

Устойчивость ортотропных цилиндрических оболочек при изгибе поперечной силой. Сообщение 2. Эксперимент

А. И. Маневич, Е. А. Пономаренко, Е. Ф. Прокопало

Днепропетровский национальный университет, Днепропетровск, Украина

Представлены результаты экспериментального исследования устойчивости ортотропных цилиндрических оболочек при изгибе поперечной силой, выполненного на модельных оболочках. Описаны особенности процесса выпучивания в зависимости от параметров оболочек. Показано, что численное решение с помощью программного комплекса “ЛИРА”, основанное на линейной теории устойчивости, может использоваться для расчета устойчивости упругих оболочек при поперечном изгибе во всем диапазоне относительных длин, охватывающем “сдвиговую” и “изгибную” формы выпучивания, с погрешностью порядка 10%.

Ключевые слова: ортотропная цилиндрическая оболочка, линейная теория устойчивости, поперечный изгиб, форма выпучивания.

Введение. Экспериментальные исследования устойчивости изотропных цилиндрических оболочек при изгибе поперечной силой (отдельно либо в сочетании с другими нагрузками) проводились в 1930–1970 годах [1–8]. Были описаны особенности процесса выпучивания и приведено сравнение экспериментальных данных с теоретическими, полученными при линейном расчете методом конечных разностей либо на основе приближенных оценок. Расхождение между расчетными и экспериментальными значениями критической силы, как правило, не превышало 30%. Следует отметить, что испытания проводились преимущественно на алюминиевых оболочках с достаточно низким пределом текучести.

Для анизотропных оболочек испытания на поперечный изгиб, по-видимому, не проводились.

В данной работе изложены результаты экспериментального исследования устойчивости ортотропных цилиндрических оболочек при изгибе поперечной силой. Испытания 77 оболочек малой и средней длины (относительная длина L/R изменялась от 1 до 10) позволяют оценить точность решения, полученного с помощью программного комплекса (ПК) “ЛИРА” методом конечных элементов в рамках линейной теории оболочек.

Образцы для испытаний и методика эксперимента. Экспериментальное исследование проводилось на модельных оболочках, изготовленных из ватмана (чертежной бумаги) марки “В” (ГОСТ 597-73). Возможность замены дорогостоящих образцов из металла моделями из ватмана при экспериментальных исследованиях устойчивости оболочек впервые была показана в работе [9]. Исследования [10–12 и др.] подтвердили целесообразность широкого использования ватмана при проведении массовых экспериментов по устойчивости оболочек при различных нагрузках. Наряду с высокой технологичностью и дешевизной ватман по сравнению с другими материалами обладает большим отношением предела текучести σ_Y к модулю упругости E

($\sigma_Y/E = 3,6 \cdot 10^{-3}$), для металлов обычно отношение $\sigma_Y/E = (1...3) \cdot 10^{-3}$. Поэтому деформация остается упругой в более широком диапазоне изменения параметров оболочек и нагрузки.

Ватман является ортотропным материалом. Модули упругости E_1 , E_2 , коэффициенты Пуассона ν_1 , ν_2 и пределы прочности σ_{b1} , σ_{b2} в главных направлениях ортотропии бумаги заметно различаются. Для материала, используемого в данных экспериментах, эти величины таковы: $E_1 = 6,9 \cdot 10^9$ Па, $E_2 = 3,45 \cdot 10^9$ Па, $\nu_1 = 0,3$, $\nu_2 = 0,15$, $\sigma_{b1} = 45$ МПа, $\sigma_{b2} = 30$ МПа (определены при специальных испытаниях плоских образцов в электромеханическом устройстве, позволяющем выполнять достаточно точные измерения). Толщина листа h составляет 0,24 мм.

Испытывали две серии оболочек, которые отличались ориентацией главных направлений ортотропии ватмана. В первой серии оболочки изготавливали так, чтобы направление с большим модулем упругости $E_1 = 6,9 \cdot 10^9$ Па было ориентировано по образующей ($E_x = E_1$, $E_y = E_2$, $E_y/E_x = 0,5$). Во второй серии больший модуль упругости отвечал кольцевому направлению ($E_x = E_2$, $E_y = E_1$, $E_y/E_x = 2$). Диаметр всех оболочек был фиксирован и равнялся 75 мм ($R/h = 156$). В каждой серии длина оболочек варьировалась в достаточно широком диапазоне – 37,5...450 мм ($L/R = 1...12$). Для каждого выбранного значения L/R испытывалось, как правило, по три номинально идентичных оболочки (количество оболочек в первой серии составляло 44, во второй – 33).

Схема испытательной установки приведена на рис. 1. Поперечная сила создавалась грузом, усилие от которого передавалось на оболочку с помощью троса, блока и жесткого торцевого приспособления, закрепленного на оболочке. В эксперименте торцевые приспособления приклеивали к оболочкам, вследствие чего обеспечивалось их защемление. В процессе испытаний определяли критическое значение поперечной силы и форму волнообразования. В отдельных испытаниях записывали диаграмму деформирования оболочек. Отметим, что при предельной нагрузке наблюдалась ползучесть, деформации росли при постоянных напряжениях, поэтому при приближении к максимальной нагрузке проводилось достаточно медленно, чтобы не пропустить момент начала ползучести.

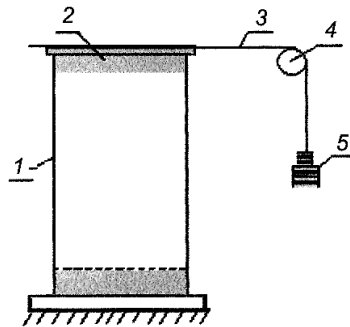


Рис. 1. Схема испытательной установки: 1 – оболочка; 2 – торцевое приспособление; 3 – трос; 4 – блок; 5 – груз.

Формы выпучивания. Формы потери устойчивости оболочек в эксперименте соответствовали полученным в численном расчете. Для оболочек малой длины наблюдалась сдвиговая форма (рис. 2,а), для оболочек большой длины – изгибная форма (рис. 2,в). Указанные формы достаточно близки к полученным путем расчета с помощью ПК “ЛИРА” [13]. В узком промежуточном интервале длин отмечалась “смешанная форма”, когда образовывались одновременно изгибные складки в нижней части оболочки и боковые “сдвиговые” выпучины (рис. 2,б).

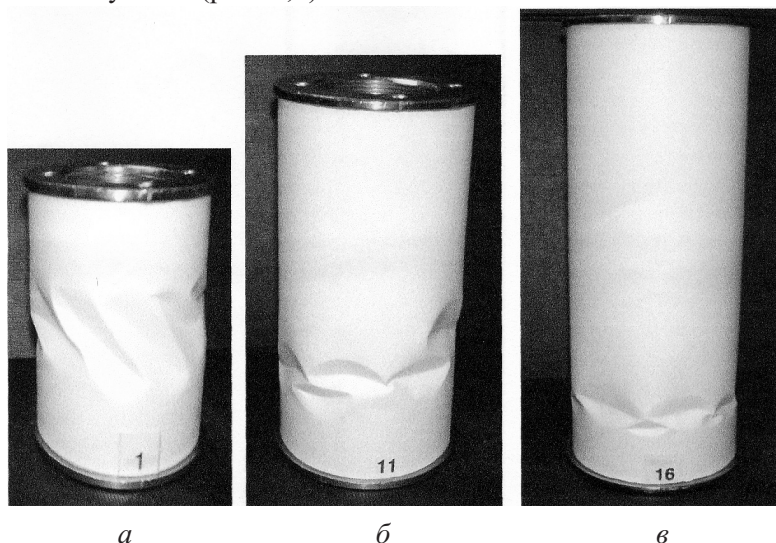


Рис. 2. Формы потери устойчивости оболочки при “поперечном” изгибе силой.

Критические напряжения. Сравнение экспериментальных данных с расчетными. Расчетные, полученные с помощью ПК “ЛИРА” [13], и экспериментальные зависимости критических сил от относительной длины оболочек серий 1, 2 приведены на рис. 3, где каждая точка представляет собой среднее значение силы, при которой происходило выпучивание, для трех испытанных оболочек. Там же указаны интервалы L/R , в которых реализовывались сдвиговая и изгибная формы выпучивания.

Экспериментальные точки располагаются несколько ниже расчетных значений, но достаточно близко к ним. Соответствие между расчетом и экспериментом оказывается хорошим во всем интервале L/R (1...10–12), включающем как сдвиговую, так и изгибную формы.

Данные, приведенные в таблице, иллюстрируют изменение отношения экспериментальной критической силы к расчетной Q^{exp}/Q^{calc} при изменении длины оболочек серии 1.

Расхождение между теоретическими и экспериментальными значениями критических сил для оболочек серии 1 составляет в среднем 9%, серии 2 – 11,7%, что существенно зависит от отношения L/R . В целом это отношение невелико, но возрастает в двух интервалах длин: для достаточно малых длин ($L/R < 1,5$) и в узком их интервале, где происходит переход от сдвиговой формы выпучивания к изгибной. Здесь расхождение составляет до 18...20%.

Отношение экспериментальной критической силы к расчетной для оболочек при $E_y/E_x = 0,5$ (средние значения получены по данным трех испытаний)

L/R	Q^{exp}/Q^{calc}	L/R	Q^{exp}/Q^{calc}
1,0	0,816	6,0	0,919
2,0	0,940	7,0	0,824
2,5	0,956	8,0	0,865
3,0	0,982	9,0	0,849
4,0	0,964	10,0	0,913
5,0	0,929	12,0	0,948

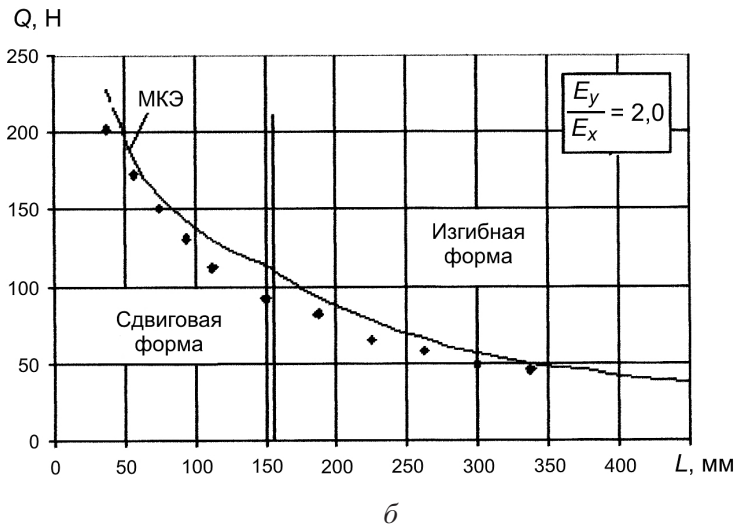
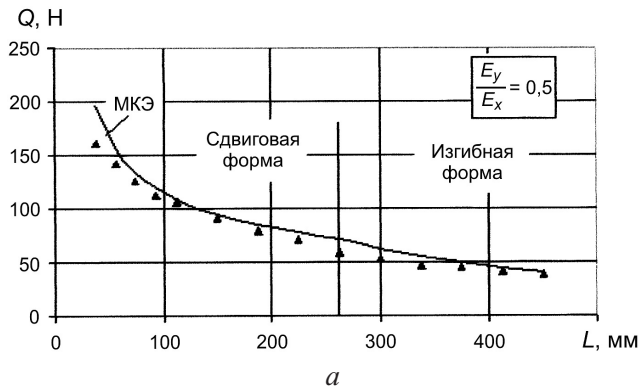


Рис. 3. Сравнение экспериментальных критических сил (точки) с расчетными по МКЭ на основе ПК “ЛИРА” (линии): а, б – соответственно оболочки серий 1 и 2.

Очевидной причиной этого является взаимодействие указанных форм выпучивания. В данной задаче это взаимодействие оказывается относительно слабым (по сравнению, например, со взаимодействием общих и местных форм в подкрепленных оболочках [14]) вследствие того, что наибольшие нормальные напряжения сжатия и касательные напряжения достигаются в разных зонах оболочки.

Отметим, что близость экспериментальных значений критических сил к расчетным согласно линейной теории в области изгибной формы выпучивания является достаточно неожиданной ввиду известной чувствительности к несовершенствам оболочек при сжатии и изгибе. Это, несомненно, связано со следующими обстоятельствами.

1. При поперечном изгибе напряженно-деформированное состояние будет существенно неоднородным (локализованным) как по кольцу, так и по длине (в отличие от кручения и чистого изгиба с неоднородностью только по кольцу).

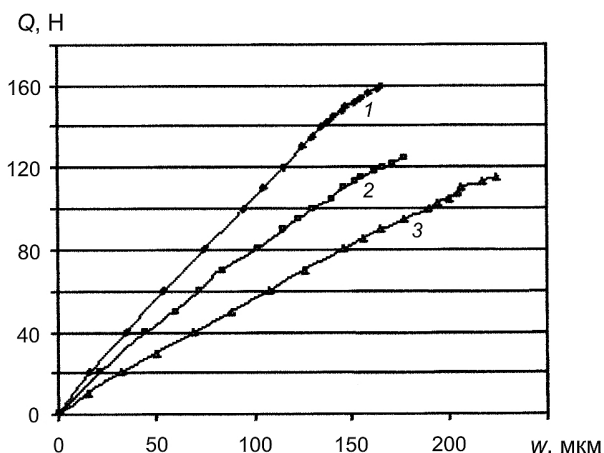


Рис. 4. Диаграммы деформирования некоторых оболочек серии 1: 1 – $L = 37,5$ мм; 2 – $L = 56,25$ мм; 3 – $L = 75$ мм.

2. При испытаниях оболочек из ватмана практически отсутствует физическая нелинейность. На рис. 4 приведены типичные диаграммы деформирования оболочек разной длины – зависимости прогиба оболочки в крайнем верхнем сечении от величины критической силы. Эти зависимости близки к линейным вплоть до момента потери устойчивости.

Выводы

1. Соответствие между расчетными (по МКЭ на основе ПК “ЛИРА”) и экспериментальными критическими силами оказывается хорошим во всем исследованном интервале L/R (от 1 до 10...12), охватывающем как сдвиговую, так и изгибную формы выпучивания. Расхождение составляет в среднем 9% для оболочек с большим модулем упругости в продольном направлении и 11,7% для оболочек с большим модулем в кольцевом направлении.

2. Отмечается эффект взаимодействия между сдвиговой и изгибной формами выпучивания при близости критических сил в диапазоне средних длин оболочек, приводящий к снижению экспериментальной критической нагрузки по сравнению с расчетной по линейной теории. Однако этот эффект относительно невелик (снижение нагрузки до 18...20%) вследствие того, что максимальные касательные и нормальные напряжения достигаются в различных зонах оболочки.

3. Экспериментальные формы потери устойчивости близки к расчетным.

4. Полученные результаты свидетельствуют о малости нелинейных эффектов и применимости линейной теории устойчивости к задаче устойчивости оболочек при поперечном изгибе (при условии малости физической нелинейности). Для практических расчетов можно принять, что согласно этой теории критические напряжения реальных оболочек в упругой области завышены примерно на 10%.

Резюме

Наведено результати експериментального дослідження стійкості ортотропних циліндричних оболонок при згинанні поперечною силою, проведеного на модельних оболонках. Описано особливості процесу випинання в залежності від параметрів оболонки. Показано, що числовий розв'язок за допомогою програмного комплексу "ЛПРА", що базується на лінійній теорії стійкості, може використовуватися для розрахунку стійкості пружних оболонок під дією поперечного згинання у всьому діапазоні відносних довжин, що охоплює "зсувну" і "згинальну" форми випинання, з похибкою порядку 10%.

1. *Lundquist E. E.* Strength Tests of Thin-Walled Duralumin Cylinders in Combined Transverse Shear and Bending // *NACA TN 523*. – 1935. – 28 p.
2. *Минаев К. А.* О работе тонкостенной цилиндрической оболочки при изгибе силой и парой сил // *Техн. заметки ЦАГИ*. – 1936. – № 99.
3. *Даревский В. М.* Устойчивость консольной цилиндрической оболочки при изгибе поперечной силой с кручением и внутренним давлением // *Расчет пространственных конструкций*. – 1959. – Вып. 5. – С. 431 – 449.
4. *Туркин К. Д.* Общая устойчивость подкрепленной цилиндрической оболочки при поперечном изгибе // *Там же*. – С. 450 – 474.
5. *Ильгамов М. А.* Экспериментальное исследование устойчивости консольно закрепленной цилиндрической оболочки под действием поперечной силы и внутреннего давления // *Исследования по теории пластин и оболочек*. – 1964. – Вып. 2. – С. 186 – 191.
6. *Кабанов В. В.* Исследование устойчивости оболочек методом конечных разностей // *Изв. АН СССР. Механика твердого тела*. – 1971. – № 1. – С. 24 – 29.
7. *Григолюк Э. И., Кабанов В. В.* Устойчивость круговых цилиндрических оболочек // *Итоги науки. Сер. Механика. Механика твердых деформируемых тел*. – М.: ВИНТИ, 1969. – 348 с.
8. *Григолюк Э. И., Кабанов В. В.* Устойчивость оболочек. – М.: Наука, 1978. – 360 с.
9. *Rhode R. V. and Lundquist E. E.* Strength Tests on Paper Cylinders in Compression, Bending and Shear // *NACA TN 370*. – 1931. – 31 p.
10. *Чебанов В. М.* Исследование устойчивости тонкостенных оболочек при помощи моделей из бумаги // *Инж. сб.* – 1955. – 22. – С. 68 – 73.

11. *Прокопало Е. Ф.* Экспериментальное исследование устойчивости цилиндрических оболочек при внешнем давлении, линейно изменяющемся вдоль образующей // *Строительная механика и расчет сооружений.* – 1988. – № 6. – С. 61 – 64.
12. *Маневич А. И., Прокопало Е. Ф.* Устойчивость ортотропных тонкостенных цилиндрических оболочек при кручении. Сообщ. 2. Эксперимент // *Пробл. прочности.* – 2008. – № 4. – С. 69 – 78.
13. *Маневич А. И., Пономаренко Е. А., Прокопало Е. Ф.* Устойчивость ортотропных цилиндрических оболочек при изгибе поперечной силой. Сообщ. 1. Теория // *Там же.* – 2013. – № 1. – С. 101 – 111.
14. *Маневич А. И.* Устойчивость и оптимальное проектирование подкрепленных оболочек. – Киев–Донецк: Вища шк., 1979. – 152 с.

Поступила 09. 03. 2011