

УДК 539.3

ВЫНУЖДЕННЫЕ РЕЗОНАНСНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ДИССИПАТИВНЫЙ РАЗОГРЕВ ТРЕХСЛОЙНОЙ ТОЛСТОСТЕННОЙ ШАРНИРНО ОПЕРТОЙ ВЯЗКОУПРУГОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПАНЕЛИ С НЕЗАВИСЯЩИМИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ СВОЙСТВАМИ

В. И. КОЗЛОВ*, В. Г. КАРНАУХОВ*, В. М. СИЧКО**, А. В. ЗАВГОРОДНИЙ**

*Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, Киев

**Николаевский государственный университет им. В. А. Сухомлиńskiego

Одержано 23.02.2010

Рассмотрена связанная трехмерная задача о вынужденных гармонических колебаниях и диссипативном разогреве трехслойной толстостенной вязкоупругой цилиндрической панели с шарнирным опиранием торцов при действии на нее внешнего равномерного поверхностного гармонического давления. Учтено взаимодействие механических и тепловых полей в предположении о независимости свойств материала от температуры. Разработан конечно-элементный метод решения динамической задачи вязкоупругости и задачи теплопроводности с известным источником тепла. Рассчитаны амплитудно- и температурно-частотные характеристики, а также зависимости собственной частоты, коэффициента демпфирования, максимальных амплитуды и температуры разогрева от толщины демпфирующего среднего слоя панели при колебаниях на первой изгибной моде.

Розглянуто зв'язану тривимірну задачу про вимушені гармонічні коливання й дисипативний розігрів тришарової товстостінної в'язкоупругої циліндричної панелі з шарнірним опиранням торців при дії на неї зовнішнього рівномірного поверхневого гармонічного тиску. Враховано взаємодію механічних і теплових полів за припущення про незалежність властивостей матеріалу від температури. Розроблено скінченно-елементний метод розв'язання динамічної задачі в'язкоупругості та задачі теплопровідності з відомим джерелом тепла. Розраховані амплітудно- й температурно-частотні характеристики, а також залежності власної частоти, коефіцієнта демпфування, максимальних амплітуди й температури розігріву від товщини демпфіруючого середнього шару панелі при її коливаннях на першій згинній моді.

The paper deals with solving of coupled three-dimensional problem on forced harmonic vibration and dissipative heating of a viscoelastic three-layer thick cylindrical panel with simply supported edges under action of uniform harmonic external surface pressure. Coupling of the mechanical and thermal fields is taken into account and the material properties are chosen independent from temperature. A finite-element method is developed for solving of the dynamic viscoelastic problem and the problem of a thermal conductivity with known thermal source. For the panel vibrating on the first bending mode, the amplitude- and temperature-frequency characteristics have been calculated as well, as dependencies of natural frequency, damping coefficient, maximal amplitude and heating temperature on the thickness of damping middle layer of the panel.

ВВЕДЕНИЕ

Во многих областях современной техники толстостенные вязкоупругие цилиндрические панели из полимерных материалов и композитов на их основе широко используются в качестве конструктивных элементов [1]. Связано это прежде всего с уникальными свойствами таких материалов, позволяющими повысить надежность и долговечность конструкции, снизить их материал- и энергоемкость. В ряде случаев за счет их использования удается создать принципиально новые конструкции машин, механизмов, аппаратуры и др. Из-за присущих вязкоупругим материалам высоких гистерезисных потерь, они и композиты на их основе особенно получили широкое распространение при разработке технологий демпфи-

вания колебаний конструкций. В связи с этим возрастает потребность в разработке эффективных и достаточно обоснованных моделей, описывающих поведение таких материалов в условиях механического и температурного воздействия.

Один из самых распространенных типов нагружения элементов конструкций – длительное циклическое нагружение, изучение которого приводит к необходимости учета связанности механических и тепловых полей. Такой учет представляет принципиальный теоретический интерес, позволяя полнее, глубже и точнее описать поведение элементов конструкции при электромеханических и тепловых воздействиях, выявить ряд качественно новых эффектов и оценить границы применимости несвязанных теорий. Взаимодействие механических, тепловых и электромаг-

тных полей важно при оценке несущей способности конструкции из указанных материалов, в частности, различного рода амортизаторов [2], крупногабаритных пневматических шин [3], твердо-топливных двигателей [4], гидроакустических систем [5], а также при изучении эффективности вибродемпфирования стержневых, пластинчатых, оболочечных и пространственных элементов конструкций [6]. На эффектах связанности основано функционирование многих технологических процессов, в частности, ультразвуковая сварка пластмасс [7, 8], гипертермия [9], работа электро-механических излучателей и приемников звука [5] и др.

Исходя из сказанного, возникает необходимость в решении ряда фундаментальных проблем механики деформированного твердого тела, связанных с:

- 1) разработкой моделей термомеханического поведения композитных и полимерных материалов при механических и тепловых воздействиях;
- 2) разработкой математических методов решения краевых задач с учетом связанности указанных полей;
- 3) решением конкретных задач с целью выявления новых эффектов, порождаемых взаимодействием механических и тепловых полей.

Одной из специфических особенностей поведения элементов конструкций из полимерных и композитных материалов при гармоническом нагружении (особенно, на резонансных частотах) является повышение температуры в результате гистерезисных потерь в материалах – так называемый диссипативный разогрев. Длительное гармоническое нагружение из-за высокой чувствительности свойств полимерных материалов к температуре, малой теплопроводности и значительных гистерезисных потерь может привести к резкому повышению температуры в результате преобразования механической энергии в тепловую. Диссипативный разогрев может существенно повлиять на все стороны механического поведения элементов конструкции из полимерных и композитных материалов – распределение механических полей, амплитудно-частотные характеристики, статическую и динамическую устойчивость тонкостенных элементов конструкций, эффективность пассивного и активного демпфирования колебаний и др.

Основные достижения в термомеханике связанных полей при механическом и электрическом нагружении отражены в монографиях [2, 10–17] и

в обзорных статьях [18–25]. Следует отметить, что основное внимание в этих работах было сосредоточено на решении двумерных задач. Решение трехмерных динамических задач термомеханики с учетом взаимодействия механических и тепловых полей в литературе отсутствуют.

В данной работе получено конечно-элементное решение трехмерной динамической задачи о колебаниях и диссипативном разогреве толстостенной цилиндрической панели из изотропного вязкоупругого материала при моногармоническом механическом нагружении с учетом взаимодействия механических и тепловых полей. Рассматривается случай, когда механические и теплофизические свойства материала не зависят от температуры. В этом случае решение исходной нелинейной задачи сводится к последовательному решению трех задач:

- 1) трехмерной задачи о вынужденных колебаниях толстостенной вязкоупругой цилиндрической панели при моногармоническом механическом нагружении;
- 2) расчету диссипативной функции по известному механическому состоянию тела;
- 3) решению нестационарной задачи теплопроводности с известным источником тепла, определяемым диссипативной функцией.

Для моделирования механического поведения неупругого материала при моногармонических колебаниях используем концепцию комплексных характеристик, разработанную в монографии [17]. Механические граничные условия отвечают случаю шарнирного опирания торцов цилиндрической панели.

Полученные в данной работе результаты позволяют оценить пределы применимости различного рода механических гипотез теории пластин и оболочек – классических гипотез Кирхгоффа – Лява и уточненных теорий, учитывающих деформации поперечного сдвига. Разработанный метод является основой для решения связанных задач термомеханики с учетом физической нелинейности, порождаемой зависимостью свойств материала от температуры и связанностью механических и тепловых полей, а также зависимостью механических свойств материалов от амплитуд деформаций или напряжений. Для этого необходимо использовать итерационные методы, сводящие исходную существенно нелинейную задачу к последовательности линейных задач механики и теплопроводности с известным источником тепла.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим толстостенную вязкоупругую цилиндрическую панель, отнесенную к цилиндрической системе координат (z, r, θ) . Считаем, что механические и теплофизические свойства материала не зависят от температуры. Объект находится под действием изменяющегося по гармоническому закону поверхностного давления с частотой, близкой к резонансной его частоте. Механическое поведение неупругого материала описывается концепцией комплексных характеристик [17]. При этом динамическая задача сводится к решению трехмерных уравнений теории вязкоупругости в цилиндрической системе координат [17, 26, 27]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\sigma_{zr})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{z\theta}}{\partial \theta} + \rho\omega^2 w = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\sigma_{rr})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} - \\ - \frac{\sigma_{\theta\theta}}{r} + \rho\omega^2 u = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\sigma_{\theta r})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} - \\ - \frac{\sigma_{r\theta}}{r} + \rho\omega^2 v = 0, \end{aligned}$$

где σ_{ij} – амплитудные значения компонент тензора напряжений; w, u, v – компоненты вектора перемещений; ρ – плотность материала; ω – частота колебаний.

На части поверхности тела Σ_p , где заданы поверхностные силы \vec{p}_n , тензор напряжений удовлетворяет следующим граничным условиям:

$$p_{\alpha n} = \sigma_{\alpha\beta} l_{\beta n}. \quad (2)$$

Здесь l_{β} ($\beta=1, 2, 3$) – направляющие косинусы внешней нормали \vec{n} к поверхности тела Σ_p ; $p_{\alpha n}$ – проекции поверхностных сил на оси цилиндрической системы координат. На другой части поверхности тела Σ_U , вообще говоря, могут быть заданы компоненты вектора перемещений.

Тензор малой деформации связан с вектором пе-

ремещений соотношениями Коши [17, 26, 27]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{\partial u_r}{\partial r}, \\ \varepsilon_{\theta} &= \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u_{\theta}}{\partial \theta} + u_r \right), \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial u_z}{\partial z}, \\ \varepsilon_{r\theta} = \varepsilon_{\theta r} &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial \theta} - u_{\theta} \right) + \frac{\partial u_{\theta}}{\partial r} \right], \\ \varepsilon_{rz} = \varepsilon_{zr} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right), \\ \varepsilon_{z\theta} = \varepsilon_{\theta z} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_{\theta}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

Для замыкания системы (1), (3) ее необходимо дополнить уравнениями состояния, которые при гармонических колебаниях вязкоупругого тела из изотропного вязкоупругого материала имеют вид [17, 26, 27]:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= 2\mu\varepsilon_r + \lambda\varepsilon_{kk}, & \sigma_{\theta} &= 2\mu\varepsilon_{\theta} + \lambda\varepsilon_{kk}, \\ \sigma_z &= 2\mu\varepsilon_z + \lambda\varepsilon_{kk}, & \sigma_{r\theta} &= 2\mu\varepsilon_{r\theta}, \\ \sigma_{rz} &= 2\mu\varepsilon_{rz}, & \sigma_{z\theta} &= 2\mu\varepsilon_{z\theta}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\varepsilon_{kk} = \varepsilon_r + \varepsilon_{\theta} + \varepsilon_z$. Здесь все величины являются комплексными:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sigma'_r + i\sigma''_r, & \varepsilon_r &= \varepsilon'_r + i\varepsilon''_r, \\ \lambda_r &= \lambda'_r + i\lambda''_r, & \mu_r &= \mu'_r + i\mu''_r. \end{aligned}$$

Подстановка соотношений (3), (4) в уравнения движения (1) и в граничные условия (2) дает постановку динамической задачи о колебаниях вязкоупругого тела вращения в перемещениях. При этом комплексная система дифференциальных уравнений в перемещениях по форме совпадает с соответствующими уравнениями для упругого тела, если в них заменить все величины на комплексные. При учете зависимости комплексных характеристик от температуры она приобретает

вид [17, 26, 27]:

$$\begin{aligned} & \mu \nabla^2 u_r + (\lambda + \mu) \frac{\partial \varepsilon_{kk}}{\partial r} - \\ & - \mu \frac{u_r}{r^2} - \frac{2\mu}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + 2 \frac{\partial \mu}{\partial r} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial \mu}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right) + \\ & + \frac{\partial \mu}{\partial z} \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) + \\ & + \varepsilon_{kk} \frac{\partial \lambda}{\partial r} + \rho \omega^2 u_r = 0, \\ & \mu \nabla^2 u_\theta + \frac{\lambda + \mu}{r} \frac{\partial \varepsilon_{kk}}{\partial \theta} - \mu \frac{u_\theta}{r^2} + \frac{2\mu}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \\ & + \frac{\partial \mu}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right) + \\ & + \frac{2}{r} \frac{\partial \mu}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} \right) + \\ & + \frac{\partial \mu}{\partial z} \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \right) + \\ & + \frac{\varepsilon_{kk}}{r} \frac{\partial \lambda}{\partial \theta} + \rho \omega^2 u_\theta = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \mu \nabla^2 u_z + (\lambda + \mu) \frac{\partial \varepsilon_{kk}}{\partial z} + \\ & + \frac{\partial \mu}{\partial r} \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) + \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial \mu}{\partial \theta} \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \right) + \\ & + 2 \frac{\partial \mu}{\partial z} \frac{\partial u_z}{\partial z} + \varepsilon_{kk} \frac{\partial \lambda}{\partial z} + \rho \omega^2 u_z = 0. \end{aligned}$$

Температурное поле диссипативного разогрева находится из решения уравнения теплопроводности [17, 26, 27]

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_q \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_q r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \\ & + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\lambda_q r \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) = c \rho \frac{\partial T}{\partial t} - D \end{aligned} \quad (6)$$

с начальными

$$T = T_0 \quad \text{при} \quad t = t_0 \quad (7)$$

и граничными условиями конвективного теплообмена с окружающей средой, температура которой T_c :

$$\lambda_q \frac{\partial T}{\partial n} = -\alpha_T (T - T_c). \quad (8)$$

Здесь λ_q – коэффициенты теплопроводности; α_T – коэффициент теплоотдачи; c – коэффициент удельной массовой теплоемкости материала.

Фигурирующая в уравнении энергии (6) диссипативная функция D определяется по формуле

$$D = \frac{\omega}{2} (\sigma'_{ij} \varepsilon'_{ij} - \sigma''_{ij} \varepsilon''_{ij}). \quad (9)$$

Для оценки эффективности пассивного демпфирования вынужденных колебаний используется интегральная характеристика, являющаяся отношением диссипированной за цикл энергии D к накопленной энергии U_T [17]:

$$\eta = \frac{2\pi}{\omega} \frac{\int_V D r dr dz d\theta}{\int_V U_T r dr dz d\theta}, \quad (10)$$

$$U_T = \frac{1}{2} (\sigma'_{ij} \varepsilon'_{ij} + \sigma''_{ij} \varepsilon''_{ij}).$$

В случае однородных состояний при действительном коэффициенте Пуассона и независимом от координат модуле сдвига эта характеристика сводится к величине

$$\eta = 2\pi \frac{G''}{G'}, \quad (11)$$

т. е. к обычному тангенсу угла потерь материала.

В случае учета зависимости свойств материала от температуры или деформаций система (5), (6) становится сложной нелинейной системой дифференциальных уравнений. Если же свойства материала не зависят от температуры, связанная задача сводится к последовательному решению перечисленных выше задач.

2. РЕШЕНИЕ СВЯЗАННОЙ ЗАДАЧИ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Как уже отмечалось, для исследования термомеханического поведения толстостенной вязкоупругой цилиндрической панели применяется метод конечных элементов с использованием вариационной формулировки задачи. При этом задача механики сводится к нахождению стационарных

точек функционала [17]

$$\begin{aligned} \Theta = & \frac{1}{2} \int_V \left[A_{zz} \varepsilon_{zz}^2 + A_{rr} \varepsilon_{rr}^2 + A_{\theta\theta} \varepsilon_{\theta\theta}^2 + \right. \\ & + 2(A_{zr} \varepsilon_{zz} \varepsilon_{rr} + A_{z\theta} \varepsilon_{zz} \varepsilon_{\theta\theta} + A_{r\phi} \varepsilon_{rr} \varepsilon_{\theta\theta}) + \\ & + 4(G_{zr} \varepsilon_{zr}^2 + G_{z\theta} \varepsilon_{z\theta}^2 + G_{r\theta} \varepsilon_{r\theta}^2) - \\ & \left. - \rho \omega^2 (w^2 + u^2 + v^2) \right] r dr dz d\theta - \\ & - \int_{\Sigma_p} (p_{nz} w + p_{nr} u + p_{r\theta} v) d\Sigma_p, \end{aligned} \quad (12)$$

а задача теплопроводности (6)–(8) – к решению вариационного уравнения [17, 28]

$$\begin{aligned} & \int_V \left[c\rho \frac{\partial T}{\partial t} \delta T + \lambda_q \frac{\partial T}{\partial z} \delta \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) + \right. \\ & + \lambda_q \frac{\partial T}{\partial r} \delta \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) + \lambda_q \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \delta \left(\frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \\ & \left. + D\delta T \right] r dr dz d\theta + \int_{\Sigma} \alpha_T (T - T_c) \delta T d\Sigma = 0, \end{aligned} \quad (13)$$

где A_{ij} , G_{ij} – комплексные механические характеристики материала.

Решение вариационной задачи механики $\delta\Theta=0$ находится методом конечных элементов с использованием 24-узловых шестигранных изопараметрических элементов.

В качестве локальной системы координат, в которой определяются аппроксимирующие функции и проводится интегрирование, используется нормализованная система координат. Для построения базисных функций, аппроксимирующих составляющие перемещений и температуру в пределах элемента, используются алгебраические и тригонометрические полиномы. При этом предполагается, что амплитудные значения компонент вектора перемещений и значение температуры аппроксимируются выражениями

$$\begin{aligned} w = \sum_{i=1}^{24} L_i w_i; \quad u = \sum_{i=1}^{24} L_i u_i; \\ v = \sum_{i=1}^{24} L_i v_i; \quad T = \sum_{i=1}^{24} L_i T_i. \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь w_i , u_i , v_i , T_i – узловые значения перемещений и температуры; L_i – аппроксимирующие

функции, которые представляют собой комбинации алгебраических N_j ($j=1, 2, \dots, 8$) и тригонометрических H_k ($k=1, 2, 3$) полиномов [29–31]

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta)(-\xi-\eta-1); \\ N_2 &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta)(\xi-\eta-1); \\ N_3 &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)(\xi+\eta-1); \\ N_4 &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)(-\xi+\eta-1); \\ N_5 &= \frac{1}{2}(1-\xi^2)(1-\eta); \\ N_6 &= \frac{1}{2}(1-\eta^2)(1+\xi); \\ N_7 &= \frac{1}{2}(1-\xi^2)(1+\eta); \\ N_8 &= \frac{1}{2}(1-\eta^2)(1-\xi); \\ H_1 &= \frac{\sin(\theta-\theta_2) - \sin(\theta-\theta_3) + \sin(\theta_2-\theta_3)}{\sin(\theta_1-\theta_2) - \sin(\theta_1-\theta_3) + \sin(\theta_2-\theta_3)}; \\ H_2 &= \frac{\sin(\theta-\theta_3) - \sin(\theta-\theta_1) + \sin(\theta_3-\theta_1)}{\sin(\theta_2-\theta_3) - \sin(\theta_2-\theta_1) + \sin(\theta_3-\theta_1)}; \\ H_3 &= \frac{\sin(\theta-\theta_1) - \sin(\theta-\theta_2) + \sin(\theta_1-\theta_2)}{\sin(\theta_3-\theta_1) - \sin(\theta_3-\theta_2) + \sin(\theta_1-\theta_2)}. \end{aligned}$$

Аппроксимирующие функции строятся таким образом, чтобы алгебраические полиномы N_j описывали напряженно-деформированное состояние и распределение температуры в плоскости (r, z) , а тригонометрические функции – по окружной координате.

Для определения стационарного значения функционала (8) разобьем объем тела на M конечных элементов. Используя методику, изложенную в [30], для определения узловых значений компонент вектора перемещений получим $3n$ (n – число узловых точек) линейных алгебраических уравнений с комплексными коэффициентами:

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^M \frac{\partial \Theta_m}{\partial w_j} &= 0, \\ \sum_{m=1}^M \frac{\partial \Theta_m}{\partial u_j} &= 0, \\ \sum_{m=1}^M \frac{\partial \Theta_m}{\partial v_j} &= 0, \\ j &= 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (15)$$

Просуммировав выражения (15) по всем конечным элементам, получим для общей (глобальной) нумерации узлов систему уравнений, в которой интегрирование по объему исследуемой области заменено суммой интегралов, взятых по объемам отдельных конечных элементов, а интегрирование по поверхности – суммой интегралов по граням элементов, на которых заданы граничные условия в напряжениях. Для вычисления интегралов, входящих в коэффициенты системы (15), применяются квадратурные формулы Гаусса [31]. По найденным узловым значениям перемещений вычисляются деформации, напряжения и диссипативная функция в точках интегрирования Гаусса, так как в них указанные величины имеют самую высокую точность.

Трехмерное вариационное уравнение энергии (13) с известным источником тепла решается на той же сетке конечных элементов. При этом производная по времени $\partial T/\partial t$ не варьируется, а заменяется выражением

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T(t + \Delta t) - T(t)}{\Delta t}$$

и в дальнейшем реализуется неявная схема решения нестационарной задачи теплопроводности.

3. АНАЛИЗ ЧИСЛОВЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Рассматривается динамическая задача о колебаниях и диссипативном разогреве трехслойной толстостенной цилиндрической панели постоянной толщины, составленной из среднего демпфирующего вязкоупругого слоя и двух симметрично расположенных несущих слоев. На внешней поверхности панели действует равномерно распределенное механическое давление $P = P_0 \cos \omega t$, изменяющееся по гармоническому закону с частотой, близкой к первой изгибной резонансной частоте тела. Механические граничные условия отвечают шарнирному опиранию торцов. Расчеты выполнены для панели с внешним радиусом $R = 0.11$ м, толщиной $H = 0.02$ м и длиной $l = 0.1$ м. Механические характеристики материала следующие: $\nu = 0.32$ $G = G' + iG''$, $G' = 0.968 \cdot 10^9$ Па, $G'' = 0.871 \cdot 10^8$ Па, $\rho = 0.936 \cdot 10^3$ кг/м³.

Панель находится в условиях теплообмена с окружающей средой, температура которой равна $T_c = 20^\circ\text{C}$. Коэффициент теплоотдачи между окружающей средой и материалом цилиндра принят постоянным: $\alpha_T = 25$ Вт/(м²·°C). При расчете температурных полей теплофизические характеристики были $\lambda_q = 0.5$ Вт/(м·°C), $c\rho = 1.5$ МДж/(м³·°C).

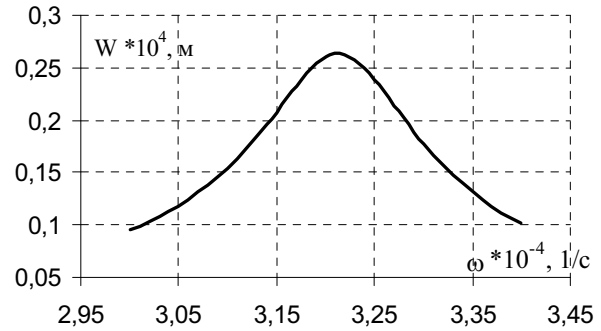


Рис. 1. Амплитудно-частотная характеристика цилиндрической панели

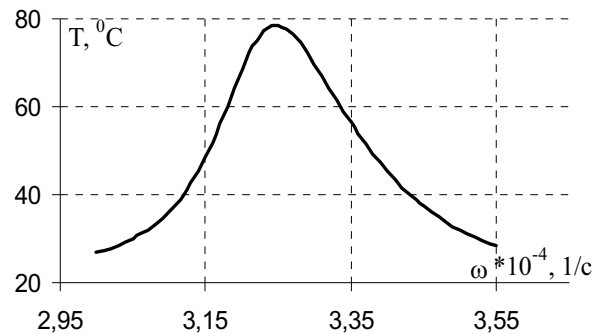


Рис. 2. Температурно-частотная характеристика цилиндрической панели

На рис. 1, 2 представлены амплитудно- и температурно-частотные характеристики толстостенной цилиндрической панели с шарнирно опертыми торцами в окрестности первого изгибного резонанса панели, полученные с использованием трехмерной теории. Они имеют резонансный характер с весьма низкой добротностью. Вычисления проведены при $P_0 = 0.2 \cdot 10^5$ Па.

На рис. 3–6 показаны зависимости максимальных амплитуды и температуры, собственной частоты и коэффициента демпфирования соответственно от толщины h внутреннего демпфирующего слоя цилиндрической панели. Как видно из представленных графиков, структурная неоднородность существенно влияет на динамические характеристики толстостенной панели. Как и ожидалось, все зависимости, кроме коэффициента демпфирования, имеют монотонный характер. При этом с ростом h амплитуда и температура растут, а частота падает. Вместе с тем, при больших толщинах демпфирующего слоя интегральный коэффициент диссипации перестает расти и даже несколько падает.

В ходе решения задачи четвертую часть панели

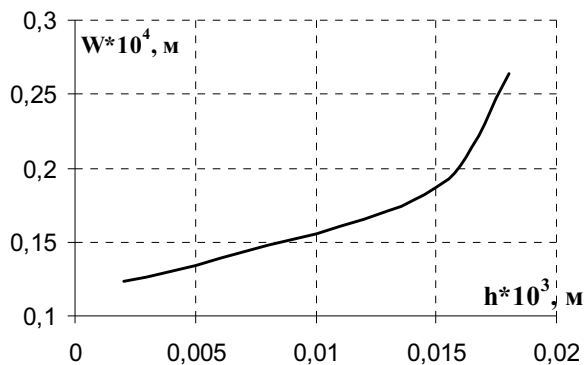


Рис. 3. Зависимость максимальной амплитуды от толщины внутреннего слоя цилиндрической панели

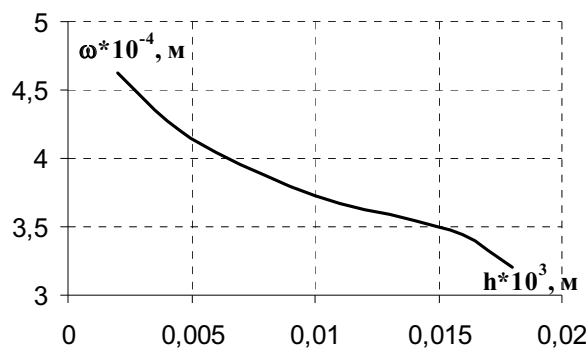


Рис. 5. Зависимость собственной частоты от толщины внутреннего слоя цилиндрической панели

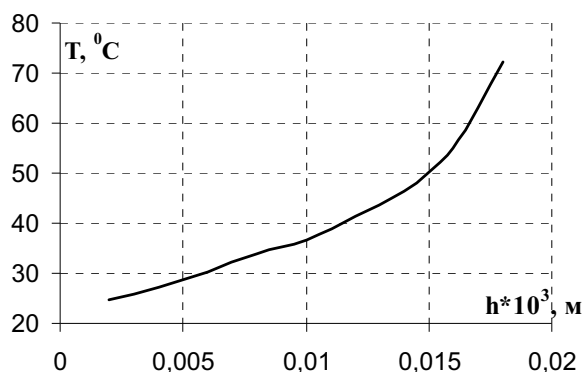


Рис. 4. Зависимость максимальной температуры от толщины внутреннего слоя цилиндрической панели

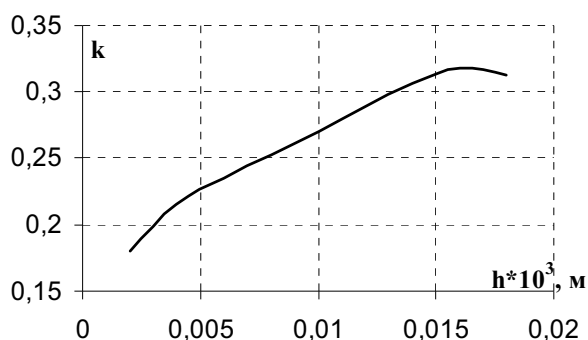


Рис. 6. Зависимость коэффициента демпфирования от толщины внутреннего слоя цилиндрической панели

неравномерно разбивали на 128 конечных элементов с узловыми точками. Ступение элементов проводилось в областях, прилегающих к торцам цилиндра. В этих элементах деформации и напряжения вычислялись в точках интегрирования Гаусса, а затем проводилось осреднение их по элементу. Это дает возможность устранить резкий скачок диссипативной функции в окрестности угловых точек панели.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена пространственная задача о резонансных колебаниях и диссипативном разогреве толстостенной трехслойной цилиндрической панели с внутренним демпфирующим вязкоупругим слоем с шарнирно опертыми торцами и независимыми от температуры механическими характеристиками материалов слоев при действии на нее гармонического во времени равномерного поверхностного давления. Для этого случая связанная задача тер-

момеханики сведена к решению последовательно-сти трех задач:

- 1) динамической трехмерной задачи о вынужденных резонансных колебаниях толстостенной вязкоупругой цилиндрической панели;
- 2) расчету диссипативной функции по известному решению задачи механики;
- 3) решению трехмерной нестационарной задачи теплопроводности с известным источником тепла.

Для решения первой и третьей задач разработан конечно-элементный метод. Рассчитаны амплитудно- и температурно-частотная зависимости, а также зависимости максимальной амплитуды, максимальной температуры, собственной частоты и коэффициента демпфирования от толщины внутреннего демпфирующего слоя толстостен-

ной цилиндрической панели. Показано, что структурная неоднородность существенным образом влияет на указанные динамические характеристики панели.

Таким образом, предложенная методика позволяет изучить термомеханическое поведение толстостенной цилиндрической панели из вязкоупругих материалов и исследовать влияние различных факторов на эффективность пассивного демпфирования ее вынужденных резонансных гармонических колебаний.

1. *Hamidzaden H. R., Jazar R. N.* Vibrations of thick cylindrical structures.– New York: Springer, 2010.– 201 с.
2. *Потураев В. Н., Дырда В. И., Карнаухов В. Г. и др.* Термомеханика эластомерных элементов конструкций при циклическом нагружении.– К.: Наук. думка, 1987.– 288 с.
3. *Скорняков Э. С.* Теоретические основы расчета и численное исследование напряженно-деформированного состояния крупногабаритных шин.– Днепропетровск: Гос. НИИ крупногабаритных шин, 1995.– 46 с.
4. *Москвитин В. В.* Сопротивление вязкоупругих материалов (применительно к зарядам ракетных двигателей на твердом топливе).– М.: Наука, 1972.– 328 с.
5. *Гринченко В. Т., Улитко А. Ф., Шульга Н. А.* Электроупругость / Механика связанных полей в элементах конструкций. Том 5.– К.: Наук. думка, 1989.– 290 с.
6. *Савченко Е. В.* Пассивное демпфирование колебаний композитных конструкций.– Нежин: Аспект-Поліграф, 2006.– 232 с.
7. *Волков С. С., Орлов Ю. Н., Черняк Б. Я.* Сварка пластмасс ультразвуком.– М.: Химия, 1974.– 264 с.
8. *Холопов Ю. В.* Ультразвуковая сварка пластмасс.– Л.: Машиностроение, 1988.– 224 с.
9. *Falk M. H., Issels R. D.* Hypertermia in oncology // *Int. J. Hypertermia.*– 2001.– **201**, N 1.– P. 1–18.
10. *Карнаухов В. Г.* Связанные задачи термовязкоупругости.– К.: Наук. думка, 1982.– 260 с.
11. *Карнаухов В. Г., Сенченков И. К., Гуменюк Б. П.* Термомеханическое поведение вязкоупругих тел при гармоническом нагружении.– К.: Наук. думка, 1985.– 288 с.
12. *Карнаухов В. Г., Киричок И. Ф.* Связанные задачи теории вязкоупругих пластин и оболочек.– К.: Наук. думка, 1986.– 224 с.
13. *Карнаухов В. Г., Киричок И. Ф.* Электротермовязкоупругость / Механика связанных полей в элементах конструкций. Том 4.– К.: Наук. думка, 1988.– 320 с.
14. *Карнаухов В. Г., Гуменюк Б. П.* Термомеханика предварительно деформированных вязкоупругих тел.– К.: Наук. думка, 1990.– 304 с.
15. *Томашевский В. Т., Шульга Н. А. (ред.)* Технологические напряжения в материалах / Механика композитов. Том 6.– К.: ПТОО “АСК”, 1997.– 394 с.
16. *Кубенко В. Д. (ред.)* Динамика элементов конструкций / Механика композитов. Том 9.– К.: ПТОО “АСК”, 1999.– 384 с.
17. *Карнаухов В. Г., Михайленко В. В.* Нелинейная термомеханика пьезоэлектрических неупругих тел при моногармоническом нагружении.– Житомир: ЖГТУ, 2005.– 428 с.
18. *Karnaukhov V. G., Senchenkov I. K.* Generalized models of the thermomechanical behavior of viscoelastic materials with allowance for the interaction of mechanical and thermal fields (Review) // *Int. Appl. Mech.*– 2000.– **36**, N 1.– P. 40–63.
19. *Karnaukhov V. G., Kirichok I. F.* Forced harmonic vibrations and dissipative heating-up of viscoelastic thin-walled elements (Review) // *Int. Appl. Mech.*– 2000.– **36**, N 2.– P. 174–196.
20. *Karnaukhov V. G., Kirichok I. F., Kozlov V. I.* Electromechanical vibrations and dissipative heating of viscoelastic thin-walled piezoelements (Review) // *Int. Appl. Mech.*– 2001.– **37**, N 2.– P. 182–212.
21. *Senchenkov I. K., Karnaukhov V. G.* Thermomechanical behavior of nonlinearly viscoelastic materials under harmonic loading (Review) // *Int. Appl. Mech.*– 2001.– **37**, N 11.– P. 1400–1432.
22. *Karnaukhov V. G., Michailenko V. V.* Nonlinear single-frequency vibrations and dissipative heating of inelastic piezoelectric bodies (Review) // *Int. Appl. Mech.*– 2002.– **38**, N 5.– P. 521–547.
23. *Karnaukhov V. G.* Thermal failure of polymeric structural elements under monoharmonic deformation // *Int. Appl. Mech.*– 2004.– **40**, N 6.– P. 622–655.
24. *Senchenkov I. K., Zhuk Ya. A., Karnaukhov V. G.* Thermomechanical behavior of physically nonlinear materials under monoharmonic loading (Review) // *Int. Appl. Mech.*– 2004.– **40**, N 9.– P. 943–965.
25. *Karnaukhov V. G.* Thermomechanics of coupled fields in passive and piezoactive inelastic bodies under harmonic deformation // *J. Therm. Stress.*– 2005.– **28**, N 6-7.– P. 783–815.
26. *Григоренко Я. М., Шевченко Ю. Н., Василенко А. Т. и др.* Численные методы / Механика композитов. Том 11.– К.: ПТОО “АСК”, 2002.– 448 с.
27. *Савченко В. Г., Шевченко Ю. Н.* Неосесимметричное термонапряженное состояние слоистых тел вращения из ортотропных материалов при неизотермическом нагружении // *Мех. композит. матер.*– 2004.– **40**, N 6.– С. 731–752.
28. *Козлов В. И., Якименко С. Н.* Термомеханическое поведение вязкоупругих тел вращения при осесимметричном гармоническом деформировании // *Прикл. мех.*– 1989.– **25**, N 5.– С. С.22–28.
29. *Hensen J. S., Heppler G. K.* A Mindlin shell element which satisfies rigid body requirements // *ALAA J.*– 1985.– **22**, N 2.– P. 288–295.
30. *Козлов В. И.* Колебания и диссипативный разогрев многослойной оболочки вращения из вязкоупругого материала // *Прикл. мех.*– 1996.– **32**, N 6.– С. 82–89.
31. *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в технике.– М.: Мир, 1975.– 541 с.