

Розрахунок стільникових полімерних трубних елементів конструкцій для експлуатації в ґрунтах

М. Г. Стащук¹, М. І. Дорош

Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів, Україна

¹ stashchuk@ipm.lviv.ua

Запропоновано методику оцінки напружено-деформованого стану трубних елементів зі стільниковою будовою стінки. Записано систему диференціальних рівнянь для відшукування зусиль та моментів, що виникли у стінці стільника. Установлено рівняння для оцінки компонент напружень. Наведено приклад розрахунку напружено-деформованого стану засипаного ґрунтом вертикального стільникового резервуара.

Ключові слова: стільникові трубні елементи конструкцій, напружено-деформований стан, мінімальна довготривала міцність, коефіцієнт Пуассона, жорсткість при розтязі та циліндрична жорсткість стільникового елемента, метод скінченних елементів.

Вступ. Трубні елементи конструкцій є одними з основних для зберігання та транспортування рідких середовищ та газів. Залежно від умов експлуатації такі елементи конструкцій бувають в основному металеві та пластмасові. Так, для низьконапірних систем водовідведення та водопостачання все більш широко використовуються полімерні трубні конструкції [1–3], серед яких активно впроваджуються поліетиленові зі стільниковою будовою стінки [3–5]. Ці конструкції особливо зручні при експлуатації у ґрунтах. У той же час труби зі стільниковою структурою суттєво відрізняються від труб із суцільною стінкою. Такі конструкції є досить гнучкими. А, отже, розрахунки стільників, розміщених у ґрунтах, потребують інших підходів [5–7] порівняно з розрахунком металевих. Систематичні і добре продумані дослідження полімерних стільникових труб дозволяють сформувати ефективний підхід до вирішення проблеми забезпечення надійного терміну їх експлуатації та оптимального використання матеріалу.

Поліетилен є в'язкопружним матеріалом. Його поведінка в деформованому стані залежить від величини зовнішнього навантаження, температури та часу експлуатації. Урахування вказаних параметрів при проектуванні поліетиленових трубних конструкцій стає першочерговим завданням. Дослідження міцності поліетиленових труб із суцільною стінкою під дією внутрішнього тиску в залежності від температури та часу експлуатації створили умови для розроблення відомих міжнародних стандартів [8, 9]. Згідно з результатами цих робіт можна встановити допустимі навантаження для стільникових конструкцій з умови

$$\max \sigma_i \leq MRS, \quad (1)$$

де σ_i – інтенсивність напружень у стінці порожнистої (стільникової) конструкції; MRS – мінімальна довготривала міцність поліетилену [8, 9]. Пара-

метр MRS отримано в [8, 9] шляхом екстраполяції результатів випробувань поліетиленових труб на їх стійкість до внутрішнього тиску на термін служби до 50 років за температури $T = 20^\circ\text{C}$.

Оцінка граничного стану стільникових конструкцій з використанням умови (1) потребує визначення їх напружено-деформованого стану (НДС). Нижче пропонується метод оцінки НДС поліетиленових підземних трубних конструкцій з порожнистою будовою стінки при врахуванні реальних умов експлуатації.

Система диференціальних рівнянь для циліндричних оболонок стільникового типу. Стільникова конструкція (рис. 1) має спіралеподібну будову і являє собою витий полімерний короб, який виготовлено шляхом намотування поліетиленової трубки на спеціальних машинах з одночасною та неперервною полімерною зваркою між спіральними витками.

Діаметр більшості стільникових трубних елементів конструкції є великим (0,6...6 м) – рис. 1. Відношення товщини стінки d досліджуваної стільникової конструкції до її середнього діаметра D становить $< 1/10$, де d – діаметр поліетиленової трубки, з якої будують стільникову конструкцію. Виходячи з даного відношення між діаметрами, для оцінки НДС скористаємось апаратом теорії оболонок [10, 11]. Схема стінки такої стільникової конструкції представлена на рис. 2.

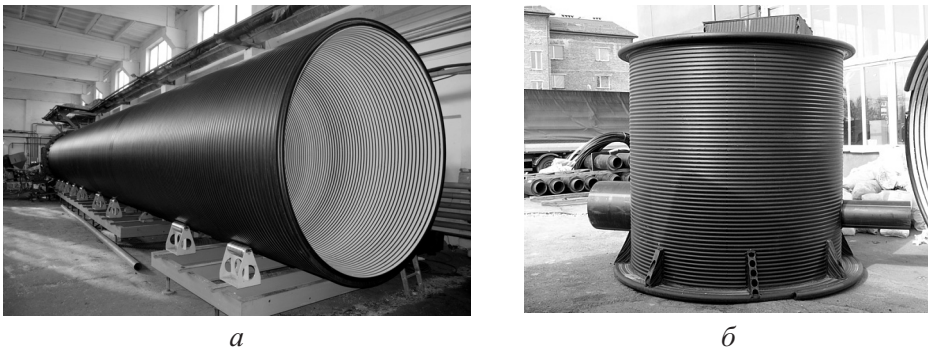


Рис. 1. Великогабаритні стільникові конструкції: *a* – довга одношарова труба; *б* – вертикальний резервуар із порожнистою будовою стінки.

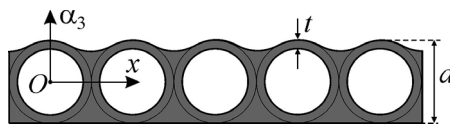


Рис. 2. Будова стінки стільникової конструкції.

Фактично поліетиленова конструкція працює в межах лінійно-пружної деформації. Це узгоджується з умовою (1), де параметр MRS є менший за межу текучості поліетилену [3]. Повзучість поліетилену не враховуємо.

Стільникову трубну конструкцію моделюємо циліндричною оболонкою (рис. 3), яку вважаємо конструкційно-ортотропною [11]. Конструкційна ортотропія означає, що анізотропні властивості є наявними за рахунок стільникової будови полімерного виробу. Поліетилен, як відомо [2, 3], можна вважати ізотропним матеріалом.

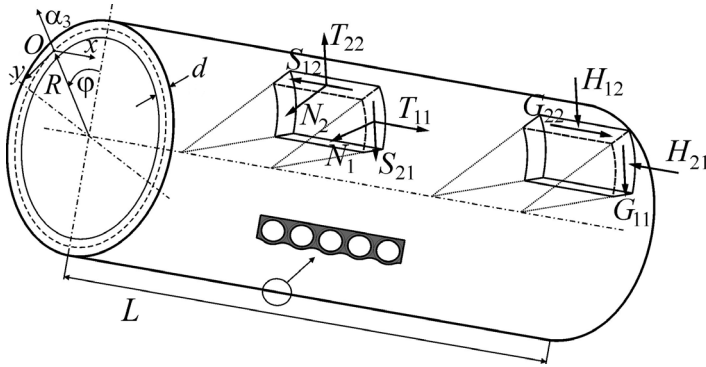


Рис. 3. Внутрішні зусилля і моменти в циліндричній оболонці.

Оболонку віднесено до системи координат xOy (рис. 3). Положення точки серединної поверхні оболонки будемо характеризувати координатами x та $y = R\varphi$, де x – відстань точки вздовж твірної від початкового екваторіального перерізу; $R = D/2$ – серединний радіус циліндричної оболонки; φ – кут між початковою і довільною меридіональною площинами. Вісь $O\alpha_3$ направимо зовні по нормалі до серединної поверхні. Вважаємо, що головні напрямки пружності в кожній точці оболонки збігаються з напрямком координатних ліній Ox , Oy , $O\alpha_3$.

Дослідимо НДС оболонки стільникового типу. Рівняння рівноваги цієї оболонки є подібними до рівнянь теорії звичайних оболонок. Згідно з [10, 11] маємо

$$\begin{aligned} R \frac{\partial T_{11}}{\partial x} + \frac{\partial S_{12}}{\partial \varphi} &= -Rq_1; & R \frac{\partial S_{21}}{\partial x} + \frac{\partial T_{22}}{\partial \varphi} - N_2 &= -Rq_2; \\ R \frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{\partial \varphi} + T_{22} &= -Rq_3; & R \frac{\partial H_{21}}{\partial x} - \frac{\partial G_{22}}{\partial \varphi} + RN_2 &= 0; \\ R \frac{\partial G_{11}}{\partial x} - \frac{\partial H_{12}}{\partial \varphi} - RN_1 &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

де q_i – компоненти зовнішнього навантаження; T_{ii} , S_{ij} , G_{ii} , H_{ji} ($i \neq j = 1, 2$) – внутрішні зусилля і моменти, додатні напрямки яких зображено на рис. 3; D_1 , D_2 – зовнішній і внутрішній діаметри стільникової трубної конструкції.

Компоненти деформацій ε_{ii} , ω , χ_{ii} , τ серединної поверхні виражаються через компоненти переміщень u , v , w наступним чином [10, 11]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= \frac{\partial u}{\partial x}; & \varepsilon_{22} &= \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \varphi} - \frac{w}{R}; & \omega &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \varphi}; \\ \chi_{11} &= \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; & \chi_{22} &= \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial v}{\partial \varphi}; & \tau &= \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \varphi} + \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial x}. \end{aligned} \quad (3)$$

Стільникову структуру враховуємо шляхом відповідного запису рівнянь стану досліджуваної оболонки. Рівняння стану, які зв'язують внутрішні зусилля

ля T_{ii} , S_{ij} і моменти G_{ii} , H_{ji} з компонентами деформацій ε_{ii} , χ_{ii} , ω , τ серединної поверхні, запишемо у вигляді, подібному до рівнянь теорії ортотропних оболонок [11]:

$$\begin{aligned} T_{11} &= B_{11}^* \varepsilon_{11} + \nu_2 B_{11}^* \varepsilon_{22}; & G_{11} &= -D_{11}^* \chi_{11} - \nu_2 D_{11}^* \chi_{22}, & (1 \rightarrow 2); \\ S_{12} &= B_{12}^* \omega; & S_{21} &= B_{12}^* \omega + D_{12}^* \frac{\tau}{R}; & H_{12} &= H_{21} = D_{12}^* \tau. \end{aligned} \quad (4)$$

Форма такого запису дозволяє в окремому випадку одержати відомі результати для труб із суцільною стінкою. Однак жорсткості при розтязі B_{ij}^* , циліндричні жорсткості D_{ij}^* , що входять у співвідношення (4), які для труб із суцільною стінкою встановлюються одночасно з виведенням рівнянь (4) [11], у випадку стільників є невідомими величинами. Вони визначають відповідну конструкційну ортотропію. Значення цих характеристик можна встановити експериментальним або числовим методами. Жорсткості B_{ij}^* та D_{ij}^* залежать від будови стінки стільника, тобто від діаметра поліетиленової трубки d , її товщини t та механічних характеристик поліетилену (модуля пружності E і коефіцієнта Пуассона ν).

Значення жорсткостей B_{ij}^* , D_{ij}^* та коефіцієнтів Пуассона ν_i визначаємо з числового експерименту. Для цього жорсткості, що входять у співвідношення (4), представимо у вигляді

$$\begin{aligned} B_{ii}^* &= f_{ij} \frac{Ed}{1 - \nu_1 \nu_2}; & B_{12}^* &= f_{12} \frac{Ed}{2(1 + \nu)}; \\ D_{ii}^* &= p_{ij} \frac{Ed^3}{12(1 - \nu_1 \nu_2)}; & D_{12}^* &= p_{12} \frac{Ed^3}{12(1 + \nu)}, \end{aligned} \quad (5)$$

де ν_i ($i=1, 2$) – коефіцієнти Пуассона у відповідних напрямках для стільникової ортотропної оболонки, значення яких встановлено нижче; f_{ij} , p_{ij} – параметри, що визначаються за стільниковою структурою і характеризують зменшення жорсткості при розтязі та циліндричної жорсткості в порівнянні з такими ж величинами для оболонки із суцільною стінкою товщини d . Тому постає задача встановлення коефіцієнтів Пуассона ν_i і параметрів f_{ij} , p_{ij} . Якщо прийняти $f_{ij} \equiv 1$, $p_{ij} \equiv 1$ і $\nu_1 = \nu_2 \equiv \nu$, отримаємо значення відповідних жорсткостей для оболонки із суцільною стінкою товщини d .

Визначення коефіцієнтів Пуассона ν_i і параметрів f_{ij} , p_{ij} . Відшукання коефіцієнтів Пуассона ν_i ($i=1, 2$) стільникового елемента проводимо на основі відношення поздовжньої ε_i відносної деформації до поперечної ε'_i . Поздовжня ε_i і поперечна ε'_i деформації визначаються при розтязі зразка (порожниста пластина прямокутної форми) – рис. 4.

Розрахунок поздовжньої ε_i і поперечної ε'_i відносних деформацій проводимо числовим методом із використанням методу скінченних елементів (МСЕ) [12]. Розглядаються два випадки, коли рівномірно розподілені зусилля прикладалися в напрямках Ox (T_{11}) і Oy (T_{22}) – рис. 4. У першому випадку

будемо відшукувати значення коефіцієнта Пуассона ν_1 , у другому – ν_2 . Представлена на рис. 5 скінченноелементна модель досліджуваного об'єкта враховує геометрію стільникової будови. При цьому використовувалася відома скінченноелементна програма [13].

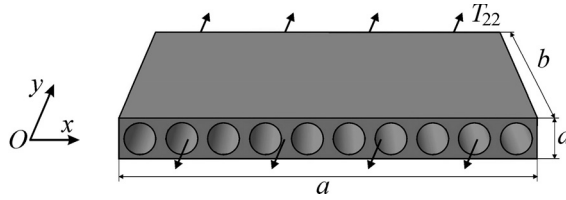


Рис. 4. Схема стільникового пластинчастого елемента.

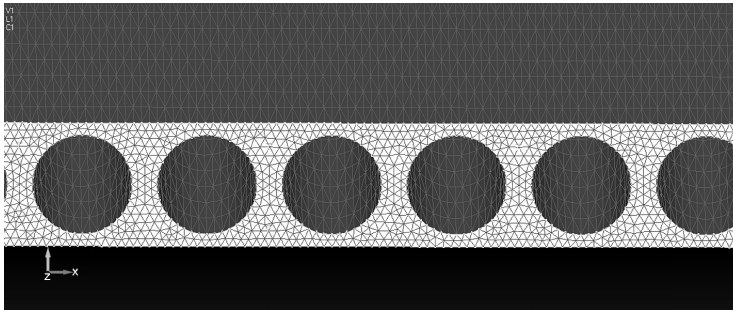


Рис. 5. Скінченноелементна модель досліджуваного прямокутного порожнистого (стільникового) зразка.

Із використанням цієї програми встановлено видовження u_i (видовження в напрямку Ox при $i=1$ відповідає зусиллям T_{11} , при $i=2$ – зусиллям T_{22}) та v_i (в напрямку Oy) серединної поверхні стільникового зразка. За знайденими видовженнями визначаємо поздовжню ε_i і поперечну ε'_i відносні деформації стільникового пластинчастого зразка:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= |u_1(a) - u_1(0)|/a; & \varepsilon'_1 &= |v_1(a) - v_1(0)|/a; \\ \varepsilon_2 &= |v_2(b) - v_2(0)|/b; & \varepsilon'_2 &= |u_2(b) - u_2(0)|/b, \end{aligned} \quad (6)$$

де a і b – лінійні розміри зразка (рис. 4).

Тоді коефіцієнти Пуассона ν_1 та ν_2 будуть

$$\nu_1 = \varepsilon'_1/\varepsilon_1; \quad \nu_2 = \varepsilon'_2/\varepsilon_2. \quad (7)$$

Аналіз числових розрахунків, проведених на основі співвідношень (6) та (7), показує, що коефіцієнти Пуассона

$$\nu_1(d/t) = h_1(d/t)\nu; \quad \nu_2(d/t) = \nu, \quad (8)$$

де ν – коефіцієнт Пуассона поліетилену; $h_1(d/t)$ – функція, яка суттєво залежить від параметра d/t . Залежність h_1 від параметра d/t приведена на рис. 6.

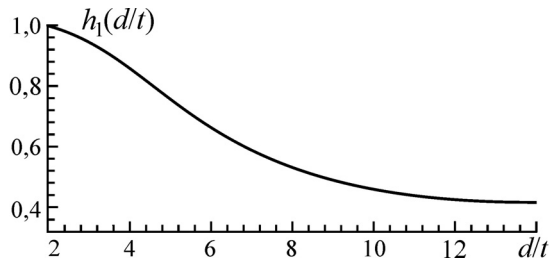


Рис. 6. Залежність величини h_1 від параметра d/t .

Визначення жорсткостей B_{11}^* , D_{11}^* проводимо на основі результатів, отриманих для НДС стільникових пластинчастих елементів. Жорсткості B_{11}^* , D_{11}^* та відповідні їм параметри f_{11} , p_{11} , що входять у співвідношення (5), встановлюємо також чисельно за допомогою МСЕ [12]. Для цього перші два співвідношення (4) запишемо у вигляді

$$T_{11} = B_{11}^* \varepsilon_{11}; \quad G_{11} = -D_{11}^* \chi_{11}, \quad (9)$$

де для стільникового пластинчастого елемента компоненти деформацій $\varepsilon_{11} = \partial u / \partial x$, $\chi_{11} = \partial^2 w / \partial x^2$, компоненти $\varepsilon_{22} = \partial v / \partial y \equiv 0$, $\chi_{22} = \partial^2 w / \partial y^2 \equiv 0$. Два останні співвідношення виконуються для умов плоскої деформації пружного тіла [14]. Тому розглядаємо стільниковий пластинчастий елемент, що перебуває в умовах плоскої деформації (рис. 2) і навантажений спочатку зусиллям T_{11} , потім окремо моментом G_{11} .

Із використанням розробленої скінченноелементної програми [13] проведено комплекс числових експериментів для визначення НДС стільникових пластинчастих елементів за плоскої деформації. Як приклад, розрахунок НДС стільникового пластинчастого елемента в умовах плоскої деформації проведено для зусилля T_{11} в напрямку Ox інтенсивності $T_{11} = 100$ кН/м та згинального моменту $G_{11} = 1$ кН. Діаметр d поліетиленової трубки приймали рівним 10 см, товщина її стінки $t = d/10 = 1$ см, модуль Юнга поліетилену $E = 500$ МПа [5], коефіцієнт Пуассона матеріалу $\nu = 0,42$ [5].

Схема скінченноелементної моделі досліджуваного об'єкта, яка враховує геометрію стільникової будови, представлена на рис. 7.

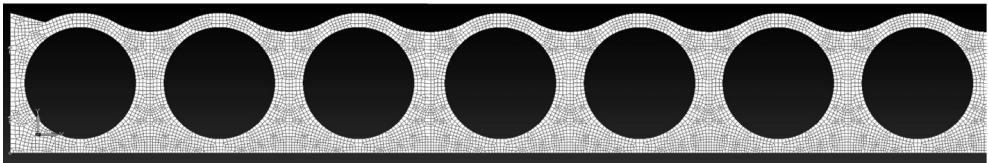


Рис. 7. Схема сітки скінченних елементів.

Отримані переміщення u (в напрямку Ox) та w (в напрямку Ox_3) середньої поверхні стільникового пластинчастого елемента в умовах плоскої деформації наведено в табл. 1 і 2 відповідно.

Т а б л и ц я 1

Переміщення u середньої поверхні стільникового зразка,
навантаженого зусиллями $T_{11} = 100$ кН/м

x , см	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$u(x)$, см	0	0,11	0,23	0,35	0,47	0,60	0,72	0,85	0,97	1,11	1,23

Т а б л и ц я 2

Переміщення w середньої поверхні стільникового зразка,
навантаженого згинальним моментом $G_{11} = 1$ кН

x , см	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$w(x)$, см	0	0,02	0,15	0,37	0,07	1,12	1,64	2,26	3,00	3,81	4,739

З отриманих даних для переміщень u і w встановлюємо компоненти деформації ε_{11} , χ_{11} за формулами

$$\begin{aligned}\varepsilon_{11} &= (u(a) - u(0))/a = 0,0123; \\ \chi_{11} &= (w(a) - 2w(a/2) + w(0))/(a/2)^2 = 0,01 \text{ м}^{-1}.\end{aligned}\quad (10)$$

За співвідношеннями (9), приймаючи до уваги вирази (10), визначаємо відповідні жорсткості стільникового елемента:

$$B_{11}^* = T_{11}/\varepsilon_{11} = 8,145 \cdot 10^6 \text{ Н/м}; \quad D_{11}^* = G_{11}/\chi_{11} = 100,1 \text{ Н} \cdot \text{м}.\quad (11)$$

Для довільних d , E і ν у випадку $t = d/10$ жорсткості B_{11}^* , D_{11}^* для стільникового зразка згідно з представленням (5) приймають такий вигляд:

$$B_{11}^*(d/t = 10) = \frac{0,15Ed}{1 - \nu_1\nu_2}; \quad D_{11}^*(d/t = 10) = \frac{0,221Ed^3}{12(1 - \nu_1\nu_2)},\quad (12)$$

де коефіцієнти Пуассона ν_i визначаються зі співвідношень (8); коефіцієнти 0,15 та 0,221 з урахуванням (5), (8), (11) є наступними:

$$\begin{aligned}f_{11}(d/t = 10) &= \frac{8,145 \cdot 10^6 (1 - 0,455 \cdot 0,42 \cdot 0,42)}{500 \cdot 10^6 \cdot 0,1} = 0,150; \\ p_{11}(d/t = 10) &= \frac{12 \cdot 1,001 \cdot 10^3 (1 - 0,455 \cdot 0,42 \cdot 0,42)}{500 \cdot 10^6 \cdot (0,1)^3} = 0,221.\end{aligned}$$

Варіюючи параметром d/t , на основі запропонованого алгоритму встановлюємо залежності жорсткостей B_{11}^* , D_{11}^* від параметра d/t , тобто функції $f_{11}(d/t)$, $p_{11}(d/t)$. Нижче наведено залежність цих функцій від параметра d/t .

Встановлення жорсткостей B_{22}^* та D_{22}^* (у коловому напрямку) є менш трудомістким. Так, для пустотілого бруса залежності між відносним видовженням ε і осьовим зусиллям N та між кривизною χ і згинальним моментом M є наступними [15]:

$$N = FE\varepsilon; \quad M = I_x E \chi, \quad (13)$$

де F та I_x – площа та момент інерції поперечного перерізу бруса.

Узагальнюючи результати, представлені співвідношеннями (13), у випадку стільникової пластини (оболонки) запишемо

$$\begin{aligned} T_{22} &= \frac{FE\varepsilon_{22}}{d(1-\nu_1\nu_2)} + \nu_1 \frac{FE\varepsilon_{11}}{d(1-\nu_1\nu_2)}; \\ G_{22} &= \frac{I_x E \chi_{22}}{d(1-\nu_1\nu_2)} + \nu_1 \frac{I_x E \chi_{11}}{d(1-\nu_1\nu_2)}, \end{aligned} \quad (14)$$

де F та I_x – площа та момент інерції поперечного перерізу поліетиленової трубки з урахуванням зварного шва у стінці стільника (рис. 2).

Зі співвідношень (4) і (14) жорсткість при розтязі B_{22}^* та циліндрична жорсткість D_{22}^* набувають вигляду

$$\begin{aligned} B_{22}^* &= \frac{FE}{d(1-\nu_1\nu_2)} = f_{22}(d/t) \frac{dE}{1-\nu_1\nu_2}; \\ D_{22}^* &= \frac{I_x E}{d(1-\nu_1\nu_2)} = p_{22}(d/t) \frac{d^3 E}{12(1-\nu^2)}. \end{aligned} \quad (15)$$

Відповідно функції $f_{22}(d/t)$ та $p_{22}(d/t)$ є наступними [6]:

$$\begin{aligned} f_{22}(d/t) &= F/d^2 = 0,933 - \pi(1/2 - t/d)^2; \\ p_{22}(d/t) &= 12I_x/d^4 = 0,837 - 3\pi(1/2 - t/d)^4 - 12(z_c/d)^2 f_{22}(d/t), \end{aligned} \quad (16)$$

де z_c – зміщення нейтральної осі в стінці стільника,

$$z_c = -0,12d [3,73 - 2\pi(1/2 - t/d)^2]^{-1}.$$

Зміну функцій $f_{ii} = f_{ii}(d/t)$ та $p_{ii} = p_{ii}(d/t)$, що входять у вирази для жорсткостей (5) і відображають вплив стільникової структури, в залежності від величини d/t ілюструє рис. 8. Видно, що жорсткості (B_{11}^* , D_{11}^*) оболонки стільникового типу в осьовому напрямку є меншими, аніж жорсткості (B_{22}^* , D_{22}^*) в напрямку по її ободу. Так, жорсткості стінки стільникової труби для величини $d/t = 10$, характерної реальним конструкціям, приймають значення

$$\begin{aligned}
 B_{11}^* &= \frac{0,15Ed}{1-0,45\nu^2}; & B_{22}^* &= \frac{0,432Ed}{1-0,45\nu^2}; \\
 D_{11}^* &= \frac{0,221Ed^3}{12(1-0,45\nu^2)}; & D_{22}^* &= \frac{0,672Ed^3}{12(1-0,45\nu^2)},
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

які в осьовому напрямку приблизно в три рази менші, ніж відповідні жорсткості у коловому напрямку.

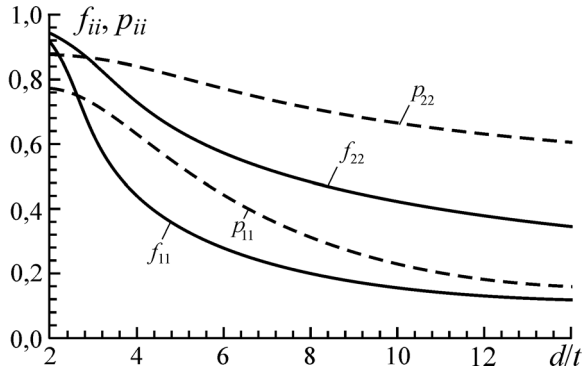


Рис. 8. Зміна $f_{ii} = f_{ii}(d/t)$ та $p_{ii} = p_{ii}(d/t)$ від величини d/t .

Оцінка компонент тензора напружень у стінці стільникової конструкції. Для встановлення граничного стану стільникових конструкцій згідно зі співвідношеннями (1) необхідно є оцінка напруженого стану в їх стінці.

Встановивши з рівнянь (2)–(4), (8), (17) зусилля T_{ii} , S_{ij} та моменти G_{ii} , H_{ij} , розраховуємо напруження σ_{ij} в стінці стільника. Компоненту σ_{11} можна представити у вигляді

$$\begin{aligned}
 \sigma_{11}(x, \varphi, \alpha_3) &= \\
 &= \left[\frac{T_{11}(x, \varphi)}{d} n_{11}(x, \alpha_3) - \frac{12G_{11}(x, \varphi)}{d^3} m_{11}(x, \alpha_3) \right] \left(1 + \frac{\alpha_3}{R} \right)^{-1}, \tag{18}
 \end{aligned}$$

де $n_{11}(x, \alpha_3)$, $m_{11}(x, \alpha_3)$ – поправочні функції, що відображають вплив стільникової структури на напружений стан у стінці конструкції.

Функції $n_{11}(x, \alpha_3)$, $m_{11}(x, \alpha_3)$ встановлюємо чисельно з використанням МСЕ. Розглянемо пластинчастий стільниковий елемент, що перебуває в умовах плоскої деформації (рис. 7) та навантажений зусиллям $T_{11} = 100$ кН/м і моментом $G_{11} = 1$ кН. Із використанням скінченноелементної програми [13] визначаємо напружений стан стільникового зразка. Результати числових розрахунків представлено на рис. 9,а.

За отриманими значеннями компонент напружень $\sigma_{11}^T(x, \alpha_3)$, $\sigma_{11}^G(x, \alpha_3)$ табулюємо функції

$$n_{11}(x, \alpha_3) = d\sigma_{11}^T(x, \alpha_3)/T_{11}; \quad m_{11}(x, \alpha_3) = -d^3\sigma_{11}^G(x, \alpha_3)/(12G_{11}),$$

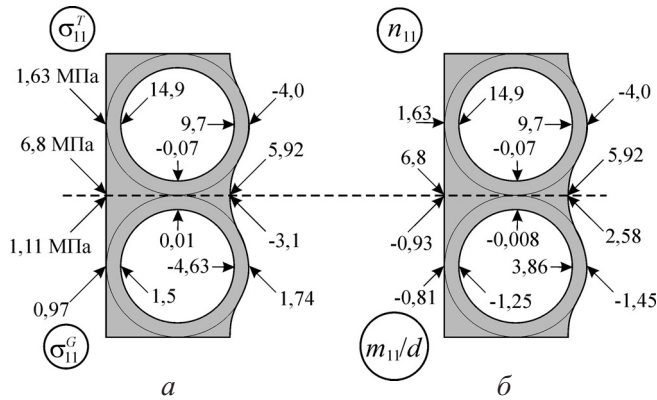


Рис. 9. Напруження (а) та значення функцій n_{11} , m_{11}/d (б) у вказаних стрілками точках стінки стільника.

кількісний характер зміни яких подано на рис. 9,б. Тут $T_{11} = 100$ кН/м; $G_{11} = 1$ кН; $d = 10$ см. Зміна значень параметрів T_{11} , G_{11} і d не впливає на якісний та кількісний характер функцій n_{11} і m_{11}/d .

Компоненту напруження σ_{22} у стінці стільникової циліндричної конструкції оцінюємо за допомогою співвідношення

$$\sigma_{22}(x, \varphi, \alpha_3) = \left[\frac{T_{22}(x, \varphi)}{d} n_{22} - \frac{12G_{22}(x, \varphi)(\alpha_3 - z_c)}{d^3} m_{22} \right], \quad (19)$$

де $n_{22} = 1/f_{22}$; $m_{22} = 1/p_{22}$.

Аналогічно встановлено формули для розрахунку компонент напружень σ_{12} . Інші компоненти напружень є незначними в порівнянні з визначеними. Тому при подальших розрахунках ними нехтуємо.

Приклад розрахунку НДС вертикального стільникового резервуара.

Потрібно встановити НДС вертикального резервуара (рис. 1,б) з стільниковою будовою стінки. Конструкція виготовлена з поліетилену PE-100, для якого $MRS = 10$ МПа [3]. Висота резервуара L , діаметр D . Припускаємо, що конструкція знаходиться під тиском ґрунту інтенсивності p в горизонтальному напрямку. Тиск змінюється по висоті конструкції за лінійним законом, тобто $p(x) = a + x(b - a)/L$, де a , b – відповідно тиск [16] у верхній і нижній частині стільникового резервуара. Координату x відраховуємо від верхнього днища резервуара. Вважаємо, що днища труби є шарнірно закріпленими [10]. Отже, маємо осесиметричну задачу. Відповідно усі шукані величини будуть залежати тільки від координати x . Зусилля $T_{ii}(x)$, $S_{ij}(x)$ та моменти $G_{ii}(x)$, $H_{ij}(x)$ досліджуваного стільникового резервуара встановлюємо зі співвідношення (4), попередньо розв'язавши за допомогою тригонометричних рядів Фур'є систему диференціальних рівнянь (СДР) (2)–(4). Для цього компоненти переміщень представимо у вигляді

$$u = \sum_{m=0}^{\infty} A_m \cos \frac{m\pi x}{L}; \quad v = \sum_{m=1}^{\infty} B_m \sin \frac{m\pi x}{L}; \quad w = \sum_{m=1}^{\infty} C_m \sin \frac{m\pi x}{L}. \quad (20)$$

Крайові умови для шарнірно закріплених країв циліндричної оболонки є наступними:

$$w(0) = w(L) = 0; \quad v(0) = v(L) = 0; \quad T_{11}(0) = T_{11}(L) = 0; \quad G_{11}(0) = G_{11}(L) = 0.$$

У випадку представлення компонент переміщень у вигляді (20) вони задовольняються автоматично.

Зовнішнє навантаження, викликане тиском ґрунту в горизонтальному напрямку $p(x)$, запишемо так:

$$q_3(x) = p(x) = a + \frac{b-a}{L}x = \sum_{m=1}^{\infty} q_{3m} \sin \frac{m\pi x}{l}, \quad (21)$$

де $q_{3m} = 2(a - (-1)^m b) / m\pi$; $m = 1, 2, \dots$.

Підставляючи розвинення (20), (21) у СДР (2)–(4) для кожного значення m , отримаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР), з якої визначимо невідомі коефіцієнти A_m , B_m і C_m . Розв'язок СЛАР наступний:

$$A_m = \frac{-\nu_2 q_{3m} L^5 R}{m\pi((1 - \nu_1 \nu_2) B_{22}^* L^4 + D_{11}^* m^4 \pi^4 R^2)}; \quad (22)$$

$$B_m = 0; \quad C_m = \frac{q_{3m} R^2 L^4}{(1 - \nu_1 \nu_2) B_{22}^* L^4 + D_{11}^* m^4 \pi^4 R^2},$$

де жорсткості B_{ii}^* , D_{ii}^* визначаються співвідношеннями (17), а коефіцієнти Пуассона ν_i – з виразів (8).

Задамо для стільникового резервуара діаметр $D = 1$ м, довжину $L = 1$ м, діаметр поліетиленової трубки $d = 32$ мм та зміну тиску в горизонтальному напрямку за формулою $p = 5 + x(10 - 5)/L$ кН/м² [16] і зі співвідношень (3), (4) і (22) встановимо максимальні зусилля та моменти:

$$T_{11}^{\max} = 0 \text{ кН/м}; \quad T_{22}^{\max} = -47 \text{ кН/м}; \quad G_{11}^{\max} = 200 \text{ Н}; \quad G_{22}^{\max} = 40 \text{ Н}. \quad (23)$$

Згідно з формулами (18) і (19) розраховуємо напруження σ_{11} і σ_{22} , зумовлені комбінацією максимальних зусиль та моментів (23). На основі цього інтенсивність напружень σ_i визначаємо за формулою $\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}}[\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2]^{1/2}$, враховуючи, що інші компоненти напружень є незначними порівняно з визначеними.

Результати розрахунку компонент напружень σ_{11} , σ_{22} й інтенсивності напружень σ_i , викликаних максимальними зусиллями та моментами (23), у стінці стільникового резервуара представлено на рис. 10.

Як видно, напруження у стінці стільника є неоднорідними. Інтенсивність напружень сягає максимуму при $\alpha_3 = d/2 - t$ в найбільш тонких перерізах стінки стільника.

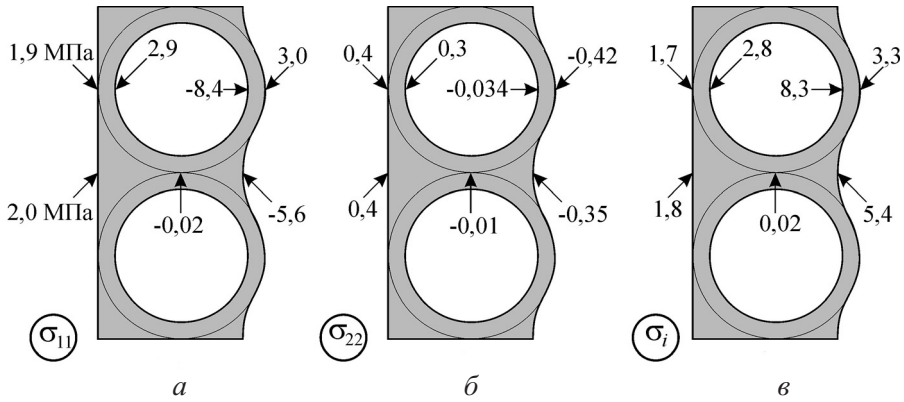


Рис. 10. Компоненти напружень σ_{11} (а), σ_{22} (б) та інтенсивності напружень σ_i (в) у вказаних стрілками точках стінки стільника.

Результати, наведені на рис. 10,в, та співвідношення (1) ($\max \sigma_i \leq MRS$) свідчать, що геометричні параметри стільникового резервуара при заданих умовах його експлуатації у ґрунті є допустимими.

Висновки

1. Для оцінки НДС тонкостінних циліндричних елементів конструкцій зі стільниковою будовою стінки на основі теорії оболонок записано відповідну СДР.
2. Із використанням МСЕ чисельно визначено коефіцієнти Пуассона, циліндричні жорсткості та жорсткості при розтязі.
3. Встановлено, що коефіцієнти Пуассона для стільникового пластинчастого елемента вздовж взаємно перпендикулярних напрямків є різними, причому в напрямку Ox коефіцієнт Пуассона ν_1 зменшується і залежить від значення параметра d/t , в напрямку Oy він є незмінним відносно коефіцієнта Пуассона поліетилену ν .
4. Показано, що жорсткості (B_{11}^*, D_{11}^*) оболонки стільникового типу в осьовому напрямку є меншими, аніж жорсткості (B_{22}^*, D_{22}^*) в напрямку по її ободу. Жорсткості стінки стільникової труби для величини $d/t=10$ в осьовому напрямку приблизно в три рази менші за відповідні жорсткості у коловому напрямку.
5. Отримані результати дозволяють розробити рекомендації щодо встановлення умов забезпечення довготривалої та надійної експлуатації стільникових трубчастих елементів конструкцій в сучасних рідинопровідних системах.

Резюме

Предложена методика оценки напряженно-деформированного состояния трубных элементов с сотовым строением стенки. Записана система дифференциальных уравнений для отыскания усилий и моментов, возникающих в стенке сота. Установлено уравнение для оценки компонент напряжений.

Приведен пример расчета напряженно-деформированного состояния вертикального сотового резервуара, засыпанного грунтовой почвой.

1. *Гвоздев И., Швабауэр В.* Производство труб большого диаметра из полиэтилена // Полимерные трубы. – 2004. – № 1. – С. 2 – 5.
2. *Moser A. P. and Folkman S. L.* Buried Pipe Design. – New York: McGraw-Hill, 2008. – 601 p.
3. *Крупак І. М.* Інженерні мережі з полімерів. – Львів: ЕКОінформ, 2008. – 372 с.
4. *Корпорация “Энергоресурс-инвест”* представляет новую технологию производства крупногабаритных полимерных изделий с пустотелой (сотовой) конструкцией стенки // Полимерные трубы. – 2007. – № 2 (3). – С. 6 – 7.
5. *McGrath T. J., Moore I. D., and Hsuan G. Y.* Updated Test and Design Methods for Thermoplastic Drainage Pipe, NCHRP Report 631, Transportation Research Board, Washington, D.C., 2009.
6. *Максимук А. В., Щербина Н. Н., Ганулич Н. В.* Проектирование, расчет и оптимизация сотовых труб из полимерных материалов // Механика композитных материалов. – 2008. – 44, № 6. – С. 853 – 860.
7. *Стащук М. Г., Дорош М. І.* Розрахунок великогабаритних поліетиленових труб з порожнистою стінкою // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2012. – 48, № 4. – С. 39 – 45.
8. *ISO 9080:2003.* Plastic Piping and Ducting Systems – Determination of the Long-Term Hydrostatic Strength of Thermoplastics Materials in Pipe Form by Extrapolation.
9. *ISO 12162:1995.* Thermoplastics Materials for Pipes and Fittings for Pressure Application – Classification and Designation – Overall Service (Design) Coefficient.
10. *Тимошенко С. П., Войновский-Кригер С. П.* Пластины и оболочки. – М.: Наука, 1966. – 625 с.
11. *Кармишин А. В., Лясковец В. А., Мяченков В. И., Фролов А. Н.* Статика и динамика тонкостенных оболочечных конструкций. – М.: Машиностроение, 1975. – 376 с.
12. *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 543 с.
13. *Рычков С. П.* MSC.visualNASTRAN для Windows. – М.: ИТ Пресс, 2004. – 552 с.
14. *Мухелишвили Н. И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966. – 707 с.
15. *Феодосьев В. И.* Соппротивление материалов. – М.: Наука., 1972. – 544 с.
16. *Цытович Н. А.* Механика грунтов. – М.: Госстройиздат, 1963. – 637 с.

Поступила 18. 06. 2010