

## Исследование термоупругопластического контактного деформирования составных конструкций технологической оснастки

С. В. Бондарь, Д. В. Лавинский

Национальный технический университет “Харьковский политехнический институт”,  
Харьков, Украина

*Представлен метод анализа термоупругопластического контактного деформирования составных конструкций на основе единого методологического подхода. В качестве численного метода используется метод конечных элементов. Рассмотрена задача определения напряженно-деформированного состояния одного класса составных бандажированных матриц для полугорячего выдавливания. Приведены рекомендации относительно проектирования технологической оснастки.*

**Ключевые слова:** термоупругопластическое деформирование, контактное взаимодействие, прочность, жесткость, метод конечных элементов, теплопередача, составные бандажированные матрицы.

**Актуальность темы и состояние проблемы.** Развитие машиностроения невозможно без применения экономичных методов обрабатывающего производства. Технологические процессы, основанные на использовании свойств пластичности материалов, отличаются высокой производительностью и экономичностью, что обусловило их широкое применение. Наиболее эффективным малоотходным процессом является обработка металлов давлением (ОМД). Использование этих процессов позволяет получать точные заготовки с минимальными припусками на механическую обработку, а в некоторых случаях – практически готовые детали [1–4]. Однако при их внедрении, особенно при обработке деталей из трудно деформируемых металлов, возникают проблемы, связанные с недостаточной прочностью и надежностью элементов оснастки. Как следствие этого, необходимым становится проведение адекватного прочностного анализа при проектировании элементов оборудования [1–4].

Основная часть аналитических методов расчета матриц базируется на формулах Ламе и сводится в итоге к определению напряжений в толстостенном цилиндре. Например, в работе [5] решение Ламе используется для определения необходимого количества бандажей. Реальные конструкции матриц штампов могут значительно отличаться от толстостенных цилиндров, и принимаемые упрощения зачастую приводят к неверным результатам. Также необходимо отметить наличие зон контактного взаимодействия, влияние которых при расчетах аналитическими методами либо не учитывается, либо учитывается не в полной мере.

Повысить точность расчетов, учесть многие факторы, которые нельзя было учесть аналитическими методами, можно с использованием численных методов анализа напряженно-деформированного состояния (НДС) элементов конструкции. Одним из наиболее распространенных численных методов является метод конечных элементов (МКЭ). В настоящее время существуют уни-

версальные КЭ-программные комплексы ANSYS, COSMOS/M и др., которые позволяют решать задачи определения НДС практически любых конструкций. Также существуют разработки КЭ-методов решения задач расчета и проектирования элементов технологической оснастки [6–8]. Однако эти разработки в той или иной мере базируются на первоначальных упрощениях контактного взаимодействия, поведения материала и распределения температуры. Предлагаемый ниже метод позволяет решать задачи определения НДС именно составных конструкций и исследовать контактное взаимодействие элементов. Причем решение задачи теплопроводности и термоупругопластического деформирования осуществляется одновременно без суперпозиции решений, принятых в известных программных разработках. Также предлагается способ учета тепла, выделяемого при пластическом деформировании и трении, путем введения на границе контакта источников тепловыделения.

**Математическая постановка проблемы.** Рассмотрим общую математическую постановку задачи термоупругопластического контактного деформирования составных конструкций, когда их геометрия и условия нагружения удовлетворяют условиям осевой симметрии.

Одной из составляющих нагрузки является неоднородное температурное поле. Рассмотрим решение задачи стационарной теплопроводности, которое применяется при оценке температурной нагрузки соответственно к процессам полугорячего выдавливания (ПГВ) [4] и сводится к поиску минимума функционала:

$$I = \iint_S \left\{ \frac{K}{2} \left[ \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right] - Q(r, z)T(r, z) \right\} rdS + \\ + \int_{L_2} q(r, z)T(r, z)rdL + \int_{L_3} \frac{\alpha}{2} [T^2(r, z) - 2T_\infty T(r, z)]rdL, \quad (1)$$

где  $T(r, z)$  – функция распределения температуры;  $Q(r, z)$  – плотность внутренних источников тепловыделения, которое определяется через работу пластического деформирования заготовки и выход тепла при трении;  $q(r, z)$  – плотность потока через некоторую границу  $L_2$ ;  $\alpha$  – коэффициент конвективного теплообмена через некоторую границу  $L_3$ ;  $T_\infty$  – температура внешней среды.

На границе  $L_4$  между отдельными частями  $S_i$ ,  $S_j$  конструкции приняты условия идеального теплового контакта (граничные условия 4-го рода):

$$T_i(r, z \in L_4) = T_j(r, z \in L_4); \\ K(S_i) \left( \frac{\partial T_i(r, z \in L_4)}{\partial r} l_r + \frac{\partial T_i(r, z \in L_4)}{\partial z} l_z \right) = \\ = K(S_j) \left( \frac{\partial T_j(r, z \in L_4)}{\partial r} l_r + \frac{\partial T_j(r, z \in L_4)}{\partial z} l_z \right), \quad (2)$$

где  $T_i(r, z \in L_4)$ ,  $T_j(r, z \in L_4)$  – температура составных частей  $S_i$ ,  $S_j$  на границе контакта;  $K(S_i)$ ,  $K(S_j)$  – коэффициенты теплопроводности мате-

риала каждой части;  $l_r, l_z$  – направляющие косинусы общей нормали к границе контакта.

Рассмотрим решение задачи термоупругопластичности в вариационной постановке, которая сводится к отысканию минимума функционала полной энергии (функционала Лагранжа) системы взаимодействующих тел:

$$E = \Pi - A_o - A_{\Pi}, \quad (3)$$

где  $\Pi$  – потенциальная энергия деформации упругой системы;  $A_o$  – работа объемных сил;  $A_{\Pi}$  – работа поверхностных сил.

Подставляя в функционал выражения потенциальной энергии и работ поверхностных сил, записанные для осесимметричной задачи с учетом температурных деформаций, получаем

$$\begin{aligned} E = & \int_S [\sigma_r(\varepsilon_r - \alpha\Delta T) + \sigma_z(\varepsilon_z - \alpha\Delta T) + \sigma_\theta(\varepsilon_\theta - \alpha\Delta T) + \tau_{rz}\gamma_{rz}] r dS - \\ & - 2\pi \int_{L_r} P_r u_r dL_r + 2\pi \int_{L_z} P_z u_z dL_z, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $u_r, u_z$  – перемещения точек тела в направлении осей  $r$  и  $z$ .

Для описания процесса упругопластического деформирования системы заготовка–матрица приняты соотношения теории малых упругопластических деформаций Ильюшина в форме переменных параметров упругости [9, 10].

Условие минимума функционала (4) достигается при выполнении условия

$$\delta(\Pi - A_o - A_{\Pi}) = 0. \quad (5)$$

**Особенности решения контактной задачи.** В общем случае для точек, которые принадлежат контактным поверхностям, условия сопряжения сформулированы неравенствами:

$$u_n^{m-1} + u_n^{m+1} - \delta_{0n}^m \leq 0, \quad \sigma_{nn}^m \leq 0, \quad (6)$$

где  $u_n^{m-1}, u_n^{m+1}, \delta_{0n}^m$  – нормальные перемещения точек поверхностей контактирующих областей и начальный зазор (натяг);  $\sigma_{nn}^m$  – нормальные напряжения на контактирующих поверхностях.

Первое условие в (6) физически означает “непроникновение” контактирующих тел. При выборе зазора между телами возникает контактное давление. Механизмы контактного взаимодействия между соответствующими точками контактирующих поверхностей областей моделировались путем введения контактного слоя со специальными свойствами. В пределах возможной области контакта этот слой наделен специальными свойствами, что позволяет “внешнюю нелинейность”, обусловленную условиями (6), свести к “внутренней нелинейности” контактного слоя и рассмотреть взаимодействие тел, раз-

деленных слоем с известными нелинейными свойствами (рис. 1). С помощью моделирования можно описать такие механизмы взаимодействия контактирующих тел, как сцепление:

$$\sigma_{nt}^{m-1} = \sigma_{nt}^{m+1}; \quad u_{nt}^{m-1} = u_{nt}^{m+1}, \quad (7)$$

проскальзывание:

$$\sigma_{nt}^{m-1} = \sigma_{nt}^{m+1} = 0, \quad (8)$$

сухое трение и т.д.

Условия фрикционного взаимодействия приняты в форме законов, связывающих касательные и нормальные составляющие напряжений на площадках контакта в виде закона Кулона:

$$|\sigma_{nt}| = f_n \sigma_{nn} \quad (9)$$

или закона Зибеля:

$$|\sigma_{nt}| = f_m \sigma_m, \quad (10)$$

где  $\sigma_m$  – предел текучести материала;  $f_m$  – коэффициент трения.

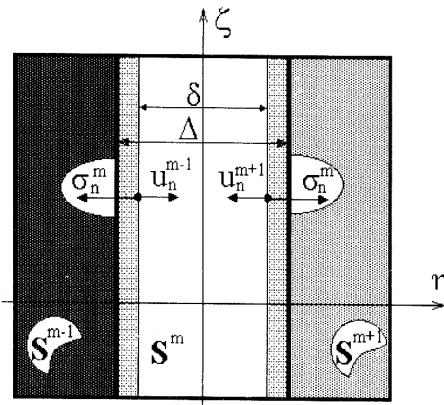


Рис. 1. Модель контактного слоя.

Согласно рекомендациям, приведенным в литературных источниках, формулу (9) следует применять для анализа оснастки ОМД при процессах, в которых преобладают растягивающие напряжения с выполнением условия  $\sigma_m \geq |\sigma_n|$ . При анализе процессов прессования и объемной штамповки, характеризуемых схемой всестороннего сжатия с большим отрицательным средним напряжением, необходимо использовать формулу Зибеля (10).

Поскольку для анализа НДС матриц ОМД принятые осесимметричные модели, что характерно для процессов объемной штамповки, трение между заготовкой и рабочей поверхностью матрицы моделировалось по закону Зибеля, а трение между частями матрицы – по закону Кулона. Тестирование программных средств, использующих приведенный выше метод решения контактной задачи, проведено ранее [11, 12]. Введение контактного слоя также

позволяет эффективно решать задачу теплопроводности, наделив контактные элементы специальными теплофизическими свойствами. Результаты исследований по выбору параметров контактного слоя для решения задачи теплопроводности представлены в работе [13].

**Численный метод решения.** В качестве базового осесимметричного конечного элемента используется изопараметрический четырехузловой плоский элемент с билинейной аппроксимацией перемещений и температуры внутри элемента, показанного на рис. 2 в глобальной и локальной системах координат. В локальной системе координат конечный элемент имеет вид единичного квадрата (рис. 2,б), центр которого совмещен с началом координат.

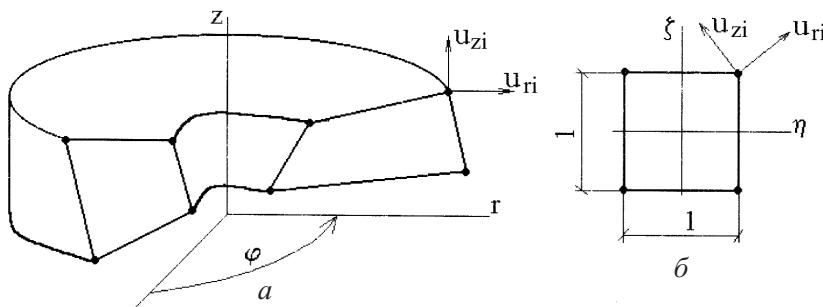


Рис. 2. Базовый плоский (осесимметричный) конечный элемент в глобальной (а) и локальной (б) системах координат.

Законы распределения перемещений ( $u_r$ ,  $u_z$ ) и температуры ( $T$ ) внутри конечного элемента при принятых ограничениях имеют вид

$$\begin{cases} u_r(\eta, \xi) = b_1 + b_2\eta + b_3\xi + b_4\eta\xi; \\ u_z(\eta, \xi) = a_1 + a_2\eta + a_3\xi + a_4\eta\xi; \\ T(\eta, \xi) = c_1 + c_2\eta + c_3\xi + c_4\eta\xi. \end{cases} \quad (11)$$

Исходя из зависимостей (11) перемещение и температуру в пределах конечного элемента можно представить так:

$$\begin{aligned} u_r(r, z) &= \sum_{i=1}^4 u_{ri} \varphi_i(\eta, \xi); & u_z(r, z) &= \sum_{i=1}^4 u_{zi} \varphi_i(\eta, \xi); \\ T(r, z) &= \sum_{i=1}^4 T_i \varphi_i(\eta, \xi), \end{aligned} \quad (12)$$

где  $u_{ri}$ ,  $u_{zi}$  – значения узловых перемещений;  $T_i$  – значения узловых температур;  $\varphi_i(\eta, \xi)$  – координатные функции конечного элемента, определяемые по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \varphi_1(\eta, \xi) &= (\eta - 0,5)(\xi - 0,5); & \varphi_2(\eta, \xi) &= -(\eta + 0,5)(\xi - 0,5); \\ \varphi_3(\eta, \xi) &= -(\eta - 0,5)(\xi + 0,5); & \varphi_4(\eta, \xi) &= (\eta + 0,5)(\xi + 0,5). \end{aligned} \quad (13)$$

Как известно, выбор закона распределения искомых функций (перемещения, температура и т.д.) внутри элемента во многом определяет внутреннюю сходимость приближенного решения МКЭ к точному при уменьшении размеров конечных элементов. При этом принятые функции перемещений и температуры должны удовлетворять основным критериям сходимости [14].

Описанная методика решения термоупругопластических смешанных контактных осесимметричных задач реализована в модуле для программного комплекса SPACE-T, созданного на базе МКЭ [12]. В работах [11–13] представлено сравнение результатов, полученных с помощью указанного комплекса, с данными экспериментальных прочностных исследований технологической оснастки. Результаты сравнения являются удовлетворительными, что позволяет использовать предложенную методику для решения практических задач.

**Расчетные примеры.** С помощью описанной выше методики и созданного программного обеспечения были проведены расчеты и даны рекомендации относительно проектирования технологического оснащения для ПГВ осесимметричных цилиндроконических втулок. Ниже рассмотрим результаты проведенных расчетов.

При формировании и описании расчетных схем элементов оснастки для технологических операций следует иметь в виду, что априори невозможно ввести единую расчетную схему. В каждом конкретном случае конструкции будут различаться между собой геометрией, топологией, используемым материалом и рядом других параметров. В случае объемной штамповки матрица представляет собой совокупность тел вращения, которые имеют единую ось, ограниченных поверхностями второго порядка: цилиндрическими, коническими и их комбинацией.

На рис. 3 представлена обобщенная расчетная схема НДС многослойной бандажированной матрицы для объемной штамповки осесимметричных заготовок. К характерным составным частям рассмотренных в работе матриц для ПГВ относятся рабочая вставка и бандажи, количество которых определяется технологическими требованиями. К рабочей вставке, используемой с целью обеспечения необходимой формы изделия, предъявляются повышенные прочностные и жесткостные требования, которые связаны в первую очередь с геометрической неизменностью рабочей поверхности при деформировании заготовки. Поэтому в точках рабочей поверхности вставки недопустимо появление зон пластических деформаций. Таким образом, требование неизменности ее поверхности позволяет сформулировать условие прочностной работоспособности матрицы в виде объединения неравенств:

$$\{\sigma_i < \sigma_m^{\text{вст}}\} \cup \{U_{\max} < U^{\text{вст}}\}, \quad (14)$$

где  $\sigma_i$  – интенсивность напряжений в точках рабочей поверхности вставки;  $\sigma_m^{\text{вст}}$  – предел текучести материала вставки;  $U_{\max}$  – полное максимальное перемещение в точках рабочей поверхности вставки;  $U^{\text{вст}}$  – перемещения рабочей вставки, которые допускаются технологически.

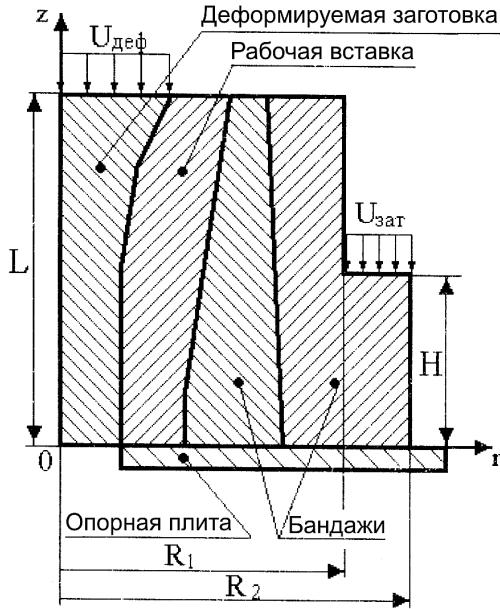


Рис. 3. Обобщенная расчетная схема матрицы с заготовкой.

Кроме рабочей вставки матрицы заготовка взаимодействует с пуансоном и выталкивателем. При анализе НДС матрицы влияние пуансона на заготовку может быть традиционно заменено давлением  $P_{\text{деф}}$ , прикладываемым по нормали к верхнему торцу заготовки [4]. Более достоверным, по нашему мнению, является моделирование воздействия пуансона путем кинематического задания соответствующих значений перемещений в точках верхнего торца заготовки, что и принято в виде условия

$$u_z(r, z)|_{z=L} = U_0, \quad (15)$$

где  $U_0$  – заданное вертикальное перемещение верхнего торца заготовки.

Принятое моделирование воздействия выталкивателя отвечает условию свободного опирания в вертикальном направлении в точках нижнего торца заготовки в виде

$$u_z(r, z)|_{z=0} = 0. \quad (16)$$

Опорная плита была исключена из рассмотрения. Поэтому в точках рабочей поверхности вставки и бандажей с координатами  $z = 0$  принятые условия свободного опирания в виде (16). Чтобы исключить или значительно уменьшить радиальные перемещения элементов матрицы, внешний бандаж, как правило, с помощью болтового соединения крепится к опорной плите. Учитывая это, для точек внешнего бандажа с координатой  $z = 0$  дополнительно к условию (16) вводится условие вида

$$u_r(r, z)|_{z=0} = 0. \quad (17)$$

Расчетная схема матрицы в виде КЭ-модели представлена на рис. 4. В расчетах учитывалось предыдущее натяжение путем заданий перемещений ( $U_{\text{зат}}$ ) верхнего торца внешнего бандажа. Условия одностороннего контакта конкретизированы путем введения слоев контактных конечных элементов (ККЭ), которые учитывались при моделировании натяга между частями матрицы и трения по закону Кулона (ККЭ1), а также трения между рабочей поверхностью вставки и заготовкой по закону Зибеля (ККЭ2). Расчеты прочности матриц проводились с учетом неравномерного температурного поля, которое обусловлено температурой нагретой заготовки, тепловыделением при ее пластическом деформировании, трением между заготовкой и матрицей и температурой охлаждения на внешней поверхности наружного бандажа. Рассматривались разные законы распределения температуры, которые отвечают началу процесса выдавливания и установленнымся температурным режимам выдавливания. Температурное поле на установленных режимах определялось путем решения задачи стационарной теплопроводности. Оказалось, что в начале процесса выдавливания интенсивность напряжений в опасных сечениях значительно ниже, чем в дальнейшем рабочем цикле выдавливания на установленных температурных режимах.

На рис. 5 представлено распределение напряжений в меридиональном сечении матрицы и их изменение по толщине в опасных сечениях.

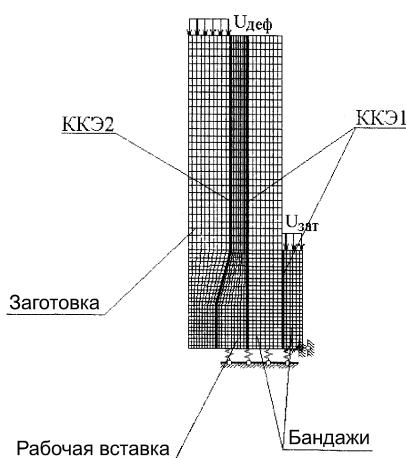


Рис. 4. КЭ-модель составной матрицы.

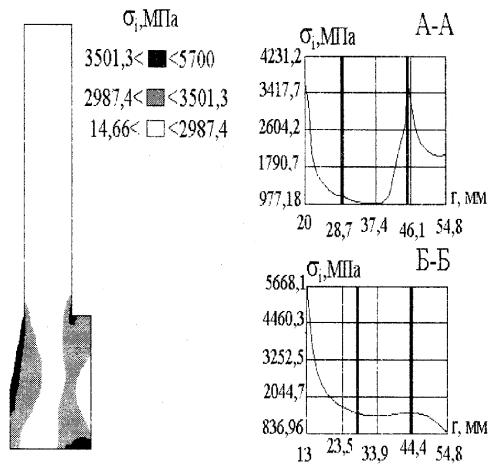


Рис. 5. Распределение напряжений в матрице.

Анализ НДС позволяет отметить следующее. В точке контакта верхнего торца внешнего бандажа с внутренним находится зона концентрации напряжений. Радиальные перемещения внутренней поверхности рабочей вставки, обусловленные нагреванием в области верхнего торца, довольно значительны и при определенных условиях могут превышать допустимые. С целью определения возможности их уменьшения были проведены расчеты, в которых варьировались температура охлаждения и величина внешнего бандажа. Результаты этих расчетов в виде диаграмм приведены на рис. 6.

Видно, что при температуре охлаждающей жидкости порядка 298...303 К максимальные перемещения не превышают технологически допустимые от-

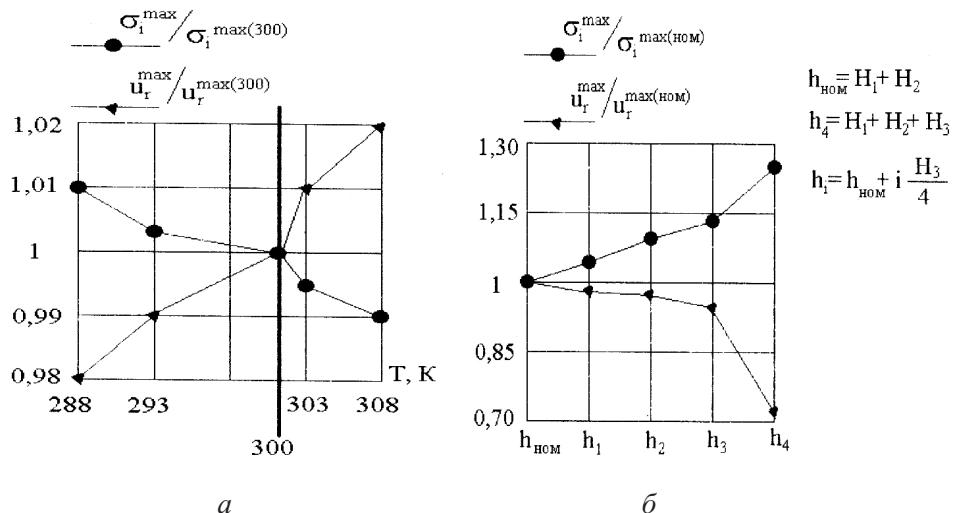


Рис. 6. Зависимость максимальных радиальных перемещений рабочей вставки и интенсивности напряжений от температуры охлаждения (а) и высоты внешнего бандажа (б).

клонения радиальных размеров. При увеличении высоты внешнего бандажа результаты расчета свидетельствуют о невысокой эффективности такого приема. Это обусловлено тем, что максимальные перемещения значительно (при мерно на 30%) уменьшаются, если высота внешнего бандажа достигает общей высоты матрицы. Однако при этом возникают проблемы конструктивного характера, связанные с креплением “высокого” бандажа. Отметим, что в случае предельно высокого бандажа на 25% возрастает максимальная интенсивность напряжений, что отвечает как жесткости конструкции, так и повышению перепада температуры по толщине матрицы. С целью устранения концентратора рассматривался вариант матрицы, у которой высота внешнего бандажа выше линии действия максимальной нагрузки на рабочую поверхность. Одна из общих рекомендаций по проектированию матриц подобного класса состоит в возможно более гладкой конструктивной форме элементов бандажа. Следует предусмотреть перемещение исходных геометрических концентраторов напряжений в область, выше соответствующих зон действия максимальной нагрузки на матрицу.

Проведенные расчеты позволяют дать конкретные рекомендации по проектированию и разработке нового технологического оснащения для обработки металлов давлением. Также можно сформулировать пути дальнейшего совершенствования предложенной методики, что обусловлено необходимостью проведения расчетов штампов при формоизменении заготовок с большими значениями пластических деформаций и расчетов при высокоскоростном (импульсном) воздействии на заготовку:

усовершенствование моделирования контактного взаимодействия (более сложные модели трения и неидеальный тепловой контакт);

использование более адекватных теорий нелинейного поведения материала заготовки (инкрементальные теории пластичности);

учет динамической составляющей при деформировании заготовки.

## Резюме

Наведено метод аналізу термопружнопластичного контактного деформування складених конструкцій на основі єдиного методологічного підходу. В якості числового методу використовується метод скінченних елементів. Розглянуто задачу визначення напруженено-деформованого стану одного класу складених бандажованих матриць для напівгарячого видавлювання. Даються рекомендації щодо проектування технологічної оснастки.

1. Холодная объемная штамповка: Справочник / Под ред. Г. А. Навроцкого. – М.: Машиностроение, 1973. – 496 с.
2. Ковка и штамповка: Справочник. В 4 т. – Т. 3. Холодная объемная штамповка / Под ред. Г. А. Навроцкого. – М.: Машиностроение, 1987. – 384 с.
3. Непершина Р. И., Шамис М. Д., Мохнев В. И. Особенности проектирования бандажированных матриц для холодной объемной штамповки с применением прочностного расчета // Кузнеч.-штамп. пр-во. – 1986. – № 11. – С. 22.
4. Евстратов В. А. Основы технологии выдавливания и конструирования штампов. – Харьков: Вища шк., 1987. – 144 с.
5. Ганаго О. А., Марченко В. Л., Ковтун В. В. Расчет и оптимизация конструкций осесимметричных матриц для холодной объемной штамповки // Кузнеч.-штамп. пр-во. – 1985. – № 8. – С. 34 – 36.
6. Lange K. On the stress distribution in prestressed extrusion dies under non-uniform distribution of internal pressure // Int. J. Sci. – 1985. – 27, No. 3. – Р. 169 – 175.
7. Wibmeier H.-J. Compute-unterstütztes Auslegen von Fließpreßwerkzeugen // Drahtwelt. – 1985. – No. 12. – S. 263 – 267.
8. Торяник В. В. Разработка и внедрение высокостойких штампов для холодного и полугорячего выдавливания: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Харьков, 1992. – 32 с.
9. Термопрочность деталей машин / Под ред. И. А. Биргера, Б. Ф. Шорра. – М.: Машиностроение, 1975. – 455 с.
10. Писаренко Г. С., Можаровский Н. С. Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести: Справочное пособие. – Киев: Наук. думка, 1981. – 494 с.
11. Бондарь С. В., Зубатый С. С., Лавинский Д. В. Исследование концентрации напряжений в пуансонах с клиновидной посадочной частью // Вестн. Харьк. гос. политехн. ун-та. – 1998. – № 27. – С. 188 – 192.
12. Бондарь С. В., Зубатый С. С., Киркач Б. Н., Лавинский В. И. Программный комплекс SPACE-T для решения термоупругопластических контактных задач // Динамика и прочность машин. – 2000. – № 57. – С. 24 – 34.
13. Конохов В. И., Лавинский Д. В. Термоупругое контактное деформирование осесимметричных тел // Вісн. нац. техн. ун-ту “Харківський політехнічний інститут”. – 2003. – № 5. – С. 93 – 98.
14. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / Пер. с англ. – М.: Мир, 1975. – 541 с.

Поступила 24. 12. 2008