

Н.Б. Шапиро

*Морской гидрофизический институт НАН Украины, г. Севастополь*

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНОЙ СТРУКТУРЫ  
ГИДРОЛОГИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ  
В КАРСТОВОЙ ПОЛОСТИ НА МЫСЕ АЙЯ  
ПОД ДЕЙСТВИЕМ СУБМАРИННОЙ РАЗГРУЗКИ**

Обсуждаются результаты численных экспериментов, посвященных воспроизведению структуры гидрологических полей в карстовой полости (район мыса Айя, Южный берег Крыма), наблюдавшейся во время экспедиции в сентябре 2008 г. Эксперименты проводились с помощью трехмерной гидростатической и двумерной гидростатической и негидростатической моделей. Использовалось приближение «твердой крышки» и процедура «конвективного приспособления».

В трехмерной модели расчеты проводились с применением  $\sigma$ - и  $z$ -координат. Показано, что для адекватного представления влияния рельефа дна на распределение солености и температуры в верхнем слое моря желательно использовать  $z$ -координаты.

В рамках двумерной модели показано, что главным фактором, ответственным за формирование наблюдаемой структуры гидрологических полей в полости, является образование вертикальной ячейки циркуляции, возникающей при втекании пресной воды в соленую воду (бароклинный эффект). Роль конвекции оказывается вторичной. В циркуляционной ячейке происходит подъем вод около источника пресной воды, вытекание распресненной воды в верхнем слое моря и приток к источнику более плотной воды в глубинных слоях. Отказ от приближения гидростатики приводит к большему распреснению поверхностных вод в полости и более близкому согласованию с данными наблюдений.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** *субмаринная разгрузка пресных вод, карстовая полость, численное моделирование, гидростатическая модель, негидростатическая модель, бароклинность.*

**Введение.** Для решения проблемы обеспечения водными ресурсами приобретает актуальность исследование субмаринной разгрузки подземных пресных вод, происходящей на южном побережье Крыма. Во время двух экспедиций в сентябре 2007 и 2008 годов [1, 2] измерялись поля температуры, солености и скорости течения в карстовой полости, расположенной в районе мыса Айя, в которой через трещины в стенах грота поступает пресная вода, т.е. происходит субмаринная разгрузка. Для интерпретации полученных в ходе этих наблюдений результатов и выяснения механизмов формирования наблюдавшейся трехмерной структуры вод были привлечены результаты численного моделирования. Постановка и детали численных экспериментов описаны в работах [3 – 5].

Вертикальная структура гидрологических полей внутри карстовой полости свидетельствует о том, что в ней происходит довольно интенсивная субмаринная разгрузка подземных вод. Пресная вода, всплывающая к поверхности моря, перемешивается с соленой морской водой и выносится в

открытое море. Распресненная вода прослеживается в полях солености, температуры и скорости течений в поверхностном слое толщиной менее одного метра. При этом из моря глубинными течениями в полость вносится соленая морская вода.

Следы субмаринной разгрузки более заметны внутри карстовой полости (ниже поверхностная соленость, выше поверхностная температура), чем при выходе из нее. Представляется, что в исследованной полости находится несколько источников субмариной разгрузки.

Во время первой экспедиции вследствие сгона, вызванного действием продолжительного западного ветра, температура воды на акватории моря в день проведения работ составляла примерно 14°C (вместо нормы 21°C), причем в полости температура на поверхности моря была выше и доходила до 15°C. Это указывает на то, что пресная подземная вода являлась более теплой, чем морская вода вне полости. Соленость воды в карстовой полости под тонким поверхностным слоем, где она достигала 12‰, практически не менялась с глубиной и составляла 18,2‰. Вне карстовой полости поверхностная соленость была выше 17‰.

По измерениям скорость вытекающего из грота течения на выходе из полости была максимальна на поверхности моря, где доходила до 4 см/с, скорость втекающего течения доходила до 3 см/с на глубинах 1,5 – 2 м. Подчеркнем, что речь идет о течениях, осредненных по времени за время экспозиции для исключения колебаний, связанных с наличием ветровых волн и зыби.

Во время второй экспедиции, проведенной ровно через год после первой, в поверхностном слое также наблюдались распресненные воды. Соленость их была меньше, чем в 2007 г., и доходила до 10‰. В глубинных слоях соленость, как и прежде, составляла 18,2‰. В поверхностном слое моря температура воды была значительно выше, чем в 2007 г. и равнялась примерно 23°C, с глубиной она увеличивалась до 24°C. Структура течений была такой же, как во время первой экспедиции, а именно: в тонком верхнем слое вода вытекала из полости (со скоростью около 4 см/с), глубже втекала в нее.

По данным о скорости течения и солености на разрезе – входе в полость – на основе стационарного баланса массы и соли был оценен суммарный дебит источников пресной воды, разгружающихся в полости. В 2008 г. он получился равным примерно 6 000 м<sup>3</sup>/сут, а в 2007 г. – около 2 000 м<sup>3</sup>/сут. Это, вероятно, связано с большей величиной осадков, выпавших над Крымом в 2008 г.

Настоящая работа состоит из двух частей. В первой ее части обсуждаются результаты, полученные в рамках трехмерной гидростатической модели [3, 4]. Во второй части рассматриваются результаты, полученные в рамках двумерной модели, в которой приближение гидростатики не используется [5]. Обсуждаются механизмы формирования специфической структуры гидрологических полей при субмаринной разгрузке пресных вод, влияние приближения гидростатики, роль процедуры «конвективного приспособления».

**Трехмерная гидростатическая модель.** Для моделирования конкретной ситуации в карстовой полости решается следующая задача. Пусть в области, включающей собой карстовую полость и прилегающую к ней область моря, имеет место покой, а температура и соленость воды не меняются по горизонтали. На открытых границах рассматриваемой области эти распределения температуры и солености сохраняются в течение всего расчета. В начальный момент времени в полость через трещины в боковых границах начинает просачиваться пресная вода с нулевой соленостью и с температурой, вообще говоря, не совпадающей с температурой воды в гроте. Просачивание пресной воды происходит в нескольких местах, причем с заданными априори расходами воды. В результате начинает происходить формирование трехмерной, а по существу двухслойной термохалинной структуры и связанного с ней поля течений.

Численные эксперименты проводились в рамках модели, которая ранее использовалась при воспроизведении пространственно-временной изменчивости гидрофизических полей в севастопольской бухте [6]. В версии модели, которая применяется в данном исследовании, используется приближение «твердой крышки», чтобы при постановке условий на открытой границе наиболее простым способом обеспечить сохранение объема воды в рассматриваемой области. Модель основана на так называемых примитивных уравнениях гидродинамики океана в гидростатическом приближении и с использованием процедуры «конвективного приспособления» обеспечивающей сохранение запасов тепла и соли при появлении неустойчивой стратификации по плотности и гарантирующей подъем подземных пресных вод к поверхности моря.

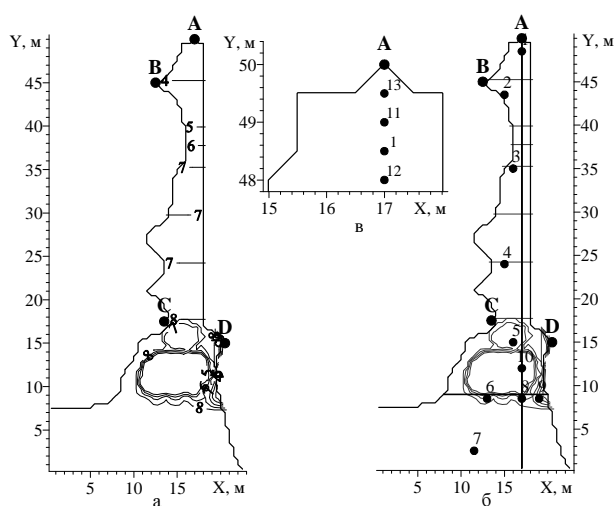


Рис. 1. Рельеф дна  $H$  (м), положение источников пресной воды (а), положение станций и разрезов, которые используются при анализе результатов расчета (б, в).

величина расходов поступающей воды, вообще говоря, неизвестны.

На рис. 1 приведен рельеф дна в рассматриваемой области, показано положение источников пресной воды, станций и разрезов, которые используются при демонстрации результатов расчета. Отметим, что дебит субмаринной разгрузки можно считать известным, однако количество источников пресной воды, их положение, вели-

В используемой  $N$ -слойной модели границы слоев  $Z_k$  задаются априори. Уравнения модели получаются интегрированием по вертикали в пределах слоев исходной системы уравнений с учетом граничных условий на поверхности моря, дне и внутренних границах слоев.

При задании границ слоев формулой  $Z_k = \sigma_k H(x, y)$ , где  $0 \leq \sigma_k \leq 1$ ;  $\sigma_0 = 0$ ;  $\sigma_N = 1$ ;  $Z_0 = 0$  – поверхность,  $Z_N = H$  – дно моря, получаем такие же уравнения, как и при аппроксимации дифференциальных уравнений в  $\sigma$ -координатах.

При задании границ слоев формулой  $Z_k = \text{const}$  получаем обычную многоуровневую модель.

Из-за кратковременности процесса формирования термохалинной структуры в полости, потоки массы, тепла и соли на поверхности моря полагаются равными нулю. Не учитывается также действие ветра (в полость ветер практически не проникает, а над открытой частью моря его действием можно пренебречь, поскольку наблюдения производились во время штиля). На дне принимаются условия обтекания с трением и отсутствия потоков тепла и соли.

На твердых боковых границах ставятся условия прилипания для горизонтальных компонент скорости течения и условия равенства нулю нормальных составляющих потоков тепла и соли. В трещинах на боковых границах полости, а именно в местах, помеченных на рис. 1 точками  $A, B, C, D$ , предполагается поступление (в слоях  $k_1 \leq k \leq k_2$ ) пресных вод с соленостью  $S^*$ , температурой  $T^*$  и расходами  $Q_A, Q_B, Q_C, Q_D$ . При этом в слоях  $[k_1, k_2]$  скорость течения одинаковая.

Поскольку в данной задаче используется приближение «твердой крышки», то интегральный расход воды через открытую границу известен и в каждый момент времени равен суммарному расходу воды, поступающей из подземных источников. Для того чтобы определить распределение этого расхода вдоль открытой границы, ставится условие свободного протекания для полных потоков (равенство нулю производных по нормали компонент полного потока и интегральной функции тока).

Для скорости течения также ставится условие свободного протекания для бароклинной компоненты (отклонения скорости от баротропной, средней по глубине, компоненты). Для температуры и солености на открытой границе ставятся условия транспортности, так что в рассматриваемую область втекает вода с фоновой температурой и соленостью, а вытекает с температурой и соленостью, сформировавшейся в полости.

Конечно-разностный алгоритм решения задачи основан на использовании бокс-метода с сеткой « $B$ », двухслойной полунявной схеме интегрирования по времени, неявной аппроксимацией вертикального обмена теплом, солью, импульсом, придонного трения и ускорения Кориолиса, решении методом верхней релаксации уравнения для интегральной функции тока, получаемого непосредственно из разностных уравнений движения и неразрывности. Адвективные члены в уравнениях для температуры и солености аппроксимируются «направленными разностями», чтобы обеспечить устойчивость численной схемы.

Перейдем к моделированию ситуации в карстовой полости, существовавшей во время второй экспедиции. Результаты моделирования ситуации, наблюдавшейся во время первой экспедиции, изложены в работах [1, 3]. Рассмотрим по аналогии численный эксперимент в рамках 8-слойной модели с равномерной по  $\sigma$ -координате сеткой при следующих значениях коэффициен-

тов горизонтальной ( $A = 10^2 \text{ см}^2/\text{с}$ ,  $K = 1 \text{ см}^2/\text{с}$ ) и вертикальной ( $A_z = 50 \text{ см}^2/\text{с}$ ,  $K_z = 0,1 \text{ см}^2/\text{с}$ ) вязкости и диффузии соответственно. Шаги сетки по горизонтали  $\Delta x = \Delta y = 0,5 \text{ м}$ . Суммарный дебит подземных источников  $Q_0$  полагался равным  $0,06 \text{ м}^3/\text{с} = 60 \text{ л/с} \approx 6\,000 \text{ м}^3/\text{сут}$ , расходы источников  $Q_A = 500 \text{ м}^3/\text{сут}$ ,  $Q_B = 500 \text{ м}^3/\text{сут}$ ,  $Q_C = 2\,500 \text{ м}^3/\text{сут}$ ,  $Q_D = 2\,500 \text{ м}^3/\text{сут}$ . Все источники имеют одинаковые размеры – один шаг по горизонтали и несколько шагов по вертикали. В данном случае подземные воды втекают в три внутренних слоя (4 – 6) с температурой  $15^\circ\text{C}$  и соленостью  $0\text{‰}$ .

Как уже указывалось, в начальный момент времени скорость течений равна нулю, температура и соленость в полости и на открытой границе меняются только по вертикали, причем соленость увеличивается с глубиной по линейному закону от  $17,9$  до  $18,2\text{‰}$ , а температура, учитывая условия второй экспедиции, наоборот, уменьшается от  $24$  до  $23^\circ\text{C}$ . Расчет (с шагом по времени  $\Delta t = 0,72 \text{ с}$ ) проводился на  $10 \text{ ч}$ , когда все поля выходили на стационарный режим.

На рис. 2 приведены результаты, полученные к концу расчета: интегральная функция тока, соленость и температура в поверхностном слое, векторы средней по глубине скорости течения и скорости течений в поверхностном и придонном слоях. Отметим, что структура полей течений и солености близка к структуре полей, полученных при моделировании первой экспедиции. Поле температуры, естественно, отличается, поскольку первая экспедиция проводилась во время сгона, когда температура воды в море была ниже температуры втекающей пресной воды.

В целом получается качественно правильная структура полей течений, температуры и солености в карстовой полости. Однако наблюдается количественное несоответствие, а именно поверхностная соленость, которая является наиболее показательной характеристикой процесса субмаринной разгрузки, в расчете оказалась выше наблюдаемой как внутри, так и вне карстовой полости.

Как показали дополнительные численные эксперименты, такое несоответствие может быть связано как с особенностями модели, в частности, выбором коэффициентов турбулентного обмена, так и с неточным заданием внешних факторов, например, местоположения источников пресной воды и их расходов. Отметим, что факторы способствующие усилению скорости течений (увеличение расхода пресной воды в источниках, уменьшение коэффициентов турбулентного обмена) приводят к увеличению поверхностной солености в карстовой полости.

Оказалось также, что результаты расчетов существенно зависят от особенностей вертикального разрешения, а именно использования  $\sigma$ - или  $z$ -координат, и также от количества слоев. Остановимся на этом подробнее и сравним результаты численных экспериментов, проведенных в рамках 8- и 40-слойной моделей с различным разрешением по вертикали: с равномерной по  $\sigma$ -координате сеткой (в дальнейшем – сетка  $\sigma$ ) и в случае, когда границы слоев горизонтальные и все слои, кроме придонного, имеют одинаковую толщину (в дальнейшем – сетка  $z$ ). В 8-слойной модели толщина 7 верхних слоев равна  $40 \text{ см}$ , в 40-слойной модели толщина верхних 39 слоев –  $7 \text{ см}$ , все границы располагаются над поднятиями дна ( $Z_{39} < H$ ). Будем полагать, что пресная вода поступает только из одного источника, расположенного в вершине по-

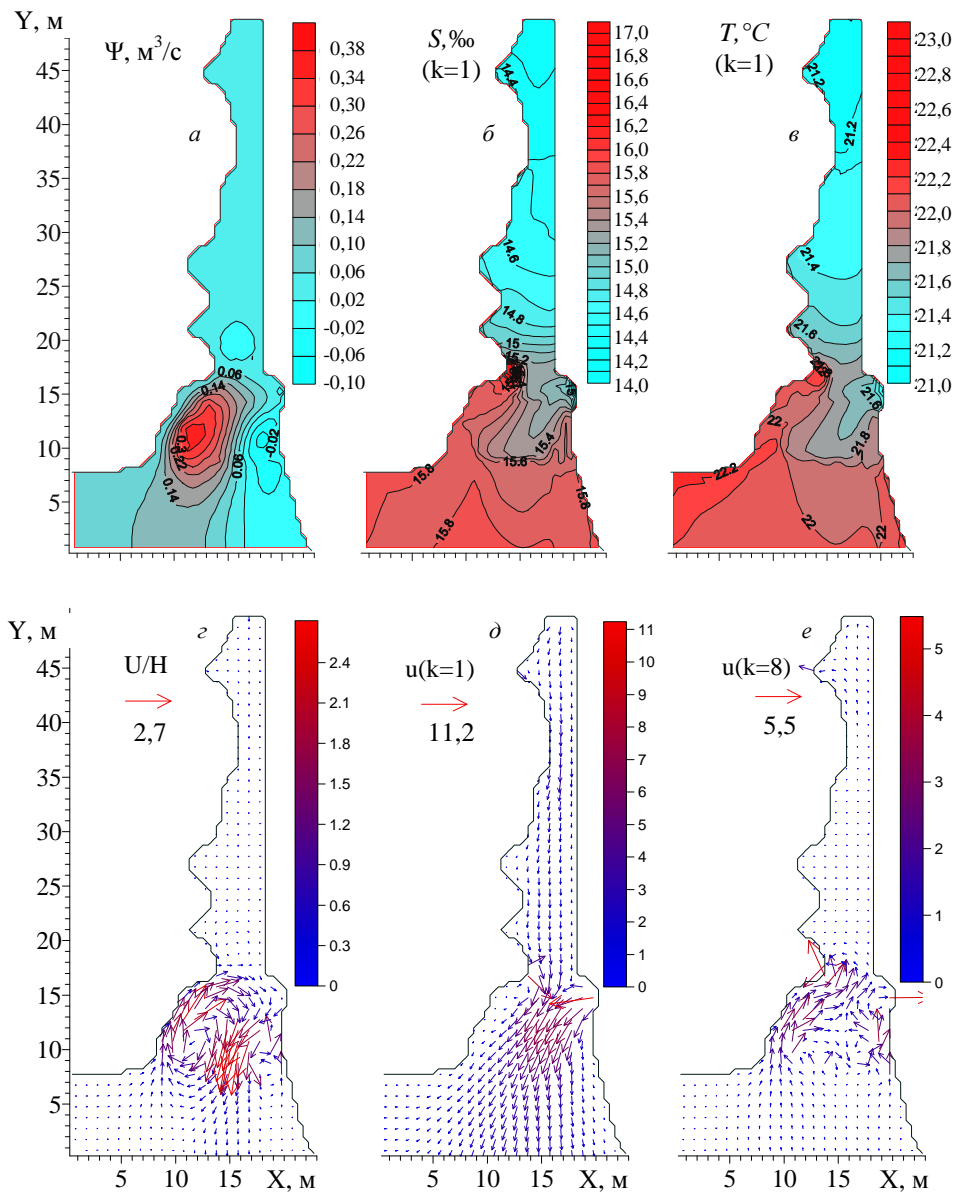


Рис. 2. Интегральная функция тока  $\Psi$ , соленость  $S$  и температура  $T$  в верхнем слое – соответственно  $a$ ,  $б$ ,  $в$ . Векторы скорости течения:  $г$  – среднего по глубине,  $д$  – в верхнем слое ( $k = 1$ ),  $е$  – в придонном ( $k = 8$ ) слое. Приведены максимальные значения скорости в  $\text{cm}/\text{s}$ ;  $N = 8$ .

лости ( $Q_A = 0,06 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $Q_B = Q_C = Q_D = 0$ ), причем во все слои  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = N$ . Последнее предположение сделано для адекватного сопоставления результатов, полученных на разных сетках и при различном числе слоев.

На рис. 3 для этих вариантов показаны распределения солености и температуры в верхнем слое моря. Увеличение в модели числа слоев приводит к уменьшению солености непосредственно в полости и в открытой части моря, причем на обеих сетках. Уменьшается также толщина распресненного слоя, что приближает результаты расчета к данным наблюдений. Отметим, что в поверхностном слое находятся воды с пониженной температурой. Это естественно, так как холодная пресная вода, поднимаясь к поверхности, приводит не только к уменьшению солености, но и к охлаждению поверхностных вод.

Видно, что распределения поверхностной солености, полученные на разных сетках, значительно отличаются друг от друга. На сетке в  $\sigma$ -координатах (в дальнейшем будем называть такие сетки – сетка  $\sigma$ ) в поле поверхностной солености проявляется влияние поднятия дна, особенно при грубом разрешении ( $N = 8$ ). В то же время на сетке в  $z$ -координатах (в дальнейшем будем называть такие сетки – сетка  $z$ ) такого влияния практически нет, по крайней мере, при хорошем вертикальном разрешении ( $N = 40$ ). Это означает, что особенности в поле солености над поднятием дна, проявляющиеся при использовании сетки  $\sigma$ , являются нереальными и связаны с существенным изменением толщины слоя в этом районе. Дело в том, что фактически рассчитывается и приводится на рисунках не поверхностная, а средняя по слою соленость. Разумеется, что это относится ко всем рассчитываемым полям и, в частности, к распределению поверхностной температуры. Поэтому к интерпретации результатов, полученных при использовании сетки  $\sigma$ , нужно относиться с осторожностью.

На рис. 3 показаны также распределения интегральной функции тока  $\Psi$ , рассчитанные для тех же вариантов. Отметим, что в интегральной циркуляции хорошо виден так называемый СЭБИР (совместный эффект бароклинности и рельефа дна), проявляющийся в появлении круговоротов над поднятием дна. Видно, что при увеличении числа слоев и, вообще, при использовании сетки  $z$  этот эффект несколько сглаживается.

На рис. 4 и рис. 5 приведены распределения солености и температуры во внутренних слоях, рассчитанные в рамках 40-слойной модели с сеткой  $\sigma$ . Видно, что на фоне монотонного изменения солености и температуры над поднятием дна четко выделяется зона пониженной солености и пониженной температуры. В то же время при расчете на сетке  $z$ , видно из рис. 6 и рис. 7, в распределениях полей солености и температуры в приповерхностных слоях поднятие дна практически не проявляется. Это указывает на то, что рельеф дна не влияет на поля температуры и солености не только на поверхности моря, но, по существу, вообще в верхней его части, по крайней мере, над поднятием дна. Особенности полей солености и температуры над поднятием дна, полученные в модели с  $\sigma$ -координатами, обусловлены, как уже указывалось, не влиянием рельефа дна, а переменностью толщин слоев из-за рельефа дна.

Заметим, что интерполяция полей солености и температуры, рассчитанных на сетке  $\sigma$  на горизонты, не спасает положения. Это видно из рис. 8 и рис. 9, на которых показаны распределения солености на горизонтах, полученные с

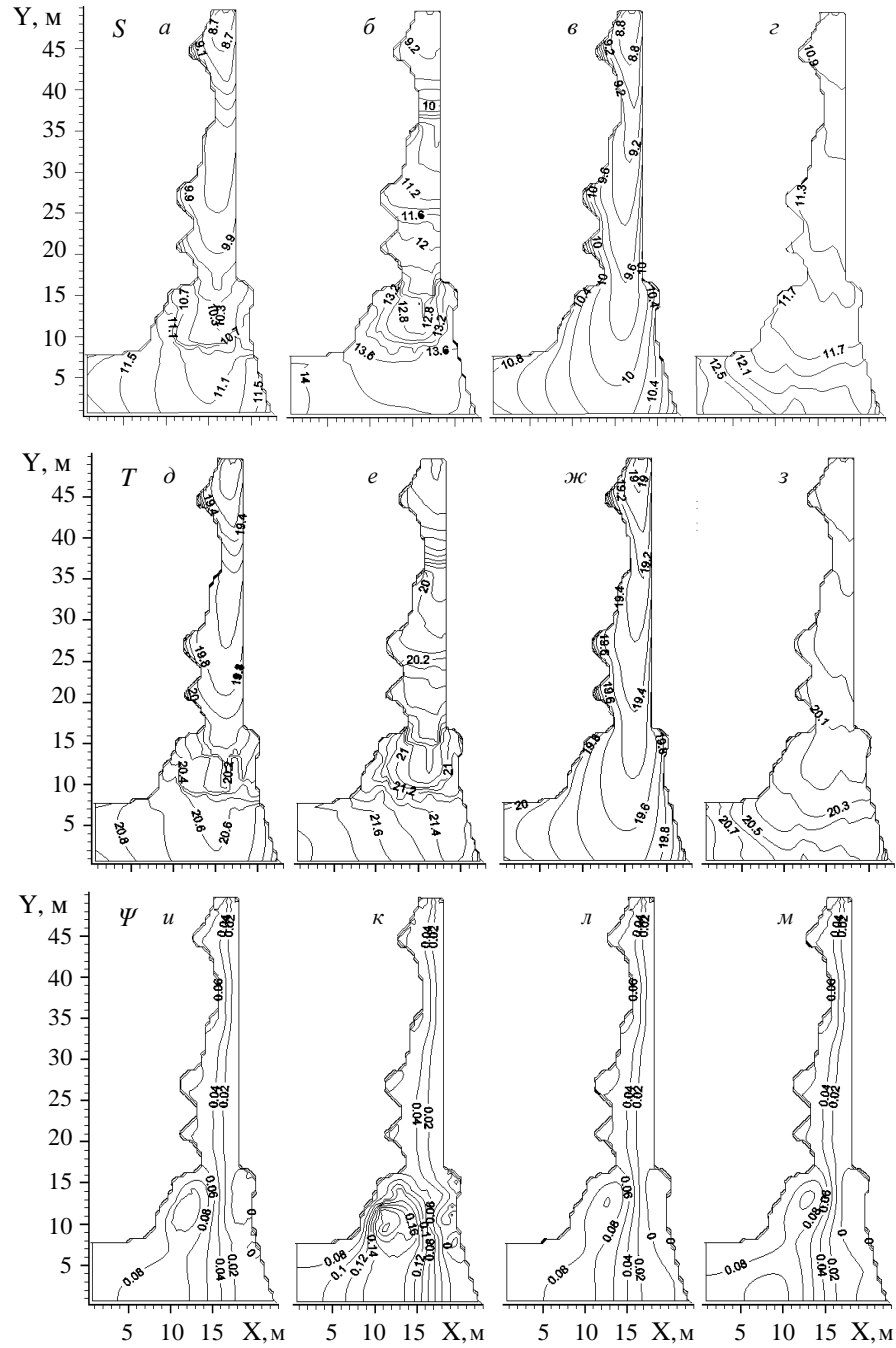


Рис. 3. Распределения  $S$  (‰),  $T$  (°C) в верхнем слое моря ( $k = 1$ ) и интегральная функция тока  $\Psi$  (м<sup>3</sup>/с) в случае действия одного источника пресной воды, расположенного в вершинной части полости ( $Q_A = 0,06$  м<sup>3</sup>/с,  $Q_B = Q_C = Q_D = 0$ ), при различном числе слоев и различных сетках:  $a, б, д, e, и, к$  – сетка  $\sigma$ ;  $в, з, ж, з, л, м$  – сетка  $z$ ;  $a, в, д, ж, и, л - N = 40$ ;  $б, з, e, з, к, м - N = 8$ .



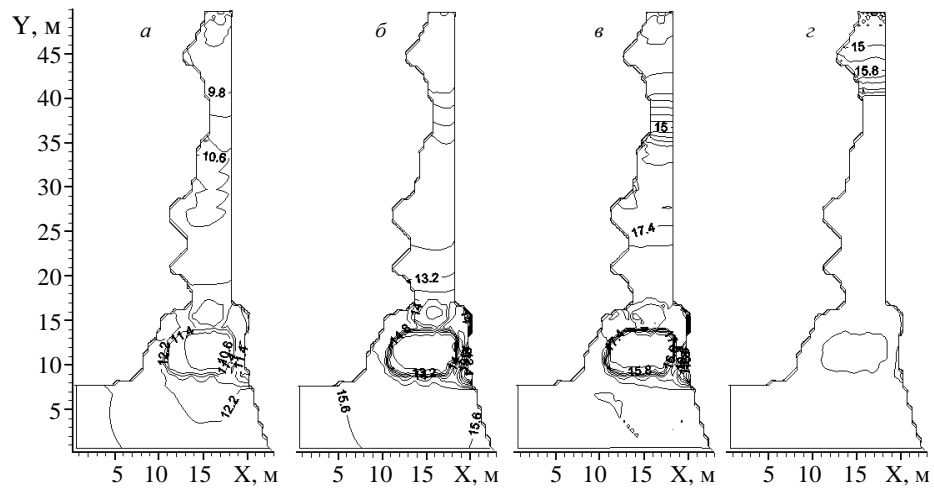


Рис. 4. Распределения  $S$  (%) во внутренних слоях, рассчитанные в модели с сеткой  $\sigma$  при  $N = 40$ :  
 а)  $-\kappa = 2, z = 0,05H$ ; б)  $-\kappa = 4, z = 0,10H$ ; в)  $-\kappa = 2, z = 0,20H$ ; г)  $-\kappa = 2, z = 0,40H$

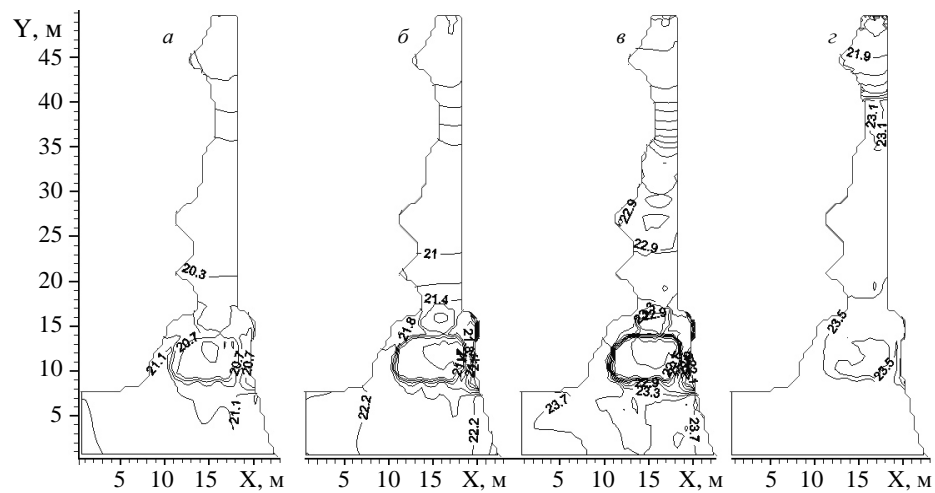


Рис. 5. Распределения  $T$  (°C) во внутренних слоях, рассчитанные в модели с сеткой  $\sigma$  при  $N = 40$ :  
 а)  $-\kappa = 2, z = 0,05H$ ; б)  $-\kappa = 4, z = 0,10H$ ; в)  $-\kappa = 2, z = 0,20H$ ; г)  $-\kappa = 2, z = 0,40H$ .

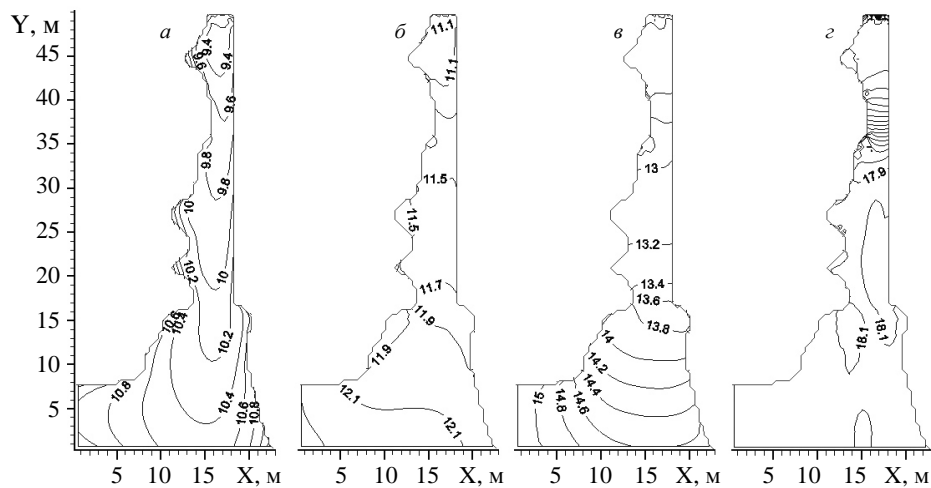


Рис. 6. Распределения  $S$  (%) во внутренних слоях, рассчитанные в модели с сеткой  $z$  при  $N = 40$ :  
 а)  $\kappa = 2$ ,  $z = 14$  см; б)  $\kappa = 5$ ,  $z = 35$  см; в)  $\kappa = 10$ ,  $z = 70$  см; г)  $\kappa = 20$ ,  $z = 100$  см.

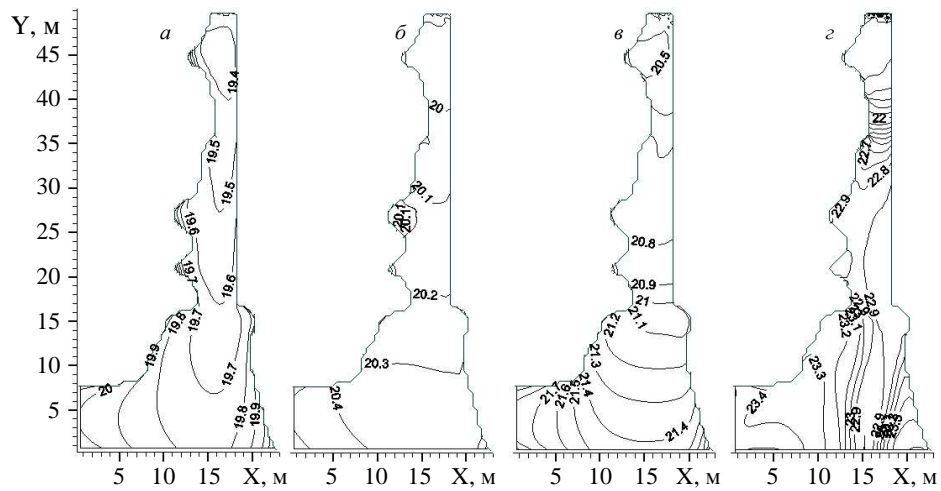


Рис. 7. Распределения  $T^{\circ}C$  во внутренних слоях, рассчитанные в модели с сеткой  $Z$  ( $N = 40$ ):  
 а)  $\kappa = 2$ ,  $z = 14$  см; б)  $\kappa = 5$ ,  $z = 35$  см; в)  $\kappa = 10$ ,  $z = 70$  см; г)  $\kappa = 20$ ,  $z = 100$  см.

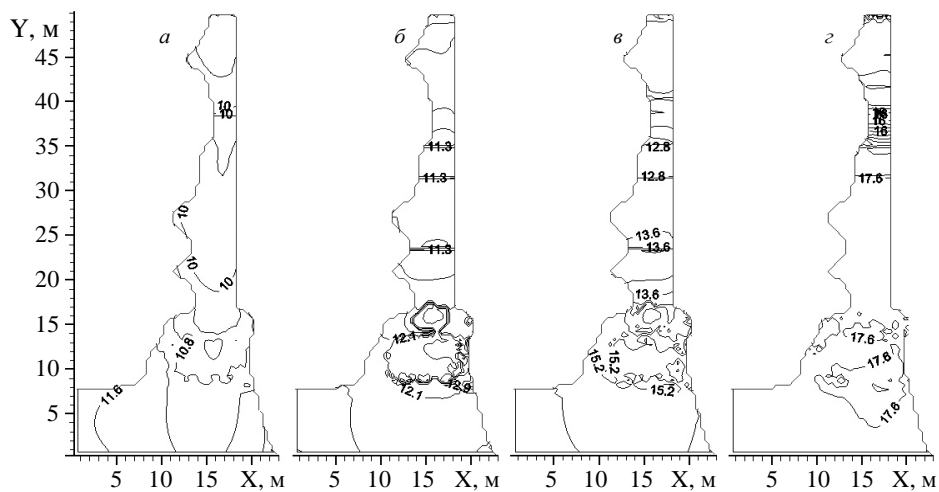


Рис. 8. Распределения  $S$  (%) на отдельных горизонтах, рассчитанные в модели с сеткой  $\sigma$  при  $N = 40$ , после ступенчатой интерполяции:  
 а)  $\kappa = 2$ ,  $z = 14$  см; б)  $\kappa = 5$ ,  $z = 35$  см; в)  $\kappa = 10$ ,  $z = 70$  см; г)  $\kappa = 20$ ,  $z = 100$  см.

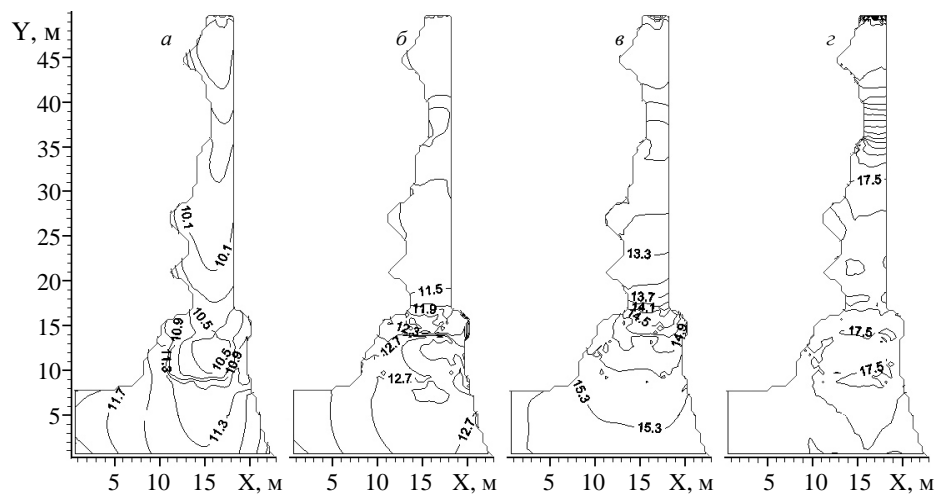


Рис. 9. Распределения  $S$  (%) на отдельных горизонтах, рассчитанные в модели с сеткой  $\sigma$  при  $N = 40$ , после линейной интерполяции:  
 а)  $\kappa = 2$ ,  $z = 14$  см; б)  $\kappa = 5$ ,  $z = 35$  см; в)  $\kappa = 10$ ,  $z = 70$  см; г)  $\kappa = 20$ ,  $z = 100$  см.

учетом того, что соленость не меняется по вертикали в пределах слоев (ступенчатая интерполяция, см. рис. 8), или меняется линейно от слоя к слою (линейная интерполяция, см. рис. 9).

В последнем случае считается, что соленость определяется в середине слоев. В интерполированных полях опять проявляется влияние поднятия дна, только теперь, что естественно, это зона повышенной солености. Поскольку интерполированные с сетки  $\sigma$  поля значительно отличаются от полей на сетке  $z$ , для получения полей именно на горизонтах представляется целесообразным с самого начала проводить расчеты в модели с  $z$ -координатами.

На рис. 10 показаны векторы скорости течений на различных горизонтах, полученные в модели с сеткой  $z$ . Видно, что в верхних слоях вода вытекает из полости в открытое море, а в глубинных слоях, наоборот, втекает. В глубинных слоях видны особенности в поле течений, связанные с влиянием рельефа дна.

Отметим, что при выбранных значениях параметров расход вытекающей из карстовой полости воды получается равным  $Q_1 = -0,24 \text{ м}^3/\text{с}$ , а расход втекающей в грот морской воды  $Q_2 = 0,18 \text{ м}^3/\text{с}$ , так что  $Q_1$  и  $Q_2$  заметно превышают расход поступающей подземной пресной воды  $Q_0 = -0,06 \text{ м}^3/\text{с}$ .

На рис. 11 показаны распределения солености, температуры, компоненты скорости течения  $v$ , направленной вдоль полости, и вертикальной скорости  $w$  ( $w < 0$  – подъем вод) на двух разрезах – продольном (вдоль полости) и поперечном (входе в полость), полученные в модели с сеткой  $z$ . Хорошо видна во всей полости практически двухслойная структура полей солености  $S$ , температуры  $T$  и «продольной» компоненты скорости  $v$  с четко выраженными скачками солености и температуры, расположенными на достаточно малой глубине. Четко видны зоны интенсивного подъема вод вблизи источника пресной воды и зоны сравнительно сильного опускания вод также около источника и у поднятия дна.

На рис. 12 для иллюстрации приведены распределения вертикальной скорости течения  $w$  на горизонтах 0,7 и 2,5 м.

Для того чтобы получить представление о роли местоположения источников пресной воды и их мощности, на рис. 13 показаны распределения солености в верхнем слое, полученные в рамках 40-слойной модели с сеткой  $z$ . Видно, что один источник пресной воды, расположенный вблизи входа в грот, не приводит к появлению распресненной воды внутри полости. В то же время наличие одного источника в вершинной части полости приводит к существенному понижению поверхностной солености и в полости, и в прилегающей области моря. Более того, значения солености получаются близкими к измеренным при меньших (по сравнению с основным случаем, когда  $Q_A = 0,06 \text{ м}^3/\text{с}$ ) расходах этого источника (при  $Q_A = 0,03 \text{ м}^3/\text{с}$  и  $Q_A = 0,02 \text{ м}^3/\text{с}$ ). Наличие нескольких источников пресной воды, как можно судить из рисунка, влияет на распределение поверхностной солености (особенно в море вне полости) и, возможно, приближает результаты к реальности. Однако чтобы делать определенные выводы о местоположении и мощности источников пресной воды, а также о суммарном дебите источников пресной воды, необходимы дополнительные расчеты и, самое главное, – более детальные натурные измерения.

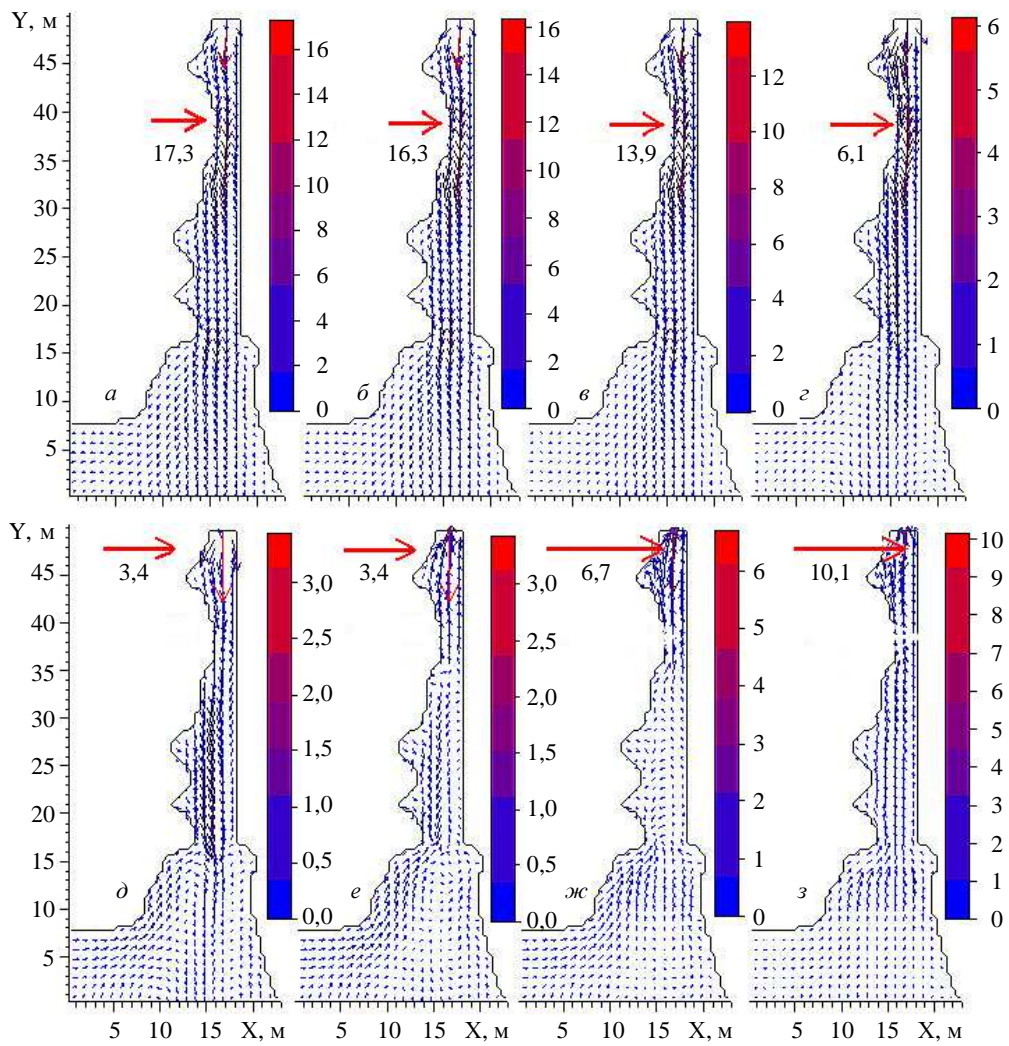


Рис. 10. Векторы скорости течения в различных слоях, рассчитанные в модели с сеткой  $Z$  ( $N = 40$ ). Приведены максимальные значения скорости в см/с  
*a*) –  $k = 1$ ,  $Z = 7$  см; *б*) –  $k = 5$ ,  $Z = 35$  см; *в*) –  $k = 10$ ,  $Z = 70$  см; *г*) –  $k = 20$ ,  $Z = 140$  см;  
*д*) –  $k = 25$ ,  $Z = 175$  см; *е*) –  $k = 30$ ,  $Z = 210$  см; *ж*) –  $k = 35$ ,  $Z = 245$  см; *з*) –  $k = 40$ ,  $Z = H$ .

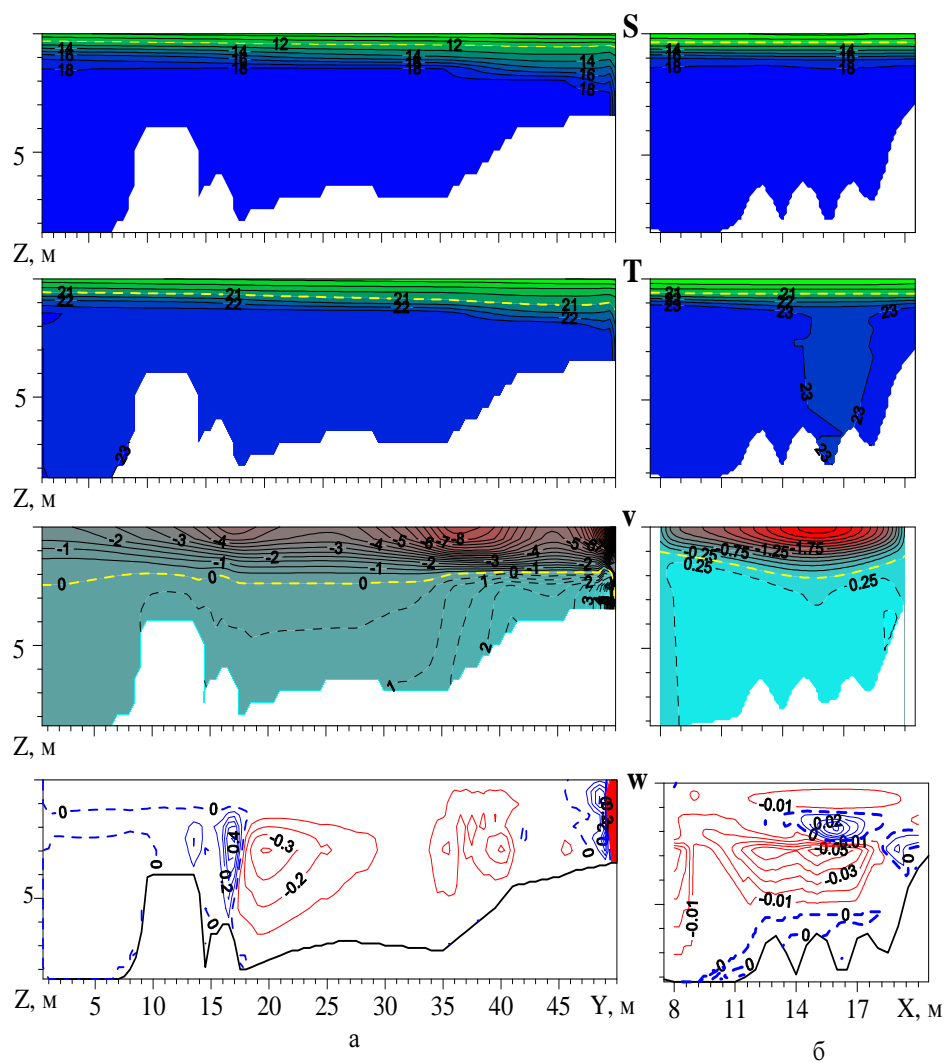


Рис. 11. Распределения солёности, температуры и компонент скорости течения  $v$  и  $w$  в см/с на разрезах вдоль полости (а) и на входе в нее (б). Штриховые линии – изохалина 12‰, изотерма 21°C, изотахи  $v \geq 0$  и  $w = 0$ . Красные линии – подъем вод ( $w < 0$ ), синие – опускание ( $w > 0$ ).

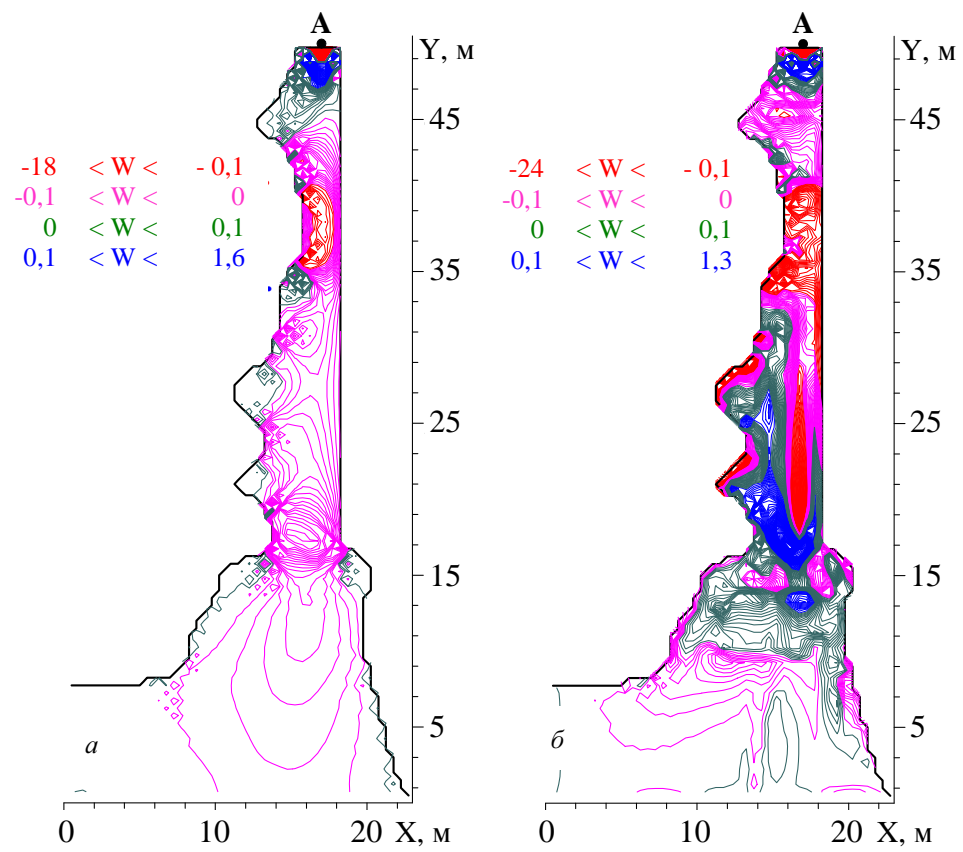


Рис. 12. Распределения вертикальной скорости течения  $W$  (см/с) на горизонтах  $Z = 70$  см ( $a$ ) и  $Z = 250$  см ( $b$ ), рассчитанные в модели с сеткой  $Z$  при  $N = 40$ .

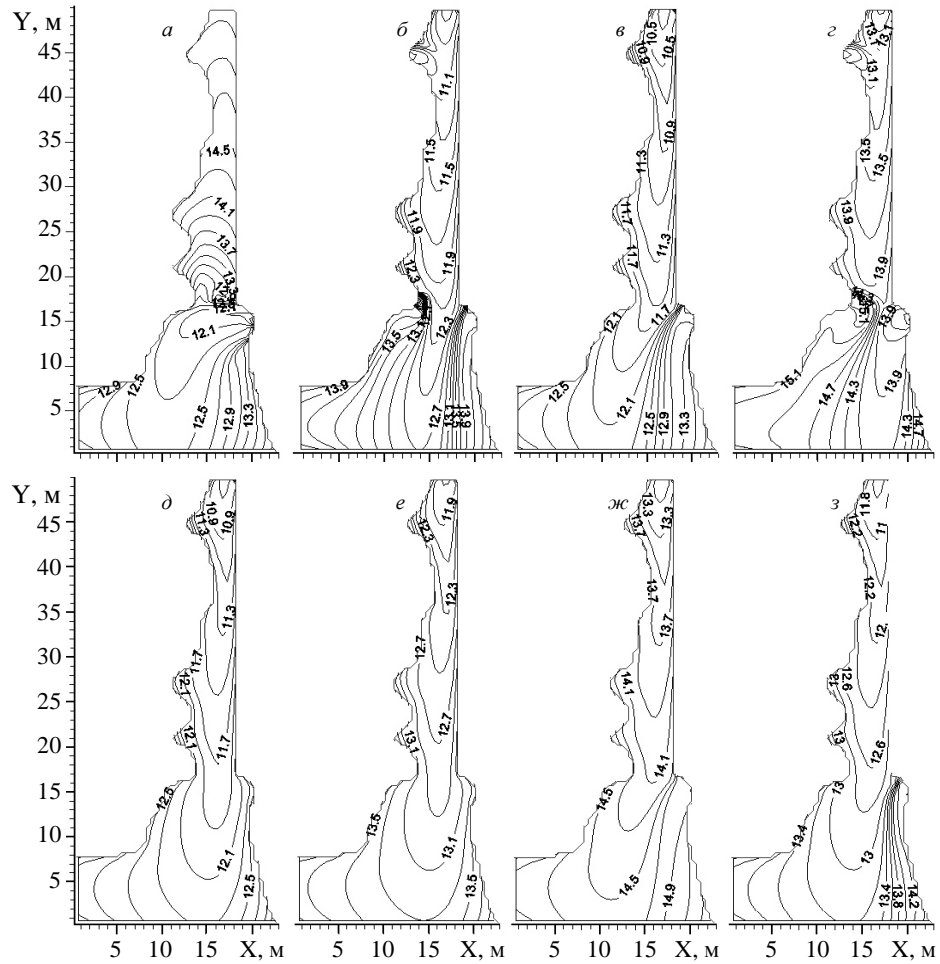


Рис. 13. Распределения  $S$  (%) в верхнем слое моря ( $k = 1$ ), рассчитанные в модели с сеткой  $Z$  ( $N = 40$ ), при различной интенсивности источников пресной воды:

- а) –  $Q_A = Q_B = Q_C = 0$ ,  $Q_D = 0,06 \text{ м}^3/\text{с}$ ; б) –  $Q_A = Q_B = Q_C = Q_D = 0,015 \text{ м}^3/\text{с}$ ;  
 в) –  $Q_A = Q_D = 0,03 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $Q_B = Q_C = 0$ ; г) –  $Q_A = Q_B = 0,005 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $Q_C = Q_D = 0,025 \text{ м}^3/\text{с}$ ;  
 д) –  $Q_A = 0,03 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $Q_B = Q_C = Q_D = 0$ ; е) –  $Q_A = 0,02 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $Q_B = Q_C = Q_D = 0$ ;  
 ж) –  $Q_A = Q_D = 0,01 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $Q_B = Q_C = 0$ ; з) –  $Q_A = 0,02 \text{ м}^3/\text{с}$ ,  $Q_B = Q_C = 0$ ,  $Q_D = 0,01 \text{ м}^3/\text{с}$



**Двумерная негидростатическая модель.** Прежде чем переходить к двумерной модели отметим, что численные эксперименты, проведенные без учета процедуры «конвективного приспособления», привели, как это ни казалось вначале странным, практически к тем же результатам, что и при учете данной процедуры. Важно, что при этом практически не возникало неустойчивой стратификации по плотности даже непосредственно у источников пресной воды. Это указывает на то, что подъем пресных вод к поверхности моря связан не только с конвективной неустойчивостью, а обусловлен и, может быть, в основном с образованием вертикальной ячейки циркуляции (завихренности), образующейся при втекании пресной воды в соленую воду (эффект бароклинности – см. [7, с. 166]). Речь идет о компоненте вихря скорости с горизонтальной осью  $\omega = w_y - v_z$ , где индексы внизу означают дифференцирование. Ячейка циркуляции в плоскости  $(y, z)$  характеризуется подъемом вод около источника пресной воды, вытеканием распресненной воды в верхнем слое моря и втеканием более плотной воды в глубинных слоях.

Эффект бароклинности можно продемонстрировать на примере двумерной негидростатической модели для идеальной жидкости (в приближении Буссинеска), когда все переменные не зависят от координаты  $x$  и не учитывается вращение Земли:

$$dv/dt = v_t + vv_y + ww_z = -p_y,$$

$$dw/dt = w_t + vw_y + ww_z = -p_z + g\rho,$$

$$v_y + w_z = 0.$$

Исключая давление  $p$  из уравнений движения, с учетом уравнения неразрывности получаем уравнение вихря

$$d\omega/dt = \omega_t + v\omega_y + w\omega_z = g\rho_y.$$

Здесь  $v$  и  $w$  – компоненты скорости течения вдоль осей  $y$  и  $z$  (ось  $z$  направлена вертикально вниз),  $\rho$  – плотность,  $p$  и  $\rho$  отнесены к постоянной средней плотности воды,  $g$  – ускорение силы тяжести,  $t$  – время,  $d/dt$  – субстанциональная производная.

Так как при втекании пресной воды в соленую, более плотную, воду  $\rho_y < 0$ , то  $d\omega/dt < 0$ . Если в начальный момент времени  $\omega = 0$ , то затем образуется циркуляция с отрицательной завихренностью ( $\omega < 0$ ), и получается описанная выше схема циркуляции.

В гидростатической модели ( $-p_z + g\rho = 0$ ) уравнение вихря имеет тот же вид, только теперь  $\omega = -v_z$ . В силу уравнения неразрывности сдвиг скорости течения  $v$  по горизонтали ( $v_y \leq 0$ ), как и по вертикали ( $v_z > 0$ ) вызовет появление соответствующих вертикальных движений, и в результате получится вертикальная ячейка циркуляции с тем же знаком завихренности, как и в негидростатической модели.

При моделировании крупномасштабных морских течений члены в уравнениях движения, связанные с вертикальной скоростью, как правило, являются малыми, и с большой точностью выполняется гидростатический баланс. В задаче о течениях в карстовой полости, как следует из результатов

расчетов, вертикальные скорости оказываются достаточно большими и, более того, вблизи источника пресной воды сравнимыми по величине с горизонтальными скоростями. Это указывает на необходимость обобщения модели на случай учета негидростатических эффектов.

Для исследования негидростатических эффектов рассматривается модель в двумерной постановке [3]. В отличие от описанной чуть выше модели рассматривается обобщенная двумерная модель, в которой рассчитывается движение в области переменной ширины  $L_1(y) \leq x \leq L_2(y)$  и вычисляются поля, осредненные по поперечному сечению.

Уравнения двумерной модели получаются интегрированием по  $x$  (от  $L_1$  до  $L_2$ ) уравнений трехмерной модели с учетом равенства нулю нормальных к границе компонент скорости течения, потоков тепла и соли. Как и в трехмерной модели используется приближение «твердой крышки», источник пресной воды располагается берегу в вершинной части полости и на открытой границе ставятся условия свободного протекания и транспортности для потоков тепла и соли. Заметим, что, в отличие от рассмотренной выше трехмерной модели, в которой ось  $y$  была направлена внутрь области, в данной двумерной модели она направлена от источника в открытое море, так что компонента скорости  $v$  и вихрь  $\omega$  имеют другой знак.

В данной задаче непосредственно решаются уравнение для вихря  $\omega$  и уравнение Пуассона для функции тока  $\psi$  циркуляции в вертикальной плоскости ( $w = \psi_y$ ,  $v = -\psi_z$ ,  $\Delta\psi = \omega$ ). Алгоритм решения следующий. Вначале рассчитываются поля температуры, солёности и плотности. После этого рассчитывается распределение вихря, затем из уравнения Пуассона функция тока и, следовательно, компоненты скорости течения и т.д.

Уравнения для температуры, солёности и вихря решаются методом переменных направлений. Используется двухслойная схема по времени с неявной аппроксимацией адвективных и диффузионных членов. Пространственная аппроксимация на прямоугольной сетке «С» (по терминологии Аракавы) проводится на основе бокс-метода. Адвективные члены аппроксимируются направленными разностями, а полученные трехточечные уравнения решаются методом немонотонной прогонки. Уравнение Пуассона аппроксимируется на 5-точечном шаблоне и решается методом верхней релаксации.

Аналогичный метод решения используется и для гидростатической версии двумерной модели. Только в гидростатической модели нет необходимости решать уравнение Пуассона, поскольку компонента горизонтальной скорости течения вычисляется с точностью до константы, которая определяется из равенства полного потока в каждой точке расхода воды, поступающей из источника.

Конфигурация области и рельеф дна  $H(y)$  показаны на рис. 14. Область, симметричная относительно оси  $y$  ( $L_1 = -L_2$ ), похожа на рассмотренную ранее карстовую полость, ее длина  $B = 40$  м, максимальная глубина 8 м.

Расчеты проводились в рамках 40-уровневой модели в  $z$ -координатах на сетке с шагами  $\Delta y = 40$  см,  $\Delta z = 20$  см и шагом по времени  $\Delta t = 0,72$  с. Коэффициенты турбулентной вязкости и диффузии принимались равными  $A = 10$  см<sup>2</sup>/с,  $A_L = 100$  см<sup>2</sup>/с,  $\mu = 0,1$  см<sup>2</sup>/с,  $\mu_L = 1$  см<sup>2</sup>/с. Расход втекающей (в слое от 1,8 до 2,8 м) воды с температурой 15°C и нулевой солёностью за-

дается равным  $0,03 \text{ м}^3/\text{с}$ , фоновые температура и соленость полагаются постоянными и равными  $24^\circ\text{C}$  и  $18\text{‰}$ .

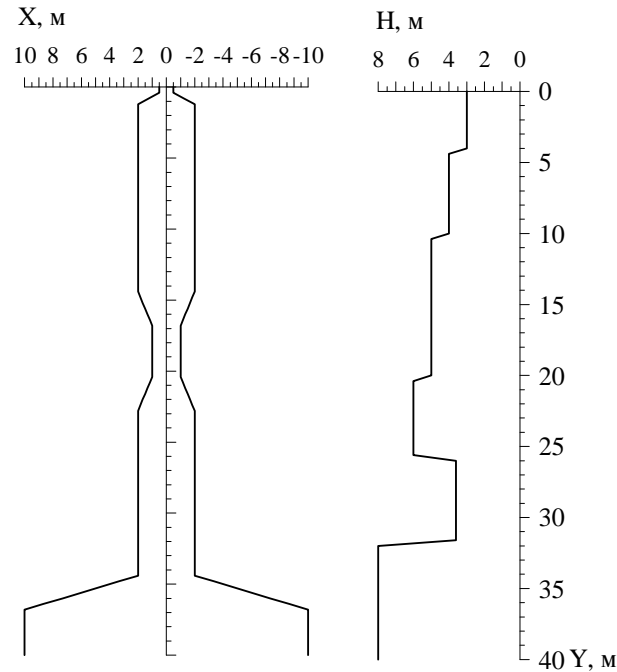


Рис. 14. Форма полости и рельеф дна  $H$  м в двумерной модели.

стратификация не появляется. Заметим, что в трехмерной модели профили солености, температуры и плотности на графиках практически неразличимы даже в ближайшей окрестности у источника.

На рис. 17 приведены распределения солености  $S$ , температуры  $T$  и вихря скорости  $\omega$  на вертикальном разрезе в негидростатической и гидростатической модели. Хорошо виден поверхностный слой, в котором располагаются воды пониженной солености и пониженной температуры. Четко видно, что формирование практически двухслойной структуры происходит достаточно близко, примерно на расстоянии 1 м, от источника пресной воды. Завихренность, с которой связана вертикальная ячейка циркуляции, сосредоточена также в окрестности источника пресной воды, причем в гидростатической модели завихренность значительно интенсивнее.

На рис. 18 приведены распределения горизонтальной и вертикальной компонент скорости течения  $v$ ,  $w$  на вертикальном разрезе вдоль полости в обеих версиях двумерной модели, также с детализацией вблизи источника пресной воды. Справа приведены распределения вертикальной скорости  $w$  вблизи поднятия дна у входа в полость. Четко видна двухслойная структура

Сразу же отметим, что в двумерной модели, как и в трехмерной модели, практически несущественным оказался эффект процедуры «конвективного приспособления», причем как в гидростатической, так и в негидростатической версиях модели. Это видно на рис. 15 и рис. 16, на которых приведены профили солености, температуры и условной плотности в верхнем двухметровом слое. Если в ближайшем к источнику месте ( $y = \Delta y$ ,  $z \approx 1,8$  м) можно увидеть неустойчивую стратификацию, причем и в полной, и в гидростатической модели, то уже на расстоянии двух шагов от источника неустойчивая

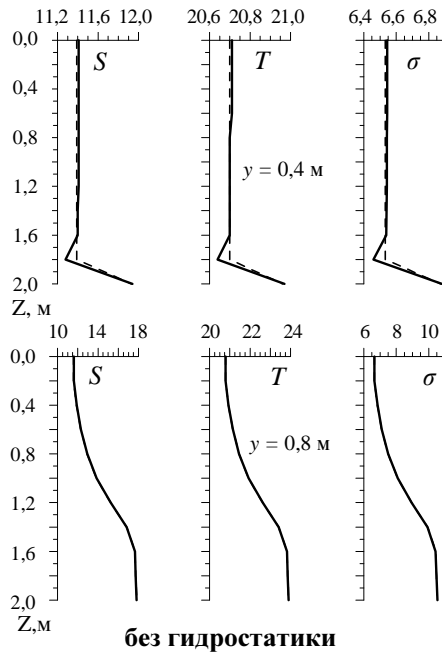


Рис. 15. Профили солености  $S$  (‰), температуры  $T$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) и условной плотности  $\sigma$  в верхнем двухметровом слое вблизи источника пресной воды, полученные в негидростатической модели с использованием процедуры «конвективного приспособления» – сплошные кривые, и без нее – штриховые кривые.

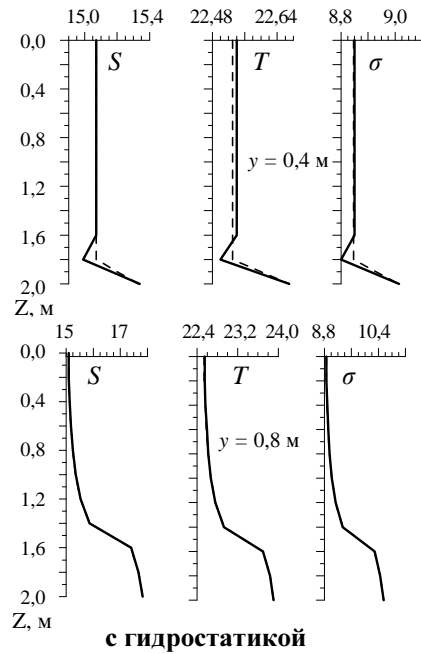


Рис. 16. Профили солености  $S$  (‰), температуры  $T$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) и условной плотности  $\sigma$  в верхнем двухметровом слое вблизи источника пресной воды, полученные в гидростатической модели с использованием процедуры «конвективного приспособления» – сплошные кривые, и без нее – штриховые кривые.

течений, а именно, вытекание малосоленой и относительно холодной воды из полости в поверхностном слое моря и втекание глубинных соленых и сравнительно теплых вод. Видны также особенности течений в местах резкого изменения береговой линии и дна моря.

Видно, что в полной, негидростатической модели происходит более сильное распределение и охлаждение поверхностных вод. Любопытно, что скорость течения в негидростатической модели меньше, чем в гидростатической модели. В гидростатической модели происходит более интенсивный подъем вод вблизи источника пресной воды и, в результате, в перемешивании вод более существенную роль играют глубинные – наиболее соленые и в данном случае более теплые воды.

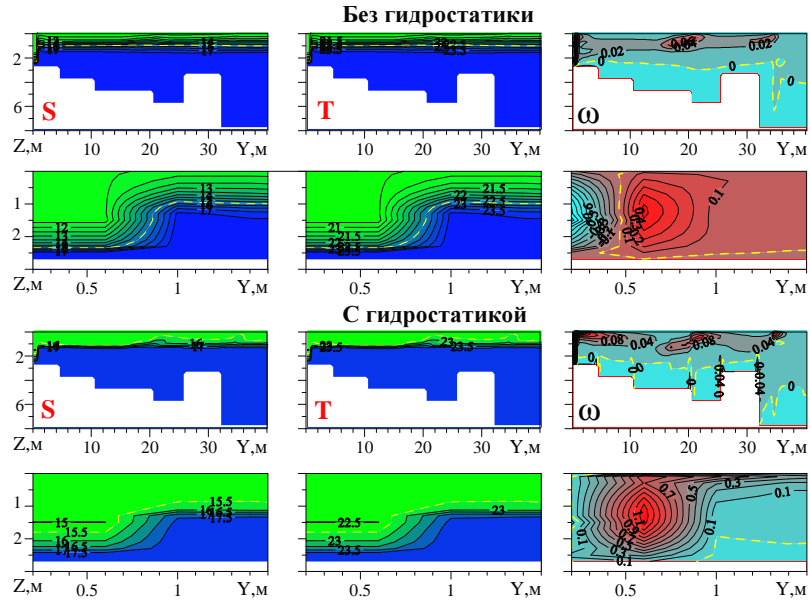


Рис. 17. Распределения солёности  $S(\text{‰})$ , температуры  $T(^{\circ}\text{C})$  и вихря скорости  $\omega$  в  $(\text{c}^{-1})$  на разрезе вдоль полости в гидростатической и негидростатической модели с детализацией вблизи источника пресной воды. Штриховыми линиями указана изолиния  $\omega = 0$ .

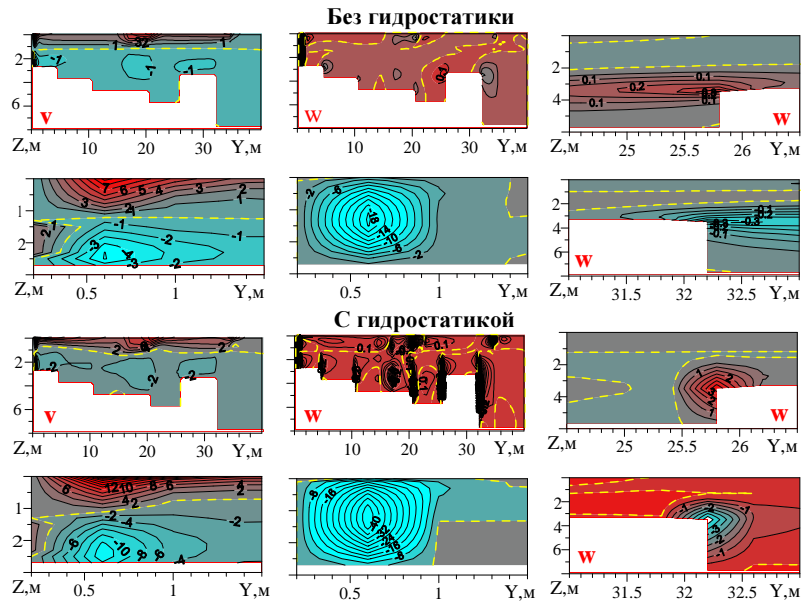


Рис. 18. Распределения компонент скорости течения  $v, w$  в  $(\text{cm}/\text{s})$  на разрезе вдоль полости в гидростатической и негидростатической модели с детализацией вблизи источника пресной воды. Справа приведены распределения вертикальной скорости  $w$  вблизи поднятия дна у входа в полость. Штриховыми линиями указаны изолинии  $v = 0$  и  $w = 0$ .

**Выводы.** На основании проведенных расчетов можно утверждать, что главным фактором, влияющим на формирование наблюдавшейся трехмерной структуры гидротермодинамических полей в карстовой полости, является образование вертикальной ячейки циркуляции вследствие завихренности поля скорости, связанной с неоднородностью жидкости, т.е. с бароклинным эффектом. Роль конвекции, возникающей при неустойчивой стратификации, которая представлялась ранее главной причиной подъема пресных вод к поверхности моря, оказалась вторичной и практически незначимой. Подчеркнем, что этот вывод справедлив как для двумерной, так и для трехмерной модели. Отказ от гидростатического приближения приводит к более интенсивному понижению солености поверхностных вод и к более точному соответствию результатов расчетов данным наблюдений.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Иванов В.А., Прусов А.В., Рябцев Ю.Н., Шапиро Н.Б.* Физические механизмы смешения морских вод с водами субмаринной разгрузки // Современные проблемы океанологии. МГИ НАН Украины. – Севастополь: НПЦ «ЭКОСИ-Гидрофизика», 2009. – 90 с.
2. *Иванов В.А., Прусов А.В., Чепыженко А.И.* Субмаринная разгрузка подземных вод на м. Айя (Крым) // Доповіді НАН України. – 2010, № 2. – С. 103-109.
3. *Шапиро Н.Б.* Моделирование трехмерной структуры гидрологических полей в карстовой полости под действием субмаринной разгрузки подземных вод // Морской гидрофизический журнал. – 2010. – № 1. – С. 46-62.
4. *Шапиро Н.Б.* Численная модель субмаринной разгрузки пресных вод в карстовой полости // Морской гидрофизический журнал. – 2011, № 5. – С. 66-84.
5. *Михайлова Э.Н., Шапиро Н.Б.* Роль гидростатического приближения при моделировании субмаринной разгрузки пресных вод в карстовой полости // Морской гидрофизический журнал. – 2012. – № 3. – С. 34-50.
6. *Михайлова, Э.Н., Шапиро Н.Б.* Опыт воспроизведения пространственно-временной изменчивости термохалинных полей в Севастопольской бухте // Морской гидрофизический журнал. – 2008. – № 5. – С. 23-39.
7. *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика, т. 1. – М.: ГИТТЛ. – 1955. – 560 с.

Материал поступил в редакцию 24.10.2011 г

*АНОТАЦІЯ* Обговорюються результати чисельних експериментів, присвячених відтворенню структури гідрологічних полів в карстової порожнини (район мису Айя, Південний берег Криму), що спостерігалася під час експедиції у вересні 2008 р. експерименти проводилися за допомогою тривимірної гідростатичної і двовимірної гідростатичної і негідростатической моделей. Використовувалося наближення «твердої кришки» і процедура «конвективного пристосування».

У тривимірній моделі розрахунки проводились із застосуванням  $\sigma$ - і  $z$ -координат. Показано, що для адекватного представлення впливу рельєфу дна на розподіл солоності і температури в верхньому шарі моря бажано використовувати  $z$ -координати.

В рамках двовимірної моделі показано, що головним фактором, відповідальним за формування спостережуваної структури гідрологічних полів в порожнині, є утворення вертикальної ячеї циркуляції, що виникає при втеканні прісної води в солону воду (барокліний ефект). Роль конвекції виявляється вторинною. В циркуляційній комірці відбувається підйом вод біля джерела прісної води, витікання у верхньому шарі моря води, яка має меншу солоність, і приплив до джерела більш щільною води в глибинних шарах. Відмова від наближення гідростатики призводить до більшого распреснення поверхневих вод в порожнині і ближчого погодження з даними спостережень.

*ABSTRACT* The results of numerical experiments devoted to reproduce the structure of hydrological fields in the karstic cavity (near Cape Aiya, Southern Coast of Crimea), which were observed during an expedition in September 2008, are discussed. The experiments were carried out with use the three-dimensional hydrostatic and the two-dimensional hydrostatic and non-hydrostatic models. We used the approach of a «solid lid» and the procedure of «convective adjustment».

The calculations of the three-dimensional model were performed with the use of  $\sigma$ - and  $z$ -coordinates. It is shown that it is desirable to use the  $z$ -coordinates for an adequate representation of the influence of bottom topography on the distribution of salinity and temperature in the upper layer of the sea.

It is shown the main factor, which is responsible for the formation of the observed structure of hydrological fields in the cavity, is the formation of a vertical circulation cells occurred when the fresh water inflows to the salt water (baroclinic effect) in the framework of two-dimensional model. The role of convection is secondary. The water rise takes place in the circulation cell near the source of fresh water. The fresh water outflow of the upper layer of the sea and the inflow to the source of denser water takes place in the deep layers. Waiver of hydrostatic approximation leads to a greater freshening of surface waters in the cavity, and to closer agreement with observations.