

Исследование повреждаемости твердооксидного трубчатого топливного элемента при ползучести

С. Н. Склепус,^{а,1} А. А. Золочевский^{б,2}

^а Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины, Харьков, Украина

^б Национальный технический университет “Харьковский политехнический институт”, Харьков, Украина

¹ ssklepus@rambler.ru

² azol@rambler.ru

Исследуются повреждаемость и длительная прочность твердооксидного трубчатого топливного элемента при ползучести. Метод решения начально-краевой задачи ползучести и повреждаемости базируется на совместном применении методов R-функций и Рунге-Кутты–Мерсона. Приведен пример расчета ползучести и длительной прочности топливного элемента фирмы Siemens-Westinghouse.

Ключевые слова: твердооксидный топливный элемент, ползучесть, повреждаемость, метод R-функций, структура решения.

Введение. Твердооксидные топливные элементы (Solid Oxide Fuel Cells (SOFC)) – разновидность топливных элементов, электролитом в которых служит керамический материал, проницаемый для ионов кислорода. Топливные элементы относятся к электрохимическим устройствам и являются одними из наиболее эффективных энергогенерирующих систем (КПД может достигать 80%), которые конвертируют химическую энергию в электрическую. Электролит, катод и анод твердооксидного топливного элемента изготавливаются из керамических материалов. Слой электролита уложен между двумя тонкими пористыми электродами. Топливные элементы могут иметь трубчатую или планарную конструкцию. При их работе ионы кислорода проходят через твердый оксид, который используется в качестве электролита, и при высокой температуре (700...1000°С) реагируют с водородом на аноде. Твердооксидные топливные элементы могут работать на метане, пропане, бутане, биогазе.

Теория и технология производства SOFC начали разрабатываться и развиваться сравнительно недавно [1–3]. Одной из центральных проблем при проектировании и эксплуатации SOFC является обеспечение их длительной прочности и увеличение времени безотказной работы. Для успешного решения этой проблемы необходимо знание фундаментальных законов температурных, электрохимических и механических процессов, которые влияют на распределение напряжений и рост повреждаемости во времени.

Абсолютные значения напряжений, которые возникают во время работы SOFC, зависят от свойств материалов, условий эксплуатации и геометрических параметров конструкции. В частности, температурные напряжения обусловлены температурными градиентами и разницей между коэффициентами линейного температурного расширения материалов соседних слоев.

Анализ термоупругих деформаций в SOFC является важной частью структурного анализа системы. Однако этого недостаточно для понимания механизма деградации топливных элементов. Как правило, для керамических материалов наблюдается не только температурное расширение, но и химическое “распухание” (swelling), которое зависит от концентрации кислорода и вносит свой вклад в общее расширение [4]. Кроме того, для них характерно такое свойство, как ползучесть, которая может

привести к деградации внутренней структуры материала и росту повреждаемости во времени.

Число публикаций, посвященных анализу ползучести SOFC, очень незначительное. До настоящего времени в литературных источниках отсутствуют исследования взаимосвязи между напряжениями, деформациями ползучести и повреждаемостью в твердооксидных топливных элементах. Деформации ползучести изменяют микроструктуру материала вследствие образования дислокаций, примесей и микропустот на начальной стадии ползучести. Далее микропустоты аккумулируются на границах зерен в виде пустот, которые растут и объединяются, образуя микротрещины на границах зерен. Рост и объединение этих микротрещин приводит к разрушению на заключительной стадии ползучести. Трещины могут иметь преимущественную ориентацию, часто перпендикулярно направлению действия максимального главного напряжения.

Цель работы – расчет и исследование напряженно-деформированного состояния (НДС), высокотемпературной ползучести, повреждаемости вследствие ползучести, а также длительной прочности твердооксидных трубчатых топливных элементов.

Постановка задачи. Метод решения. На рис. 1 показана схема трубчатого топливного элемента фирмы Siemens-Westinghouse [5] и его размеры в радиальном направлении. В качестве расчетной схемы трубчатого топливного элемента используем цилиндрическое трехслойное тело вращения конечных размеров $V = V_1 \cup V_2 \cup V_3$ в цилиндрической системе координат $Orz\varphi$. Составляющие тело части V_1, V_2, V_3 жестко соединены между собой. Меридиональное сечение тела плоскостью rOz имеет форму Ω с границей $\partial\Omega$. Область Ω является объединением подобластей Ω_k ($k = 1, 2, 3$) с границами $\partial\Omega_k$. Границу соседних областей a, b обозначим как $\partial\Omega_{ab}$. На тело могут действовать внешние поверхностные нагрузки, приложенные на части S_p поверхности тела, а также температурное поле $T = T(r, z, t)$. На части S_u поверхности тела могут быть заданы кинематические граничные условия. Внешние силы и температура изменяются во времени настолько медленно, что инерционными членами в уравнениях движения можно пренебречь. Нагрузки на S_p , условия закрепления на поверхности S_u , распределение температуры и нестехиометрии кислорода таковы, что искомое решение не зависит от угла φ . Деформации цилиндра в процессе ползучести остаются малыми.

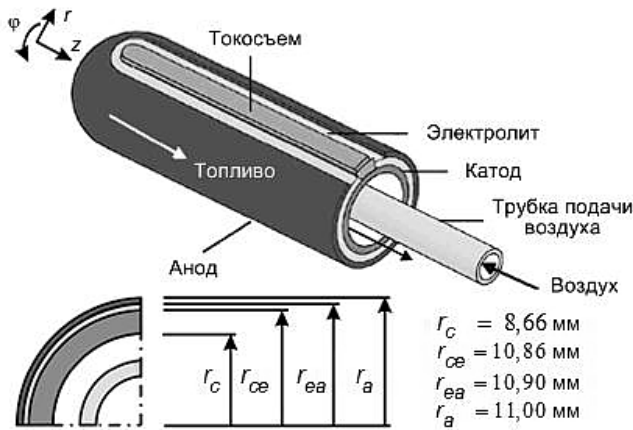


Рис. 1. Трубчатый топливный элемент.

При постановке задачи полагаем, что компоненты тензора скоростей полных деформаций $\dot{\epsilon}_{ij}$ складываются из компонентов тензоров скоростей упругих $\dot{\epsilon}_{ij}^e$, температурных $\dot{\epsilon}_{ij}^T$ и необратимых деформаций ползучести \dot{p}_{ij} , а также компонен-

тов тензора скоростей деформаций $\dot{\varepsilon}_{ij}^{sw}$, вызванных химическим расширением материала:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^T + \dot{\varepsilon}_{ij}^{sw} + \dot{p}_{ij}, \quad i, j = \overline{1, 3}.$$

В цилиндрической системе координат имеем

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_r(r, z, t) &= \dot{\varepsilon}_r^e(r, z, t) + \dot{\varepsilon}_r^T(r, z, t) + \dot{\varepsilon}_r^{sw}(r, z, t) + \dot{p}_r(r, z, t); \\ \dot{\varepsilon}_z(r, z, t) &= \dot{\varepsilon}_z^e(r, z, t) + \dot{\varepsilon}_z^T(r, z, t) + \dot{\varepsilon}_z^{sw}(r, z, t) + \dot{p}_z(r, z, t); \\ \dot{\varepsilon}_\varphi(r, z, t) &= \dot{\varepsilon}_\varphi^e(r, z, t) + \dot{\varepsilon}_\varphi^T(r, z, t) + \dot{\varepsilon}_\varphi^{sw}(r, z, t) + \dot{p}_\varphi(r, z, t); \\ \dot{\varepsilon}_{rz}(r, z, t) &= \dot{\varepsilon}_{rz}^e(r, z, t) + \dot{\varepsilon}_{rz}^T(r, z, t) + \dot{\varepsilon}_{rz}^{sw}(r, z, t) + \dot{p}_{rz}(r, z, t), \end{aligned}$$

где точка над символом обозначает полную производную по времени; t – время.

Температурные и химически обусловленные деформации вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} \varepsilon_r^T = \varepsilon_z^T = \varepsilon_\varphi^T &= \alpha(T - T_0), & \varepsilon_{rz}^T &= 0; \\ \varepsilon_r^{sw} = \varepsilon_z^{sw} = \varepsilon_\varphi^{sw} &= A(C - C_0), & \varepsilon_{rz}^{sw} &= 0, \end{aligned}$$

где T – температура, $T = T(r, z, t)$; C – нестехиометрия кислорода, $C = C(r, z, t)$; α , A – коэффициенты линейного температурного и химического расширения, $\alpha = \alpha(r)$, $A = A(r)$; T_0 , C_0 – значения температуры и нестехиометрии кислорода, при которых отсутствуют напряжения и деформации. Полагаем функции распределения температуры $T(r, z, t)$ и нестехиометрии $C(r, z, t)$ заданными или известными из решения задач нестационарной теплопроводности и диффузии соответственно [6].

Краевая задача ползучести для осесимметрично нагруженного тела вращения конечных размеров в произвольный момент времени $t \neq 0$ может быть сведена к вариационной задаче для функционала в форме Лагранжа [7]. Можно показать, что в случае кусочно-однородного тела функционал Лагранжа примет вид

$$\begin{aligned} \Lambda(\dot{u}_{ri}, \dot{u}_{zi}) &= 0,5 \sum_{i=1}^M \iint_{\Omega_i} [\lambda_{1i} (\dot{u}_{ri,r}^2 + \dot{u}_{zi,z}^2 + \dot{u}_{ri}^2 r^{-2}) + \\ &+ G_i (\dot{u}_{ri,z} + \dot{u}_{zi,r})^2 + 2\lambda_i (\dot{u}_{ri,r} \dot{u}_{zi,z} + \dot{u}_{ri} (\dot{u}_{ri,r} + \dot{u}_{zi,z}) r^{-1})] r dr dz - \\ &- \sum_{i=1}^M \iint_{\Omega_i} [\dot{u}_{ri,r} \dot{N}_{ri}^f + \dot{u}_{zi,z} \dot{N}_z^f + \dot{u}_{ri} \dot{N}_{\varphi i}^f r^{-1} + \dot{N}_{rzi}^f (\dot{u}_{ri,z} + \dot{u}_{zi,r})] r dr dz - \\ &- \int_{\partial\Omega_p} (\dot{P}_n^0 \dot{u}_n + \dot{P}_t^0 \dot{u}_t) d\partial\Omega. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь M – количество составных частей (слоев); $\dot{u}_{ri}(r, z, t)$, $\dot{u}_{zi}(r, z, t)$, $i = \overline{1, M}$ – скорости радиальных и осевых перемещений в соответствующих областях Ω_i , которые должны удовлетворять следующим условиям:

быть непрерывными в областях Ω_i ;

совпадать на границах соседних областей: $\dot{u}_{ra} = \dot{u}_{rb}$, $\dot{u}_{za} = \dot{u}_{zb}$ на $\partial\Omega_{ab}$;

удовлетворять кинематическим граничным условиям на части границы $\partial\Omega_u$.

В формуле (1): $\partial\Omega_p$ – часть контура $\partial\Omega$, где действуют внешние силы; $\dot{P}_n^0, \dot{P}_\tau^0$ – скорости нормальной и касательной составляющих внешних поверхностных сил; $\mathbf{n}, \boldsymbol{\tau}$ – внешняя нормаль и касательная к контуру $\partial\Omega$; \dot{u}_n, \dot{u}_τ – нормальная и касательная составляющие вектора скоростей перемещений на поверхности слоя, где приложены нагрузки, $\dot{u}_n = \dot{u}_{rp}n_r + \dot{u}_{zp}n_z, \dot{u}_\tau = \dot{u}_{zp}n_r - \dot{u}_{rp}n_z$; n_r, n_z – направляющие косинусы нормали \mathbf{n} ; $\lambda_i = \frac{E_i\nu_i}{(1-2\nu_i)(1+\nu_i)}$; $\lambda_{1i} = \lambda_i + 2G_i$; $G_i = G_i(r, z, T) = \frac{E_i}{2(1+\nu_i)}$; $E_i = E_i(r, z, T), \nu_i = \nu_i(r, z, T)$ – упругие характеристики слоев, которые в общем случае являются непрерывными функциями координат и температуры.

Скорости “фиктивных” сил вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} \dot{N}_{ri}^f &= [\lambda_{1i}\dot{e}_{ri} + \lambda_i(\dot{e}_{zi} + \dot{e}_{\varphi i})]; & \dot{N}_{zi}^f &= [\lambda_{1i}\dot{e}_{zi} + \lambda_i(\dot{e}_{ri} + \dot{e}_{\varphi i})]; \\ \dot{N}_{\varphi i}^f &= [\lambda_{1i}\dot{e}_{\varphi i} + \lambda_i(\dot{e}_{ri} + \dot{e}_{zi})]; & \dot{N}_{rzi}^f &= 2G_i\dot{e}_{rzi}, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\dot{e}_{ri} = \dot{p}_{ri} + \dot{e}_{ri}^T + \dot{e}_{ri}^{sw}; \quad \dot{e}_{zi} = \dot{p}_{zi} + \dot{e}_{zi}^T + \dot{e}_{zi}^{sw}; \quad \dot{e}_{\varphi i} = \dot{p}_{\varphi i} + \dot{e}_{\varphi i}^T + \dot{e}_{\varphi i}^{sw}; \quad \dot{e}_{rzi} = \dot{p}_{rzi}.$$

Скорости деформаций ползучести в функционале (1) считаются заданными и не варьируются.

Основные неизвестные задачи повреждаемости вследствие ползучести в произвольной точке тела можно найти из решения задачи Коши по времени для системы дифференциальных уравнений, которая для j -й составной части тела имеет вид [7]

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{du_{rj}}{dt} &= \dot{u}_{rj}; & \frac{du_{zj}}{dt} &= \dot{u}_{zj}; \\ \frac{d\varepsilon_{rj}}{dt} &= \dot{u}_{rj,r}; & \frac{d\varepsilon_{zj}}{dt} &= \dot{u}_{zj,z}; & \frac{d\varepsilon_{\varphi j}}{dt} &= \frac{\dot{u}_{rj}}{r}; & \frac{d\gamma_{rzej}}{dt} &= 2\frac{d\varepsilon_{rzej}}{dt} = \dot{u}_{rj,z} + \dot{u}_{zj,r}; \\ \frac{d\sigma_{rj}}{dt} &= \lambda_j(\dot{e}_{zj} + \dot{e}_{\varphi j} - \dot{e}_{zj} - \dot{e}_{\varphi j}) + \lambda_{1j}(\dot{e}_{rj} - \dot{e}_{rj}); \\ \frac{d\sigma_{zj}}{dt} &= \lambda_j(\dot{e}_{rj} + \dot{e}_{\varphi j} - \dot{e}_{rj} - \dot{e}_{\varphi j}) + \lambda_{1j}(\dot{e}_{zj} - \dot{e}_{zj}); \\ \frac{d\sigma_{\varphi j}}{dt} &= \lambda_j(\dot{e}_{rj} + \dot{e}_{zj} - \dot{e}_{rj} - \dot{e}_{zj}) + \lambda_{1j}(\dot{e}_{\varphi j} - \dot{e}_{\varphi j}); \\ \frac{d\sigma_{rzej}}{dt} &= G_j(\dot{\gamma}_{rzej} - 2\dot{e}_{rzej}); \\ \frac{dp_{rj}}{dt} &= \dot{p}_{rj}; & \frac{dp_{zj}}{dt} &= \dot{p}_{zj}; & \frac{dp_{\varphi j}}{dt} &= \dot{p}_{\varphi j}; & \frac{dp_{rzej}}{dt} &= \dot{p}_{rzej}; & \frac{d\psi_j}{dt} &= \dot{\psi}_j. \end{aligned} \right. \quad (3)$$

Определяющие уравнения ползучести и кинетические уравнения для параметров повреждаемости ψ_j будут конкретизированы ниже.

Начальные условия для неизвестных функций в момент времени $t = 0$ находятся из решения задачи упругого деформирования. Для решения упругой задачи может быть использован функционал вида (1). При этом в формуле для функционала необходимо заменить производные функций по времени самими функциями, а при вычислении “фиктивных” усилий по формулам (2) положить равными нули деформации ползучести.

Для решения начальной задачи (3) будем использовать метод Рунге-Кутты-Мерсона (РКМ) с автоматическим выбором шага [8]. Вариационные задачи для функционала (1) в моменты времени, соответствующие схеме РКМ, решаются методом Ритца. Координатные функции, удовлетворяющие заданным краевым условиям и условиям контакта слоев, могут быть построены с помощью метода R -функций [9], который позволяет точно учитывать геометрию области и граничные условия самого общего вида. При этом решение краевой задачи представляется в виде формулы – структуры решения, которая точно удовлетворяет всем (общая структура решения) или части (частичная структура решения) граничных условий. Структура решения является инвариантной по отношению к форме области.

Численные результаты. Исследуем ползучесть, повреждаемость и длительную прочность трубчатого топливного элемента (рис. 1). Длина электрохимически активной части $l = 1,5$ м. Катод изготовлен из материала WPC3, электролит – из диоксида циркония, стабилизированного оксидом иттрия (8YSZ), анод – из никелевого кермета (Ni-YSZ) [5].

Рабочая температура $T = 900^\circ\text{C}$. Температура, при которой отсутствуют напряжения, $T_0 = 1250^\circ\text{C}$. Модули Юнга и коэффициенты Пуассона материалов катода, электролита и анода при температуре 900°C следующие [5, 10]: $E_1 = 58,0$ ГПа; $E_2 = 155,0$ ГПа; $E_3 = 64,0$ ГПа; $\nu_1 = 0,25$; $\nu_2 = 0,316$; $\nu_3 = 0,25$. Коэффициенты линейного температурного расширения: $\alpha_1 = 10,7 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$; $\alpha_2 = 10,3 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$; $\alpha_3 = 12,0 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. Химическим расширением пренебрегаем. Внешние силы отсутствуют: $P_n^0 = P_r^0 = 0$.

Материал катода при имеющемся уровне интенсивности напряжений ползучести не проявляет. Закон одноосной ползучести и кинетическое уравнение повреждаемости для электролита и анода имеют вид

$$\dot{p} = A \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right) t^{-k} \frac{\sigma^n}{(1-\psi)^n}; \quad \frac{d\psi}{dt} = B \exp\left(-\frac{\Delta}{RT}\right) \frac{\sigma^m}{(1-\psi)^m},$$

где ψ – скалярный параметр повреждаемости, который в начальный момент времени ($t = 0$) равен нулю, в момент разрушения ($t = t_*$) $\psi = 1$; R – универсальная газовая постоянная, $R = 0,0083144 \text{ кДж} \cdot (\text{моль} \cdot \text{K})^{-1}$; T – абсолютная температура. Константы ползучести электролита [11]: $A = 704,5 \text{ МПа}^{-n} \cdot \text{ч}^{-1}$; $B = 1,1722 \text{ МПа}^{-m} \cdot \text{ч}^{-1}$; $n = 1$; $k = 0$; $m = 1,7$; $Q = 320 \text{ кДж} \cdot \text{моль}^{-1}$; $\Delta = 44,23 \text{ кДж} \cdot \text{моль}^{-1}$. Константы ползучести анода [12]: $A = 9,145 \cdot 10^{-13} \text{ МПа}^{-n} \cdot \text{ч}^{-1}$; $B = 0$; $n = 7,18$; $k = 0,943$; $m = 0$; $Q = 72,5 \text{ кДж} \cdot \text{моль}^{-1}$.

Для сложного напряженного состояния определяющие соотношения ползучести и кинетическое уравнение повреждаемости запишем в виде

$$\begin{aligned} \dot{p}_r &= \frac{3}{2} A \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right) t^{-k} \frac{\sigma_i^{n-1}}{(1-\psi)^n} \left(\sigma_r - \frac{1}{3} I_1\right); \\ \dot{p}_z &= \frac{3}{2} A \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right) t^{-k} \frac{\sigma_i^{n-1}}{(1-\psi)^n} \left(\sigma_z - \frac{1}{3} I_1\right); \\ \dot{p}_\varphi &= \frac{3}{2} A \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right) t^{-k} \frac{\sigma_i^{n-1}}{(1-\psi)^n} \left(\sigma_\varphi - \frac{1}{3} I_1\right); \\ \dot{p}_{rz} &= \frac{3}{2} A \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right) t^{-k} \frac{\sigma_i^{n-1}}{(1-\psi)^n} \sigma_{rz}; \end{aligned}$$

$$\frac{d\psi}{dt} = B \exp\left(-\frac{\Delta}{RT}\right) \frac{\sigma_i^m}{(1-\psi)^m},$$

где σ_i – интенсивность напряжений,

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_z^2 + \sigma_\varphi^2 - \sigma_r \sigma_z - \sigma_r \sigma_\varphi - \sigma_\varphi \sigma_z + 3\sigma_{rz}^2}; \quad I_1 = \sigma_r + \sigma_z + \sigma_\varphi.$$

Рассмотрим граничные условия и соответствующие структуры решения. Боковые стороны цилиндра $r = r_c$, $r = r_a$ свободны от закрепления и внешних нагрузок. Торцы $z = \pm l/2$ топливного элемента могут свободно перемещаться вдоль оси Oz .

Граничные условия на торцах цилиндра при $z = \pm l/2$ таковы:

$$\dot{\sigma}_{zi}(\dot{u}_{ri}, \dot{u}_{zi}) = 0, \quad \dot{\sigma}_{zri}(\dot{u}_{ri}, \dot{u}_{zi}) = 0, \quad i = 1, 2, 3. \quad (4)$$

На внутренней и внешней поверхностях цилиндра при $r = r_c$ и $r = r_a$ имеем

$$\dot{\sigma}_{rj}(\dot{u}_{rj}, \dot{u}_{zj}) = 0, \quad \dot{\sigma}_{rzj}(\dot{u}_{rj}, \dot{u}_{zj}) = 0, \quad j = 1, 3. \quad (5)$$

На границах слоев должны выполняться условия жесткого сцепления:

$$\dot{u}_{rk} = \dot{u}_{rk+1}, \quad \dot{u}_{zk} = \dot{u}_{zk+1}, \quad k = 1, 2; \quad (6)$$

$$\dot{\sigma}_r^{(k)} = \dot{\sigma}_r^{(k+1)}, \quad \dot{\sigma}_{rz}^{(k)} = \dot{\sigma}_{rz}^{(k+1)}. \quad (7)$$

Условия (4), (5), (7) являются естественными для функционала (1).

При численной реализации будем использовать симметрию задачи. На оси симметрии в сечении $z = 0$ задаются условия

$$\dot{u}_{zi} = 0, \quad \frac{\partial \dot{u}_{ri}}{\partial z} = 0, \quad i = 1, 2, 3. \quad (8)$$

Можно показать, что структуры решения, удовлетворяющие кинематическим условиям (6), (8), могут быть записаны следующим образом:

$$\dot{u}_{ri} = \Phi_1 - \omega_u D_1^{(u)} \Phi_1 + \omega^2 \Phi_{10} + \omega_{uci}^2 \Phi_{1i};$$

$$\dot{u}_{zi} = \omega_u \Phi_2 + \omega^2 \Phi_{20} + \omega_{uci}^2 \Phi_{2i}, \quad i = 1, 2, 3.$$

Здесь $\omega = \omega_r \wedge_0 \omega_z = \omega_r + \omega_z - \sqrt{\omega_r^2 + \omega_z^2} = 0$ – уравнение границы области Ω ($\omega = 0$, $\omega_{,n} = -1$ на $\partial\Omega$, $\omega > 0$ в Ω); $\omega_r = \frac{(r-r_1)(r_4-r)}{r_4-r_1}$; $\omega_z = \frac{2z}{l} \left(\frac{l}{2} - z \right)$; \wedge_0 – символ операции R -конъюнкции [9]; $\omega_u = z$, $\omega_{uci} = \omega_u \wedge_0 \omega_{ci} = \omega_u + \omega_{ci} - \sqrt{\omega_u^2 + \omega_{ci}^2} = 0$, $\omega_{ci} = 0$ – уравнения поверхностей контакта слоев цилиндра:

$$\omega_{c1} = r_2 - r, \quad \omega_{c2} = \frac{(r-r_2)(r_3-r)}{r_3-r_2}, \quad \omega_{c3} = r - r_3,$$

где $r_1 = r_c$, $r_2 = r_{ce}$, $r_3 = r_{ea}$, $r_4 = r_a$; $D_1^{(u)} = \frac{\partial \omega_u}{\partial r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial \omega_u}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z}$ – дифференциальный оператор [9]; $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_{10}, \Phi_{20}, \Phi_{1i}, \Phi_{2i}, i = 1, 2, 3$ – неопределенные компоненты структуры решения, которые при дискретизации краевой задачи представляют в виде [9]

$$\Phi_l(\mathbf{x}) \approx \Phi_{lN}(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{N_l} C_k^l \varphi_k^l, \quad \mathbf{x} = (r, z),$$

$\{\varphi_k^l\}$ – известные элементы некоторого функционального пространства M^l , которое содержит Φ_l , образующие в нем полную последовательность; C_k^l – неизвестные коэффициенты. В качестве $\{\varphi_k^l\}$ можно взять обычные степенные полиномы, полиномы Чебышева, сплайны и т.д. [9].

В данном случае в качестве $\{\varphi_k^l\}$ использовались бикубические сплайны Шенберга. Системы сплайн-функций строились на регулярных прямоугольных сетках. При этом $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_{10}, \Phi_{20}$ задавались во всей области Ω , а $\Phi_{1i}, \Phi_{2i}, i = 1, 2, 3$ – только в соответствующих подобластях $\Omega_i, i = 1, 3$ с уравнением границ ($\omega_i = 0, \omega_{i,n} = -1$ на $\partial\Omega_i, \omega_i > 0$ в Ω_i):

$$\omega_i = \omega_{r_i} \wedge_0 \omega_z = \omega_{r_i} + \omega_z - \sqrt{\omega_{r_i}^2 + \omega_z^2} = 0,$$

где

$$\omega_{r_i} = \frac{(r - r_i)(r_{i+1} - r)}{r_{i+1} - r_i}.$$

В результате расчетов установлено, что время до разрушения t_* составляет 4360 ч. Разрушение начинается в слое электролита в точках, которые находятся на границе с анодом. На рис. 2, 3 приведены данные расчетов для интенсивности напряжений σ_i и параметра повреждаемости ψ в различные моменты времени в сечении $z = 0$.

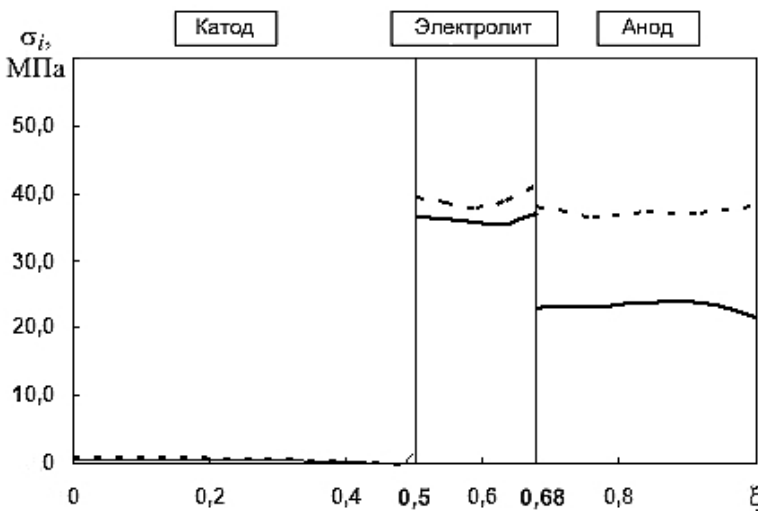


Рис. 2. Интенсивность напряжений σ_i в сечении $z = 0$ в моменты времени $t = 0$ (штриховая линия) и $t = t_* = 4360$ ч (сплошная линия).

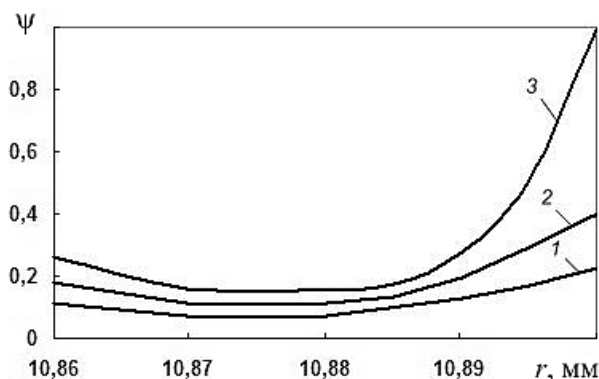


Рис. 3. Распределение повреждаемости в электролите в различные моменты времени: 1 – $t = 2000$ ч; 2 – $t = 3000$ ч; 3 – $t = t_* = 4360$ ч.

Для лучшего представления результатов на рис. 2 по оси абсцисс откладывается безразмерная радиальная координата ξ , которая в соответствующих слоях вычисляется по формуле

$$\xi_n = \alpha_n \frac{r - r_{n-1}}{r_n - r_{n-1}} + \sum_{k=0}^{n-1} \alpha_k, \quad n = 1, 2, 3,$$

где $r_0 = 8,66$ мм, $r_1 = 10,86$ мм, $r_2 = 10,9$ мм, $r_3 = 11,0$ мм; α_k – весовые коэффициенты: $\alpha_0 = 0$, $\alpha_1 = 0,5$, $\alpha_2 = 0,18$, $\alpha_3 = 0,32$.

Заключение. Результаты проведенных исследований показывают, что во время работы в твердооксидных топливных элементах вследствие ползучести происходит перераспределение механических напряжений и накопление повреждаемости. Уровень напряжений в электролите и аноде в течение всего времени остается высоким. Это в итоге приводит к разрушению. Для продления срока безотказной работы топливных элементов необходимо добиваться снижения уровня напряжений, например, за счет уменьшения разницы между коэффициентами линейного температурного расширения материалов слоев.

Резюме

Досліджуються пошкоджувальність і тривала міцність твердооксидного трубчастого паливного елемента при повзучості. Метод розв'язання початково-крайової задачі повзучості і пошкоджувальності базується на спільному застосуванні методів R -функцій та Рунге-Кутта–Мерсона. Наведено приклад розрахунку повзучості та тривалої міцності паливного елемента фірми Siemens-Westinghouse.

1. Bieberle-Hütter A., Beckel D., Infortuna A., et al. A micro-solid oxide fuel cell system as battery replacement // J. Power Sources. – 2008. – **177**. – P. 123 – 130.
2. Hotz N., Senn S. M., and Poulidakos D. Exergy analysis of a solid oxide fuel cell micropowerplant // Ibid. – 2006. – **158**. – P. 333 – 347.
3. Joo J. H. and Choi G. M. Micro-solid oxide fuel cell using thick-film ceria // Solid State Ionics. – 2009. – **180**. – P. 839 – 842.
4. Vente J. F., McIntosh S., Haije W. G., and Bouwmeester H. J. M. Properties and performance of $Ba_x Sr_{1-x} Co_{0,8} Fe_{0,2} O_{3-\delta}$ materials for oxygen transport membranes // J. Solid State Electrochem. – 2006. – **10**. – P. 581 – 588.

5. *Fisher K. and Seume J. R.* Impact of the temperature profile on thermal stress in a tubular solid oxide fuel cell // *J. Fuel Cell Sci. Technol.* – 2009. – **6**. – P. 011017-1 – 011017-9.
6. *Crank J.* The Mathematics of Diffusion. Second Edition. – Oxford University Press, 1975. – 414 p.
7. *Золочевский А. А., Скленус А. Н., Скленус С. Н.* Нелинейная механика деформируемого твердого тела. – Харьков: Бизнес Инвестор Групп, 2011. – 720 с.
8. *Крылов В. И., Бобков В. В., Монастырный П. И.* Вычислительные методы. – М.: Наука, 1977. – 399 с.
9. *Рвачев В. Л.* Теория R-функций и некоторые ее приложения. – Киев: Наук. думка, 1982. – 552 с.
10. *Nakajo A., Stiller C., Härkegård G., and Bolland O.* Modeling of thermal stresses and probability of survival of tubular SOFC // *J. Power Sources.* – 2006. – **158**. – P. 287 – 294.
11. *Lowrie F. L. and Rawlings R. D.* Room and high temperature failure mechanisms in solid oxide fuel cell electrolytes // *J. Eur. Ceram. Soc.* – 2000. – **20**. – P. 751 – 760.
12. *Lara-Curzio E.* Durability and reliability of SOFC materials and components // *Proc. of 7th Annual SECA Workshop and Peer Review (Sept. 12–14, 2006, Philadelphia).* – 2006. – 36 p.

Поступила 08. 01. 2013