

**Ю.М. Шевченко¹, Н.Ф. Андрушко¹, М.О. Бабешко¹, М.В. Баняс¹,
О.З. Галішин¹, П.Г. Дегтяренко², В.Г. Савченко¹, А.М. Тонконоженко², М.М. Тормахов²**

¹ Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка Національної академії наук України, Київ

² Державне підприємство «Конструкторське бюро "Південне"», Дніпропетровськ

РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ І КОМП'ЮТЕРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ДЛЯ ПРОВЕДЕННЯ ВІРТУАЛЬНИХ РУЙНІВНИХ ВИПРОБУВАНЬ ОБОЛОНКОВИХ КОНСТРУКЦІЙ



Розроблено методику чисельного дослідження напружено-деформованого стану та міцності тонкостінного елемента конструкції в процесі навантаження зростаючим внутрішнім тиском. Використано визначальні рівняння теорії процесів пружнопластичного деформування ізотропних матеріалів по траєкторіях малої кривизни, співвідношення теорії тонких оболонок обертання, критерії міцності, чисельні методи розв'язання крайових задач пластичності та відповідні комп'ютерні програми. Порівняння результатів розрахунку руйнівного навантаження з експериментальними даними підтвердило ефективність розробленої математичної моделі.

Ключові слова: математична модель, елемент тонкостінної конструкції, процес пружнопластичного деформування, оболонка обертання, критерії міцності, руйнівне навантаження.

Створення математичної моделі включає розробку розрахункової схеми, яка адекватно відображає геометрію досліджуваного типу конструкцій, та методику розрахунку напружено-деформованого стану (НДС) металеві оболонки з визначенням її руйнівного навантаження. Для розробки методики необхідно вибрати визначальні рівняння та критерії міцності, сформулювати відповідну крайову задачу визначення НДС оболонки, розробити метод її розв'язання та програмні засоби для проведення розрахунків руйнуючих навантажень, обґрунтувати достовірність отриманих результатів.

У ряді робіт [1–8] описано чисельні методи розв'язання крайових задач для оболонок і тіл обертання з урахуванням деформування ізотропних матеріалів за межами їх пружної роботи.

Відомі програмні засоби [7–12] для визначення НДС тіл і оболонок на основі різних теорій пластичності. У деяких роботах [6, 13] оцінюється міцність окремих елементів конструкцій. Зауважимо, що оцінка міцності конкретних конструкцій потребує методик розрахунку, що враховують саме ті фактори, які чинять найістотніший вплив на НДС цих конструкцій за даних умов роботи (напр., виникнення і розвиток пластичних деформацій, розвантаження та повторне навантаження, реальні властивості матеріалів та ін.)

Дана робота ґрунтується на використанні розроблених авторами методик [3–8] та програмних засобів [7–10] розв'язування задач пластичності для тіл і оболонок обертання та відомих класичних критеріїв міцності.

Досліджувані тонкостінні елементи конструкцій можуть бути модельовані тонкою скла-

деною оболонкою обертання довільного меридіана зі змінною в меридіональному напрямку товщиною. Частина оболонки можуть бути виготовлені з різних ізотропних матеріалів. Оболонка зазнає дії зростаючого внутрішнього тиску, що призводить до її руйнування. У процесі навантаження матеріали оболонки можуть деформуватися в межах та за межами пружності. Таким чином, для визначення руйнівного тиску необхідно поетапно розв'язувати осесиметричну задачу пластичності для тонкої ізотропної оболонки, збільшуючи рівень навантаження на кожному наступному етапі, та використовувати одержані результати розрахунку НДС оболонки для оцінки її міцності. При наявності масивних частин конструкції необхідно ускладнити розрахункову схему та розв'язувати задачу в просторовій постановці.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ТА ОСНОВНІ СПІВВІДНОШЕННЯ

Розглянемо ізотропну оболонку обертання, яка спочатку знаходиться в ненапруженому та недеформованому стані при температурі $T = T_0 = 20^\circ\text{C}$, а потім зазнає дії зростаючого рівномірного внутрішнього тиску при тій же температурі. Передбачається, що меридіан оболонки може складатися зі скінченного числа ланок різної геометрії. Оболонка віднесена до криволінійної ортогональної системи координат s, θ, ζ , пов'язаної з недеформованою неперервною координатною поверхнею. Через s ($s_a \leq s \leq s_b$) позначена меридіональна координата; s_a, s_b відповідають торцям оболонки; θ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) — колова координата; ζ ($\zeta_0 \leq \zeta \leq \zeta_k$) — координата, яка відраховується по нормалі до координатної поверхні; ζ_0 і ζ_k відповідають внутрішній і зовнішній поверхням оболонки, товщина оболонки $h_i = \zeta_k - \zeta_0$. За координатну поверхню вибираємо серединну поверхню оболонки, або одну з її поверхонь. Припускаємо, що в процесі навантаження в оболонці виникають пластичні деформації, а деформаціями повзучості нехтуємо як дуже малими порівняно з пружними та пластичними складовими.

Задачу розв'язуємо в квазістатичній постановці з використанням співвідношень геометрично лінійної теорії оболонок та гіпотез Кірхгофа—Лява [14, 15]. Процес навантаження розбиваємо на ряд малих етапів таким чином, щоб якнайкраще відобразити історію його протікання (перехід від активного навантаження до розвантаження й навпаки). Для опису деформування матеріалу оболонки використовуємо співвідношення теорії процесів деформування за траєкторіями малої кривизни [3–5], лінеаризовані методом додаткових напружень. Задачу розв'язуємо поетапно методом послідовних наближень. Той рівень навантаження, при якому виконується критерій міцності

$$\sigma_e = \sigma_n, \quad (1)$$

де σ_e — еквівалентне напруження, а σ_n — межа міцності матеріалу, буде відповідати руйнуванню. За еквівалентне напруження приймаємо три відомі класичні вирази, а саме:

1) критерій головних максимальних напружень [16]

$$\sigma_e = \sigma_{\max}, \quad (2)$$

2) критерій Сдобирєва [17]

$$\sigma_e = (\sigma_i + \sigma_{\max}) / 2, \quad (3)$$

3) критерій Мізеса [16]

$$\sigma_e = \sigma_i, \quad (4)$$

де σ_i — інтенсивність напружень; $\sigma_i = \left(\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}\right)^{\frac{1}{2}} = S\sqrt{3}$; $s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_0 \delta_{ij}$ — компоненти девіатора напружень; σ_{ij} — компоненти тензора напружень; $\sigma_0 = \frac{1}{3} \sigma_{ij} \delta_{ij}$ — перший інваріант тензора напружень; δ_{ij} — символ Кронекера; S — інтенсивність дотичних напружень. Головні нормальні напруження визначаються через компоненти тензора напружень [5].

Для розв'язання задачі на кожному етапі навантаження використовуємо диференціальні рівняння рівноваги елемента оболонки [14, 15], геометричні співвідношення [14, 15] та фізичні рівняння [5]. Зв'язок між компонентами тензорів напружень $\sigma_{ss}, \sigma_{\theta\theta}$ і деформацій $\epsilon_{ss}, \epsilon_{\sigma\sigma}, \epsilon_{\zeta\zeta}$ в довільній точці оболонки на M -му етапі на-

вантаження запишемо у формі закону Гука з додатковими напруженнями:

$$\begin{aligned} \sigma_{ss} &= A_{11}\varepsilon_{ss} + A_{12}\varepsilon_{\theta\theta} - A_{1D}, \\ \sigma_{\theta\theta} &= A_{12}\varepsilon_{ss} + A_{22}\varepsilon_{\theta\theta} - A_{2D}, \\ \varepsilon_{\zeta\zeta} &= -\frac{\nu}{1-\nu}(\varepsilon_{ss} + \varepsilon_{\theta\theta}) - \frac{1-2\nu}{1-\nu}(\varepsilon_{ss}^{(p)} + \varepsilon_{\theta\theta}^{(p)}); \quad (5) \\ A_{11} &= A_{22} = \frac{E}{1-\nu^2}, \quad A_{12} = \nu A_{11}; \\ A_{1D} &= A_{11}(\varepsilon_{ss}^{(p)} + \nu\varepsilon_{\theta\theta}^{(p)}), \\ A_{2D} &= A_{11}(\varepsilon_{\theta\theta}^{(p)} + \nu\varepsilon_{ss}^{(p)}), \quad (6) \end{aligned}$$

де E, ν – модуль пружності і коефіцієнт Пуассона матеріалу; $\varepsilon_{ss}^{(p)}, \varepsilon_{\theta\theta}^{(p)}, \varepsilon_{\zeta\zeta}^{(p)} = -(\varepsilon_{ss}^{(p)} + \varepsilon_{\theta\theta}^{(p)})$ – пластичні складові компонент деформацій, обчислені як сума приростів цих компонент

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ss}^{(p)} &= \sum_{m=1}^M \Delta_m \varepsilon_{ss}^{(p)}, \quad \Delta_m \varepsilon_{ss}^{(p)} = \langle c_{ss/m} \rangle \Delta_m \Gamma_p^*, \\ \langle c_{ss/m} \rangle &= \left\langle \frac{2\sigma_{ss} - \sigma_{\theta\theta}}{S} \right\rangle_m (s, \theta); \quad (7) \end{aligned}$$

$$S = \left[(\sigma_{ss}^2 - \sigma_{ss}\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{\theta\theta}^2) / 3 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (8)$$

Кутові дужки в (7) означають середні на етапі значення відповідних величин, Γ_p^* – інтенсивність накопичених пластичних деформацій зсуву

$$\Gamma_p^* = \sum_{m=1}^{M-1} \Delta_m \Gamma_p^* + \Delta_M \Gamma_p^*. \quad (9)$$

Припускається, що між S і Γ_p^* існує залежність виду

$$S = \Phi(\Gamma_p^*), \quad (10)$$

яка конкретизується на основі експериментально отриманих миттєвих діаграм $\sigma \sim \varepsilon$ розтягу з використанням відповідних формул переходу [5] від одновісного НДС до складного.

Використавши (5), отримаємо рівняння зв'язку між зусиллями, моментами і деформаціями координатної поверхні оболонки [3, 15]:

$$\begin{aligned} N_s &= C_{11}^{(0)}\varepsilon_s + C_{12}^{(0)}\varepsilon_\theta + C_{11}^{(1)}\kappa_s + C_{12}^{(1)}\kappa_\theta - N_{1D}^{(0)}, \\ N_\theta &= C_{12}^{(0)}\varepsilon_s + C_{22}^{(0)}\varepsilon_\theta + C_{12}^{(1)}\kappa_s + C_{22}^{(1)}\kappa_\theta - N_{2D}^{(0)}, \\ M_s &= C_{11}^{(1)}\varepsilon_s + C_{12}^{(1)}\varepsilon_\theta + C_{11}^{(2)}\kappa_s + C_{12}^{(2)}\kappa_\theta - N_{1D}^{(1)}, \\ M_\theta &= C_{12}^{(1)}\varepsilon_s + C_{22}^{(1)}\varepsilon_\theta + C_{12}^{(2)}\kappa_s + C_{22}^{(2)}\kappa_\theta - N_{2D}^{(1)}. \quad (11) \end{aligned}$$

де N_s, N_θ – меридіональне й колове зусилля; M_s, M_θ – відповідні згинаючі моменти; $\varepsilon_s, \varepsilon_\theta, \kappa_s, \kappa_\theta$ – компоненти деформації і зміни кривизни координатної поверхні оболонки в напрямках s і θ ;

$$\begin{aligned} C_{mn}^{(j)} &= \int_{\zeta_0}^{\zeta_k} A_{mn} \zeta^j d\zeta, \quad N_{mD}^{(j)} = \int_{\zeta_0}^{\zeta_k} A_{mD} \zeta^j d\zeta \\ (m, n &= 1, 2; j = 0, 1, 2). \quad (12) \end{aligned}$$

Сукупність статичних, геометричних співвідношень і фізичних рівнянь (11) дозволяє звести задачу до системи шести звичайних диференціальних рівнянь

$$\frac{d\vec{Y}}{ds} = P(s)\vec{Y} + \vec{f}(s) \quad (13)$$

при граничних умовах

$$B_1 \vec{Y}(s_a) = \vec{b}_1, \quad B_2 \vec{Y}(s_b) = \vec{b}_2, \quad (14)$$

де $\vec{Y} = \{N_s, Q_s, M_s, u, w, \vartheta_s\}$ – вектор розв'язувальних функцій; $P(s)$ – матриця системи; $\vec{f}(s)$ – вектор додаткових зусиль; $B_1, B_2, \vec{b}_1, \vec{b}_2$ – задані матриці і вектори граничних умов. За розв'язувальні функції вибрано невідомі, що дозволяють безпосередньо формулювати різні граничні умови [15], а саме: Q_s – перерізувальне зусилля; u – переміщення точки координатної поверхні в меридіональному напрямку; w – прогин; ϑ_s – кут повороту нормалі до координатної поверхні в меридіональній площині. Вирази для елементів матриці $P(s)$ та компонент вектора $\vec{f}(s)$ визначаються формулами [5], з яких випливає, що елементи матриці є залежними від геометрії оболонки та пружних властивостей матеріалу, а компоненти вектора $\vec{f}(s)$ залежать ще й від зовнішніх навантажень та пластичних деформацій, які уточнюються в процесі послідовних наближень.

АЛГОРИТМ ТА МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ

Для проведення розрахунків необхідно задати геометрію оболонки, властивості її матеріалів, умови закріплення та навантаження. Геометрія оболонки характеризується даними про меридіан її координатної поверхні та тов-

щину. Меридіан може складатися зі скінченно-го числа ланок, кожна з яких відповідає циліндричній, конічній, сферичній, тороїдальній формі чи круглій пластині. Властивості кожного з матеріалів оболонки характеризуються заданими у вигляді таблиць діаграмами одновісного розтягу, значеннями коефіцієнта Пуассона й меж міцності. Повний опис вихідних даних та основні модулі програмного комплексу наведено в роботах [7, 8].

Алгоритм розв'язання задачі пластичності будується таким чином. У першому наближенні на першому етапі навантаження в кожному елементі оболонки приймаємо $A_{1D} = A_{2D} = 0$. На наступних етапах у першому наближенні A_{1D} , A_{2D} (6) обчислюємо з використанням значень пластичних складових деформацій, одержаних на попередньому етапі. Після обчислення елементів матриці $P(s)$ і компонент вектора $\vec{f}(s)$ розв'язуємо крайову задачу (13), (14) шляхом зведення до задач Коші, для вирішення яких використовуємо метод Рунне—Кутта з дискретною ортогоналізацією [15]. Отримавши в результаті розв'язувальні функції, в кожному елементі оболонки знаходимо компоненти деформацій, а по них — компоненти напружень (5). Далі обчислюємо інтенсивність дотичних напружень (8). Потім знаходимо приріст інтенсивності пластичної деформації зсуву за формулами

$$\Delta_M \Gamma_p^* = \frac{\sqrt{3}}{2} \Delta_M \epsilon^{(p)};$$

$$\Delta_M \epsilon^{(p)} = \sum_{i=1}^{L-1} \Delta_{M_i} \epsilon^{(p)} + \Delta_{ML} \epsilon^{(p)};$$

$$\Delta_{ML} \epsilon^{(p)} = \frac{S\sqrt{3} - \sigma^{(d)}}{E}, \quad (15)$$

де L — номер поточного наближення на M -му етапі, а $\sigma^{(d)} = S^{(d)}\sqrt{3}$ визначається із залежності (10) по обчисленому в попередньому наближенні значенню Γ_p^* (9). Далі знаходимо прирости пластичних складових деформацій та значення цих складових (7), які використовуємо для обчислення A_{1D} , A_{2D} (6) в наступному

наближенні. Процес послідовних наближень на етапі завершується при виконанні умови

$$\left| \Delta_{ML} \epsilon^{(p)} \right| \leq \delta, \quad (16)$$

де δ — наперед задане мале число. Направленість процесу навантаження перевіряється після розв'язання задачі у першому наближенні: якщо $\Delta_M \Gamma_p^* < 0$, це означає, що в даному елементі відбувається розвантаження, і на даному етапі необхідно покласти $\Delta_M \Gamma_p^* = 0$.

Після завершення процесу послідовних наближень на кожному етапі необхідно перевірити виконання критеріїв міцності (2)–(4). В осесиметрично навантаженій тонкій оболонці головними напруженнями є меридіональне σ_{ss} і колове $\sigma_{\theta\theta}$ напруження, тобто у виразах (2)–(4) $\sigma_{\max} = \max(\sigma_{ss}, \sigma_{\theta\theta})$, а S визначається формулою (8). Розрахунки НДС оболонки проводяться з перевіркою всіх критеріїв міцності (2)–(4).

Наведений алгоритм розрахунків реалізований у вигляді програмного комплексу для сучасних ПК. Розроблена методика розрахунку пружнопластичного НДС та руйнуючих навантажень оболонкових конструкцій описаного класу використовується в ДП «КБ "Південне"» для оцінки їх міцності, у тому числі без проведення іспитів на руйнування.

ТЕСТОВИЙ ПРИКЛАД РОЗРАХУНКУ РУЙНІВНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Для підтвердження відповідності результатів розрахунку руйнівних навантажень проведено їх порівняння з фактичними експериментальними даними на руйнування металевого корпусу двигуна із сталі 25ХГСА ДП «КБ "Південне"». Геометрія та умови навантаження корпусу двигуна, який моделюємо тонкою оболонкою обертання, наведено на рис. 1. За координату обрано внутрішню поверхню оболонки, меридіан оболонки складається з 8-и ланок, інформація про які наведена нижче (лінійні розміри дано в см, кути — в радіанах; kt — кількість точок, якими ланку меридіана розбито для інтегрування системи (13):

- 1) сферична, радіус сфери $r = 8,5$, $s_0 = 0$, $s_1 = 1,352452$; $\varphi_1 = 0,600077$, $kt = 81$;
- 2) тороїдальна, радіус тора $r = 2,5$; $s_2 = 3,3814695$; $\varphi_2 = 0,759189$; $kt = 81$;
- 3) циліндрична, радіус циліндра $R = 6,63$; $s_3 = 4,4814695$; $\varphi_3 = \pi / 2$; $kt = 21$;
- 4) циліндрична, радіус циліндра $R = 6,63$; $s_4 = 47,6814695$; $\varphi_4 = \pi / 2$; $kt = 401$;
- 5) циліндрична, радіус циліндра $R = 6,63$; $s_5 = 48,2814695$; $\varphi_5 = \pi / 2$; $kt = 21$;
- 6) циліндрична, радіус циліндра $R = 6,63$; $s_6 = 48,6814695$; $\varphi_6 = \pi / 2$; $kt = 21$;
- 7) тороїдальна, радіус тора $r = 2,5$; $s_7 = 50,710487$; $\varphi_7 = \pi / 2$; $kt = 81$;
- 8) сферична, радіус сфери $r = 8,5$; $s_8 = 57,163593$; $\varphi_8 = 2,3824033$; $kt = 81$.

Товщина оболонки на ланках 1–5 постійна і дорівнює 0,15 см; на ланці 6 – лінійно змінна від 0,15 до 0,3 см; на ланках 7 і 8 – постійна і дорівнює 0,3 см. Кількість точок для обчислення інтегралів по товщині у виразах (12) дорівнює 11.

Пластичні властивості матеріалу оболонки були задані у вигляді діаграми $\sigma \sim \varepsilon$ для сталі 25ХГСА. Для побудови діаграми використані дані, отримані з ДП «КБ "Південне"», та дані з літератури [5]. Побудовану діаграму представлено на рис. 2. Межа міцності матеріалу $\sigma_n = 1080$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0,3$.

Граничні умови для розв'язання крайової задачі (13), (14) задані у вигляді при $s_a = s_0$: $u = 0$, $w = 0$, $\vartheta_s = 0$; при $s_b = s_8$: $u = 0$, $\vartheta_s = 0$, $Q_s = 0$.

Процес навантаження розбито на ряд етапів, яким відповідають значення внутрішнього тиску (МПа) $q_c = 10; 12; 12,5; 13; 13,5; \dots; 28,2$. Величини етапів тиску зменшувалися по мірі наближення до значень σ_e , які задовольняли умовам (2)–(4). Результати розрахунків показали, що пластичні деформації виникли при $q_c = 16$ МПа на другій ланці оболонки, а потім у процесі збільшення навантаження поширилися по всій оболонці. Процес навантаження був активним, розвантаження не виникло. В результаті розрахунків встановлено, що можливе руйнування оболонки починається на зовнішній поверхні

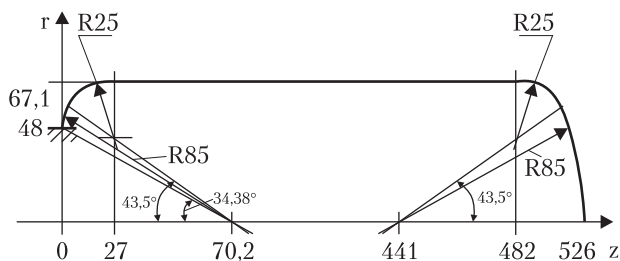


Рис. 1. Розрахункова схема корпусу (а) та меридіан оболонки (б)

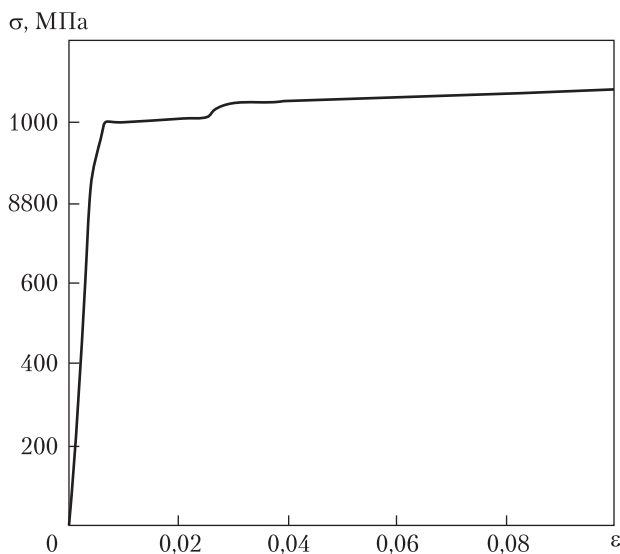


Рис. 2. Діаграма деформування сталі 25ХГСА

в циліндричній частині корпусу, $5,1 \cdot 10^{-2} \text{ м} \leq s \leq 8,4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$, тобто на третій ланці. Значення руйнівного тиску q_c^* , еквівалентних напружень σ_e , визначених у відповідності до критеріїв (2)–(4) і координати s такі:

1) $q_c = 23,44$ МПа, $\sigma_e = \sigma_{\max} = \sigma_{\theta\theta} = 1079,8$ МПа, $s = 5,13 \cdot 10^{-2}$ м;

2) $q_c = 25,95$ МПа, $\sigma_e = (\sigma_i + \sigma_{\theta\theta}) / 2 = 1079,9$ МПа, $s = 5,78 \cdot 10^{-2}$ м;

3) $q_c = 28,15$ МПа, $\sigma_e = \sqrt{3}S = 1079,6$ МПа, $s = 8,37 \cdot 10^{-2}$ м.

Таким чином, розрахункова величина руйнівного тиску $23,44 \text{ МПа} \leq q_c^* \leq 28,15 \text{ МПа}$.

Як показали розрахунки, при вказаних значеннях тиску максимальним за величиною є

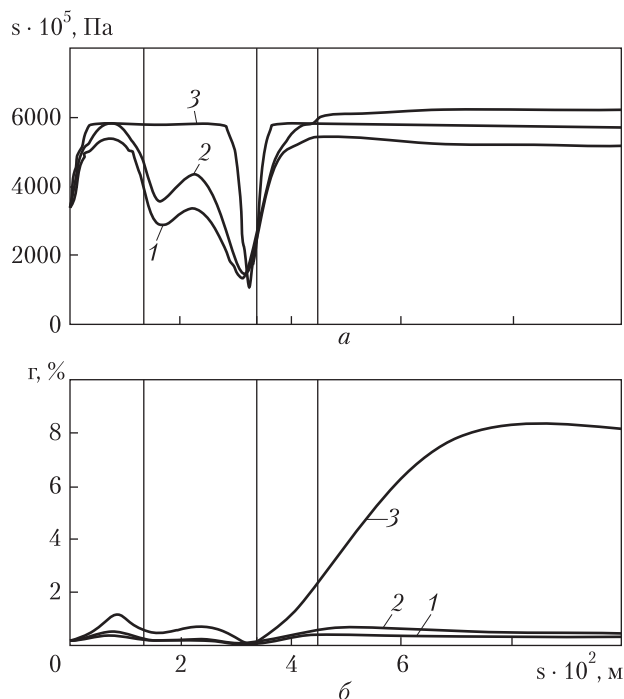


Рис. 3. Зміна вздовж меридіана інтенсивності дотичних напружень (а) та деформацій зсуву (б)

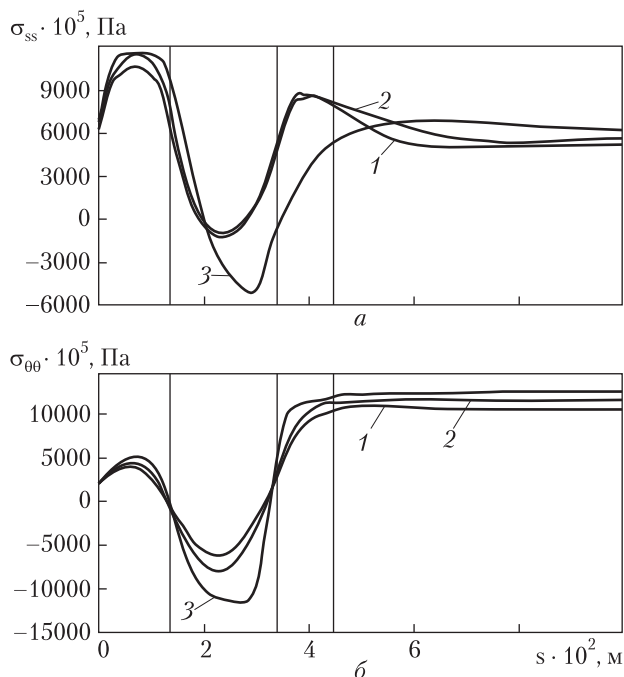


Рис. 4. Зміна вздовж меридіана меридіональних (а) та колових (б) напружень

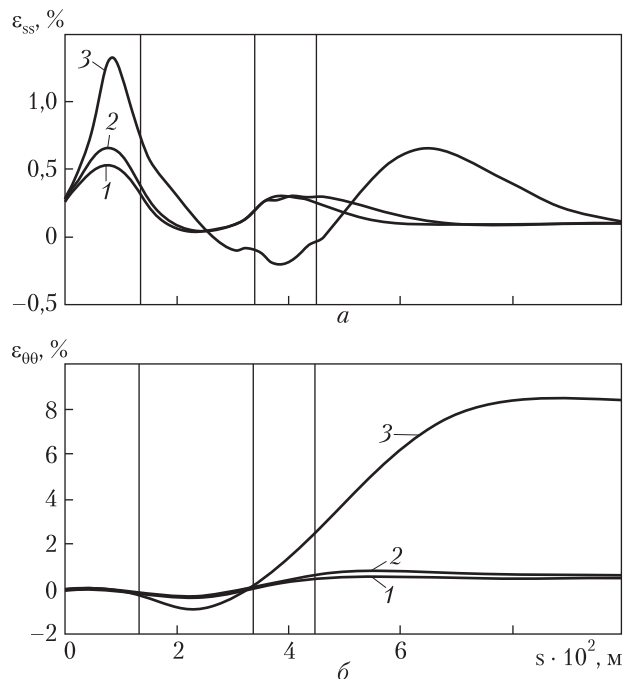


Рис. 5. Зміна вздовж меридіана меридіональних (а) та колових (б) деформацій

колове напруження. Це означає, що руйнування відбуватиметься вздовж твірної. Результати розрахунків свідчать, що в середній частині циліндричної ланки оболонки значення інтенсивності дотичних напружень на зовнішній і внутрішній поверхнях практично збігаються; відмінності спостерігаються тільки в днищах і прилеглих до них ділянках. На циліндричній ланці, де можливе руйнування, значення інтенсивності дотичних напружень на зовнішній поверхні все ж трохи вище, ніж на внутрішній. У зв'язку з цим на рис. 3–5 наведено дані тільки на зовнішній поверхні оболонки в тій частині, де можливе руйнування. Вертикальні лінії сітки на цих рисунках відповідають границям ланок. Криві 1, 2, 3 на рисунках відповідають значенням руйнівного тиску за трьома критеріями в описаному вище порядку. На рис. 3 показано зміни уздовж меридіана інтенсивності дотичних напружень (а) і деформацій зсуву (б); на рис. 4 – меридіонального (а) і колового (б) напружень; на рис. 5 – відповідних

деформацій. Ці рисунки показують, що колові напруження і деформації значно перевершують меридіональні.

Відзначимо, що проводилися також розрахунки досліджуваного корпусу при використанні співвідношень пластичності [5], які описують деформування елементів оболонки вздовж прямолінійних траєкторій. При цьому результати розрахунків відрізнялися від відповідних результатів, отриманих з використанням теорії процесів деформування по траєкторіях малої кривизни не більше ніж на 2 %.

Для перевірки достовірності результатів, отриманих за розробленою в рамках теорії тонких оболонок методикою, було виконано розрахунки НДС досліджуваного корпусу як тіла обертання з використанням методик і програмних засобів розв'язання просторової задачі пластичності методом скінченних елементів [7, 9]. Деяке розходження результатів розрахунків по двох методиках спостерігається в області навколо місця різкої зміни товщини та в околі граничного контуру $s = s_a$. Проте ці відмінності не впливають на оцінку міцності корпусу.

Таким чином, результати розрахунків по просторовій теорії підтвердили адекватність обраної оболонкової моделі до оцінки міцності тестової конструкції.

ОБГРУНТУВАННЯ ДОСТОВІРНОСТІ РЕЗУЛЬТАТІВ

Для підтвердження достовірності одержаних результатів виконано порівняння розрахункових значень руйнівного тиску з фактичним значенням, що було одержано експериментально в ДП «КБ "Південне"». При заводських випробуваннях значення руйнівного тиску склало $q_{\zeta}^* = 25,95$ МПа, який практично співпадає з розрахунковим рівнем тиску $q_{\zeta} = 25,95$ МПа, що означається відповідно до критерію Сдобирева.

Це підтверджує правомірність розробленого теоретичного підходу до розрахунку руйнівних навантажень досліджуваної оболонкової конструкції корпусу двигуна та ефективність застосування практичної методики.

ВИСНОВКИ

1. Розроблено математичну модель деформування та руйнування тонкостінних металевих конструкцій в процесі навантаження внутрішнім тиском. Використано визначальні рівняння теорії процесів пружнопластичного деформування ізотропних матеріалів за траєкторіями малої кривизни, співвідношення теорії тонких оболонок обертання і класичні критерії міцності — максимальних головних нормальних напружень Сдобирева та Мізеса. Задачу розв'язано з використанням розроблених авторами програмних засобів стосовно сучасних ПК.

2. Розроблена математична модель використана для проведення віртуальних випробувань корпусу двигуна в процесі його навантаження зростаючим внутрішнім тиском аж до руйнування. В результаті розрахунків встановлено, що можливе руйнування корпусу відбувається в циліндричній частині по твірній. Найближчим до експериментального виявилось значення руйнівного тиску, отримане за критерієм Сдобирева, яке відрізняється від експериментального менш ніж на 2 %.

3. Порівняння результатів розрахунків, отриманих при розв'язанні задачі теорії тонких оболонок, і тієї ж задачі в просторовій постановці підтвердили правомірність і ефективність оболонкової моделі.

4. Таким чином, розроблена математична модель адекватно відображає процес пружнопластичного деформування та руйнування тонкостінних оболонкових конструкцій розглянутого класу в умовах зростаючого тиску і може бути застосована для прогнозування руйнівного навантаження відповідальних ракетних конструкцій.

Робота виконана в рамках науково-технічних проектів Національної академії наук України.

ЛІТЕРАТУРА

1. Капустин С.А., Киселев Л.К., Трубицин Л.Д. Решения задач термопластичности тонкостенных пространственных конструкций методом конечных элементов // Тепловые напряжения в элементах конструкций. — 1977. — Вып. 17. — С. 35—38.

2. *Мяченков В.И., Юсов В.Н.* Деформация оболочечных конструкций из нелинейно-упругого материала // Строительная механика и расчет сооружений. — 1981. — № 1. — С. 23—27.
3. *Шевченко Ю.Н., Прохоренко И.В.* Теория упругопластических оболочек при неізотермических процессах нагружения / В 5, т. Т.З. — К.: Наук. думка, 1981. — 296 с.
4. *Шевченко Ю.Н., Савченко В.Г.* Механика связанных полей в элементах конструкций. Т.2. Термовязкопластичность. — К.: Наук. думка, 1987. — 264 с.
5. *Шевченко Ю.Н., Бабешко М.Е., Терехов Р.Г.* Термовязкоупругопластические процессы сложного деформирования элементов конструкций. — К.: Наук. думка, 1992. — 328 с.
6. *Галишин А.З.* Осесимметричное термовязкоупругопластическое деформирование тонких гибких оболочек с учетом повреждаемости материала // Прикл. механика. — 2008. — Т. 44, № 2. — С. 49—57.
7. *Шевченко Ю.Н., Бабешко М.Е., Пискун В.В. и др.* Решение осесимметричной задачи термопластичности для тонкостенных и толстостенных тел вращения на ЕС ЭВМ. — К.: Наук. думка, 1980. — 196 с.
8. *Шевченко Ю.Н., Бабешко М.Е., Прохоренко И.В.* Методика решения осесимметричной задачи термовязкопластичности для тонких слоистых оболочек ЕС ЭВМ. — К.: Наук. думка, 1981. — 68 с.
9. *Шевченко Ю.Н., Савченко В.Г., Ищенко Д.А., Павлычко В.М.* Расчеты и испытания на прочность. Метод и пакет прикладных программ расчета на ЭВМ нестационарной теплопроводности и упругопластического напряженно-деформированного состояния элементов конструкций типа тел вращения при осесимметричных силовых и тепловых нагрузках. Рекомендации Р54—284—90. — М.: ВНИИИМАШ Госстандарта СССР, 1990. — 56 с.
10. *Шевченко Ю.Н., Чернышенко И.С., Мерзляков В.А. и др.* Автоматизированная система расчета «Пластичность — 1» для исследования на ЕС ЭВМ упругопластического напряженного состояния оболочечных элементов конструкций // Пробл. прочности. — 1993. — № 2. — С. 90—96.
11. *Басов К.А.* ANSYS для конструкторов. — М.: ДМК Пресс, 2009. — 248 с.
12. *Шимкович Д.Г.* Расчет конструкций в MSC/NASTRAN for Windows. — М.: ДМК Пресс, 2003. — 448 с.
13. *Куркин С.А.* Прочность сварных тонкостенных сосудов, работающих под давлением. — М.: Машиностроение, 1976. — 184 с.
14. *Новожилов В.В.* Теория тонких оболочек. — Ленинград: Судпромгиз, 1962. — 432 с.
15. *Григоренко Я.М., Василенко А.Т.* Теория оболочек переменной жесткости. — К.: Наук. думка, 1981. — 544 с.
16. *Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В.* Справочник по сопротивлению материалов. — К.: Наук. думка, 1988. — 102 с.
17. *Сдобырев В.П.* Длительная прочность сплава ЭИ 437Б при сложном напряженном состоянии // Изв. АН СССР, ОТН. — 1958, № 4. — С. 92—97.

Ю.Н. Шевченко, Н.Ф. Андрушко, М.Е. Бабешко, М.В. Баняс, А.З. Галишин, П.Г. Дегтяренко, В.Г. Савченко, А.М. Тонконоженко, Н.Н. Тормахов

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ВИРТУАЛЬНЫХ РАЗРУШАЮЩИХ ИСПЫТАНИЙ ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Разработана методика численного исследования напряженно-деформированного состояния и прочности тонкостенного элемента конструкции в процессе нагружения увеличивающимся внутренним давлением. Используются определяющие уравнения теории процессов упругопластического деформирования изотропных материалов по траекториям малой кривизны, соотношения теории тонких оболочек вращения, критерии прочности, методы решения краевых задач пластичности и соответствующие компьютерные программы. Сравнение результатов расчета разрушающей нагрузки с экспериментальными данными подтвердило эффективность разработанной математической модели.

Ключевые слова: математическая модель, элемент тонкостенной конструкции, процесс упругопластического деформирования, оболочка вращения, критерии прочности, разрушающая нагрузка.

Yu.N. Shevchenko, N.F. Andrushko, M.E. Babeshko, M.V. Banyas, A.Z. Galishin, P.G. Dehtyarenko, V.G. Savchenko, A.M. Tonkonozhenko, N.N. Tormakhov

DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODELS AND COMPUTER TECHNOLOGIES FOR THE VIRTUAL DESTRUCTIVE TESTING OF SHELL STRUCTURES

The method for numerical investigation of the stress-strain state and the strength of thin-walled structural element in the process of loading by increasing internal pressure is elaborated. Constitutive equations of the theory of elastic-plastic deformation of isotropic materials along the trajectories of small curvature, the relations of the theory of thin shells of revolution, the strength criteria, methods for solving of boundary value problems of plasticity and corresponding computer programs are used. Calculation results for the failure loading and experimental data confirmed the effectiveness of the developed mathematical model.

Key words: mathematical model, element of thin-walled structures, process of elastic-plastic deformation, shell of revolution, strength criteria, failure load.

Стаття надійшла до редакції 27.05.13