

Определение несущей способности слоистых армированных пластиков с учетом деградации механических параметров отдельных слоев

Н. К. Кучер, М. Н. Заразовский

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

Представлена методика прогнозирования несущей способности слоистых композиционных материалов, армированных однонаправленными волокнами, которая базируется на разработанной структурно-феноменологической модели деградации постоянной упругости слоя в процессе деформирования и учитывает наличие термических напряжений и температурных зависимостей термомеханических характеристик слоя. Эффективность методики подтверждена результатами испытаний слоистых углепластиков с различными схемами армирования как при комнатной, так и криогенной температурах.

Ключевые слова: композиционные материалы, слоистые углепластики, армированный слой, деградация механических характеристик слоя, остаточные напряжения, критерий прочности слоя, несущая способность, криогенные температуры.

Введение. Известные подходы к расчету прочности слоистых пластиков условно можно разделить на две группы. В первой группе подходов [1–3] при расчете несущей способности используются эффективные механические параметры композиции и критерий прочности анизотропных материалов, во второй [4–9] – характеристики отдельного слоя, критерий прочности слоя и структура композиции. Если в первом случае прогнозируется несущая способность данной композиции, то во втором – можно рассчитать прочность композита с произвольной схемой армирования при известных механических характеристиках слоев. Второй подход более общий, он позволяет сократить затраты на проведение натурных испытаний и разрабатывать элементы конструкции заданной прочности еще на стадии проектирования изделий.

Достаточно широко в инженерной практике для расчета несущей способности слоистых композиционных материалов применяется метод, получивший название “разрушение первого слоя” [2, 3, 10, 11]. В этом случае материал считается разрушенным, если разрушился хотя бы один слой. Однако при разрушении первого слоя композит не всегда полностью исчерпывает несущую способность. Под полным разрушением композита будем понимать его разделение на части. В большинстве случаев после разрушения первого слоя композит теряет только часть несущей способности. При этом происходит перераспределение напряжений между слоями, и композит оказывает сопротивление дальнейшему деформированию [2–9, 12, 13].

Первые исследования механического поведения слоистых пластиков после разрушения первого слоя выполнены в работах [4–6]. В них показано, что кроме двух “естественных” состояний материала – сплошного и полностью разрушенного – могут иметь место и некоторые промежуточные состояния,

связанные с процессом трещинообразования в матрице в результате низкой прочности слоя в трансверсальном направлении. Начало разрушения наиболее слабых слоев проявляется скачкообразным изменением коэффициента Пуассона [2, 10]. Однако этот процесс достаточно сложно заметить в макроскопическом поведении композита.

Деформирование материала после разрушения первого слоя описывается путем учета изменения упругих характеристик материала. При этом слоистый композит имеет меньшую эффективную жесткость.

Отметим, что при описании деградации характеристик слоя не учитывались возможности разрушения слоя от действия касательных и сжимающих напряжений. Для определения напряжений в слоях композиций использовалась, как правило, классическая теория слоистых пластин, что вносит дополнительные ошибки в результаты.

Дальнейшее развитие моделей отражено в работах [7–9, 14–17]. При этом предлагались различные методики расчета деформирования и разрушения композитов, в том числе и физически нелинейных материалов. Недостаток таких подходов состоит в игнорировании наличия термических напряжений, необходимости использования дополнительных характеристик материала, сложности их определения и пренебрежении зависимостью механических параметров композиции от температуры.

Прогнозирование несущей способности слоистых композитов с учетом деградации параметров упругости выполнялось как на основании критерия прочности отдельного слоя, так и при совместном использовании эффективных прочностных параметров слоя, волокон и матрицы [15–17]. При этом кроме распределения напряжений в слоях необходимо знать некоторые характеристики волокон и матрицы, что требует дополнительных экспериментальных исследований.

Как отмечалось выше, разрушение одного или нескольких слоев с одинаковым направлением армирования не обязательно приводит к полному исчерпанию несущей способности слоистого пакета [2–9]. Если при определенном значении нагрузки возникает частичное или полное разрушение слоя, необходимо проанализировать дальнейшее поведение композита с учетом измененных механических параметров данного слоя. При этом произойдет перераспределение напряжений в слоях. Однако точная доля нагрузки, которую продолжает нести разрушенный слой, до настоящего времени не установлена.

Основные гипотезы предлагаемой модели. Основываясь на экспериментальных данных о несущей способности слоистых углепластиков с различными схемами армирования и закономерностях их деформирования и разрушения при различных фиксированных температурах испытаний, предлагается модель деградации свойств материала на базе критерия максимальных напряжений слоя. При этом принимаются во внимание зависимости механических параметров композита от температуры и наличие термических напряжений.

Базовые предположения и допущения о механическом поведении композита.

1. Все слои являются линейно-упругими материалами вплоть до окончательного разрушения композита.

2. В процессе деформирования материала имеет место жесткое сцепление между соседними слоями.

3. В процессе трещинообразования не нарушается связь между соседними слоями.

4. Слоистый материал находится в условиях плоского напряженного состояния, при этом отсутствуют межслойные напряжения.

5. Имеет место однородность поля деформаций по толщине композита и однородность компонент тензора напряжений в каждом слое.

6. Если в процессе деформирования одна из компонент тензора напряжений достигает определенной границы прочности, то в этом направлении слой не оказывает сопротивления дальнейшему деформированию

При расчетах напряженно-деформированного состояния (НДС) будем учитывать зависимость упругих и прочностных характеристик слоев от температуры и наличие термических напряжений. Необходимо отметить, что различают два вида начальных термических напряжений: микроскопические и макроскопические. Микроскопические начальные напряжения возникают главным образом из-за того, что коэффициенты линейного термического расширения армирующих волокон отличаются от таковых матрицы. Они полностью сохраняются в образцах, которые используются для определения эффективных свойств армированного слоя.

Макроскопические напряжения образуются при охлаждении слоистого материала после полимеризации и отверждения матрицы. Как показывают исследования [18], расхождение между эффективными коэффициентами линейного термического расширения трансверсально-изотропных углепластиков в направлениях осей транстропии может составлять почти два порядка и иметь разные знаки. Пренебрежение этими параметрами может привести к существенному искажению прогнозируемого НДС.

При вычислении эффективных характеристик материала и анализе распределения напряжений в слоях композиции будем использовать теорию деформирования структурно-неоднородных сред, разработанную Л. П. Хорошуну [19]. Теория основана на модельных представлениях о физических и механических процессах в структурных элементах композитного материала и взаимодействии между ними при предположении, что характер расположения структурных элементов случаен. Материал моделируется сплошной средой, свойства которой являются случайными функциями координат, а физические и механические процессы в ней описываются стохастическими дифференциальными уравнениями. Решение стохастических уравнений строится на основе метода условных моментов.

Отметим, что при вычислении эффективных характеристик слоистых структур и расчете НДС в слоях можно использовать и иные подходы, в частности, разработанные В. Г. Пискуновым, А. О. Рассказовым, Н. А. Шульгой и др. [20, 21].

Структура многослойного композита и действующие напряжения в слое при плоском напряженном состоянии приведены на рис. 1. При описании процессов деформирования и разрушения композитов будем использовать две системы координатных осей: оси упругой симметрии слоя (1, 2, 3) и оси ортотропии композита (x, y, z).

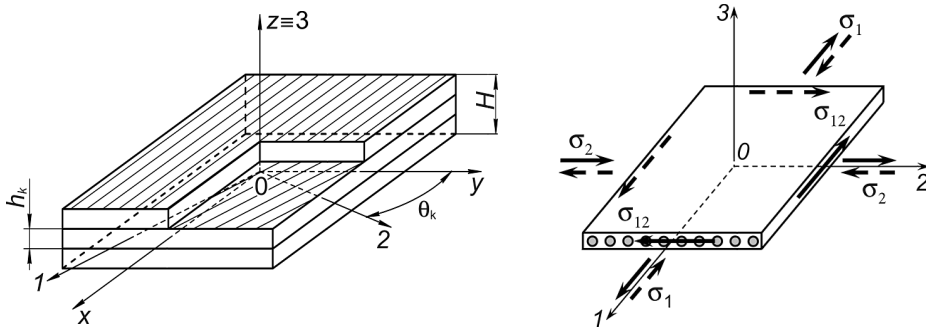


Рис. 1. Схема многослойного композита, его главные оси и действующие напряжения в слое при плоском напряженном состоянии.

Конкретизация матриц жесткости слоя с учетом деградации его упругих свойств. Полагаем, что каждый монослой представляет собой структуру, образованную выпрямленными и одинаково ориентированными волокнами, которые равномерно расположены в полимерной матрице.

Согласно теории высоконаполненных волокнистых материалов, основанной на регуляризации структуры и допущении об однородном напряженном состоянии вдоль ориентации волокон в одной ячейке, монослой будем считать трансверсально-изотропным материалом [22].

В дальнейшем при определении эффективных свойств композита и расчете распределения напряжений в слоях армированный слой полагаем гомогенным материалом, который характеризуется некоторыми эффективными термомеханическими параметрами.

Для представления определяющих соотношений линейной теории структурно-неоднородных материалов воспользуемся линейными зависимостями между компонентами тензоров напряжения σ_{ij} , деформации ε_{ij} и температуры ΔT анизотропного тела в матричном виде:

$$\sigma_i = \lambda_{ij} \varepsilon_j - \beta_i \Delta T; \quad \varepsilon_i = A_{ij} \sigma_j + \alpha_i \Delta T, \quad i, j = 1, 2, \dots, 6, \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_1 = \sigma_{11}; \quad \sigma_2 = \sigma_{22}; \quad \sigma_3 = \sigma_{33}; \quad \sigma_4 = \sigma_{23}; \quad \sigma_5 = \sigma_{13}; \quad \sigma_6 = \sigma_{12}; \\ \varepsilon_1 = \varepsilon_{11}; \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_{22}; \quad \varepsilon_3 = \varepsilon_{33}; \quad \varepsilon_4 = \varepsilon_{23}; \quad \varepsilon_5 = \varepsilon_{13}; \quad \varepsilon_6 = \varepsilon_{12}; \end{aligned} \quad (2)$$

λ_{ij} , A_{ij} – элементы симметричных матриц жесткости и податливости, связанные соотношением $[\lambda][A] = [E]$; $[E]$ – единичная матрица; β_i , α_i – компоненты вектор-столбцов коэффициентов термических напряжений и коэффициентов линейного теплового расширения. При этом имеем $\{\beta\} = [\lambda]\{\alpha\}$. По повторяющимся индексам в (1) предполагается суммирование. Принимаем, что $\Delta T = T - T_0$, где T – температура эксплуатации; T_0 – некоторая начальная температура, при которой отсутствуют термические напряжения. Для композиционных полимерных материалов, как правило, за начальную температуру T_0 принимают температуру полимеризации, или отверждения матрицы.

Для расчета НДС слоистых структур, слои которых повернуты относительно друг друга на различные углы, необходимо располагать правилами, определяющими деформационные свойства монослоев в повернутой системе координат. Матрица жесткости слоя в осях транстропии имеет 12 ненулевых элементов. При повороте системы координат вокруг оси, перпендикулярной к плоскости армирования, на угол θ таких компонент будет 20. Столько же компонент в матрице жесткости имеет среда с одной плоскостью симметрии упругих свойств.

Предположим, что ось 3 декартовой системы координат перпендикулярна к единственной плоскости симметрии материала. Для такой среды матрица жесткости $[\lambda]$ характеризуется 13 независимыми константами, а вектор-столбцы $\{\alpha\}$ и $\{\beta\}$ – четырьмя параметрами:

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \lambda_{13} & 0 & 0 & \lambda_{16} \\ & \lambda_{22} & \lambda_{23} & 0 & 0 & \lambda_{26} \\ & & \lambda_{33} & 0 & 0 & \lambda_{36} \\ & & & \lambda_{44} & \lambda_{45} & 0 \\ & & & & \lambda_{55} & 0 \\ & & & & & \lambda_{66} \end{bmatrix}, \quad \{\alpha\} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ 0 \\ 0 \\ \alpha_6 \end{bmatrix}, \quad \{\beta\} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ 0 \\ 0 \\ \beta_6 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Формулы преобразования при повороте системы координат вокруг одной из осей, например 3, компонент λ_{ij} тензора четвертого ранга и компонент α_i, β_i тензоров первого ранга приведены в [10, 23].

Эффективные характеристики жесткости, податливости, эффективные коэффициенты термических напряжений и коэффициенты линейного теплового расширения слоистых материалов выводятся исходя из известных механических параметров слоев с помощью уравнений теории упругости неоднородных тел, удовлетворяя при этом всем внешним краевым условиям и условиям непрерывности на поверхностях раздела.

Зависимости между усредненными по толщине композита деформациями $\langle \varepsilon_i \rangle$, усредненными напряжениями $\langle \sigma_i \rangle$ и температурой ΔT определяются по выражениям

$$\langle \varepsilon_i \rangle = A_{ij}^* \langle \sigma_j \rangle + \alpha_i^* \Delta T, \quad \langle \sigma_i \rangle = \lambda_{ij}^* \langle \varepsilon_j \rangle - \beta_i^* \Delta T, \quad (4)$$

где $\lambda_{ij}^*, A_{ij}^*, \beta_i^*, \alpha_i^*$ – компоненты эффективных характеристик жесткости, податливости, эффективных коэффициентов термических напряжений и термических деформаций. После вычисления всех эффективных характеристик слоистого пакета с использованием формул, представленных в [13, 19], могут быть определены локальные напряжения в слоях. Соответствующие выражения не приводим ввиду их громоздкости.

Чтобы оценить несущую способность композита исходя из вычисленного распределения напряжений, необходимо перейти к локальной системе координат, совпадающей с осями ортотропии слоя. Преобразование компонент

тензора напряжения для условий плоского напряженного состояния при переходе от глобальной системы координат к локальной определяется соотношением

$$\begin{Bmatrix} \sigma'_1 \\ \sigma'_2 \\ \sigma'_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}, \quad (5)$$

где $m = \cos(\theta)$; $n = \sin(\theta)$; θ – угол поворота системы координат вокруг оси 3; σ'_{ij} – компоненты тензора напряжений относительно “повернутой” системы координат [13, 19].

Деградация механических свойств слоя зависит как от соотношения между напряжениями, так и от направления их действия. Рассмотрим возможные случаи напряженного состояния, которые могут иметь место в процессе деформирования, и соответствующие виды разрушения слоя.

1. Если нормальные напряжения, которые действуют в направлении волокон (вдоль оси 1), достигают критического значения, то возможно разрушение слоя в результате действия растягивающих или сжимающих напряжений (рис. 2). При этом необходимо считать, что однонаправленный композит не может больше оказывать сопротивления деформированию в плоскости 102.

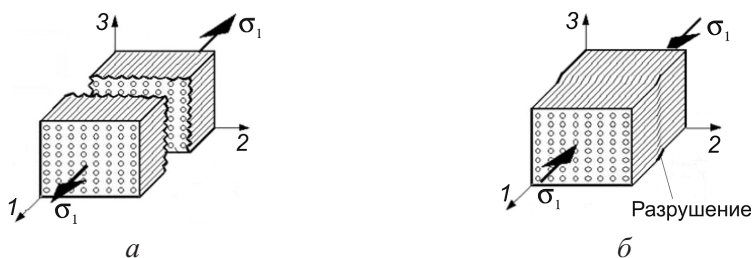


Рис. 2. Схема разрушения однонаправленного композита от действия продольных нормальных растягивающих (а) и сжимающих (б) напряжений.

2. Если положительные напряжения в трансверсальном направлении достигают критического значения, то имеет место растрескивание слоя (рис. 3). В этом случае материал не способен оказывать сопротивление нагрузкам в трансверсальном направлении и сдвигу в плоскости армирования, однако способен сопротивляться деформированию в направлении армирования.

3. Касательные напряжения слоя достигли предельных значений, и материал разрушается в результате сдвига (рис. 4). Полагаем, что слой способен оказывать сопротивление нагрузкам в продольном направлении и сжимающим в трансверсальном направлении, но не может сопротивляться растягивающим усилиям в направлении оси 2 и сдвигу в плоскости армирования.

4. Если сжимающие напряжения в трансверсальном направлении достигли значения разрушающих (рис. 5), то слой может оказывать сопротивление продольным нагрузкам в направлении оси 1. Отметим, что необходимо учитывать взаимодействие разрушаемых слоев (рис. 2–5) с другими слоями, которые ограничивают их свободное перемещение.

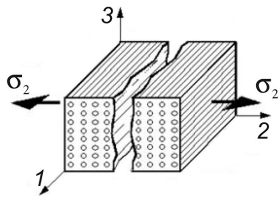


Рис. 3

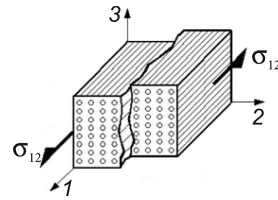


Рис. 4

Рис. 3. Разрушение однонаправленного композита в результате растяжения в направлении оси 2.

Рис. 4. Схема разрушения однонаправленного композита от сдвига в плоскости армирования.

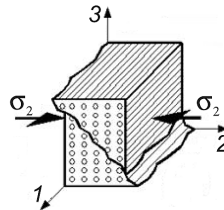


Рис. 5. Разрушение однонаправленного композита в результате сжатия в направлении оси 2.

Следовательно, условия деградации характеристик жесткости слоя можно сформулировать следующим образом.

Если для действующих напряжений слоя имеет место одно из трех соотношений

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\sigma}_{-1} < \sigma_1 < \tilde{\sigma}_{+1}; \\ \sigma_2 \geq \tilde{\sigma}_{+2}; \\ |\sigma_{12}| < \tilde{\sigma}_{12}; \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \tilde{\sigma}_{-1} < \sigma_1 < \tilde{\sigma}_{+1}; \\ 0 < \sigma_2 < \tilde{\sigma}_{+2}; \\ |\sigma_{12}| \geq \tilde{\sigma}_{12}; \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \tilde{\sigma}_{-1} < \sigma_1 < \tilde{\sigma}_{+1}; \\ \sigma_2 \leq \tilde{\sigma}_{-2}, \end{array} \right. \quad (6)$$

то для соответствующей матрицы жесткости необходимо считать равными нулю такие характеристики:

$$E_2 = G_{12} = \nu_{12} = \nu_{21} = \nu_{23} = \nu_{32} = 0, \quad (7)$$

где $\tilde{\sigma}_{+1}$, $\tilde{\sigma}_{-1}$, $\tilde{\sigma}_{+2}$, $\tilde{\sigma}_{-2}$ – величины разрушающих напряжений при растяжении и сжатии в направлении осей 1 и 2 соответственно; $\tilde{\sigma}_{12}$ – прочность при сдвиге в плоскости 102 (предполагается, что прочность при сдвиге не зависит от направления касательных напряжений, т.е. $\tilde{\sigma}_{+12} = \tilde{\sigma}_{-12}$); E_1 , E_2 , G_{12} , ν_{ij} – модули продольной упругости и сдвига и коэффициенты Пуассона. В обозначениях ν_{ij} принято, что индекс i относится к направлению приложения нагрузки, индекс j – к направлению вызванной им поперечной деформации.

Если для действующих напряжений слоя справедливы соотношения

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\sigma}_{-1} < \sigma_1 < \tilde{\sigma}_{+1}; \\ \tilde{\sigma}_{-2} < \sigma_2 < 0; \\ |\sigma_{12}| \geq \tilde{\sigma}_{12}, \end{array} \right. \quad (8)$$

то в матрице упругих коэффициентов необходимо положить

$$G_{12} = 0. \tag{9}$$

И наконец, для случая

$$\sigma_1 \geq \tilde{\sigma}_{+1} \quad \text{или} \quad \sigma_1 \leq \tilde{\sigma}_{-1} \tag{10}$$

следует принять

$$E_1 = E_2 = G_{12} = \nu_{12} = \nu_{21} = \nu_{23} = \nu_{32} = \nu_{13} = \nu_{31} = 0. \tag{11}$$

Таким образом, после разрушения первого слоя можно продолжать дальнейшие расчеты деформирования и прочности слоистого композита, используя соответствующую теорию слоистых сред и критерий прочности, но с учетом деградации его характеристик упругости согласно соотношениям (7), (9), (11). Расчеты продолжаются до тех пор, пока пакет слоев полностью не потеряет несущую способность.

При этом матрицы жесткости деградированного слоя относительно локальной системы координат в зависимости от условий (6), (8) и (10) имеют вид

$$\begin{bmatrix} \lambda_{11} & 0 & \lambda_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_{31} & 0 & \lambda_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \lambda_{13} & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_{21} & \lambda_{11} & \lambda_{23} & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_{31} & \lambda_{32} & \lambda_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{12}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

В данном подходе организовывается пошаговая процедура с постепенным увеличением нагрузки. По достижении любой компонентой тензора напряжения критического значения необходимо пересчитать матрицу жесткости соответствующего слоя и повторить процесс вычислений на основании других эффективных параметров композита. Вычисления продолжаем до тех пор, пока композит не разрушится полностью.

Термомеханические характеристики однонаправленного полимерного углепластика. Для описания процессов деформирования слоистых композитов воспользуемся экспериментальными данными о механических характеристиках однонаправленных углепластиков [24], изготовленных на основе

углеродной ленты ЛУ-3. Содержание арматуры в композите равно 55%. В качестве связующей матрицы использовалась эпоксидная смола ЭД-20 (модифицированная). Испытания проводились при двух фиксированных значениях температур ($T = 293$ и 77 К) на установке Instron 1126 согласно ГОСТ 25.601-80, ГОСТ 25.602-80, ASTM D 695, ASTM D 3518. Для вычисления коэффициентов линейного термического расширения проводились соответствующие дилатометрические измерения в соответствии с [25]. Относительные граничные ошибки измерений по деформации образцов составляли 1%, по нагрузке – 1%, по температуре – 1,48%. Результаты испытаний представлены в табл. 1.

Т а б л и ц а 1

Механические характеристики однонаправленного углепластика

$T, \text{ К}$	$E_1, \text{ ГПа}$	$E_2, \text{ ГПа}$	$G_{12}, \text{ ГПа}$	ν_{12}	$\alpha_1 \cdot 10^6, \text{ К}^{-1}$	$\alpha_2 \cdot 10^6, \text{ К}^{-1}$	$\tilde{\sigma}_{+1}, \text{ МПа}$	$\tilde{\sigma}_{-1}, \text{ МПа}$	$\tilde{\sigma}_{+2}, \text{ МПа}$	$\tilde{\sigma}_{-2}, \text{ МПа}$	$\tilde{\sigma}_{12}, \text{ МПа}$
293	154,1 $\pm 7,3$	9,2 $\pm 0,2$	4,4 $\pm 0,3$	0,31 $\pm 0,04$	0,73	27,37	885 ± 10	992 ± 13	35 ± 2	155 ± 16	82 ± 2
77	173,3 $\pm 1,2$	10,1 $\pm 0,1$	5,2 $\pm 0,2$	0,31 $\pm 0,02$	0,65	22,24	848 ± 11	1017 ± 18	22 ± 3	230 ± 1	103 ± 3

Как видно, исследуемый углепластик является существенно анизотропным материалом. При его охлаждении до 77 К эффективные модули упругости E_1, E_2, G_{12} увеличиваются на 14,7; 9,8 и 18,2% соответственно. Главный коэффициент Пуассона ν_{12} можно полагать постоянным для температурного диапазона 77...293 К. Разрушающее напряжение $\tilde{\sigma}_{+1}$ увеличивается на 4%, $\tilde{\sigma}_{-1}$ уменьшается на 2,5%. Значительно изменяется прочность в трансверсальном направлении: компонента $\tilde{\sigma}_{+2}$ уменьшается на 37%, $\tilde{\sigma}_{-2}$ увеличивается на 48%. Прочность при сдвиге в плоскости армирования $\tilde{\sigma}_{12}$ также повышается приблизительно на 26%.

Расхождение между эффективными коэффициентами линейного теплового расширения слоя в направлении осей транстропии (почти в 40 раз) является причиной возникновения термических напряжений, которые необходимо учитывать в прочностных расчетах.

Расчет несущей способности углепластика при растяжении. В качестве примера опишем деформирование полимерного углепластика со схемой армирования $[0_3 / 90 / 0_2 / \mp 45 / 0 / 90 / 0_2 / 90 / 45 / 0 / -45]_S$. Расшифровка кода армирования композита проведена в [26]. Предположим, что углепластик подвергается одноосному растяжению в направлении оси Ox (рис. 1) равномерно распределенным усилием σ_0 . Тогда усредненные напряжения определяются выражением

$$\langle \sigma_1 \rangle = \sigma_0, \quad \langle \sigma_2 \rangle = \langle \sigma_3 \rangle = \dots = \langle \sigma_6 \rangle = 0. \quad (13)$$

Применительно к структуре углепластика, состоящего из слоев с четырьмя направлениями армирования, запишем

$$\begin{cases} \langle \lambda_{ij} \rangle = [c_1 \lambda_{ij}^0 + c_2 \lambda_{ij}^{90} + c_3 \lambda_{ij}^{+45} + c_4 \lambda_{ij}^{-45}] \Delta h / H; \\ \langle \alpha_i \rangle = [c_1 \alpha_i^0 + c_2 \alpha_i^{90} + c_3 \alpha_i^{+45} + c_4 \alpha_i^{-45}] \Delta h / H; \\ \langle \beta_i \rangle = [c_1 \beta_i^0 + c_2 \beta_i^{90} + c_3 \beta_i^{+45} + c_4 \beta_i^{-45}] \Delta h / H, \end{cases} \quad (14)$$

где λ_{ij}^{90} – параметры жесткости монослоя относительно локальной системы координат, которая повернута на угол 90° ; Δh – толщина монослоя; H – общая толщина пакета; c_i – относительное процентное содержание соответствующего слоя. Остальные усредненные характеристики данного пакета вычисляются аналогично.

Для определения эффективных термомеханических характеристик исследуемого композита, который состоит из слоев с одной плоскостью упругой симметрии, параллельной слоям, воспользуемся соотношениями, представленными в [13, 18].

Подставим выражения (13) в первое соотношение (4), в результате чего получим значения усредненных деформаций:

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = A_{11}^* \sigma_0 + \alpha_1^* \Delta T, \quad \langle \varepsilon_2 \rangle = A_{21}^* \sigma_0 + \alpha_2^* \Delta T, \quad \langle \varepsilon_3 \rangle = A_{31}^* \sigma_0 + \alpha_2^* \Delta T. \quad (15)$$

На основании вычисленных усредненных деформаций по приведенным в [13, 18] формулам определим распределение напряжений в слоях относительно системы координат, совпадающей с осями ортотропии композита. Для оценки несущей способности слоя используем формулы преобразования (5).

Проанализируем вначале распределение напряжений в слоях при температуре 77 К в случае отсутствия силового воздействия, т.е. $\sigma_0 = 0$. Механические параметры слоя для этой температуры приведены в табл. 1. Результаты вычисленного распределения напряжений иллюстрирует рис. 6.

Таким образом, локальные напряжения в слоях распределяются пропорционально их жесткости в соответствующих направлениях. Сдвиговые напряжения возникают только в слоях с углами армирования $\theta = \pm 45^\circ$. При этом все слои находятся в условиях плоского напряженного состояния.

В табл. 2 приведены численные значения термических напряжений, рассчитанные относительно осей ортотропии каждого слоя. Видно, что в слоях с углами армирования $\theta = 0$ и 90° возникают значительные термические напряжения, которые превышают соответствующий предел прочности ($\tilde{\sigma}_{+2} = 22$ МПа) при отсутствии силового воздействия. Из этого следует, что метод разрушения первого слоя не может использоваться для оценки несущей способности таких материалов при криогенных температурах.

Результаты расчетов деформирования слоистого композита согласно предлагаемой модели для температур $T = 293$ и 77 К представлены на рис. 7, где показаны характерные точки перелома кривых, связанные с локальными разрушениями слоев. При этом начало трещинообразования связано с достижением компонентой напряжения σ_2 предельного значения $\tilde{\sigma}_{+2}$.

Как видно из рис. 7,б, начало процесса трещинообразования при температуре $T = 77$ К начинается при отсутствии силового воздействия вследствие

Т а б л и ц а 2

Значения термических напряжений в слоях углепластика при $T = 77$ К

Ориентация слоя, град	σ_1 , МПа	σ_2 , МПа	σ_{12} , МПа
0	-151,722	32,296	0
90	459,793	44,909	0
45	756,898	-3,631	-8,336
-45	756,898	-3,631	8,336

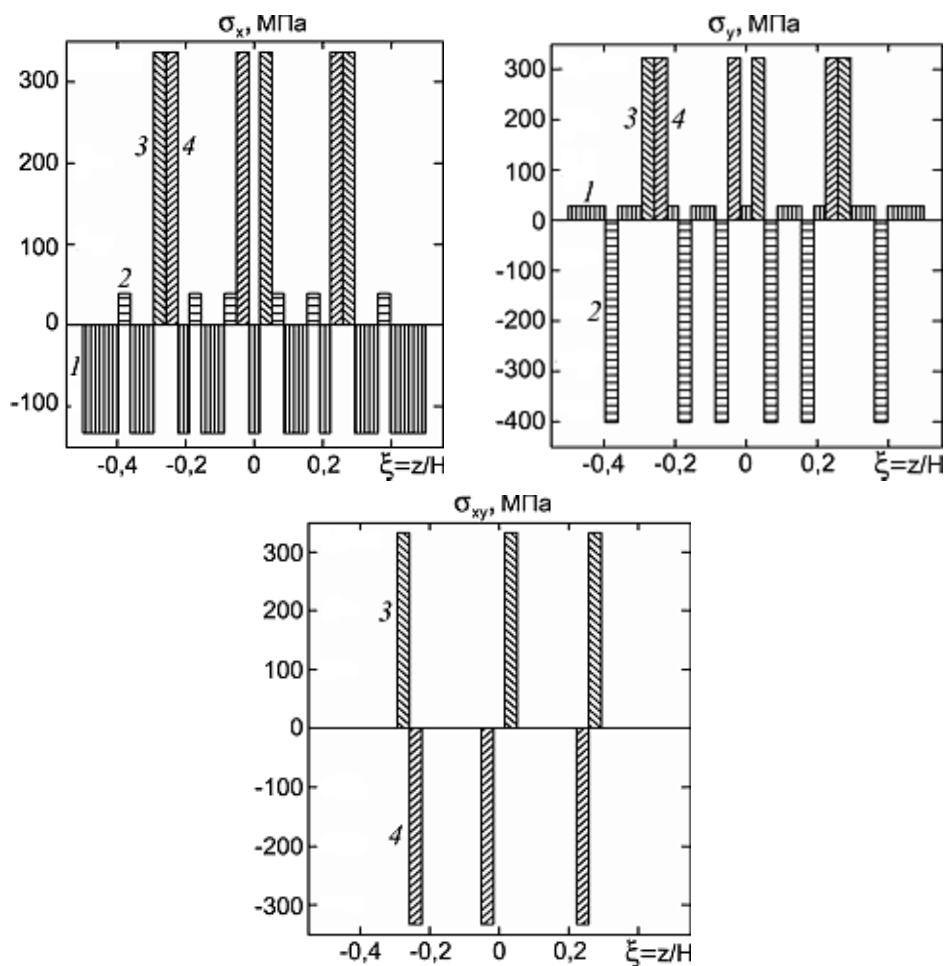


Рис. 6. Распределение термических напряжений в слоях углепластика при $T = 77$ К: 1, 2, 3, 4 – слои, армированные волокнами в направлениях 0, 90, -45° , 45° соответственно.

возникновения термических напряжений. Второй скачок, обусловленный разрушением слоев с углами армирования $\theta = \pm 45^\circ$, не удалось зафиксировать в экспериментах. Однако близость прогнозируемых эффективных модулей Юнга и характеристик прочности к экспериментально полученным величинам подтверждает эффективность предложенной методики.

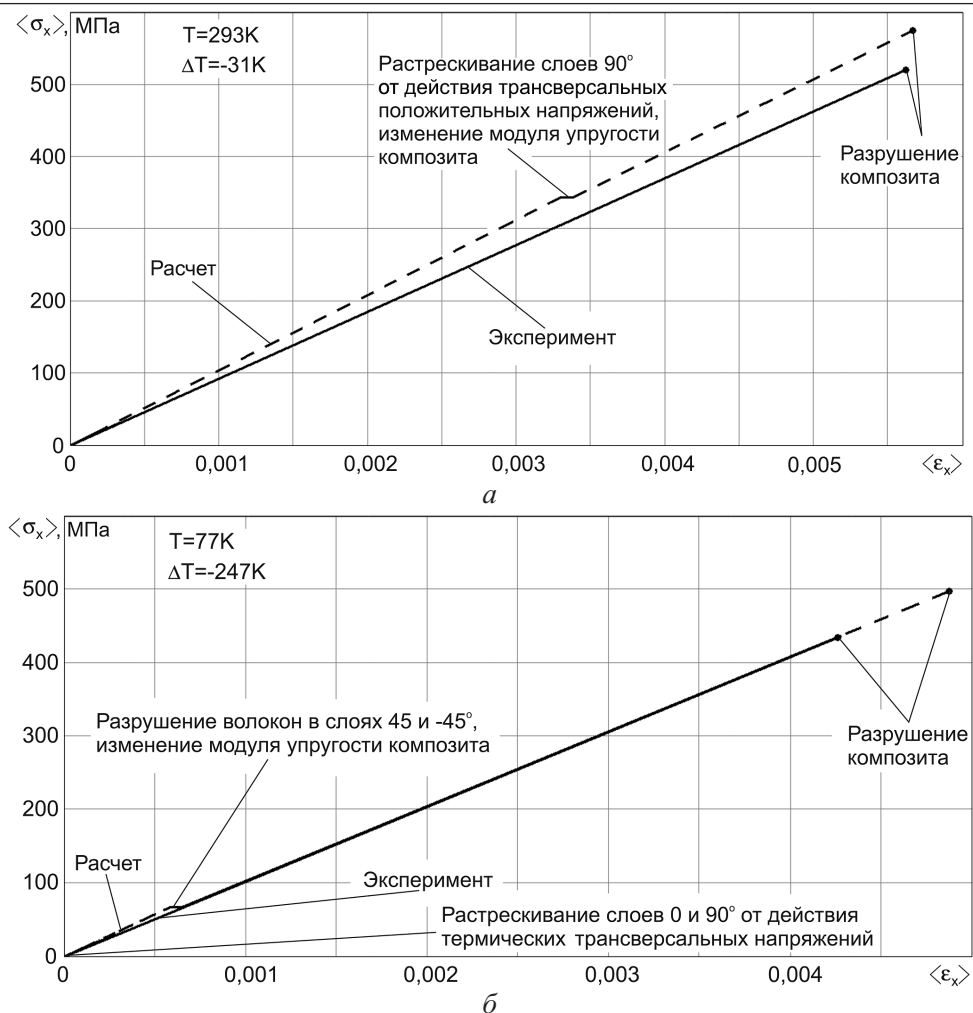


Рис. 7. Диаграммы деформирования углепластика при двух фиксированных значениях температуры.

Выводы

1. Предложена модель для оценки несущей способности слоистых композиционных материалов, учитывающая деградацию механических свойств слоев в процессе деформирования.
2. Эффективность модели проиллюстрирована при описании деформирования и разрушения слоистых углепластиков с различными схемами армирования при комнатной и криогенных температурах.
3. Представлены результаты экспериментальных исследований характеристик упругости, коэффициентов линейного термического расширения и параметров прочности однонаправленного углепластика при двух фиксированных значениях температуры ($T = 293$ и 77 К).
4. Показано, что используемый в инженерной практике критерий разрушения первого слоя не позволяет прогнозировать несущую способность слоистых углепластиков при криогенных температурах.

Резюме

Представлено методику прогнозування несучої здатності шаруватих композиційних матеріалів, армованих односпрямованими волокнами, що базується на розробленій структурно-феноменологічній моделі деградації констант пружності шару в процесі деформування та враховує наявність термічних напружень і температурних залежностей термомеханічних характеристик шару. Ефективність методики підтверджується результатами експериментів шаруватих вуглепластиків із різними схемами армування як за кімнатної, так і криогенної температур.

1. *Композиционные материалы*. В 8 т. / Под ред. Л. Браутмана, Р. Крока. – Т. 5. Разрушение и усталость / Под ред. Л. Браутмана. – М.: Мир, 1978. – 486 с.
2. *Малмейстер А. К., Тамуж В. П., Тетерс Г. А.* Соппротивление полимерных и композитных материалов. – Рига: Зинатне, 1980. – 572 с.
3. *Алфутов Н. А., Зиновьев П. А., Попов Б. Г.* Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1984. – 264 с.
4. *Tsai S. W. and Azzi V. D.* Strength of laminated composite materials // *AIAA J.* – 1966. – **4**, No. 2. – P. 296 – 301.
5. *Dow N. F., Rosen B. W., Shu L. S., and Zweben C. H.* Design Criteria and Concepts for Fibrous Composite Structures. Final report // Accession Number 68N14176; Document ID 19680004707; Report Number NASA-CR-91728. – 1967. – 196 p.
6. *Образцов И. Ф., Васильев В. В., Бунаков В. А.* Оптимальное армирование оболочек вращения из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1977. – 144 с.
7. *Zinoviev A. P., Grigoriev S. V., Lebedeva O. V., and Tairova L. P.* The strength of multilayered composites under a plane-stress state // *Comp. Sci. Technol.* – 1998. – **58**, No. 7. – P. 1209 – 1223.
8. *Wolfe W. E. and Butalia T. S.* Strain-energy based failure criterion for nonlinear analysis of composite laminates subjected to biaxial loading // *Ibid.* – P. 1107 – 1124.
9. *Bogetti T. A., Hoppel C. P. R., et al.* Predicting the nonlinear response and progressive failure of composite laminates // *Ibid.* – 2004. – **64**, No. 3-4. – P. 329 – 342.
10. *Композиционные материалы*. Справочник / Под. общ. ред. В. В. Васильева, Ю. М. Тарнопольского. – М.: Машиностроение, 1990. – 512 с.
11. *Карпов А. Я., Ставиченко В. Г.* Сравнительный анализ подходов к оценке прочности слоистых композиционных материалов // *Пробл. прочности.* – 2008. – № 4. – С. 36 – 42.
12. *Кучер Н. К., Заразовский М. Н.* Оценка прочности слоистых эпоксикарбоволоконитов, армированных однонаправленными волокнами // *Там же.* – 2006. – № 6. – С. 95 – 112.

13. Кучер Н. К., Заразовский М. Н. Прогнозирование несущей способности слоистых армированных композитов криогенного и аэрокосмического назначения // Там же. – 2008. – № 2. – С. 11 – 25.
14. Sun C. T. and Tao J. Prediction of failure envelopes and stress/strain behaviour of composite laminates // *Comp. Sci. Technol.* – 1998. – **58**, No. 7. – P. 1125 – 1136.
15. Kaddour A. S., Hinton M. J., and Soden P. D. A comparison of the predictive capabilities of current failure theories for composite laminates: additional contributions // *Ibid.* – 2004. – **64**, No. 3-4. – P. 449 – 476.
16. Gotsis P. K., Chamis C. C., and Minnetyan L. Prediction of composite laminate fracture: micromechanics and progressive fracture // *Ibid.* – 1998. – **58**, No. 7. – P. 1137 – 1150.
17. Mayes S. J. and Hansen A. C. Multicontinuum failure analysis of composite structural laminates // *Mech. Comp. Mater. Struct.* – 2001. – **8**, No. 4. – P. 249 – 262.
18. Hartwig G. Overview of advanced fibre composites // *Cryogenics.* – 1988. – **28**, No. 4. – P. 216 – 219.
19. *Механика композитов.* В 12 т. / Под ред. А. Н. Гузя. – Т. 3. Статистическая механика и эффективные свойства материалов / Под ред. Л. П. Хорошуна. – Киев: Наук. думка, 1993. – 390 с.
20. Пискунов В. Г., Верижченко В. Е. Линейные и нелинейные задачи расчета слоистых конструкций. – Киев: Будівельник, 1986. – 176 с.
21. Рассказов А. О., Соколовская И. И., Шульга Н. А. Теория и расчет слоистых ортотропных пластин и оболочек. – Киев: Вища шк., 1986. – 191 с.
22. Ванин Г. А. Микромеханика композиционных материалов. – Киев: Наук. думка, 1985. – 272 с.
23. Кристенсен Р. Введение в механику композитов / Пер. с англ. под ред. Ю. М. Тарнопольского. – М.: Мир, 1982. – 334 с.
24. Кучер Н. К., Заразовский М. Н. Деформирование и прочность слоистых полимерных углепластиков // *Вестн. НТУУ “КПИ”.* Машиностроение. – 2008. – Вып. 52. – С. 127 – 135.
25. *ДСТУ 2308-93.* Розрахунки та випробування на міцність. Метод визначення температурного коефіцієнта лінійного розширення композиційних матеріалів в трьох взаємоортогональних напрямках. – Чинний від 01.01.95.
26. Нортон Б. Р. Код ориентации волокон в слоях композиционного материала, разработанный Лабораторией материалов ВВС США // *Композиционные материалы.* В 8 т. / Под ред. Л. Браутмана, Р. Крока. – Том 3. Применение композиционных материалов в технике / Под ред. Б. Р. Нортон. – М.: Машиностроение, 1978. – С. 496 – 503.

Поступила 05. 05. 2009