

## ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ПОМЕХОЗАЩИЩЕННОСТИ БЕСПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ С СИГНАЛАМИ OFDM С ВНУТРИБИТОВОЙ ПСЕВДОСЛУЧАЙНОЙ ПЕРЕСТРОЙКОЙ ПОДНЕСУЩИХ ЧАСТОТ В УСЛОВИЯХ УСТАНОВКИ ОПТИМАЛЬНЫХ ПОМЕХ

\*Институт телекоммуникаций и глобального информационного пространства НАН Украины, Киев, Украина

\*\*Черниговский национальный технологический университет, Чернигов, Украина

---

**Анотація.** У статті отримано аналітичні залежності для розрахунку середньої ймовірності бітової помилки в безпроводових мережах з сигналами OFDM та внутрішньобітовою псевдовипадковою перебудовою піднесучих частот, що дозволяє оцінити вплив організованих завад при оптимальній стратегії постановки.

**Ключові слова:** технологія OFDM, розширення спектра, завадозахищеність.

**Аннотация.** В статье получены аналитические зависимости для расчета средней вероятности битовой ошибки в беспроводных сетях с сигналами OFDM с внутривитовой псевдослучайной перестройкой поднесущих частот, что позволяет оценить влияние организованных помех при оптимальной стратегии постановки.

**Ключевые слова:** технология OFDM, расширение спектра, помехозащищенность.

**Abstract.** In this paper there were received the analytical dependency for the calculation of average bit error rate in wireless networks with OFDM signals and rebuild interbit pseudorandom rebuilding of sub-carrier frequencies that allow to estimate the influence of organized interferences under optimal strategy formulation.

**Keywords:** OFDM technology, spectrum spread, interference immunity.

### 1. Вступлення

К основним методам расширения спектра сигналов, которые широко используются в современных беспроводных сетях, относятся метод непосредственной модуляции несущей псевдослучайной последовательности и метод псевдослучайной перестройки рабочей частоты (ППРЧ) [1, 2]. Под помехозащищенностью понимается способность сети обеспечивать заданные показатели достоверности передачи информации в условиях воздействия шума и преднамеренных помех. Современные средства ведомственных беспроводных сетей для повышения достоверности передачи информации применяют расширение спектра методом непосредственной модуляции несущей псевдослучайной последовательностью и метод псевдослучайной перестройки рабочей частоты. В качестве корректирующих кодов применяются коды Рида-Соломона. Анализ характеристик указанных средств показал, что они имеют сравнительно низкую помехозащищенность и пропускную способность [1, 2].

Для повышения пропускной способности беспроводных сетей специального назначения предлагается использовать адаптивную технологию ортогонально-частотного мультиплексирования OFDM (Orthogonal frequency-division multiplexing). Но в связи с тем, что беспроводные сети работают в условиях преднамеренных помех, возникает необходимость дополнительно применять методы расширения спектра сигналов, а именно – внутривитовую псевдослучайную перестройку поднесущих частот (ПППЧ) сигнала OFDM. Возникает задача исследования средств беспроводных сетей (беспроводных систем) с использованием сигналов OFDM с внутривитовой псевдослучайной перестройкой поднесущих частот в условиях оптимальной стратегии постановки преднамеренных помех.

Целью работы является исследование характеристик помехозащищенности беспроводных сетей с сигналами OFDM с внутрибитовой псевдослучайной перестройкой поднесущих частот в условиях оптимальной стратегии постановки преднамеренных помех.

## 2. Изложение основного материала

Система OFDM с внутрибитовой ПППЧ состоит из передающей и приемной частей. Передающая и приемная части имеют в своем составе следующие элементы: кодер (декодер) прямого расширения спектра с помощью кодов Уолша (расширение / сужение Уолша), модулятор (демодулятор) OFDM с ПППЧ, формирователи псевдослучайных последовательностей. С помощью кодов Уолша и модулятора сигнала OFDM с ПППЧ формируется именно система OFDM с внутрибитовой ПППЧ.

Основная идея метода OFDM состоит в том, что полоса пропускания канала разбивается на группу узких полос (субканалов), каждая со своей поднесущей. На всех поднесущих сигнал передается одновременно, что позволяет обеспечить большую скорость передачи информации при небольшой скорости передачи в каждом отдельном субканале [3]. Сигнал OFDM состоит из  $N$  ортогональных поднесущих, модулированных  $N$  параллельными потоками данных.

Формирование подканалов с ортогональными поднесущими происходит с помощью процедуры обратного дискретного преобразования Фурье (ДПФ) [3]. На практике процедуры обратного ДПФ (на передающей стороне), прямого ДПФ (на приемной) реализуются с помощью алгоритма быстрого преобразования Фурье (БПФ) и выполняются процессором БПФ [3]. Формирование сигнала OFDM с внутрибитовой ПППЧ происходит посредством расширяющих последовательностей.

В работе рассматриваются следующие виды преднамеренных помех: шумовая заградительная помеха, шумовая помеха в части полосы и ответная помеха, модели которых представляют ограниченный по полосе аддитивный белый гауссовский шум.

В условиях воздействия преднамеренных помех используется  $K_s^g$  субканалов системы OFDM для передачи одного пакета информации. Количество субканалов зависит от стратегии постановки преднамеренных помех. Если преднамеренные помехи отсутствуют или их уровень соответствует установленным уровням, используется один субканал для передачи одного пакета информации.

Среднюю вероятность битовой ошибки беспроводной системы с сигналами OFDM с внутрибитовой ПППЧ можно рассчитать по следующей формуле:

$$P_B = \sum_{k=1}^M P_{Bk} + \sum_{l=1}^K P_{Bl}, \quad (1)$$

где  $P_{Bk}$  – средняя вероятность битовой ошибки  $k$ -го,  $k \in \overline{1, M}$  субканала системы OFDM в условиях воздействия только белого гауссовского шума,  $P_{Bl}$  – средняя вероятность битовой ошибки в  $l$ -м,  $l \in \overline{1, K}$  наборе субканалов системы OFDM в условиях воздействия белого гауссовского шума и помех, при этом  $M + K = N$ .

Рассмотрим передачу одного пакета информации в условиях воздействия преднамеренных помех, используя  $K_s^g$  субканалов системы OFDM.

Одной из важных характеристик беспроводных сетей с расширением спектра с точки зрения помехоустойчивости является коэффициент расширения спектра  $K_s$ . Этот коэффициент характеризует степень увеличения отношения сигнал-помеха в результате свертывания (сжатия) расширенной полосы частот радиосигнала и приведения ее к полосе частот информационного сигнала.

Коэффициент расширения спектра  $K_s$  сигнала методом псевдослучайной перестройки поднесущей частоты определяется выражением

$$K_s^1 = \frac{\Delta F_s}{F_s}, \quad (2)$$

где  $\Delta F_s$  – полоса частот, занимаемая сигналом,  $F_s$  – ширина полосы одного частотного субканала. При расширении спектра методом ПППЧ общая полоса частот  $\Delta F_s \geq \frac{a \cdot M_f}{T_h}$ ,

где  $M_f$  – число частотных субканалов,  $T_h$  – продолжительность скачка,  $a$  – частотный интервал, значение которого выбирается из условия более полного исключения влияния смежных каналов друг на друга [3]. Значение параметра  $a$ , как правило, выбирается в пределах 1 ... 2. С учетом этого выражение (2) переписывается следующим образом:

$$K_s^1 = \frac{a \cdot M_f}{T_h \cdot F_s}. \quad (3)$$

Если принять, что ведется посимвольная передача со скоростью 1 символ / скачок,  $a = 1$ , следовательно,  $T_h \cdot F_s = 1$ , то коэффициент расширения спектра  $K_s$  будет равен числу используемых частотных субканалов  $M_f$  беспроводной системы:

$$K_s^1 = M_f. \quad (4)$$

Соответственно коэффициент расширения спектра с использованием расширяющих последовательностей равен

$$K_s^2 = N, \quad (5)$$

где  $N$  – количество элементов расширяющей последовательности.

В случае совместного применения метода ПППЧ и метода расширения спектра на основе расширяющих последовательностей, коэффициент расширения спектра в гибридной схеме равен произведению коэффициентов расширения спектра, которые приобретаются отдельно для каждого метода:

$$K_s^g = K_s^1 K_s^2 = M_f N. \quad (6)$$

С учетом коэффициента расширения спектра выражения для расчета сигнал-помеха при воздействии шумовой заградительной помехи и шумовой помехи в части полосы соответственно будут иметь следующий вид:

$$h_{02j}^2 = \left( \frac{G_0}{E_b} + \frac{\log_2 M \cdot P_j}{K_s^g \cdot P_b} \right)^{-1} = \left( \left( \frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left( \frac{K_s^g \cdot P_b}{P_j \log_2 M} \right)^{-1} \right)^{-1} = \left( (h_0^2)^{-1} + \left( \frac{q}{\log_2 M} \right)^{-1} \right)^{-1}, \quad (7)$$

$$h_{03j}^2 = \left( \frac{G_0}{E_b} + \frac{\log_2 M \cdot P_j}{\gamma \cdot K_s^g \cdot P_b} \right)^{-1} = \left( \left( \frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left( \frac{\gamma \cdot K_s^g \cdot P_b}{P_j \log_2 M} \right)^{-1} \right)^{-1} = \left( (h_0^2)^{-1} + \left( \gamma \cdot \frac{q}{\log_2 M} \right)^{-1} \right)^{-1}, \quad (8)$$

где  $P_b$  – мощность сигнала,  $P_j$  – мощность помехи,  $q = \frac{K_s^g \cdot P_b}{P_j}$ ,  $E_b$  – энергия бита,  $G_0$  –

спектральная плотность мощности помехи,  $M = 2^K$  – размерность сигнального созвездия.

При воздействии ответной помехи коэффициент расширения спектра не учитывается [1].

Точные формулы для расчета средней вероятности битовой ошибки для субканалов с сигналами ФМ-2, ФМ-4, ФМ-8 соответственно при воздействии шумовой заградительной помехи на беспроводную систему с сигналами OFDM с внутрибитовой ПППЧ, при этом используются наборы с  $l \in \overline{1, K}$  субканалов, имеют следующий вид:

– ФМ-2:

$$P_B = Q\left(\sqrt{2\left((h_0^2)^{-1} + (q)^{-1}\right)^{-1}}\right); \quad (9)$$

– ФМ-4:

$$P_B = Q\left(\sqrt{2\left((h_0^2)^{-1} + \left(\frac{q}{2}\right)^{-1}\right)^{-1}}\right); \quad (10)$$

– ФМ-8:

$$P_B = \frac{1}{3} \left( \begin{array}{l} Q\left(\sqrt{6\left((h_0^2)^{-1} + \left(\frac{q}{3}\right)^{-1}\right)^{-1}} \sin \frac{\pi}{8}\right) + Q\left(\sqrt{6\left((h_0^2)^{-1} + \left(\frac{q}{3}\right)^{-1}\right)^{-1}} \sin \frac{3\pi}{8}\right) + \\ 2 \left( \begin{array}{l} T\left(\sqrt{6\left((h_0^2)^{-1} + \left(\frac{q}{3}\right)^{-1}\right)^{-1}} \sin \frac{\pi}{8}, \operatorname{ctg} \frac{\pi}{8}\right) \\ + T\left(\sqrt{6\left((h_0^2)^{-1} + \left(\frac{q}{3}\right)^{-1}\right)^{-1}} \sin \frac{3\pi}{8}, \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{8}\right) \end{array} \right) \end{array} \right). \quad (11)$$

Вероятность битовой ошибки при воздействии шумовой помехи в части полосы на беспроводную систему с сигналами OFDM и внутрибитовой ПППЧ (используются наборы из  $l \in \overline{1, K}$  субканалов) для субканалов с сигналами ФМ-2, ФМ-4, ФМ-8 рассчитываются как:

– ФМ-2:

$$P_{B1} = (1 - \gamma)Q\left(\sqrt{2h_0^2}\right) + \gamma Q\left(\sqrt{2\left((h_0^2)^{-1} + (\gamma \cdot q)^{-1}\right)^{-1}}\right); \quad (12)$$

– ФМ-4:

$$P_{B1} = (1 - \gamma)Q\left(\sqrt{2h_0^2}\right) + \gamma Q\left(\sqrt{2\left((h_0^2)^{-1} + \left(\gamma \cdot \frac{q}{2}\right)^{-1}\right)^{-1}}\right); \quad (13)$$

– ФМ 8:

$$P_{B1} = (1-\gamma) \frac{1}{3} \left( \begin{aligned} & \mathcal{Q} \left( \sqrt{6h_0^2} \sin \frac{\pi}{8} \right) + \mathcal{Q} \left( \sqrt{6h_0^2} \sin \frac{3\pi}{8} \right) + \\ & 2 \left( T \left( \sqrt{6h_0^2} \sin \frac{\pi}{8}, \text{ctg} \frac{\pi}{8} \right) + T \left( \sqrt{6h_0^2} \sin \frac{3\pi}{8}, \text{ctg} \frac{3\pi}{8} \right) \right) \end{aligned} \right) +$$

$$+ \gamma \frac{1}{3} \left( \begin{aligned} & \mathcal{Q} \left( \sqrt{6 \left( (h_0^2)^{-1} + \left( \gamma \cdot \frac{q}{3} \right)^{-1} \right)^{-1}} \sin \frac{\pi}{8} \right) + \mathcal{Q} \left( \sqrt{6 \left( (h_0^2)^{-1} + \left( \gamma \cdot \frac{q}{3} \right)^{-1} \right)^{-1}} \sin \frac{3\pi}{8} \right) + \\ & T \left( \sqrt{6 \left( (h_0^2)^{-1} + \left( \gamma \cdot \frac{q}{3} \right)^{-1} \right)^{-1}} \sin \frac{\pi}{8}, \text{ctg} \frac{\pi}{8} \right) + \\ & + 2 \left( T \left( \sqrt{6 \left( (h_0^2)^{-1} + \left( \gamma \cdot \frac{q}{3} \right)^{-1} \right)^{-1}} \sin \frac{3\pi}{8}, \text{ctg} \frac{3\pi}{8} \right) \right) \end{aligned} \right). \quad (14)$$

Соответственно при воздействии ответной помехи:

– ФМ-2, ФМ-4:

$$P_{B2} = (1-\gamma) \mathcal{Q} \left( \sqrt{2h_0^2} \right) + \gamma \mathcal{Q} \left( \sqrt{2 \left( (h_0^2)^{-1} + (h_j^2)^{-1} \right)^{-1}} \right); \quad (15)$$

– ФМ-8:

$$P_{B2} = (1-\gamma) \frac{1}{3} \left( \begin{aligned} & \mathcal{Q} \left( \sqrt{6h_0^2} \sin \frac{\pi}{8} \right) + \mathcal{Q} \left( \sqrt{6h_0^2} \sin \frac{3\pi}{8} \right) + \\ & + 2 \left( T \left( \sqrt{6h_0^2} \sin \frac{\pi}{8}, \text{ctg} \frac{\pi}{8} \right) + T \left( \sqrt{6h_0^2} \sin \frac{3\pi}{8}, \text{ctg} \frac{3\pi}{8} \right) \right) \end{aligned} \right) +$$

$$+ \gamma \frac{1}{3} \left( \begin{aligned} & \mathcal{Q} \left( \sqrt{6 \left( (h_0^2)^{-1} + (h_j^2)^{-1} \right)^{-1}} \sin \frac{\pi}{8} \right) + \mathcal{Q} \left( \sqrt{6 \left( (h_0^2)^{-1} + (h_j^2)^{-1} \right)^{-1}} \sin \frac{3\pi}{8} \right) + \\ & + 2 \left( T \left( \sqrt{6 \left( (h_0^2)^{-1} + (h_j^2)^{-1} \right)^{-1}} \sin \frac{\pi}{8}, \text{ctg} \frac{\pi}{8} \right) + T \left( \sqrt{6 \left( (h_0^2)^{-1} + (h_j^2)^{-1} \right)^{-1}} \sin \frac{3\pi}{8}, \text{ctg} \frac{3\pi}{8} \right) \right) \end{aligned} \right). \quad (16)$$

Определим оптимальную помеху с точки зрения постановщика помех, что обеспечит максимальные значения вероятности битовой ошибки в субканалах беспроводной системы с сигналами OFDM и внутрибитовой ПППЧ. В этом случае рассматривается только шумовая помеха в части полосы и помеха в ответ.

Для этого необходимо решить уравнение  $\frac{dP_{B1}}{d\gamma} = 0$  к (12) для ФМ-2, к (13) для ФМ-4

и к (14) для ФМ-8, а  $\frac{dP_{B2}}{dh_j^2}$  соответственно к (15) для ФМ-2, ФМ-4 и к (16) для ФМ-8. Од-

нако перед тем, как взять производную, необходимо найти интегралы в функциях  $\mathcal{Q}(x)$  и

$T(h, a)$ , что представляет определенные трудности, так как они относятся к таким, которые не разлагаются в элементарные функции, и найти их можно только численными методами. В [5] показана аппроксимация интеграла вероятности вида  $Q(x) \approx 0,65 \cdot \exp(-0,44(x + 0,75)^2)$ , а функции Оуэна:

$$T(h, a) \approx \frac{\operatorname{arctg} a}{2\pi} - \frac{1}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2n+1} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{h^2}{2}\right) \sum_{m=0}^n \frac{h^{2m}}{2^m m!} \right] a^{2n+1}.$$

С учетом аппроксимации интеграла вероятности формулы (12), (13) при воздействии шумовой помехи в части полосы соответственно для модуляций ФМ-2, ФМ-4 в субканалах будут иметь следующий вид:

– ФМ-2:

$$P_{B1} \approx (1 - \gamma) \cdot 0,65 \cdot \exp\left(-0,44\left(\sqrt{2h_0^2} + 0,75\right)^2\right) + \gamma \cdot 0,65 \cdot \exp\left(-0,44\left(\sqrt{2\left((h_0^2)^{-1} + (\gamma \cdot q)^{-1}\right)^{-1}} + 0,75\right)^2\right); \quad (17)$$

– ФМ-4:

$$P_{B1} \approx (1 - \gamma) \cdot 0,65 \cdot \exp\left(-0,44\left(\sqrt{2h_0^2} + 0,75\right)^2\right) + \gamma \cdot 0,65 \cdot \exp\left(-0,44\left(\sqrt{2\left((h_0^2)^{-1} + \left(\gamma \cdot \frac{q}{2}\right)^{-1}\right)^{-1}} + 0,75\right)^2\right). \quad (18)$$

Соответственно для ответной помехи и модуляций в субканалах ФМ-2, ФМ-4 формула (15) переписывается:

$$P_{B2} \approx (1 - \gamma) \cdot 0,65 \cdot \exp\left(-0,44\left(\sqrt{2h_0^2} + 0,75\right)^2\right) + \gamma \cdot 0,65 \cdot \exp\left(-0,44\left(\sqrt{2\left((h_0^2)^{-1} + (h_j^2)^{-1}\right)^{-1}} + 0,75\right)^2\right). \quad (19)$$

Производные  $\frac{dP_{B1}}{d\gamma}$  от функций (17), (18) с учетом предположения, что  $G_j \gg G_0$ ,

$E_b \gg G_0$ , будут иметь следующий вид:

– ФМ-2:

$$\frac{dP_{B1}}{d\gamma} = 0,65 \cdot \exp\left(-0,44\left(\sqrt{2\gamma q} + 0,75\right)^2\right) - 0,286 \cdot \gamma \frac{\sqrt{2\gamma q} + 0,75}{\sqrt{\gamma \cdot q}} \cdot q\sqrt{2} \times \exp\left(-0,44\left(\sqrt{2\gamma q} + 0,75\right)^2\right); \quad (20)$$

– ФМ-4:

$$\frac{dP_{B1}}{d\gamma} = 0,65 \cdot \exp\left(-0,44\left(\sqrt{\gamma q} + 0,75\right)^2\right) - 0,286 \cdot \gamma \frac{\sqrt{\gamma q} + 0,75}{\sqrt{\gamma \cdot \frac{q}{2}}} \cdot \frac{q}{2} \sqrt{2} \times$$

$$\times \exp\left(-0,44\left(\sqrt{\gamma q} + 0,75\right)^2\right). \quad (21)$$

Приравняем соответственно (20), (21) к нулю и выразим  $\gamma$ , в результате получим:

– ФМ-2:

$$\gamma_{opt} \approx \frac{0,694}{q}, \quad q \geq 0,694; \quad (22)$$

– ФМ-4:

$$\gamma_{opt} \approx \frac{1,389}{q}, \quad q \geq 1,389. \quad (23)$$

Если предположить, что станция шумовых помех в части полосы в ответ на изменение в беспроводной системе частоты по всему диапазону, который занимает набор субканалов, обеспечивает оптимальное значение подавленной полосы  $\gamma_{opt}$ , то максимальная средняя вероятность битовой ошибки для модуляций в субканалах ФМ-2, ФМ-4 будет соответственно равна:

– ФМ-2:

$$P_{B1_{MAX}} \approx \frac{0,088}{q}, \quad q \geq 0,694; \quad (24)$$

– ФМ-4:

$$P_{B1_{MAX}} \approx \frac{0,176}{q}, \quad q \geq 1,389. \quad (25)$$

Перейдем к оценке влияния ответной помехи на беспроводную систему с сигналами OFDM с внутрибитовой ПППЧ при наихудших для системы условиях, при которых помеха попадает в канал приемника до того, как состоится перескок частоты. Такая ситуация характеризует потенциальные возможности станции помех в ответ по времени воздействия на беспроводную систему. В этом предельном случае  $\gamma = 1$  и в соответствии с (19) средняя вероятность битовой ошибки равна

$$P_{B2} \approx 0,65 \cdot \exp\left(-0,44\left(\sqrt{2\left((h_0^2)^{-1} + (h_j^2)^{-1}\right)^{-1}} + 0,75\right)^2\right). \quad (26)$$

Максимальное значение вероятности битовой ошибки при воздействии оптимальной ответной помехи на субканал беспроводной системы с сигналами OFDM с внутрибитовой ПППЧ определяется путем решения уравнения  $\frac{dP_{B2}}{dh_j^2} = 0$ .

Таким образом, производная  $\frac{dP_{B2}}{dh_j^2}$  от функции (26) определяется как

$$\frac{dP_{B2}}{dh_j^2} = -0,286 \cdot \frac{\sqrt{2\left((h_0^2)^{-1} + (h_j^2)^{-1}\right)^{-1} + 0,75}}{\sqrt{\left((h_0^2)^{-1} + (h_j^2)^{-1}\right)^{-1}}} \frac{\sqrt{2}}{\left[\left(h_0^2\right)^{-1} + \left(h_j^2\right)^{-1}\right]^2} \times$$

$$\times \frac{1}{\left(h_j^2\right)^2} \cdot \exp\left(-0,44 \cdot \left(\sqrt{2\left((h_0^2)^{-1} + (h_j^2)^{-1}\right)^{-1} + 0,75}\right)^2\right). \quad (27)$$

Приравняем полученное выражение к нулю и выразим  $h_j^2$ . Имеем:

$$h_{j_{opt}}^2 \approx 9 \cdot \frac{h_0^2}{32 \cdot h_0^2 - 9}. \quad (28)$$

Подставив (28) в (26), определим максимальную среднюю вероятность битовой ошибки при воздействии оптимальной ответной помехи:

$$P_{B2_{MAX}} \approx 0,65 \cdot \exp\left(-0,44 \left(\sqrt{2\left((h_0^2)^{-1} + \left(9 \cdot \frac{h_0^2}{32 \cdot h_0^2 - 9}\right)^{-1}\right)^{-1} + 0,75}\right)^2\right). \quad (29)$$

Определим вероятность битовой ошибки для субканалов с модуляцией ФМ-8 беспроводной системы с сигналами OFDM и внутрибитовой ПППЧ при воздействии оптимальной шумовой помехи в части полосы и помехи в ответ.

Подставив выражения аппроксимации интеграла вероятности и функции Оуэна в (14) и (16), получим приближенные выражения для расчета  $P_b$ . Взятие производной от этих выражений и решение полученных уравнений представляют определенные трудности, так как формулу для определения вероятности битовой ошибки при модуляции в субканалах ФМ-8 можно использовать такую, которая дает приближенное значение вероятности символьной ошибки при модуляции в субканалах сигнала OFDM ФМ-М с когерентным детектированием [13]:

$$P_e \approx 2Q\left(\sqrt{2h_0^2 \log_2 M} \sin \frac{\pi}{M}\right), \quad (30)$$

а затем, применив

$$P_B \approx \frac{P_e}{\log_2 M}, \quad (31)$$

можно определить вероятность битовой ошибки.

Вероятность ошибки в символе в субканалах с сигналами ФМ-8 при воздействии шумовой помехи в части полосы определяется таким образом:

$$P_{E1} \approx (1 - \gamma) \cdot 2Q\left(\sqrt{6h_0^2} \sin \frac{\pi}{8}\right) + \gamma \cdot 2Q\left(\sqrt{6\left((h_0^2)^{-1} + \left(\gamma \cdot \frac{q}{3}\right)^{-1}\right)^{-1}} \sin \frac{\pi}{8}\right). \quad (32)$$

При воздействии ответной помехи вероятность ошибки в символе в субканалах с модуляцией ФМ-8 рассчитывается таким образом:



$$P_{E2} \approx (1 - \gamma) \cdot 2Q\left(\sqrt{6h_0^2} \sin \frac{\pi}{8}\right) + \gamma \cdot 2Q\left(\sqrt{6\left((h_0^2)^{-1} + (q)^{-1}\right)^{-1}} \sin \frac{\pi}{8}\right). \quad (33)$$

Аналогично случаю применения в субканалах сигнала OFDM с внутрибитовой ПППЧ с модуляцией ФМ-2, ФМ-4, применим аппроксимацию интеграла вероятности  $Q(x)$ , предполагая, что  $G_j \gg G_0$ ,  $E_s \gg G_0$ , и решим уравнение  $\frac{dP_E}{d\gamma} = 0$  применительно к (32):

$$\begin{aligned} \frac{dP_{E1}}{d\gamma} = & 1,3 \cdot \exp\left(-0,44\left(\sqrt{2\gamma q} \sin \frac{\pi}{8} + 0,75\right)^2\right) - 0,572 \cdot \gamma \frac{\sqrt{2\gamma q} \sin \frac{\pi}{8} + 0,75}{\sqrt{\gamma \cdot q}} \times \\ & \times \sin \frac{\pi}{8} \cdot q\sqrt{2} \times \exp\left(-0,44\left(\sqrt{2\gamma q} \sin \frac{\pi}{8} + 0,75\right)^2\right). \end{aligned} \quad (34)$$

Приравняем полученное уравнение к нулю и выразим  $\gamma$ :

$$\gamma_{opt} \approx \frac{4,742}{q}, \quad q \geq 4,742. \quad (35)$$

Максимальное значение вероятности символьной ошибки при шумовой помехе в части полосы равно

$$P_{E1_{MAX}} \approx \frac{1,2}{q}, \quad q \geq 4,742. \quad (36)$$

Таким образом, подставив (36) в (31), получим максимальную среднюю вероятность битовой ошибки при воздействии шумовой помехи в части полосы для модуляции ФМ-8 в субканалах сигнала OFDM с внутрибитовой ПППЧ:

$$P_{B1_{MAX}} \approx \frac{0,4}{q}, \quad q \geq 4,742. \quad (37)$$

Перейдем к оценке влияния ответных помех на беспроводную систему с сигналами OFDM и внутрибитовой ПППЧ в наихудших для системы радиосвязи условиях, при которых помеха попадает в канал приемника до того, как состоится перескок частоты ( $\gamma = 1$ ) и, в соответствии с (33), вероятность символьной ошибки равна

$$P_{E2} \approx 2Q\left(\sqrt{6\left((h_0^2)^{-1} + (h_j^2)^{-1}\right)^{-1}} \sin \frac{\pi}{8}\right). \quad (38)$$

Максимальное значение  $P_E$  на символ при воздействии оптимальной ответной помехи определяется путем решения уравнения  $\frac{dP_{E2}}{dh_j^2} = 0$ .

Таким образом, производная  $\frac{dP_{E2}}{dh_j^2}$  от функции (38) определяется как

$$\frac{dP_{E2}}{dh_j^2} = -0,572 \cdot \frac{\sqrt{6\left((h_0^2)^{-1} + (h_j^2)^{-1}\right)^{-1}} \sin \frac{\pi}{8} + 0,75}{\sqrt{6\left((h_0^2)^{-1} + (h_j^2)^{-1}\right)^{-1}}} \frac{6}{\left[(h_0^2)^{-1} + (h_j^2)^{-1}\right]^2} \times$$

$$\times \frac{\sin \frac{\pi}{8}}{(h_j^2)^2} \cdot \exp\left(-0,44 \cdot \left(\sqrt{6\left((h_0^2)^{-1} + (h_j^2)^{-1}\right)^{-1}} \sin \frac{\pi}{8} + 0,75\right)^2\right). \quad (39)$$

Приравняем полученное выражение к нулю и выразим  $h_j^2$ . Имеем

$$h_{j_{opt}}^2 \approx 9 \cdot \frac{h_0^2}{14,016 \cdot h_0^2 - 9}. \quad (40)$$

Подставив (40) в (38), определим максимальную среднюю вероятность символьной ошибки при воздействии оптимальной ответной помехи:

$$P_{E2_{MAX}} \approx 1,3 \cdot \exp\left(-0,44 \left(\sqrt{6\left((h_0^2)^{-1} + \left(9 \cdot \frac{h_0^2}{14,016 \cdot h_0^2 - 9}\right)^{-1}\right)^{-1}} \sin \frac{\pi}{8} + 0,75\right)^2\right). \quad (41)$$

Подставив (41) в (31), получим максимальную среднюю вероятность битовой ошибки при воздействии ответной помехи для модуляции ФМ-8 в субканалах:

$$P_{B2_{MAX}} \approx 0,433 \cdot \exp\left(-0,44 \left(\sqrt{6\left((h_0^2)^{-1} + \left(9 \cdot \frac{h_0^2}{14,016 \cdot h_0^2 - 9}\right)^{-1}\right)^{-1}} \sin \frac{\pi}{8} + 0,75\right)^2\right). \quad (42)$$

Рассмотрим графические зависимости вероятности битовой ошибки от отношения сигнал-помеха с учетом расширения спектра сигнала только для модуляции ФМ-2 в субканалах беспроводной системы с сигналами OFDM и внутрибитовой ПППЧ.

На рис. 1 изображен график зависимости  $P_B$  от отношения сигнал-помеха  $q$  (с учетом коэффициентов расширения спектра) для беспроводной системы с сигналами OFDM и внутрибитовой ПППЧ (применяется модуляция ФМ-2) при воздействии на субканалах шумовой помехи в части полосы для различных значений  $\gamma$  при условии, что  $h_0^2 = 9,588$  дБ. На графике также показана касательная к функциям, что показывает максимальную вероятность битовой ошибки  $P_{B_{MAX}}$  при  $\gamma = \gamma_{opt}$ , которая определена по формуле (19). Графики показывают, что в области малых значений параметра  $q$  наиболее эффективное воздействие на беспроводную систему с точки зрения постановщика помех делает помеха со значениями  $\gamma \rightarrow 1$ , а в области высоких значений – помеха со значениями  $\gamma \rightarrow 0$ . При  $\gamma = \gamma_{opt}$  экспоненциальный характер зависимости вероятности битовой ошибки меняется на линейный, что приводит к значительному уменьшению помехозащищенности беспроводной системы с сигналами OFDM и внутрибитовой ПППЧ. Шумовая помеха в части полосы, что имеет оптимальное значение подавленной полосы  $\gamma_{opt}$ , с точки зрения помехозащищенности беспроводной системы является наихудшей.

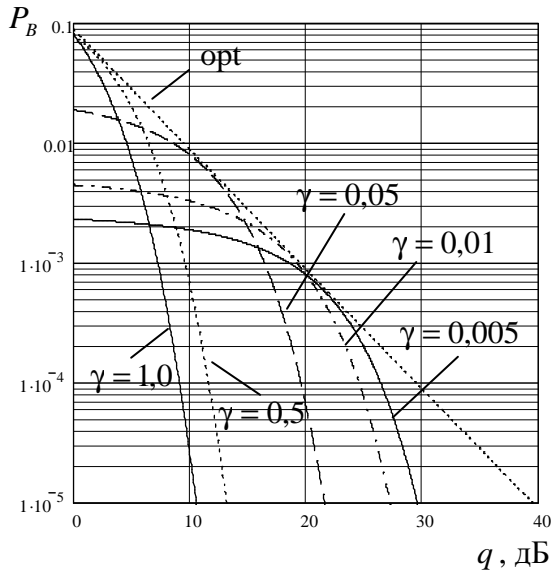


Рис. 1. Зависимость средней вероятности битовой ошибки от отношения сигнал-помеха для беспроводной системы с сигналами OFDM и внутрибитовой ПППЧ (с модуляцией ФМ-2) при воздействии на субканалах шумовой помехи в части полосы

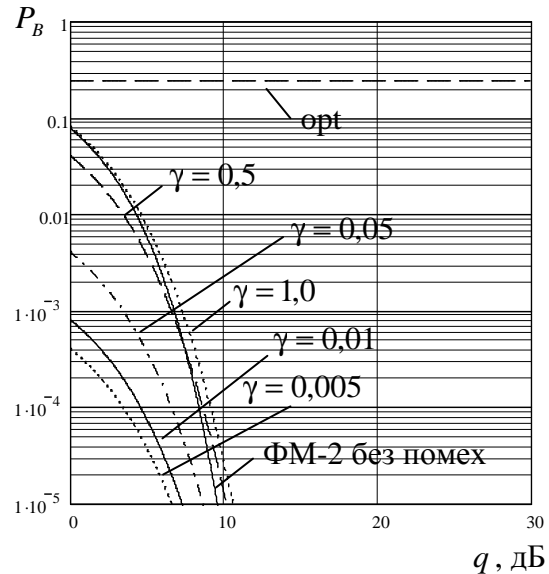


Рис. 2. Зависимость средней вероятности битовой ошибки от отношения сигнал-помеха для беспроводной системы с сигналами OFDM и внутрибитовой ПППЧ (с модуляцией ФМ-2) при воздействии на субканалах помехи в ответ

Например, при гауссовской помехе во всей полосе ( $\gamma = 1$ ) необходимое значение параметра  $q = 14,6$  дБ для вероятности  $P_B = 10^{-4}$ . При наихудшей помехе ( $\gamma = \gamma_{opt}$ ) вероятность битовой ошибки  $P_{B_{MAX}} = 10^{-4}$  достигается при отношении  $q = 29,5$  дБ. Таким образом, при оптимальной помехе для обеспечения  $P_B = 10^{-4}$  необходимо увеличить отношение  $q$  на 14,9 дБ.

В случае воздействия на субканалы ответной помехи (рис. 2) эффективной является помеха, которая полностью подавляет полезный сигнал ( $\gamma = 1$ ), однако на практике такую помеху реализовать достаточно сложно. При уменьшении части подавленной полосы эффективность помехи в ответ уменьшается.

### 3. Выводы

В статье получены аналитические зависимости для расчета средней вероятности битовой ошибки в беспроводных сетях с сигналами OFDM с внутрибитовой ПППЧ с учетом влияния оптимальных преднамеренных помех, позволяющие количественно оценить предельные характеристики помехозащищенности беспроводных сетей.

Направлением дальнейших исследований считается исследование предельных характеристик помехозащищенности беспроводных сетей с сигналами OFDM и внутрибитовой ПППЧ с использованием кодов Рида-Соломона.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов методом псевдослучайной перестройки рабочей частоты / [Борисов В.И., Зинчук В.М., Лимарев А.Е. и др.]. – М.: Радио и связь, 2000. – 384 с.

2. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов модуляцией несущей псевдослучайной последовательностью / [Борисов В.И., Зинчук В.М., Лимарев А.Е. и др.]. – М.: Радио и связь, 2003. – 640 с.
3. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / Скляр Б. – [3-е изд.]. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1104 с.
4. Бураченко Д.Л. Сигнальные конструкции. Приложения: учебн. пособ. Ч. 3 / Д.Л. Бураченко, Н.В. Савищенко. – Санкт-Петербург: Издательство «СПбГУТ», 2005. – С. 3 – 28.
5. Бураченко Д.Л. Сигнальные конструкции. Приложения: учебн. пособ. Ч. 2 / Д.Л. Бураченко, Н.В. Савищенко. – Санкт-Петербург: Издательство «СПбГУТ», 2005. – С. 64 – 72.

*Стаття надійшла до редакції 04.08.2014*