

## ФИЗИКА ПРОЧНОСТИ И ПЛАСТИЧНОСТИ

PACSnumbers: 46.15.-x, 46.40.-f, 62.30.+d, 81.40.Jj, 81.40.Np, 81.70.Bt, 83.60.La, 83.60.Uv

### Вплив механічних властивостей матеріалу на динаміку прихоплених бурильних труб

К. Г. Левчук, В. М. Мойсисшин, І. В. Цідило

*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу,  
вул. Карпатська, 15,  
76019 Івано-Франківськ, Україна*

Запропоновано математичний модель міцнісних властивостей металевих труб під дією ударних навантажень. Одержано аналітичний розв'язок динамічної задачі пружних коливань прихоплених бурильних труб із вмонтованим механічним ясом. На основі результатів чисельного моделювання проведено оцінку міцності прихопленої металевої труби з урахуванням пружньо-пластичних властивостей матеріалу. Наведено рекомендації з підбору матеріалу для трубопроводу бурильних установок.

**Ключові слова:** пружні хвилі, напруженість, пластичність, границя міцності, бурильна колона, металева труба, прихоплення.

The mathematical model for describing strength properties of metal pipes under the shock loads' influence is proposed. An analytical solution of the dynamical problem of elastic vibrations of stuck drilling pipe with integrated mechanical jar is obtained. Based on results of numerical simulation, the strength of stuck metal pipe is assessed with taking into account elastoplastic material properties. The guidelines for the selection of material for piping drill rigs are represented.

**Key words:** elastic waves, tensile strength, plasticity, ultimate strength, drill string, metal pipe, sticking.

---

Corresponding author: Kateryna Grygorivna Levchuk  
E-mail: kgl.imp.nan@gmail.com

*Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas,  
15 Karpatska Str., 76019 Ivano-Frankivsk, Ukraine*

Please cite this article as: K. G. Levchuk, V. M. Moisyshyn, and I. V. Tsidylo, Influence of Mechanical Properties of a Material on Dynamics of the Stuck Drilling Pipes, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **38**, No. 12: 1655–1668 (2016) (in Ukrainian), DOI: 10.15407/mfint.38.12.1655.

Предложена математическая модель прочностных свойств металлических труб под действием ударных нагрузок. Получено аналитическое решение динамической задачи упругих колебаний прихваченных буровых труб с вмонтированным механическим ясом. На основе результатов численного моделирования проведена оценка прочности прихваченной металлической трубы с учётом упругопластических свойств материалов. Даны рекомендации по подбору материала для трубопроводов буровых установок.

**Ключевые слова:** упругие волны, напряжение, пластичность, предел прочности, буровая колонна, металлическая труба, прихват.

*(Отримано 6 червня 2016 г.; після доопрацювання — 7 листопада 2016 р.)*

## 1. ВСТУП

Ефективність роботи нафтогазового видобутку залежить від швидкості прокладання свердловин, розвідки й експлуатації родовищ корисних копалин. Разом з тим, необхідно проводити своєчасний і надійний контроль технічного стану нафтопромислових трубопроводів. Особливо важливо забезпечити високу експлуатаційну надійність металевих труб (МТ) у випадку прокладання глибоких та надглибоких свердловин, знизити їх напружено-деформований стан та забезпечити безаварійну роботу в умовах екстремальних навантажень [1].

З усіх аварій, з якими зустрічаються буровики в процесі прокладання свердловин, прихоплення МТ є найпоширенішими [2]. Ліквідація таких поломок досить тривала і вимагає коштовних невиробничих затрат.

Причиною заклинювання бурового інструменту можуть бути перепади тиску, звуження свердловини, зашламовування стовбура свердловини, осипання породи, заклинювання МТ у жолобі свердловини. Усі джерела прихоплення описано в роботах [3, 4]. Для всіх видів прихоплення характерне виникнення реономних в'язей, викликаних міцним зв'язком зі стінками свердловини. При звільненні металевої труби міцність трубопроводу обмежена прикладеними ударними силами й інтегральними силами прихоплення, що може привести до обриву колони. В особливо важких умовах перебуває прихоплена металева труба під час її вивільнення ударним способом, що практично неминуче призводить до її пошкодження [5].

Таким чином, експлуатація бурових установок пов'язана з динамічними процесами, а удари по металевим трубам — одне з основних джерел поломок технологічного обладнання, що може привести до багатомісячних простоїв на буровій.

Отже, ґрунтовне вивчення динаміки механічних коливань металевих труб під дією ударних навантажень є важливою умовою ефе-

ктивного проектування і безаварійної експлуатації останніх.

Математичні моделі пружних коливань з урахування хвильових процесів розглянуто в роботі [6]. На напружено-деформований стан бурильних металевих труб впливають різноманітні чинники. Розрахунок статичних і циклічних навантажень розглянуто в роботах [7, 8]. При цьому розрахунок динамічних процесів при ударних навантаженнях не проводився, оскільки це пов'язано зі складнощами математичного й обчислювального характеру. Отже, попередній розрахунок і оперативний контроль експлуатаційної міцності прихоплених МТ сприяє запобіганню аварійним ситуаціям і зниженню непродуктивних витрат.

Метою досліджень є оцінка напружено-деформованого стану металевих труб прихопленої бурильної колони при нанесенні удару за допомогою механічного ясу у залежності від матеріялу МТ та параметрів удару, та на цій основі надання обґрунтованих рекомендацій щодо ефективного способу ліквідації прихоплень.

## 2. НАПРУЖЕНІСТЬ ПРИХОПЛЕНОЇ БУРИЛЬНОЇ ТРУБИ

У випадку динамічного розрахунку бурильної компоновки (БК) необхідно враховувати пружньо-поздовжні коливання металевих труб, оскільки вони призводять до збільшення напружень у поперечних перерізах металевих труб. Прихоплені бурильні труби (рис. 1) будемо розглядати як циліндричні металеві стрижні масою  $m = \rho FL$  ( $\rho$  — густина матеріялу, з якого виготовлено трубу,  $F$  — площа її поперечного перерізу), розподіленою по його довжині  $L$ . За початок координат  $O$  приймемо місце прикладання ударної сили — контакту бойка і ковадла. Вісь відрахування координати поточного перерізу  $u(x, t)$  спрямуємо в бік свердловини.

Диференціальне рівняння руху прихоплених МТ з урахуванням опору середовища, має вигляд:

$$\ddot{u}(x, t) + 2h\dot{u}(x, t) - a^2u''(x, t) = 0, \quad (1)$$

де  $\ddot{u}(x, t) = \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2}$ ,  $\dot{u}(x, t) = \frac{\partial u(x, t)}{\partial t}$ ,  $u''(x, t) = \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}$ ,  $h = \frac{\alpha}{2m}$

( $\alpha$  — коефіцієнт в'язкого опору промивальної рідини),  $a = \sqrt{E/\rho}$  — швидкість розповсюдження пружньої хвилі по металевій трубі ( $E$  — модуль пружності Юнга).

Диференціальне рівняння (1) необхідно доповнити крайовими умовами на краях БК:

$$EFu'(0, t) = R(t), \quad u(l, t) = 0, \quad (2)$$

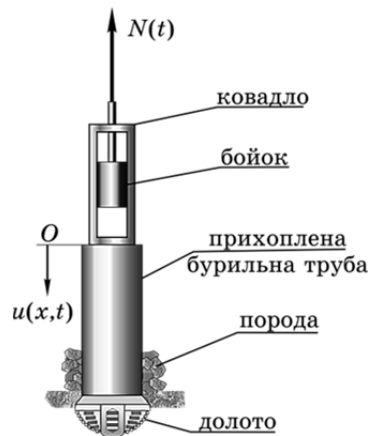


Рис. 1. Прихоплена металева труба.

Fig. 1. Stuck metal pipe.

де  $R(t) = R_k$ ,  $2kl/a \leq t < 2(k+1)l/a$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) — сила удару бойка по ковадлу,  $l$  — довжина вільної частини прихопленої БК. Величину цієї сили від параметрів бурильної колони і механічного яса одержано в роботі [9].

Відлік переміщення почнемо з моменту зустрічі бойка і ковадла:  $u(x, 0) = 0$ , коли металеві труби мали початкову швидкість  $\dot{u}(x, 0) = v_0$ .

Оскільки крайові умови (2) є неоднорідними, бо сила  $R(t)$  є нестационарною, то спочатку необхідно підібрати таку спеціальну функцію  $\varphi(x, t)$ , щоб забезпечити однорідні крайові умови для нової невідомої функції  $w(x, t)$ . Функція  $\varphi(x, t)$  описує додаткову динамічну складову руху МТ, яка повністю визначається з неоднорідних крайових умов (2) і набуває вигляду

$$\varphi(x, t) = \frac{xR(t)}{EFl}(l - x). \quad (3)$$

Одержаний закон руху  $\varphi(x, t)$  вказує на те, що ударна сила  $R(t)$  формує статичну складову переміщення перерізів металевих труб, що при досягненні майданчика контакту вільної частини БК з прихопленою сприяє звільненню бурильного інструменту. Після підбору спеціальної функції шукані динамічні переміщення поперечних перерізів  $u(x, t)$  необхідно зсунути на  $\varphi(x, t)$ :

$$w(x, t) = u(x, t) - \varphi(x, t). \quad (4)$$

Таким чином, загальна крайова задача для функції  $u(x, t)$  зводиться до задачі з однорідними крайовими умовами:

$$u'(0, t) = 0, \quad u(l, t) = 0, \quad (5)$$

котрі є розв'язками неоднорідного диференційного рівняння, одержаного з (1), (3) і (4),

$$\ddot{w}(x, t) + 2h\dot{w}(x, t) - a^2 w''(x, t) = \frac{2}{\rho Fl} R(t), \quad (6)$$

Початкові умови для поточних перерізів прихопленої МТ одержують вигляд:

$$w(x, 0) = \frac{x(x-l)}{EFl} R_0, \quad \dot{w}(x, 0) = v_0. \quad (7)$$

Для знаходження нетривіального розв'язку однорідного рівняння, що відповідає неоднорідному (6), скористаємося методом Фур'є, відповідно до якої переміщення перерізів металевих труб подамо добутками

$$w_n(x, t) = X_n(x)T_n(t). \quad (8)$$

де  $X_n(x)$  — власні функції поточного перерізу,  $T(t)$  — функції часу,  $n$  — ціле число. Після підстановки співвідношення (8) в однорідні динамічні рівняння, які відповідають (6), одержуємо

$$X_n''(x) + p_n^2 X_n(x) = 0. \quad (9)$$

Таким чином, задача Штурма–Ліувілля (9) має наступні нетривіальні розв'язки по  $X_n(x)$ :

$$X_n(x) = A_n \sin(p_n x) + B_n \cos(p_n x). \quad (10)$$

Після підстановки (10) в однорідні крайові умови (5) одержуємо  $B_n = 0$  та частотне рівняння коливань бурильної колони  $\cos(p_n l) = 0$ , звідки гармонічний частотний спектр визначається рівністю  $p_n = (2n - 1)\pi/(2l)$ . Отже, з точністю до довільного множника власним частотам  $p_n$  відповідають власні функції

$$X_n(x) = \cos\left(\frac{2n-1}{2l} \pi x\right). \quad (11)$$

На основі знайдених власних функцій (11) розв'язки  $w(x, t)$  записуємо у вигляді рядів

$$w(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) \cos\left(\frac{2n-1}{2l} \pi x\right). \quad (12)$$

Далі визначаємо часові функції  $T_n(t)$  таким чином, щоб ряди (12) задовольняли систему рівнянь (6) і початкові умови (7). Скористаємося теоремою розвинення В. А. Стеклова [13], за якою праві частини системи диференціальних рівнянь (6) та початкові умови (7) розвинемо на інтервалі  $(0, l)$  у ряди за власними функціями (11):

$$\begin{aligned} w(x, 0) &= \sum_{n=1}^{\infty} T_n(0) \cos(p_n x), \\ \dot{w}(x, 0) &= \sum_{n=1}^{\infty} \dot{T}_n(0) \cos(p_n x), \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{де } C_n(t) = \frac{2}{\rho Fl} R(t) \frac{\int_0^l \cos(p_n x) dx}{\int_0^l \cos^2(p_n x) dx} = \frac{8(-1)^{n+1}}{\pi(2n-1)} \frac{R(t)}{\rho Fl},$$

$$\dot{T}_n(0) = v_0 \frac{\int_0^l \cos(p_n x) dx}{\int_0^l \cos^2(p_n x) dx} = \frac{4(-1)^{n+1} v_0}{\pi(2n-1)l},$$

$$T_n(0) = \frac{R_0}{EF} \frac{\int_0^l x(x-l) \cos(p_n x) dx}{\int_0^l \cos^2(p_n x) dx} = \frac{8R_0 l}{\pi^3 EF} \frac{[\pi(2n-1) + 4(-1)^n]}{(2n-1)^3}.$$

У результаті, згідно з неоднорідним динамічним рівнянням (6) і рядом (12), одержимо нескінченну кількість диференціальних рівнянь для часових функцій, що являють собою класичну задачу Коші:

$$\begin{aligned} \ddot{T}_n(t) + 2h\dot{T}_n(t) + a^2 p_n^2 T_n(t) &= \frac{8(-1)^{n+1}}{\pi(2n-1)} \frac{R(t)}{\rho Fl}, \\ T_n(0), \dot{T}_n(0), n &= 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (14)$$

Тоді часові функції набувають вигляду

$$\begin{aligned} T_n(t) &= e^{-ht} \left[ D_n \sin\left(t\sqrt{a^2 p_n^2 - h^2}\right) + G_n \cos\left(t\sqrt{a^2 p_n^2 - h^2}\right) \right] - \\ &- \frac{32(-1)^n}{\pi^3 (2n-1)^3} \frac{lR(t)}{EF}, \end{aligned} \quad (15)$$

а сталі інтегрування

$$D_n = \frac{4}{\pi(2n-1)l\sqrt{a^2 p_n^2 - h^2}} \times$$

$$\times \left[ \frac{2}{\pi^2 (2n-1)^2} (\pi(2n-1) + 8(-1)^n) \frac{R_0 h l}{EF} - (-1)^n v_0 \right], \quad (16)$$

$$G_n = \frac{8}{\pi^3 (2n-1)^3} [\pi(2n-1) + 8(-1)^n] \frac{R_0 l}{EF}.$$

Таким чином, закон руху поперечних перерізів прихоплених металевих труб одержав вигляд:

$$u(x, t) = \frac{x(x-l)}{l} \frac{R(t)}{EF} +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} e^{-ht} \left[ (D_n \sin p_{1n} t + G_n \cos p_{1n} t) - \frac{32(-1)^n}{(2n-1)^3 \pi^3} \frac{R(t)}{EF} \right] \cos p_n x, \quad (17)$$

де  $p_{1n} = \sqrt{a^2 p_n^2 - h^2}$ .

Напруження згідно із Гуковим законом визначається виразом

$$\sigma(x, t) = E \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = \left( 2 \frac{x}{l} - 1 \right) \frac{1}{F} R(t) -$$

$$- \sum_{n=1}^{\infty} e^{-ht} \left[ E (D_n \sin p_{1n} t + G_n \cos p_{1n} t) - \frac{32(-1)^n}{(2n-1)^3 \pi^3} \frac{R(t)}{F} \right] p_n \sin p_n x. \quad (18)$$

Отже, напруження у місці нанесення удару по МТ ( $x = 0$ ) повністю визначається ударною силою бойка по ковадлу і дорівнює  $\sigma(0, t) = R_0/F$ . Як відомо, ударні імпульси змінюються практично миттєво і ударна хвиля триває до тих пір, поки вона не досягне майданчика вільної й прихопленої частин бурильної колони. Відповідно, сили удару і швидкості розповсюдження ударної хвилі розраховуються покроково аж до відокремлення бойка від ковадла. Тому найбільше напруження спостерігається на майданчику контакту в зоні прихоплення ( $x = l$ ):

$$\sigma(l, t) = R(t)/F +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} e^{-ht} \left[ (-1)^n E (D_n \sin p_{1n} t + G_n \cos p_{1n} t) - \frac{32}{(2n-1)^3 \pi^3} \frac{R(t)}{F} \right] p_n. \quad (19)$$

Таким чином, потрібно перевіряти на міцність металеву трубу в зоні прихоплення.

### 3. РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ

Чисельні розрахунки проводилися для бурильної колони загальною довжиною  $L = 40$  м, вільна частина якої  $l = 15$  м, із зовнішнім і внутрішнім діаметрами  $D = 17,78$  см і  $d = 7,14$  см відповідно. Густина промивальної рідини  $\alpha = 250$  кг/м<sup>3</sup>.

При вивільненні прихопленої металеві труби за допомогою механічного яса бойок наносить по ковадлу удар силою  $R(t)$ . Величина ударної сили  $Q(t)$ , яку відчуває зона прихоплення, має прямокутно-подібну форму, оскільки миттєво змінюється при досягненні й відбиванні пружних хвиль від ковадла і зони прихоплення. Тривалість дії ударної сили  $Q(t)$ , зазвичай, не перевищує сотень мілісекунд. У роботі [9] одержано ударні імпульси (рис. 2), що виникають у разі спрацювання механічного яса.

Було розраховано напруження, що виникає під дією ударної сили в зоні прихоплення металевих труб, виготовлених з різних матеріалів. На рисунку 3 проілюстровано динамічний закон зміни механіко-напруженого стану (19) майданчику контакту вільної та прихопленої частин металеві труби, де напруження набувають найбільших значень.

Як свідчать результати розрахунків, прикладена ударна сила зумовлює найбільше напруження у сталевих трубах, а найменше — в

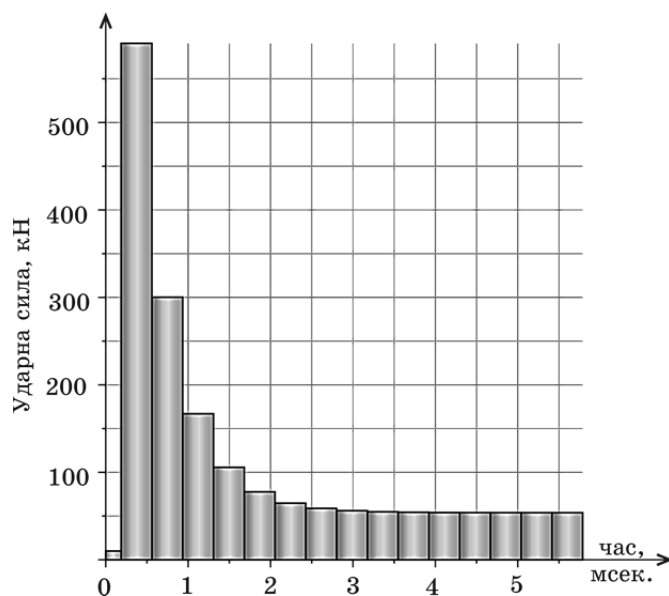
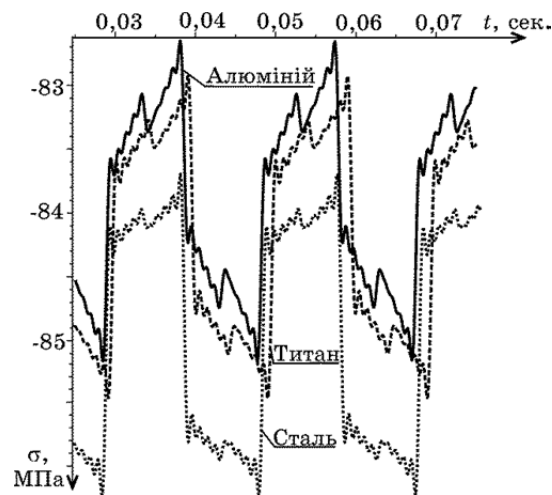


Рис. 2. Ударний імпульс в зоні прихоплення.

Fig. 2. Shock impulse in stuck zone.





**Рис. 3.** Напруження у зоні прихоплення бурильних труб, виготовлених з різних матеріалів.

**Fig. 3.** Tension in the stuck area of drill pipes made from different materials.

алюмінієвих. Величини цих напружень мають задовольняти умову міцності:

$$\sigma(l, t_1) \leq \frac{\sigma_n}{n}, \quad n \in [1, 2; 1, 4]. \quad (20)$$

Найважливішими характеристиками матеріалу бурильних труб є модуль поздовжньої пружності  $E$ , Пуассонів коефіцієнт  $\nu$  і границя плинності  $\sigma_n$ , що визначають напружено-деформований стан бурильної колони при роботі у свердловині, а також експлуатаційні характеристики металевих труб. Фізичні параметри матеріалів, з яких виготовляють МТ зведено у табл. 1 і 2.

Умова (20) виконується для всіх марок сталі ( $86,3 \text{ МПа} \leq 272 - 535 \text{ МПа}$ ) та титану ( $85,5 \text{ МПа} \leq 179 - 272 \text{ МПа}$ ). Алюміній має найменшу границю плинності, у цьому випадку умова міцності не виконується:  $85,2 \text{ МПа} \leq 36 - 85 \text{ МПа}$ .

Якщо труби виготовлено з алюмінію, або сила  $R(t)$  має таку величину, що напруження вільного кінця БК перевищує границю міцності, то необхідно розглянути пружньо-пластичний випадок. На рисунку 4 зображено діаграму деформації зразків з алюмінію, титану та криці, з яких виготовляють металеві труби для БК. Діаграми починаються прямолінійними ділянками, на яких деформація зростає пропорційно напруженню за Гуковим законом [10]:

$$\sigma = E\varepsilon, \quad \sigma \leq \sigma_{pp} \quad (\varepsilon \leq \varepsilon_{pp}), \quad (20)$$

**ТАБЛИЦЯ 1.** Механічні характеристики сталевих бурових труб.**TABLE 1.** Mechanical properties of steel drilling pipe.

Марка сталі	Д	К	Е	Л	М	
Густина, кг/м <sup>3</sup>	7800					
Модуль пружності, МПа	2,1 · 10 <sup>5</sup>					
Границя, МПа	плинності	380	500	550	650	750
	міцності	650	700	750	800	900
	міцності на розтяг	350–450				
Швидкість хвилі, км/с	5,189					
Пуассонів коефіцієнт	0,28					

**ТАБЛИЦЯ 2.** Механічні характеристики титанових і алюмінієвих бурових труб.**TABLE 2.** Mechanical properties of titanium and aluminium drilling pipe.

Матеріал	титан	алюміній	
Густина, кг/м <sup>3</sup>	4400	2600	
Модуль пружності, МПа	1,12 · 10 <sup>5</sup>	0,7 · 10 <sup>5</sup>	
Границя, МПа	плинності	250–380	50–120
	міцності	950–1150	350–510
	міцності на розтяг	300–450	130–160
Швидкість хвилі, км/с	5,045	5,189	
Пуассонів коефіцієнт	0,32	0,34	

де  $\sigma_{рп} = \left[ \sigma_{п} / (0,006\mu + \sigma_{п})^m \right]^{\frac{1}{1-m}}$  — розрахункова границя плиності,

$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$  — модуль зсуву,  $m$  — коефіцієнт деформаційного зміц-

нення. Це ділянка пружної роботи. При подальшому збільшенні навантаження діаграми стають криволінійними, — ділянка пружно-пластичної роботи і зміцнення, — та описуються залежністю

$$\sigma = \sigma_{рп} (\varepsilon / \varepsilon_{рп})^m, \quad \sigma > \sigma_{рп} (\varepsilon \leq \varepsilon_{рп}). \quad (21)$$

Разом з тим, якщо навантаження не перевищує деякої величини,

що відповідає границі плинності  $\sigma_{п}$ , то матеріал труб зберігає свої пружні властивості, тобто при розвантаженні труби відновлюють свою початкову форму і довжину.

Якщо навантаження збільшується далі, то деформація починає зростати практично без збільшення навантаження. Відповідне напруження, при якому відбувається зростання деформації без збільшення навантаження, називають границею плинності  $\sigma_{пр}$ . У марок криці та у титану, з яких виготовляють БК, діаграми практич-

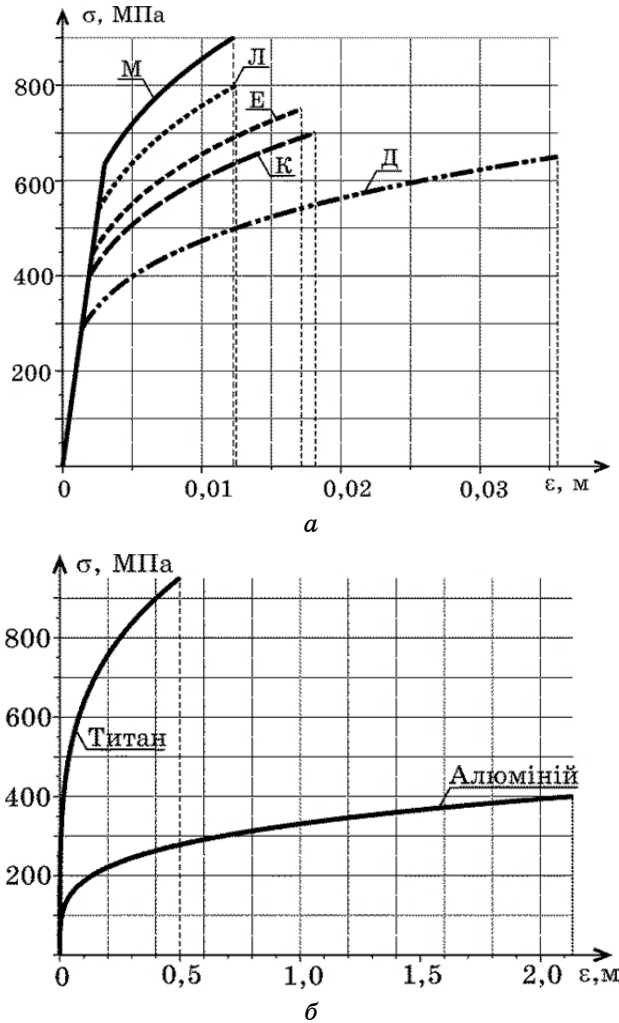


Рис. 4. Діаграма «напруження–деформація» матеріалів, з яких виготовляють буринні труби.

Fig. 4. The 'stress–strain' diagram of construction material for drilling pipes.

но без майданчиків плинності. Умовною границею плинності називають напруження, якому відповідає залишкова деформація, що дорівнює 0,2%. Зазнавши стан плинності, матеріал знову набуває здатності чинити опір деформації (зміцнюється), і діаграма піднімається вгору: для титану найшвидше, а для алюмінію — найповільніше, аж до границі міцності  $\sigma_m$  або тимчасового опору. У випадку досягнення границі міцності  $\sigma_m$  на металевій трубі з'являється різке локальне звуження — шийка, площа перерізу якої швидко зменшується і, як наслідок, падає зусилля й умовне напруження. У результаті це призводить до руйнування БК.

#### 4. ВИСНОВКИ

Динамічний розрахунок при звільненні прихоплених металевих труб механічним ясом уможливорює підібрати матеріал та режими роботи ударного пристрою. При виборі матеріалу для труб бурильної колони необхідно знати вплив ударних сил на величину границі витривалості. Однак при ліквідації прихоплень границя міцності металевих труб витрачається на подолання власної ваги труб і сил опору.

Однією з основних переваг сталевих труб залишається витривалість. Популярність титанових труб пояснюється їх винятковими властивостями [11]. Це, як і у сталевих, досить висока витривалість. До того ж, титані труби витримують високі та низькі температури, не піддаються корозії, є стійкими до хемічних сполук підвищеної агресивності, солей. Варто зазначити, що висока вартість, обмежує економічну доцільність їх експлуатації. Останнім часом труби з титану використовують у нафтовій і газовій промисловості для буріння свердловин різного рівня складності.

Алюмінієві бурильні труби як елементи хвильових процесів мають низку істотних переваг. Це — підвищена демпфувальна здатність. Розсіяння енергії коливань в алюмінієвих бурильних трубах на 20% вище, ніж у сталевих, а в обважнених — на 50%, що дозволяє понижувати амплітуди всіх видів коливань і усувати їх негативний вплив на процес буріння. До переваг використання алюмінієвих стопів відносять також відсутність корозії при експлуатації в середовищі повного насичення сірководнем та вуглекислим газом. Виробництво сталевих бурильних труб скорочується за рахунок широкого впровадження труб з легких алюмінієвих стопів, які забезпечують зниження гідравлічних втрат та значне скорочення тривалості спуско-підіймальних робіт.

Розрахунки показали, що при бурінні до глибини 3000 м перевагу мають сталеві труби, а при більш глибокому бурінні та при прокладанні горизонтальних свердловин — алюмінієві або комбіновані бурильні колони [12].

## ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Ю. А. Песляк, *Расчёт напряжений в колоннах труб нефтяных скважин* (Москва: Недра: 1973).
2. H. Santos (Petrobras), *IADC/SPE Drilling Conference (February 23–25, 2000, New Orleans, Louisiana)*.
3. F. E. Dupriest, W. C. Elks, and S. Ottesen, *SPE Drilling & Completion*, **26**, No. 1: 115 (2011).
4. J. Segura, *SPE Drilling & Completion*, **26**, No. 4: 569 (2011).
5. Я. Г. Пановко, *Введение в теорию механического удара* (Москва: Наука: 1977).
6. З. Г. Керимов, *Динамические расчёты бурильной колонны* (Москва: Недра: 1970).
7. L. Bailey, T. Jones, J. Belaskie, J. Orban, M. Sheppard, O. Hauwen, S. Jardine, and D. McCan, *Oilfield Review*, **3**, No. 4: 13 (1991).
8. P. Skalle and O. E. Gundersen, *SPE Drilling & Completion*, **28**, No. 2: 182 (2013).
9. К. Г. Левчук, *Інформаційні системи, механіка та керування*, № 12: 72 (2015).
10. Л. И. Быков, С. К. Рафииков, И. Р. Кадыров, *Нефтегазовое дело*, **9**, № 4: 51 (2011).
11. M. Y. Gelfgat, V. S. Basovich, and A. J. Adelman. *Drilling SPE Annual Technical Conference and Exhibition (October 9–12, 2005, Dallas, Texas)*.
12. E. S. Jack, W. S. Ronald, and I. B. Edmond, *IADC/SPE Drilling Conference (February 23–25, 2000, New Orleans, Louisiana)*.
13. Е. В. Александров, В. Б. Соколинский, *Прикладная теория и расчёты ударных систем* (Москва: Наука: 1969).

## REFERENCES

1. Yu. A. Peslyak, *Raschet Napryazheniy v Kolonnakh Trub Neftyanykh Skvazhin* [Calculation of Stresses in the Oil Well Pipe Columns] (Moscow: Nedra: 1973) (in Russian).
2. H. Santos (Petrobras), *IADC/SPE Drilling Conference (February 23–25, 2000, New Orleans, Louisiana)*.
3. F. E. Dupriest, W. C. Elks, and S. Ottesen, *SPE Drilling & Completion*, **26**, No. 1: 115 (2011).
4. J. Segura, *SPE Drilling & Completion*, **26**, No. 4: 569 (2011).
5. Ya. G. Panovko, *Vvedenie v Teoriyu Mekhanicheskogo Uudara* [Introduction to Mechanical Shock] (Moscow: Nauka: 1977) (in Russian).
6. Z. G. Kerimov, *Dinamicheskie Raschety Buril'noy Kolonny* [Dynamic Calculations of the Drill String] (Moscow: Nedra: 1970) (in Russian).
7. L. Bailey, T. Jones, J. Belaskie, J. Orban, M. Sheppard, O. Hauwen, S. Jardine, and D. McCan, *Oilfield Review*, **3**, No. 4: 13 (1991).
8. P. Skalle and O. E. Gundersen, *SPE Drilling & Completion*, **28**, No. 2: 182 (2013).
9. K. G. Levchuk, *Informatsiyni Systemy, Mekhanika ta Keruvannya*, No. 12: 72 (2015) (in Ukrainian).

10. L. I. Bykov, S. K. Rafikov, and I. R. Kadyrov, *Neftegazovoe Delo*, **9**, No. 4: 51 (2011) (in Russian).
11. M. Y. Gelfgat, V. S. Basovich, and A. J. Adelman, *Drilling SPE Annual Technical Conference and Exhibition (October 9–12, 2005, Dallas, Texas)*.
12. E. S. Jack, W. S. Ronald, and I. B. Edmond, *IADC/SPE Drilling Conference (February 23–25, 2000, New Orleans, Louisiana)*.
13. E. V. Aleksandrov and V. B. Sokolinskiy, *Prikladnaya Teoriya i Raschety Udarnykh Sistem* [Applied Theory and Calculations of Shock Systems] (Moscow: Nedra: 1969) (in Russian).