношения: F — отношение инцидентности и χ — отношение компоненты. После выделения в сети N составных компонент N_{C_k} ($k = 1, 2, \ldots, n$; e_i), выявления областей компоненты и построения компонентной сети на множестве вершин CN-сети определяются следующие бинарные отношения:

1) отношение инцидентности F', которое устанавливается между разноименными областями компонент модели N или (что то же самое) между элементами (местами и переходами) CN-сети;

2) отношение компоненты χ', которое устанавливается на множестве вершин компонетной модели Петри CN или (что то же самое) на множестве компонент N_{C_k} ($k = 1, 2, \ldots, n$; e_i), являющихся по построению CN-сети ее вершинами; при этом для каждой вершины $a \in CN$ выполняется $a\chi' a$.

Следовательно, на множестве вершин детальной и компонентной сетей действуют соответствующие отношения: отношения инцидентности F, F' и отношения компонент χ, χ'. При этом существует «согласованность» отношений инцидентности F и F' и отношений компонент χ и χ'. Рассмотрим все возможные случаи.

1. Пусть a и b — вершины сети N, которые не попали ни в одну из составных компонент N_{C_k} ($k = 1, 2, \ldots, n$), и имеет место aFb (вершина a находится в отношении инцидентности F с вершиной b). Тогда каждая такая вершина является соответствующей единичной компонентой $N_{C_{e_i}}$ и согласно построению CN-сети, сети N и условиям 3°, 4° преобразования γ можно свидетельствовать о «согласованности» совпадения отношений инцидентности F и F' для смежных вершин сети, не попавших ни в одну из составных компонент. Поэтому если для таких вершин a и b сети N есть соединяющая их дуга в N, то и для вершин $\gamma(a) = a$ и $\gamma(b) = b$ CN-сети есть соединяющая их дуга в CN. Следовательно, имеет место $\gamma(a) F' \gamma(b)$ (образ вершины a находится в отношении инцидентности F' с образом вершины b), а значит, выполняется следование $\gamma(aFb) \Rightarrow \gamma(a) F' \gamma(b)$.

2. Пусть вершины $a, b \in N$ и находятся в отношении инцидентности F, при этом вершина $b \in Cp$ (b — элемент некоторой компоненты-места Cp), а вершина a либо: 1′) не принадлежит никакой компоненте, либо: 2′) принадлежит некоторой другой компоненте (в данном случае только компоненте-перехода Ct). Вследствие инцидентности вершин a и b в случае 1′ вершина a — переход, а вершина b — место, являющееся начальным (входным) местом компоненты Cp. Согласно условиям 4° и 1° преобразования γ имеем, что $\gamma(a) = a$ — переход, $\gamma(b) = P_k^*$ — место CN-сети. Следовательно, в CN-сети выполняется $\gamma(a) F' \gamma(b)$. В случае 2′ вершина a — переход, являющийся заключительным (выходным) переходом компоненты Ct. Согласно условиям 2° и 1° преобразования γ имеем, что

$\gamma(a)=T_k^*$ — переход, а $\gamma(b)=P_k^*$ — место *CN*-сети. Следовательно, в *CN*-сети наблюдается $\gamma(a)F'\gamma(b)$. А значит, и в случае 2 имеет место $\gamma(aFb)\Rightarrow\gamma(a)F'\gamma(b)$.

3. Пусть вершины $a, b\in N$ и находятся в отношении инцидентности F, при этом вершина $b\in Ct$ (b является элементом некоторой компоненты-перехода Ct), а вершина a либо: 1″) не принадлежит никакой компоненте, либо: 2″) принадлежит некоторой другой компоненте (здесь может быть только компонента-место Cp). Тогда в случае 1″ вершина a — место, а вершина b — переход, являющийся начальным (входным) переходом компоненты Ct, и согласно условиям 3° и 2° преобразования γ имеем, что $\gamma(a)=a$ — место, $\gamma(b)=T_k^*$ — переход *CN*-сети, а значит, в *CN*-сети выполняется $\gamma(a)F'\gamma(b)$. В случае 2″ вершина a — место, являющееся заключительным (выходным) местом компоненты Cp, и согласно условиям 1° и 2° преобразования γ имеем, что $\gamma(a)=P_k^*$ — место, а $\gamma(b)=T_k^*$ — переход *CN*-сети. Следовательно, в *CN*-сети выполняется $\gamma(a)F'\gamma(b)$, а значит, и в случае 3 имеет место $\gamma(aFb)\Rightarrow\gamma(a)F'\gamma(b)$.

Аналогичный результат устанавливается и для случаев 4 и 5, когда вершины $a,b\in N$ и находятся в отношении инцидентности F, $a\in Cp$ (Ct), а $b\notin N_{C_k}$ ($k=1,2,\dots,n$) или $b\in Ct$ ($b\notin N_{C_k}$ или $b\in Cp$).

6. Пусть вершины a и b сети N принадлежат некоторой составной компоненте N_{C_k}. Вне зависимости от инцидентности вершин a и b согласно определениям составных компонент [12] в компоненте N_{C_k} должна находиться хотя бы еще одна вершина $c\in N_{C_k}$, инцидентная по отношению F либо вершине a, либо вершине b, или вершина a будет инцидентна по отношению F вершине c, или вершина b инцидентна по отношению F вершине c. При отображении γ образами всех этих вершин, в зависимости от типа составной компоненты N_{C_k}, является либо вершина P_k^*, либо вершина T_k^* *CN*-сети, которая согласно введенному на множестве вершин *CN*-сети отношению компоненты χ' находится в отношении χ' сама с собой. Тогда вершины a и b сети N, принадлежащие одной составной компоненте N_{C_k} и находящиеся в отношении инцидентности $F: aFb$, находятся в отношении $\chi: a\chi b$ и при отображении γ имеет место следование $\gamma(a\chi b)\Rightarrow$ $\Rightarrow\gamma(a)\chi'\gamma(b)$. А значит, для рассматриваемого случая 6 при отображении γ с учетом выполнения для него условий 1° и 2° имеет место следование

$$\gamma(aFb)\Rightarrow\gamma(a\chi b)\wedge\gamma(a\chi b)\Rightarrow\gamma(a)\chi'\gamma(b),$$

где $\gamma(a)\chi'\gamma(b)$ равно $P_k^*\chi' P_k^*$ или $T_k^*\chi' T_k^*$ в зависимости от того, какой составной компонентой является компонента N_{C_k} ($k=1,2,\dots,n$). Полученный вывод в случае отображения ориентированных графов с одним типом вершин интерпретируется как результат, при котором образом дуги является петля.

Согласно случаям 1–6 при отображении γ множество вершин $P\bigcup T$ детальной модели N, на котором определены два бинарных отношения: отношение инцидентности F и отношение компоненты χ, распадается на попарно непересекающиеся множества прообразов: $P\bigcup T=\bigcup\limits_{a\in P'\bigcup T'}\gamma^{-1}(a)$, где $\gamma^{-1}(a)$ — все вершины сети N, имеющие один и тот же образ a в $\gamma(N)$. Следовательно, $\gamma^{-1}(a)$ — класс эквивалентности отношения χ, т.е. представляет собой область отношения компоненты.

Итак, при отображении $\gamma: N\to CN$ каждый класс эквивалентности, построенный на множестве вершин детальной модели Петри N по отношению компоненты χ, а значит, каждая вершина соответствующей составной компоненты N_{C_k} ($k=e_i$, $1,2,\dots,n$; $i=1,2,\dots,m$), отображается в соответствующую одну вершину компонентной *CN*-модели с сохранением условия инцидентности для образов вершин сети N. Следовательно, рассмотренное отображение $\gamma: N\to CN$ является гомоморфизмом для сетей Петри с составными компонентами. Такой подход обосновывает следующую теорему.

Теорема 3. Пусть на множестве вершин детальной модели Петри N задано отношение компоненты χ. Тогда отображение $\gamma : N \to CN$ является гомоморфизмом, при котором выполняется следование

$$\gamma(aFb) \Rightarrow \gamma(a)F'\gamma(b), \tag{1}$$

где F и F' — соответственно отношения инцидентности моделей N и CN.

В случае принадлежности вершин сети N одной составной компоненте N_{C_k} $(k = 1, 2, \dots, n)$ следование (1) принимает вид

$$\gamma(a\chi b) \Rightarrow \gamma(a)\chi'\gamma(b), \tag{2}$$

где χ, χ' — соответственно отношения компоненты моделей N и CN.

ФАКТОР-МОДЕЛЬ

В результате рассмотрения на множестве вершин детальной модели Петри N рефлексивного, симметричного и транзитивного отношения — отношения компоненты χ можно свидетельствовать о введении факторизации на множестве вершин детальной модели Петри исследуемой системы и получении сети N / χ — фактор-модели по отношению χ. В фактор-модели N / χ в результате отношения χ вершины сети N (области отношения компонент $N_{C_{e_i}}$) и участки сети N (области отношения компонент N_{C_k} $(k = 1, 2, \dots, n)$) индуцированы в вершины новой сети N / χ. Имеет место очевидная теорема.

Теорема 4. Образ отображения $\gamma : N \to CN$ находится в биективном соответствии с фактор-моделью N / χ.

Следствие 1. CN-модель изомофна фактор-модели N / χ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Установлено, что связь между детальной сетью N и компонентной CN-моделью Петри, основанная на преобразовании сети N в CN-сеть, т.е. инкапсуляции участков (составных компонент N_{C_k} $(k = 1, 2, \dots, n)$ — компонент-мест Cp и компонент-переходов Ct) сети N соответственно в места P_k^* и переходы T_k^* сети CN, является сюръективным гомоморфизмом для сетей Петри с составными компонентами. При этом доказано, что выделенные при компонентном моделировании [11, 14] составные компоненты являются областями отношения компоненты, которые образуют разбиение множества вершин детальной модели Петри на непересекающиеся классы эквивалентности. Это позволило построить сеть N / χ — фактор-модель модели N по отношению χ, изоморфную CN-модели, т.е. получить для исследуемой параллельной распределенной системы две изоморфные модели: в виде CN-сети и N / χ-сети.

Рассматриваемая инкапсуляция относится к проблеме декомпозиции сетей Петри. Изучаемый подход позволяет рассматривать модели N и CN с точки зрения некоторого отношения подобия, отвечающего введенному отношению компоненты и установленному гомоморфизму исследуемых сетей, и не зависит от подхода, предложенного в работах [17, 18] и основанного на декомпозиции сетей Петри на функциональные подсети. Изучаемый подход к проблеме декомпозиции сетей Петри может быть применен и для изучения цветных и с некоторыми вариациями временных сетей Петри.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Котов В.Е. Сети Петри. — М.: Наука, 1984. — 160 с.
2. Murata T. Petri nets: Properties, analysis and applications // Proc. IEEE. — 1989. — **77**, N 4. — P. 541–580.

3. Esparza J., Heljanko K. Unfoldings: A partial-order approach to model checking // EATCS Monographs in Theoret. Comput. Sci. — ISBN: 978-3-540-77425-9. — New York: Springer-Verlag, 2008. — 172 p.
4. Крывый С.Л., Матвеева Л.Е. Формальные методы анализа свойств систем // Кибернетика и системный анализ. — 2003. — № 2. — С. 15–36.
5. Bednarczyk M.A., Borzyszkowski A.M., Somla R. Finite completeness of categories of Petri nets // Fundamenta Informaticae. – 2000. — **43**. — P. 21–48.
6. Meseguer J., Montanari U. On the semantics of Petri nets // Lect. Notes Comput. Sci. — 1992. — **630**. — P. 286–301.
7. Meseguer J., Montanari U., Sassone V. Process versus unfolding semantics for Place / Transition Petri nets // Theoret. Comput. Sci. — 1996 — **153**. — P. 71–210.
8. MacLane S. Categories for the working mathematician. Graduate texts in mathematics. — New York: Springer, 1998. — 314 p.
9. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. — 3-е изд. — М.: Наука, 1972. — 256 с.
10. Келли Дж.Л. Общая топология. — 2-е изд. — М.: Наука, 1981. — 423 с.
11. Лукьянова Е.А., Дереза А.В. Исследование однотипних структурных элементов *CN*-сети в процессе компонентного моделирования и анализа сложной системы с параллелизмом // Кибернетика и системный анализ. — 2012. — № 6. — С. 20–29.
12. Лукьянова Е.А. О структурных элементах компонентной сети Петри // Проблеми програмування. — 2012. — № 2–3. — С. 25–32.
13. Лук'янова О.О. Про прискорення обчислень знаходження структурних інваріантів при компонентному аналізу CN_I-мереж // Вісн. Київ. нац. ун-ту ім. Тараса Шевченка. Сер.: фіз.-мат. науки. — 2012. — № 2. — С. 25–32.
14. Лук'янова О.О. Про компонентне моделювання систем з паралелізмом // Наук. записки НаУКМА. Комп'ютер. науки. — 2012. — **138**. — С. 47–52.
15. Лукьянова Е.А., Дереза А.В. Об одном процессе верификации алгоритмических схем // Intern. conf. «Intellegent Informations Processing», IIP-8. — М.: МАКС Пресс, 2010. — С. 299–302.
16. Лук'янова О.О. Про зв'язок мови *CN*-моделі з компонентами-переходами і мови детальної моделі Петрі паралельної розподіленої системи // Вісн. Київ. нац. ун-ту ім. Тараса Шевченка. Сер.: фіз.-мат. науки. — 2012. — № 4. — С. 145–150.
17. Зайцев Д.А. Декомпозиция сетей Петри // Кибернетика и системный анализ. — 2004. — № 5. — С. 131–140.
18. Зайцев Д.А. Композиционный анализ сетей Петри // Там же. — 2006. — № 1. — С. 143–154.

Поступила 19.07.2013