

## СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ МЕТОДА КВАНТИЛЕЙ ПРИ ИНФОРМАЦИОННОЙ ПОДДЕРЖКЕ ЭКСПЛУАТАЦИИ АВИАНИКИ

\*Национальный авиационный университет, Киев, Украина

\*\*Институт проблем математических машин и систем НАН Украины, Киев, Украина

**Анотація.** Досліджено точність методу квантилів при емпіричному аналізі надійності (MTTF) за одиничними відмовами компонентів авіоники. Запропоновано комплексну методіку оцінювання точності методу квантилів з використанням імовірнісно-фізичної моделі й імітаційного моделювання в Mathcad процесу виникнення відмов.

**Ключові слова:** підтримка експлуатації, ймовірнісно-фізична теорія, DN-модель надійності, метод квантилів, імітаційне моделювання.

**Аннотация.** Исследована точность метода квантилей при эмпирическом анализе надёжности (MTTF) по единичным отказам компонентов авионики. Предложена комплексная методика оценивания точности метода квантилей с использованием вероятностно-физической модели и имитационного моделирования в Mathcad процесса возникновения отказов.

**Ключевые слова:** поддерживаемость эксплуатации, вероятностно-физическая технология, DN-модель надёжности, метод квантилей, имитационное моделирование.

**Abstract.** Accuracy of quantiles method is investigated with the empirical analysis of reliability (MTTF) on individual refusals of avionics components. It is offered the complex technique evaluation of accuracy of quantiles method using the probabilistic and physical model and imitation modeling in Mathcad process of refusals occurrence.

**Keyword:** operation support, probabilistic and physical theory, reliability of DN-model, quantiles method, imitation modeling.

### 1. Введение

Современная авиационная техника, являющаяся, безусловно, наукоёмкой продукцией, имеет длительные сроки эксплуатации. При этом затраты, необходимые для поддержания заданных характеристик надёжности, готовности и безопасности воздушных судов (ВС) в процессе эксплуатации, могут значительно превышать затраты на их приобретение. Именно поэтому на мировом рынке непереносимым условием заключения контрактов на поставку ВС становится выполнение требований международных стандартов по интегрированной логистической поддержке (ИЛП), которая представляет собой комплекс процессов и процедур, направленных на сокращение затрат на этапе эксплуатации ВС и обеспечивающих определение и анализ параметров поддерживаемости эксплуатации поставляемой продукции. ИЛП является средством управления стоимостью жизненного цикла (Life cycle cost – LCC) и основным критерием принятия решения о покупке ВС, включающая затраты на приобретение и эксплуатацию [1].

Эффективность послепродажного обслуживания характеризуется интегральным показателем поддерживаемости – функционалом:

$$S = \phi(\text{MTMA, MTBMA, RML, LOR, RST, ... , MTTF, MTBF, MTTR, MTBR, ROA}),$$

аргументы которого являются характеристиками технического обслуживания и показателями надёжности на этапе эксплуатации ВС. Интегральный показатель поддерживаемости  $S$  в конечном счёте определяет стоимость жизненного цикла:  $LCC = \phi(S)$ . Определения и содержание аргументов функционала  $S$  представлены в табл. 1.

Одной из составляющих ИЛП является информационное обеспечение как часть инфраструктуры системы технического обслуживания и ремонта (ТОиР), которая представляет собой совокупность взаимосвязанных операций сбора, обработки и использования информации для управления техническим состоянием и процессами ТОиР на основе современных автоматизированных информационных технологий. Несомненно, что к данным о надёжности компонентов ВС как проектно-конструкторским, так и эмпирическим, получаемым в процессе эксплуатации, должно предъявляться требование высокой достоверности, достижение которой возможно лишь при малых погрешностях оценок параметров (табл. 1) [1].

Таблица 1. Содержание параметров – аргументов функционала  $S$ , определяющих стоимость жизненного цикла (LCC)

Характеристики эксплуатации		Показатели надёжности	
MTMA	Mean Time Maintenance Actions – средняя продолжительность ТО	MTTF	Mean Time To Failure – средняя наработка до отказа
MTBMA	Mean Time Between Maintenance Actions – среднее время между обслуживаниями	MTBF	Mean Time Between Failures – средняя наработка на отказ
RML	Required Maintenance Level – требуемый уровень обслуживания	MTTR	Mean Time To Repair – среднее время восстановления
LOR	Level of Repair – требуемый уровень ремонта	MTBR	Mean Time Between Failures – среднее время между ремонтами
RST	Required Standby Time – среднее время приведения в рабочее состояние после отказа	ROA	Required Operational Availability – требуемый уровень готовности

В настоящее время в расчетах показателей надёжности и в оценках интегральных уровней отказобезопасности [2] критических систем и технологических процессов используются методики, основанные на экспоненциальном (*EXP*) распределении во времени возможных отказных ситуаций [3]. *EXP*-модель с середины XIX-го века, в связи с простотой использования при решении основных задач надёжности, была введена во все отраслевые стандарты по расчётам надёжности. Однако применительно к высоконадёжной и функционально сложной элементной базе *EXP*-модель отказов имеет серьёзные проблемы с адекватностью прогнозных и эмпирических оценок безотказности элементов и систем: методические погрешности оценок показателей надёжности, получаемые на основе экспоненциальной модели отказов, достигают сотен и тысяч процентов, что существенно снижает эффективность ИЛП [4, 5].

Вместе с тем, существующая нормативно-техническая база [3, 6] предлагает новую современную технологию исследования надёжности технических систем, в которой используется вероятностно-физический (ВФ) подход. ВФ-метод устанавливает непосредственную связь вероятности достижения предельного уровня физическим определяющим параметром, то есть зависимость вероятности отказа от значения физического параметра, вызывающего отказ. Вследствие этого, параметры вероятностного  $T_o$  распределения отказов имеют конкретный физический смысл. Так, в ВФ-модели отказов, представленной диффузионной немонотонной (*DN*) функцией плотности распределения наработки  $t$  до отказа

$$f(t, \mu, v) = \frac{\sqrt{\mu}}{v \cdot t \cdot \sqrt{2\pi \cdot t}} \cdot \exp \left[ -\frac{(\mu - t)^2}{2v^2 \cdot \mu \cdot t} \right] \quad (1)$$

и соответствующей (1) функцией безотказности (вероятностью безотказной работы) вида

$$R(t, \mu, \nu) = \Phi\left(\frac{\mu - t}{\nu \cdot \sqrt{\mu \cdot t}}\right) - \exp\left(\frac{2}{\nu^2}\right) \cdot \Phi\left(-\frac{\mu + t}{\nu \cdot \sqrt{\mu \cdot t}}\right), \quad (2)$$

параметр масштаба  $\mu$  распределения обратно пропорционален средней скорости изменения определяющего параметра и имеет смысл средней наработки до отказа  $T_0$ , а параметр формы распределения  $\nu$  совпадает с коэффициентом вариации  $V$  скорости деградиационного процесса и, следовательно, является коэффициентом вариации наработки до отказа ( $\nu = V$ ) [3, 4].

Наличие априорной информации о коэффициенте вариации наработки до отказа  $\nu$ , конкретный физический смысл параметра масштаба  $\mu$  и тот факт, что данный показатель безотказности  $\mu = \text{MTTF}$  входит в аналитическую структуру аргументов функций нормированного нормального распределения, образующих  $DN$ -модель надёжности (2), является объективно неоспоримым преимуществом ВФ-технологии исследования надёжности [4].

В рассматриваемом контексте (информационная поддержка эксплуатации  $\Rightarrow$  точность оценок надёжности  $\Rightarrow$  достоверность информации) для получения эмпирических оценок надёжности эксплуатируемых компонентов ВС рекомендуется метод квантилей [1, 4]. Данный метод заключается в том, что эмпирические квантили приравнивают к квантилям теоретического распределения и составляется столько уравнений, сколько параметров выбранного распределения необходимо определить. При двухпараметрическом  $DN$ -распределении отказов можно ограничиться определением только одного параметра  $\mu = \text{MTTF}$ , поскольку значение второго параметра  $\nu$  – коэффициента вариации наработки до отказа фактически известно [4]. Это является несомненным преимуществом ВФ-технологии, обеспечивающей возможность получения результата при единичных отказах компонентов бортового оборудования (БО) в процессе эксплуатации ВС.

В статье предлагается методика оценивания точности метода квантилей на основе имитационного моделирования процесса появления единичных отказов, подтверждающая высокую достоверность получаемых эмпирических оценок  $\text{MTTF}$ .

## 2. Комплексный подход к оцениванию точности показателей надёжности метода квантилей

Точность прогнозирования  $\text{MTTF}$  методом квантилей можно оценить на основе комплексирования статистического эксперимента и аналитических вычислений согласно схеме на рис. 1.



Рис. 1. Схема комплексирования для оценки погрешности  $\delta T_0$

В предлагаемой методике реализуются четыре процедуры:

*Процедура 1.* Собственно решение задачи методом квантилей по заданным исходным данным в соответствии с алгоритмом на листинге 1 и получением результата – оценки  $T_0$ . Решение выполним на примере расчёта  $\text{MTTF}$  аппаратуры спутниковой навигации.

*Задача.* Пусть в составе БО ВС авиакомпании эксплуатируется  $K = 50$  однотипных комплектов аппаратуры приёма и обработки спутниковой информации, обеспечивающей в полёте решение навигационных задач. В течение 3000 лётных часов после начала их эксплуатации потеря полётных функций была зафиксирована встроенными средствами контроля и подтверждена при наземных проверках у трёх комплектов. При этом их наработки до отказа составили  $t_1^{\ominus} = 2010$ ,  $t_2^{\ominus} = 2580$  и  $t_3^{\ominus} = 3000$  лётных часов ( $K = 3$ ). Для последующего прогнозирования надёжности на весь период эксплуатации (до достижения предельного состояния) необходимо найти оценку средней наработки до отказа эксплуатируемых комплектов аппаратуры спутниковой навигации, используя метод квантилей.

*Процедура 2.* Имитационное моделирование отказов на основе DN-модели надёжности с целью статистического воспроизведения модельных ожидаемых значений наработки до отказа  $t_1, \dots, t_K$  первых  $K = 3$  в совокупности из  $K = 50$  однотипных комплектов (листинг 2). Моделирующая программа выделяет появление первых  $K$  отказов в совокупности из  $N$  эксплуатируемых однотипных комплектов с параметрами  $T_0$  и  $\nu$ . Генератор  $dn$ -последовательности случайных чисел, имитирующих значения наработок до первого отказа, представлен операторами в цикле *for*  $j \in 1..N$  на листинге 2 и подробно описан в работе [2].

```

N := 50  nu := 0.80  K := 3  t1 := 2010  t2 := 2580  t3 := 3000 л. час  k := 2
1. Вычисление квантилей DN-распределения
Given Ориентировочное значение X := 0.1 Эксплуатационная вероятность отказа Q := k + N
      cnorm((X-1)/(nu*sqrt(X))) + exp(2/nu^2) * cnorm((-X+1)/(nu*sqrt(X))) - k/N = 0      Q = 0.04
Приведенные наработки до отказа x1...xK получаются как результат Find(X) решения уравнения
при последовательном изменении в исходных данных индекса k от 1 до K
Find(X) = 0.23376  Значения X(k/N, nu):  x1 := 0.19612  x2 := 0.23376  x3 := 0.26314
2. Оценка МТТФ эксплуатируемых блоков  To := 1/K * sum_{k=1}^K (tk/xk) = 1.0896 * 10^4 л. часов

```

Листинг 1. Вычисление МТТФ методом квантилей при единичных отказах

```

MO := for i in 1..W
      for j in 1..N
        y ← rnd(1)
        for m in 1..M
          Fm ← cnorm((Xm-1)/(nu*sqrt(Xm))) + exp(2/nu^2) * cnorm((-Xm+1)/(nu*sqrt(Xm)))
          break if Fm > y
          dnj ← (Xm-1 + (y - Fm-1) / (Fm - Fm-1 + 10^-100) * ΔX) * mu
        Y ← sort(dn)
        for k in 1..K
          Tk,i ← Yk
      for k in 1..K
        for i in 1..W
          Ti ← Tk,i
        MOk ← mean(T)
      return MO

```

Прогнозируемые параметры безотказности  
 $\mu := 1.0896 \cdot 10^4$  л. час и  $\nu := 0.80$   
 Число эксплуатируемых однотипных компонентов БО  $N = 50$

Математическое ожидание (МО) наработки до отказа первых  $K$  отказавших комплектов аппаратуры обработки спутниковой информации

$$MO = \begin{pmatrix} 2.019 \times 10^3 \\ 2.474 \times 10^3 \\ 2.811 \times 10^3 \end{pmatrix}$$

Листинг 2. Имитационная модель и статистические оценки МТТФ

В каждом статистическом эксперименте в соответствии с принятым распределением отказов (*DN*-модель надёжности) формируется вектор  $dn$  из  $N$  случайных наработок до отказа, который преобразуется в возрастающий вариационный ряд (оператор  $Y \leftarrow \text{sort}(dn)$ ). Первые  $K$  элементов ряда образуют вектор  $T$  (цикл  $\text{for } k \in 1..K$  и оператор  $T_{k,i} \leftarrow Y_k$ ) и имитируют статистику единичных отказов. Цикл  $\text{for } w \in 1..W$  обеспечивает получение  $W$  статистических выборок длиной  $N$  каждая.

После выполнения всех статистических экспериментов (завершение цикла  $\text{for } i \in 1..W$ ) определяется математическое ожидание наработки до отказа  $MO_k$  каждого из  $K$  комплектов аппаратуры (оператор  $MO_k \leftarrow \text{mean}(T)$ ), отказавших первыми из  $N$  эксплуатируемых, которое выводится как результат работы программы в виде вектора выборочных значений  $MO$ .

*Процедура 3.* Вычисление МТТФ методом квантилей по результатам моделирования, то есть по модельным наработкам  $t_1^M = 2019$ ,  $t_2^M = 2474$  и  $t_3^M = 2811$  лётных часов в соответствии с аналитическими зависимостями на листинге 1. Результаты представлены на листинге 3.

```

Вероятность k-го отказа определяется по DN-модели надёжности, где X - значения приведенной
наработки, соответствующие эксплуатационной вероятности отказа k/N, где k := 1..K
k := 2 Given Ориентир X := 0.3 cnorm((X-1)/(v*sqrt(X))) + exp(2/v^2) * cnorm((X+1)/(v*sqrt(X))) - k/N = 0
Find(X) = 0.233761
Приведенные наработки до отказа x1 := 0.196125 x2 := 0.233761 x3 := 0.263144
Статистические средние наработки до отказа эксплуатируемых компонентов (K = 3)
t1 := MO1 = 2.019 x 10^3 t2 := MO2 = 2.474 x 10^3 t3 := MO3 = 2.811 x 10^3 л. часов
Статистическая оценка средней наработки до отказа по методу квантилей
при единичных отказах (K = 3)
MTTF := 1/K * sum_{k=1}^K t_k/x_k = 1.052 x 10^4 л. час с погрешностью delta_mu := (mu - MTTF)/mu = 3.451%

```

Листинг 3. Вычисление МТТФ методом квантилей по результатам моделирования

*Процедура 4.* Вычисление методической погрешности метода квантилей:

$$\delta T_0 = \frac{T_0 - \text{MTTF}}{T_0} \cdot 100 \% = 3,5 \% . \quad (3)$$

На основе изложенного подхода исследованы зависимости погрешностей метода квантилей от “мощности” статистики  $K$  единичных отказов и объёма  $N$  эксплуатируемых однотипных компонентов бортового оборудования. Влияния параметров  $K$  и  $N$  на погрешность прогнозирования МТТФ в определённом смысле являются предсказуемыми – подтверждается уменьшение погрешностей при увеличении статистических данных. Получены количественные оценки погрешностей вычисления МТТФ методом квантилей для практически значимых при эксплуатации БО диапазонов вариации параметров  $K$  и  $N$  (рис. 2 и 3).

### 3. Оценивание точности метода квантилей

При оценивании погрешности метода квантилей целесообразно указать её распределение между СЭ и АВ. Погрешность моделирования  $K$  единичных отказов с наработками  $t_k$  определяется характеристиками воспроизводимости, стабильности и независимости  $dn$  - генератора случайных чисел – программного конвертора  $\text{rnd}(1) \rightarrow dn$ , которые подробно исследованы в работе [2].

Результаты дополнительного эксперимента с  $dn$ -конвертором, заключающегося в 100-кратном его включении, в каждом из которых реализованы 20 выборок по 5000 обращений к датчику  $\text{rnd}(1)$  в каждой выборке с последующим вычислением погрешностей воспроизведения исходных значений входных параметров  $\mu$  и  $\nu$ , представлены на рис. 3 и 4.

Из этих результатов следует, что выборочные средние погрешностей  $\delta\mu$  и  $\delta\nu$  воспроизведения заданных значения  $\mu$  и  $\nu$  не превышают 0,5 процента с достоверностью 0,98 (превышение уровня погрешности 0,5 % в 2-х из 100 включений конвертора отмечены на рис. 4 символом "O"), а математическое ожидание погрешности воспроизведения параметра  $\mu$  составляет  $\text{mean}(\delta\mu) = 0,054$  процента.

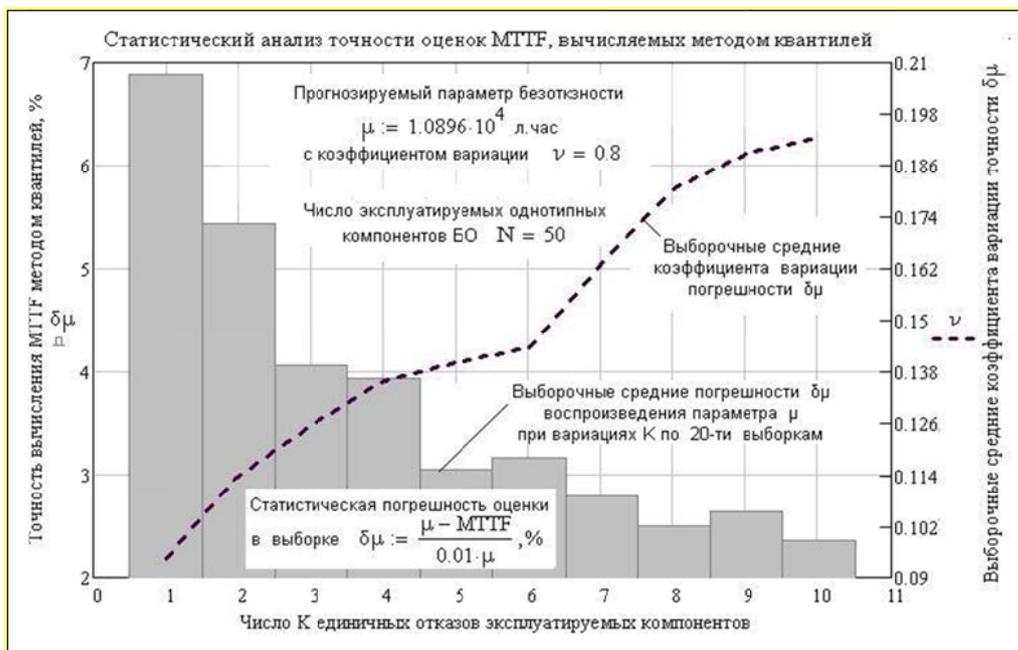


Рис. 2. Результаты статистического анализа точности метода квантилей при вариации  $K$

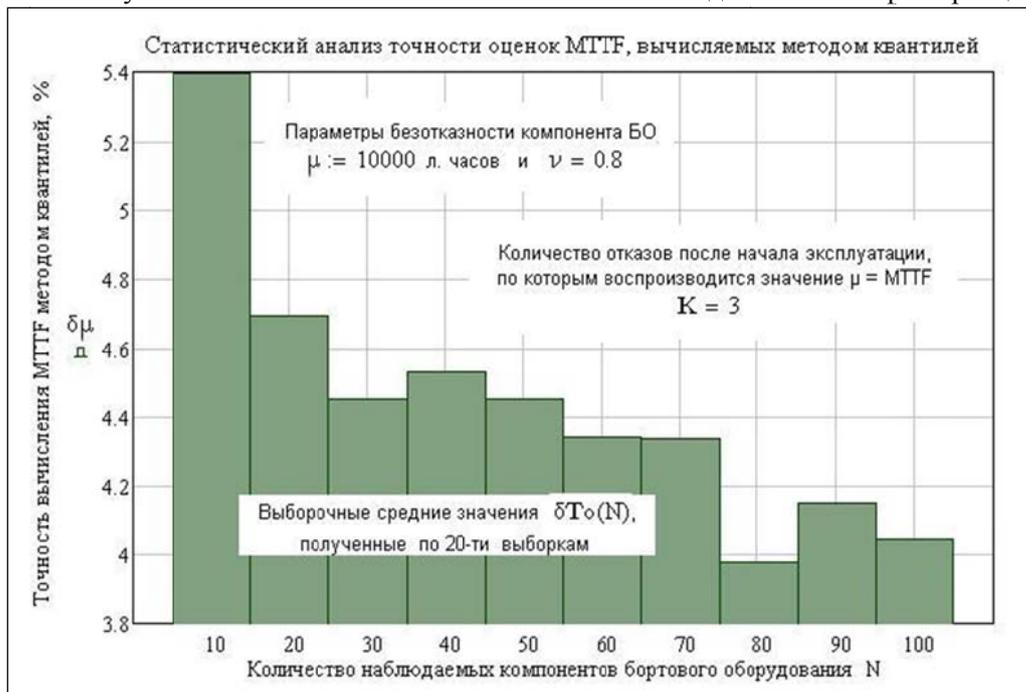


Рис. 3. Результаты статистического анализа точности метода квантилей при вариации  $N$



Рис. 4. Подтверждение высокой воспроизводимости параметра  $\mu$  конвертором  $rnd(1) \rightarrow dn$

Таким образом, погрешности конвертирования  $rnd(1) \rightarrow dn$  существенно меньше значений, приведенных на рис. 4, и, следовательно, можно утверждать, что погрешность  $\delta T_0$  является статистической погрешностью метода квантилей. Отметим, что использование метода квантилей в оценках надёжности вполне удовлетворяет требованиям к точности инженерных расчётов  $\delta_{\max} = 5\%$  при  $K \geq 2$  и  $N > 10$ . Представленные результаты исследования показывают, что метод квантилей является эффективным инструментом вычисления по единичным отказам фактической безотказности эксплуатируемых компонентов авионики.

#### 4. Выводы

1. Оценки точности метода квантилей получены на основе комплексной методики, сочетающей аналитические вычисления и имитационное моделирование, выполнены в системе Mathcad, получившей статус международного стандарта математического анализа для всех сфер науки и техники [5, 7, 8].
2. На этапе эксплуатации ВС метод квантилей с использованием вероятностно-физической модели отказов является эффективным инструментом получения адекватных оценок надёжности эксплуатируемых компонентов авионики.
3. Высокая точность эмпирических оценок надёжности, достигаемая в системе “ВФ-технология+метод квантилей”, обеспечивает повышение эффективности интегрированной логистической поддержки в процессе мониторинга технического состояния и характеристик технического обслуживания компонентов ВС на этапе эксплуатации и позволяет:
  - установить соответствия (или несоответствия) фактических эксплуатационно-технических характеристик компонентов ВС их расчётным (проектным) значениям;
  - получать объективные данные для совершенствования компонентов ВС и системы технической эксплуатации;
  - осуществлять достоверную обратную связь от заказчика (эксплуатанта) к разработчику и производителю;
  - определять возможности перехода от планово-профилактического обслуживания бортового оборудования к обслуживанию по фактическому состоянию компонентов ВС [6].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Руководство по проведению анализа логистической поддержки изделий авиационной техники: методические указания. – М.: НИЦ CALS-технологий “Прикладная логистика”, 2010. – 216 с.
2. Грибов В.М. Моделирование случайных величин с функцией DN-распределения / В.М. Грибов, В.П. Стрельников // Математичні машини і системи. – 2014. – № 1. – С. 178 – 184.
3. Надійність техніки. Моделі відмов. Основні положення: ДСТУ 3433-96. – К.: Держстандарт України, 1996. – 44 с.

4. Грибов В.М. Надёжность бортовых аэрокосмических систем управления / Грибов В.М., Кофанов Ю.Н., Стрельников В.П. – М.: Энергоатомиздат, 2015. – 700 с.
5. Gribov V.M. To the question of dependability calculation failures based on the exponential model of distribution on failures / V.M. Gribov, Yu.V. Hryshchenko, O.V. Kozhokhina // Electronics and control systems. – 2015. – N 1 (43). – P. 59 – 66.
6. Надійність техніки. Методи расчёта надёжности изделий электронной техники: ДСТУ 2992-95. – К.: Держстандарт України, 1996. – 24 с.
7. Кирьянов Д.В. Mathcad 14 / Кирьянов Д.В. – СПб.: БХВ-Петербург, 2007. – 704 с.
8. Фундаментальные проблемы теории точности / Под ред. В.П. Булатова, И.Г. Фридлендера. – СПб.: Наука, 2001. – 504 с.

*Стаття надійшла до редакції 07.06.2016*