

## ФАЗОВЫЕ ПРЕВРАЩЕНИЯ

PACS numbers: 05.70.Ln, 61.72.Bb, 61.72.Cc, 64.60.Bd, 64.70.kd, 64.75.Op, 81.30.-t

### **Анализ стационарного эвтектоидного превращения в углеродистой стали на основе положений неравновесной термодинамики**

С. В. Бобырь, В. И. Большаков\*

*Институт чёрной металлургии им. З. И. Некрасова НАН Украины,  
пл. Акад. Стародубова, 1,  
49050 Днепр, Украина*

*\*Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры,  
ул. Чернышевского, 24-а,  
49600 Днепр, Украина*

Выполнен неравновесный термодинамический анализ эвтектоидного превращения в углеродистой стали. Построены уравнения движения Онзагера для модельной термодинамической системы, описывающей эвтектоидное превращение. Рассчитаны зависимости основных кинетических параметров процесса, — межпластинного расстояния и скорости роста перлита, — от величины переохлаждения стали для стационарного процесса эвтектоидного превращения.

**Ключевые слова:** неравновесная термодинамика, уравнения движения, эвтектоидное превращение, диффузия, углеродистая сталь.

Виконано нерівноважну термодинамічну аналіз евтектоїдного перетворення у вуглецевій сталі. Побудовано Онзагерові рівняння руху для модельної термодинамічної системи, що описує евтектоїдне перетворення. Розраховано залежності основних кінетичних параметрів процесу, — міжп-

---

Corresponding author: Sergiy Volodymyrovych Bobyr  
E-mail: svbobyry@rambler.ru

*Z. I. Nekrasov Iron and Steel Institute, N.A.S. of Ukraine,  
1 Academician Starodubov Square, 49050 Dnipro, Ukraine  
\* Prydniprov's'ka State Academy of Civil Engineering and Architecture,  
24a Chernyshevs'kogo Str., 49600 Dnipro, Ukraine*

Please cite this article as: S. V. Bobyr and V. I. Bolshakov, Analysis of the Stationary Eutectoid Transformation in Carbon Steel on the Basis of Non-Equilibrium Thermodynamics, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **38**, No. 7: 981–993 (2016) (in Russian), DOI: 10.15407/mfint.38.07.0981.

латівкової віддалі та швидкості зростання перліту, — від величини переохолодження сталі для стаціонарного процесу евтектоїдного перетворення.

**Ключові слова:** нерівноважна термодинаміка, рівняння руху, евтектоїдне перетворення, дифузія, вуглецева сталь.

The non-equilibrium thermodynamics analysis of the eutectoid transformation in carbon steel is performed. Onsager's equations of motion are obtained for the model thermodynamic system describing eutectoid transformation. Dependences of basic kinetic parameters of process—interplates distance and rate of pearlite growth—on the magnitude of steel supercooling are calculated for the stationary process of eutectoid transformation.

**Key words:** non-equilibrium thermodynamics, equations of motion, eutectoid transformation, diffusion, carbon steel.

(Получено 8 февраля 2016 г.)

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В сталях и чугунах кинетика превращения аустенита во многом определяется диффузией углерода, что позволяет их отнести к превращениям, контролируемым диффузией [1–3]. Эвтектоидное превращение аустенита, как вид диффузионного превращения, связано с резким изменением состава фаз и образованием колоний или агрегатов из двух фаз [3].

Несмотря на кажущуюся простоту этого процесса, теоретическое описание его является сложной задачей.

Важной кинетической характеристикой эвтектоидного превращения аустенита является скорость роста перлита  $v$ . Величина скорости роста была получена Мейлом [4] в виде:  $v = KS_0^{-1}$ . Зенер получил выражение для скорости роста перлита, основываясь, главным образом, на соображениях размерности и некоторых физико-химических принципах [5]. Им была также обоснована наиболее общая зависимость скорости роста перлита от температуры

$$v \sim \Delta T^2 \exp(-Q/(RT)). \quad (1)$$

Зенер также нашёл соотношение между межпластинным расстоянием и величиной переохладения стали в виде  $S_0 \sim \Delta T^{-1}$  [5].

Развитие модели Зенера было выполнено Хиллертом с учётом условий равновесия, определяемых поверхностной свободной энергией [6].

## 2. ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Экспериментальные результаты показывают, однако, что измерен-

ные значения межпластинного расстояния перлита значительно больше тех значений, которые дают модели Зенера и Хиллера [4, 7].

Онзагер выдвинул предположение [8], что фактором, определяющим скорость роста перлита, является диффузия в ферритной фазе, а Тарнбалл рассматривал диффузию по границам колоний [9]. Кан установил, что при этом нельзя достичь равновесного перераспределения компонентов в перлите, однако можно рассчитать скорость роста и степень перераспределения компонентов, если известно расстояние между пластинами [10]. Однако требуется ещё какой-либо физический принцип, чтобы зафиксировать это расстояние.

В работах [11, 12] авторами в качестве такого принципа был использован закон сохранения энергии (баланс теплоты) при превращении аустенита. Расчётная зависимость  $S_0 \sim \sqrt{D_x/\Delta T}$  совпадает с достаточной точностью с экспериментальными значениями величины межпластинного расстояния перлита.

Сравнение экспериментальных данных с результатами расчётов, однако, свидетельствует о том, что предложенные различными авторами методики расчёта скорости роста перлитных колоний, требуют учёта дополнительных факторов [2, 4, 13, 14]. Б. Я. Любов в качестве такого дополнительного фактора использовал концентрационные напряжения, возникающие перед фронтом перлитного превращения [2]. Учёт влияния концентрационных напряжений значительно увеличивает расчётное значение скорости бокового роста перлитной колонии и приближает его к экспериментальному значению для высокочистой заэвтектоидной стали [2].

Теория эвтектоидного превращения продолжает развиваться в последнее время, см., например, работы [13–16], однако перлитное превращение с позиций неравновесной термодинамики до сих пор не рассматривалось. Следовательно, актуальными являются вопросы неравновесного термодинамического описания эвтектоидного превращения аустенита.

Целью настоящей работы является анализ эвтектоидного превращения аустенита на основе неравновесной термодинамики с нахождением зависимости основных кинетических параметров процесса, — межпластинного расстояния и скорости роста перлита, — от величины переохлаждения стали для стационарного процесса.

### 3. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ И ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Неравновесная термодинамика предоставляет необходимый аппарат для анализа диффузионных процессов в железоуглеродистых

сплавах [17–19]. В общем случае термодинамические уравнения движения имеют вид [18]:

$$J_i = \sum_{k=1}^N L_{ik} X_k \quad (i = 1, \dots, N), \quad (2)$$

где  $J_i$  — потоки,  $X_k$  — термодинамические силы,  $L_{ik} = L_{ki}$  — кинетические коэффициенты Онзагера [19],  $i, k$  — номера зарядов (субстратов переноса).

Основными движущими силами фазовых превращений в неравновесной термодинамике сталей являются градиенты химических потенциалов их компонентов [17–19]. При рассмотрении прерывных систем в качестве термодинамических сил используются конечные перепады химических потенциалов ( $-\Delta\mu_i$ ) при переходе из метастабильного состояния в стабильное [20–23]. Если, например, в качестве зарядов процесса карбидообразования использовать две величины — концентрации углерода и железа, то, согласно (2), уравнения движения принимают вид:

$$J_1 = L_{11}X_1 + L_{12}X_2, \quad (3.1)$$

$$J_2 = L_{21}X_1 + L_{22}X_2, \quad (3.2)$$

где  $J_1$  — поток углерода, характеризующий скорость процесса образования карбидов,  $J_2$  — поток железа,  $X_1 = (-\Delta\mu_{Fe})$ ,  $X_2 = (-\Delta\mu_C)$  — термодинамические силы железа и углерода. Перепад потенциала имеет знак «+» при его возрастании, а поток направлен в сторону убывания потенциала, поэтому выражения для сил содержат знак «-».

В настоящей работе предложено обобщение уравнений, характеризующих рост перлитной колонии, основанное на применении методов неравновесной термодинамики.

Для этого уравнение (12) из работы авторов [12], характеризующее скорость роста перлитной колонии, представим в виде:

$$\frac{dX}{dt} = D_x \left[ (C'_\phi - C'_\pi) / (C'_\phi - C_\phi) + (C'_\phi - C'_\pi) / (C_\pi - C'_\pi) \right] / \Delta = \frac{D_x}{\Delta} (-\Delta\phi), \quad (4)$$

где  $D_x$  — коэффициент диффузии углерода в аустените вдоль оси  $x$  при заданной температуре  $T$ ,  $\Delta$  — толщина слоя аустенита с разной концентрацией углерода,  $C'_\phi$  и  $C'_\pi$  — концентрации углерода в аустените вблизи, соответственно, ферритной и цементитной пластин при температуре  $T$  (рис. 1),  $C_\pi$  — содержание углерода в цементите ( $\cong 6,67\%$ ),  $C_\phi$  — содержание углерода в феррите при заданной температуре  $T$ ,  $-\Delta\phi$  — термодинамическая сила бокового роста перлита. Вышеуказанная скорость определяется концентрациями углерода в феррите и цементите и является безразмерной величиной.

Второе уравнение, характеризующее нашу систему, — уравнение баланса теплоты (16) из работы [12], — запишем в виде:

$$C\gamma dT/dt = \alpha\Delta T - (q\gamma/\Delta)dX/dt, \tag{5}$$

где  $\alpha$  — коэффициент теплопередачи,  $\Delta T$  — разность температур образца ( $T$ ) и охлаждающей среды,  $q$  — удельное количество теплоты, выделяемое при образовании перлита,  $\gamma$  — плотность стали.

Если в качестве зарядов процесса эвтектоидного превращения аустенита использовать две величины — температуры образца  $T$  и толщины пластин перлита  $X$ , то, согласно [5], уравнения движения Онзагера должны иметь симметричный вид (3.1), (3.2), где  $J_1 = -dX/dt$  — поток величины перлитного слоя (при увеличении абсолютного значения термодинамической силы роста перлита поток увеличивается по абсолютной величине),  $J_2 = -C\gamma dT/dt$  — поток тепла в образце (при снижении температуры образца поток положителен),  $X_1 = -\Delta\phi$ ,  $X_2 = -\Delta T/T$  — термодинамические силы роста перлита и температуры [24].

Для того чтобы уравнение (4) соответствовало уравнению (3.1), оно должно содержать дополнительный член  $L_{12}(-\Delta T/T)$ ; при этом значение коэффициента  $L_{11} = D_x/\Delta$ :

$$J_1 = (D_x/\Delta)(-\Delta\phi) + L_{12}(-\Delta T/T), \tag{6.1}$$

где  $L_{12}$  — перекрёстный коэффициент, значение которого пока не-

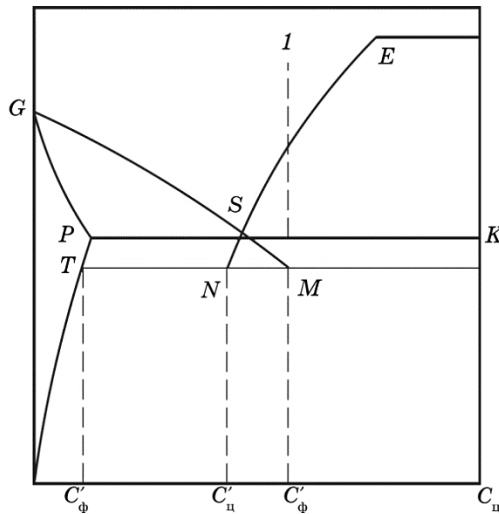


Рис. 1. Схема эвтектоидного превращения стали состава 1.

Fig. 1. Scheme of eutectoid transformation of steel of composition 1.

известно. Тем самым мы вводим (предполагаем) дополнительную зависимость скорости роста перлитного слоя не только от концентраций углерода в фазах, но и температуры.

Подставляя выражение (6.1) в уравнение баланса энергии (5), находим выражение для потока теплоты  $J_2$ :

$$\begin{aligned} J_2 &= (q\gamma/\Delta)[(D_x/\Delta)(-\Delta\varphi) + L_{12}(-\Delta T/T)] - \alpha T(-\Delta T/T) = \\ &= (q\gamma D_x/\Delta^2)(-\Delta\varphi) + (q\gamma L_{12}/\Delta - \alpha T)(-\Delta T/T). \end{aligned} \quad (6.2)$$

Соотнося между собой уравнения (3.2) и (6.2), получаем:

$$L_{21} = q\gamma D_x/\Delta^2. \quad (7)$$

Используя для кинетических коэффициентов соотношения взаимности Онзагера  $L_{ik} = L_{ki}$  [19], находим, что

$$L_{12} = L_{21} = q\gamma D_x/\Delta^2, \quad (8)$$

тогда как

$$L_{22} = q^2\gamma^2 D_x/\Delta^3 - \alpha T. \quad (9)$$

Система уравнений (6.1), (6.2) приобретает вид:

$$J_1 = (D_x/\Delta)(-\Delta\varphi) + (q\gamma D_x/\Delta^2)(-\Delta T/T), \quad (10.1)$$

$$J_2 = (q\gamma D_x/\Delta^2)(-\Delta\varphi) + (q^2\gamma^2 D_x/\Delta^3 - \alpha T)(-\Delta T/T). \quad (10.2)$$

В соответствии с (10.1), на скорость роста перлита влияет не только концентрационная термодинамическая сила, но и градиент температуры образца и среды.

Рассмотрим далее фазовое превращение аустенита в особых условиях стационарного роста перлитной колонии, когда можно принять, что  $\Delta T \approx \text{const}$ ,  $dT/dt \approx 0$ . В этом случае уравнение (10.2) приобретает следующий вид:

$$J_2 = (q\gamma D_x/\Delta^2)(-\Delta\varphi) + (q^2\gamma^2 D_x/\Delta^3 - \alpha T)(-\Delta T/T) = 0. \quad (11)$$

При малых  $\Delta T$  можно записать приближённо, как это было выполнено в [12]:

$$\Delta\varphi = \kappa\Delta T/T, \quad (12)$$

где  $\kappa$  — коэффициент пропорциональности.

По аналогии с ранее полученными решениями [25] введём следу-

ющие обозначения:

$$\Delta_0 = \sqrt{kq\gamma D_x / (\alpha T)}, \quad (13)$$

$$\Delta_l = q\gamma/k \text{ — характерный параметр системы.} \quad (14)$$

Уравнение (11) теперь можно представить в виде:

$$\Delta^3 - \Delta_0^2 \Delta - \Delta_0^2 \Delta_l = 0. \quad (15)$$

При  $\Delta_l = 0$ , как и следует ожидать, решение уравнения (15)  $\Delta = \Delta_0$ . Получаем известное решение для перлитного превращения аустенита [12]. Если  $\Delta_l \neq 0$ , необходимо искать корни уравнения 3-ей степени.

Для нахождения решений уравнения (15) введём нормировку  $\Delta_0 = 1$ . Уравнение (15) тогда принимает вид:

$$\Delta^3 - \Delta - \Delta_l = 0. \quad (16)$$

Корни уравнения (16) равны [25]:

$$X_0 = A + B, \quad X_{1,2} = -(A + B)/2 \pm i\sqrt{3}(A - B)/2,$$

$$A = \sqrt[3]{\Delta_l/2 + \sqrt{Q}}, \quad B = \sqrt[3]{\Delta_l/2 - \sqrt{Q}},$$

где  $A$  и  $B$  — любые значения кубических корней из комплексных чисел, удовлетворяющих равенству  $AB = -P/3$ ,  $Q = \Delta_l^2/4 - 1/27$ .

Если  $Q > 0$ , то решением уравнения (16) являются один действительный и два комплексных корня. В нашем случае в действительной области есть один корень уравнения (16).

Чтобы решение уравнения состояния (16) было наглядным, его можно представить графически. Введём две вспомогательные функции  $Y_1 = X^2$ ,  $Y_2 = 1 + \Delta_l/X$ .

Решение уравнения (16) графически можно найти в виде:

$$Y_1 = Y_2. \quad (17)$$

На рисунке 2 представлены графики функций  $Y_1$  и  $Y_2$  при разных значениях  $\Delta_l$  (в единицах  $\Delta_0$ ). При этом, в соответствии с выражениями (13) и (14), будем учитывать, что  $\Delta_l = \text{const}$ , а изменяется  $\Delta_0$  в зависимости от температуры превращения аустенита.

Как видно из рисунка 2, в действительной области существует одно решение уравнения (17). При малых  $\Delta_l$  (<0,5) корень  $Xk$  находится в области, близкой к 1 ( $Xk \rightarrow \Delta_0$ ), а при увеличении  $\Delta_l$  (в единицах  $\Delta_0$ ) значение корня возрастает. При больших значениях  $\Delta_l$  корень  $Xk$  приблизительно равен

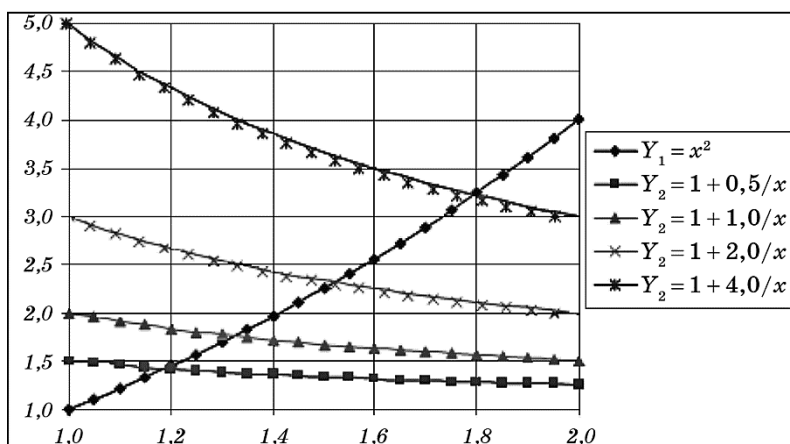


Рис. 2. Графическое решение уравнения состояния (17).

Fig. 2. Graphic decision of equation of the state (17).

$$Xk \approx \sqrt[3]{\Delta l / \Delta_0}. \quad (18)$$

Межпластинное расстояние перлита при стационарном процессе роста находим по формуле:

$$S_0 = 2Xk\Delta_0 = 2\kappa Xk\sqrt{\Delta l D_x / (\alpha T)}. \quad (19)$$

Используя уравнения (10.1) и (18), (19), находим также уточнённое выражение для скорости роста перлита при изотермическом превращении:

$$dX/dt = \frac{kD_x}{S_0} \frac{\Delta T}{T} \left( 1 + \frac{2\Delta_l}{S_0} \right). \quad (20)$$

Формула (20) является более точным выражением для определения скорости роста перлита при эвтектоидном превращении, чем ранее полученное авторами выражение (12).

#### 4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Используем известную зависимость коэффициента диффузии от температуры [27]:

$$D = A \exp(-Q/(RT)), \quad (21)$$

где  $Q$  — энергия активации ( $Q \cong 134$  кДж/моль),  $R$  — универсаль-



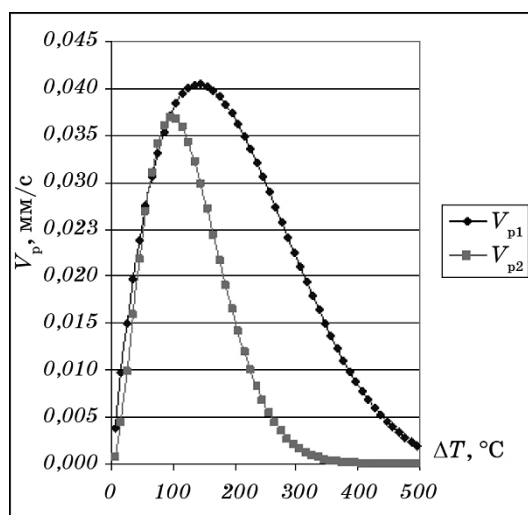
ная газовая постоянная.

После подстановки известных значений параметров стали и учитывая, что  $k \cong 2,0$ , находим расчётную зависимость скорости роста перлита от величины переохлаждения сплава (рис. 3). На этом рисунке приведена для сравнения зависимость скорости роста перлита от величины переохлаждения, рассчитанная по формуле Зенера (1) [4, 5].

Рассмотрим изменение скорости роста перлита (20) при изменении величины переохлаждения сплава. При  $\Delta T = 0$ , как и должно быть,  $dX/dt = 0$ . При увеличении переохлаждения скорость образования перлита увеличивается, проходя через максимум при некотором значении  $\Delta T$ .

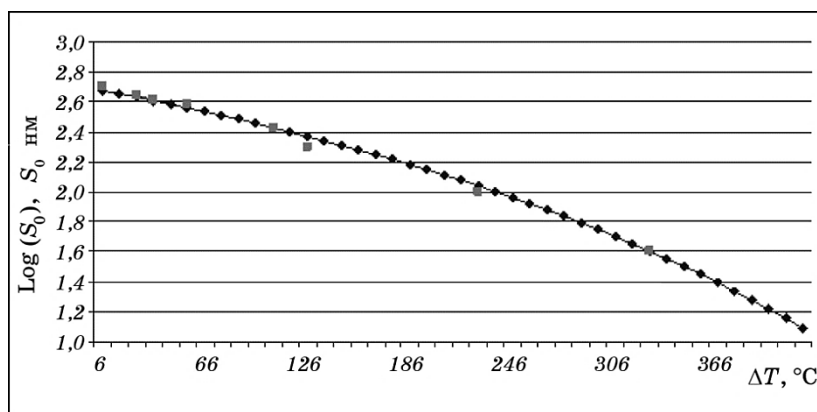
Согласно построенной модели, скорость роста перлита в направлении оси  $X$  имеет максимальное значение при переохлаждении  $\Delta T = 140,0^\circ\text{C}$ . Рассчитанная по формуле Зенера скорость роста перлита имеет теоретически максимальное значение при переохлаждении  $\Delta T = 96^\circ\text{C}$ . Следовательно, теоретическое выражение (20) позволяет с большей точностью описать максимум и ход экспериментальной кривой для скорости образования перлита, представленной в работах [2, 15] для высокочистой эвтектоидной стали.

Полученное в этом разделе выражение для скорости роста перли-



**Рис. 3.** Зависимость скорости роста перлита от величины переохлаждения, рассчитанная по формуле (20) настоящей работы ( $V_{p1}$ ) и по формуле Зенера (1) [4, 5] ( $V_{p2}$ ).

**Fig. 3.** Dependence of pearlite growth rate on the magnitude of steel supercooling, calculated by the formula (20) of present work ( $V_{p1}$ ) and by Zener's formula (1) [4, 5] ( $V_{p2}$ ).



**Рис. 4.** Расчётная зависимость (♦) межпластинного расстояния перлита от величины переохлаждения стали (■ — экспериментальные точки из работы [15], стр. 122).

**Fig. 4.** Calculation dependence (♦) of interplates' distance in pearlite on the magnitude of steel supercooling (■—experimental points from work [15], page 122).

та имеет значительную величину при переохлаждении 300–400 градусов, определяя тем самым возможность образования перлита в этом интервале температур. Действительно, в работе [15] выявлено образование перлита в углеродистых сталях в интервале температур 375–325°C.

Расчётная зависимость межпластинного расстояния перлита по формуле (19) от величины переохлаждения стали приведена на рис. 4. На этом же рисунке приведены экспериментальные точки из работы [15].

Наблюдается достаточно хорошее соответствие расчётной зависимости с результатами последних экспериментов, что свидетельствует об адекватности предлагаемой модели.

## 5. ВЫВОДЫ

1. Применение методов неравновесной термодинамики к анализу эвтектоидного превращения аустенита позволило уточнить полученные ранее авторами уравнения движения системы и найти новые, более точные теоретические выражения для межпластинного расстояния и скорости роста перлита.
2. Теоретическое выражение для скорости роста перлита, полученное в настоящей работе, позволяет с большей точностью описать максимум и ход экспериментальной кривой для скорости роста перлита, представленной в работах [2, 15] для высококислотной эвтек-

тоидной стали.

3. Уточнена расчётная зависимость для межпластинного расстояния перлита от величины переохлаждения стали в достаточной мере, соответствующая экспериментальным результатам, полученным в работе [15] для углеродистой стали.

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Г. В. Курдюмов, Л. М. Утевский, Р. И. Энтин, *Превращения в железе и стали* (Москва: Наука: 1977).
2. Б. Я. Любов, *Кинетическая теория фазовых превращений* (Москва: Металлургия: 1969).
3. С. В. Бобырь, В. И. Большаков, *Успехи физики металлов*, **15**, № 3: 145 (2014).
4. Р. Ф. Мейл, У. К. Хагель, *Успехи физики металлов* (Москва: ГосНТИ: 1960), т. 3.
5. C. Zener, *Trans. AIME*, **167**: 550 (1946).
6. M. Hillert, *Jernkontorets Ann.*, **141**, No. 11: 755 (1957).
7. И. Л. Миркин, *Труды Московского института стали* (Москва: МИСиС: 1941), т. XVIII.
8. L. Onsager, *Conference 'Phase Transformation in Solid'* (N.Y.C.: Cornwell: 1951).
9. D. Turnbull, *Acta Met.*, **3**: 43 (1955).
10. J. W. Cahn, *Acta Met.*, **7**: 18 (1959).
11. С. В. Бобырь, *Строительство, материаловедение и машиностроение: Сб. науч. трудов* (Днепропетровск: ПГАСиА: 2003), вып. 22, ч. 2, с. 60.
12. В. И. Большаков, С. В. Бобырь, *МиТОМ*, № 8: 11 (2004).
13. В. М. Счастливцев, Д. А. Мирзаев, И. Л. Яковлева, *Структура термически обработанной стали* (Москва: Металлургия: 1994).
14. В. Е. Ольшанецкий, *МиТОМ*, № 3: 3 (2003).
15. В. М. Счастливцев, Д. А. Мирзаев, И. Л. Яковлева, К. Ю. Окишев, Т. И. Табатчикова, Ю. В. Хлебникова, *Перлит в углеродистых сталях* (Екатеринбург: УрО РАН: 2006).
16. Ю. И. Кононенко, В. Е. Ольшанецкий, *Нові матеріали і технології в металургії та машинобудуванні*, № 1: 37 (2010).
17. И. Пригожин, *Введение в термодинамику необратимых процессов* (Москва: ИЛ: 1960).
18. С. де Гроот, П. Мазур, *Неравновесная термодинамика* (Москва: Мир: 1964).
19. L. Onsager, *Phys. Rev.*, **37**: 405 (1931).
20. А. А. Жуков, Р. Л. Снежной, *Диффузионные процессы в металлах* (Киев: Наукова думка: 1966).
21. М. А. Криштал, А. А. Жуков, Р. Л. Снежной, Э. Г. Титенский, *Термодинамика, физическая кинетика структурообразования и свойства чугуна и стали* (Москва: Металлургия: 1971), вып. 4.
22. С. В. Бобырь, *Металлофиз. новейшие технол.*, **35**, № 2: 199 (2013).
23. С. В. Бобырь, *Металлофиз. новейшие технол.*, **36**, № 10: 1385 (2014).
24. Б. С. Бокштейн, *Диффузия в металлах* (Москва: Металлургия: 1978).
25. С. В. Бобырь, В. И. Большаков, *Нові матеріали і технології в металургії*

- та машинобудуванні, № 1: 21 (2012).
26. Г. Корн, Т. Корн, *Справочник по математике для научных сотрудников и инженеров* (Москва: Наука: 1974).
  27. Л. Н. Лариков, В. И. Исайчев, *Диффузия в металлах и сплавах: Справочник* (Киев: Наукова думка: 1987).

## REFERENCES

1. G. V. Kurdyumov, L. M. Utevskiy, and R. I. Entin, *Prevrashcheniya v Zheleze i Stali* [Transformations in Iron and Steel] (Moscow: Nauka: 1977) (in Russian).
2. B. Ya. Lyubov, *Kineticheskaya Teoriya Fazovykh Prevrashcheniy* [Kinetic Theory of Phase Transformations] (Moscow: Metallurgiya: 1969) (in Russian).
3. S. V. Bobyr and V. I. Bol'shakov, *Uspehi Fiziki Metallov*, **15**, No. 3: 145 (2014) (in Russian).
4. R. F. Meyl and U. K. Hagel, *Uspekhi Fiziki Metallov* [Progress in Metal Physics] (Moscow: GosNTI: 1960), vol. **3** (Russian translation).
5. C. Zener, *Trans. AIME*, **167**: 550 (1946).
6. M. Hillert, *Jernkontorets Ann.*, **141**, No. 11: 755 (1957).
7. I. L. Mirkin, *Trudy Moskovskogo Instituta Stali* [Proceedings of the Moscow Institute of Steel] (Moscow: MISiS: 1941), vol. **XVIII** (in Russian).
8. L. Onsager, *Conference 'Phase Transformation in Solid'* (N.Y.C.: Cornwell: 1951).
9. D. Turnbull, *Acta Met.*, **3**: 43 (1955).
10. J. W. Cahn, *Acta Met.*, **7**: 18 (1959).
11. S. V. Bobyr, *Stroitel'stvo, Materialovedenie i Mashinostroenie: Sb. Nauch. Trudov* [Construction, Materials Science, Mechanical Engineering: Coll. Scientific Works] (PGaSiA: Dnepropetrovsk: 2003), Iss. 22, part. 2, p. 60 (in Russian).
12. V. I. Bolshakov and S. V. Bobyr, *MiTOM*, No. 8: 11 (2004) (in Russian).
13. V. M. Shchastlivtsev, D. A. Mirzaev, and I. L. Yakovleva, *Struktura Termicheski Obrabotannoy Stali* [Structure of the Heat-Treated Steel] (Moscow: Metallurgiya: 1994) (in Russian).
14. V. E. Olshanetskiy, *MiTOM*, No. 3: 3 (2003) (in Russian).
15. V. M. Shchastlivtsev, D. A. Mirzaev, I. L. Yakovleva, K. Yu. Okishev, T. I. Tabatchikova, and Yu. V. Khlebnikova, *Perlit v Uglerodistykh Stalyakh* [Perlite in Carbon Steels] (Yekaterinburg: Ural Branch of R.A.S.: 2006) (in Russian).
16. Yu. I. Kononenko and V. E. Olshanetskiy, *Novi Materialy i Tekhnologii v Metalurgii ta Mashynobuduvanni*, No. 1: 37 (2010) (in Russian).
17. I. Prigozhin, *Vvedenie v Termodinamiku Neobratimyh Protsessov* [Introduction to the Thermodynamics of Irreversible Processes] (Moscow: IL: 1960) (Russian translation).
18. S. de Groot and P. Mazur, *Neravnovesnaya Termodinamika* [Non-Equilibrium Thermodynamics] (Moscow: Mir: 1964) (Russian translation).
19. L. Onsager, *Phys. Rev.*, **37**: 405 (1931).
20. A. A. Zhukov and R. L. Snezhnoy, *Diffuzionnye Protsessy v Metallakh* [Diffusion Processes in Metals] (Kiev: Naukova Dumka: 1966) (in Russian).
21. M. A. Krishtal, A. A. Zhukov, R. L. Snezhnoy, and E. G. Titenskiy,

- Termodinamika, Fizicheskaya Kinetika Strukturoobrazovaniya i Svoystva Chuguna i Stali* [Thermodynamics, Kinetics of Structure Formation, and Properties of Cast Iron and Steel] (Moscow: Metallurgiya: 1971), iss. 4 (in Russian).
22. S. V. Bobyr, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **35**, No. 2: 199 (2013) (in Russian).
23. S. V. Bobyr, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **36**, No. 10: 1385 (2014) (in Russian).
24. B. S. Bokshstein, *Diffuziya v Metallakh* [Diffusion in Metals] (Moscow: Metallurgiya: 1978) (in Russian).
25. S. V. Bobyr and V. I. Bolshakov, *Novi Materialy i Tekhnologii v Metalurgii ta Mashinobuduvanni*, No. 1: 21 (2012) (in Ukrainian).
26. G. Korn and T. Korn, *Spravochnik po Matematike dlya Nauchnykh Sotrudnikov i Inzhenerov* [Handbook of Mathematics for Scientists and Engineers] (Moscow: Nauka: 1974) (Russian translation).
27. L. N. Larikov and V. I. Isaichev, *Diffuziya v Metallakh i Splavakh: Spravochnik* [Diffusion in Metals and Alloys: Handbook] (Kiev: Naukova Dumka: 1987) (in Russian).