

## ЭЛЕКТРОННЫЕ СТРУКТУРА И СВОЙСТВА

PACS numbers: 02.70.Uu, 05.10.Ln, 05.50.+q, 64.60.an, 64.60.De, 64.60.Mu, 75.10.Hk

### Влияние взаимодействия ближайших соседей на стабильность фаз одномерных изинговских магнетиков

В. Н. Удодов, Е. В. Шабунина, Д. В. Спирин

*Хакасский государственный университет им. Н. Ф. Катанова,  
просп. Ленина, 90,  
655017 Абакан, Республика Хакасия, Российская Федерация*

Представлены результаты компьютерного моделирования методом Монте-Карло фазовых диаграмм одномерного (квазиодномерного) изинговского магнетика при конечных температурах. Исследовано влияние взаимодействия многочастичного (четырёхчастичного) и ближайших соседей до третьей координационной сферы на фазовые переходы и магнитные фазы в малом магнетике нанометровых размеров. Проанализирована связь фазовых диаграмм с диаграммами основных состояний; показано, что при увеличении температуры антиферромагнитный порядок становится более устойчивым при положительной связи в третьей координационной сфере. Установлена роль четырёхчастичного взаимодействия в стабилизации магнитных фаз. Определены общие черты фазовых диаграмм (независимо от размера) одномерного магнетика. Показано, что сложные ферромагнитные структуры изинговского магнетика стабилизируются при отрицательном взаимодействии ближайших соседей и (или) при учёте многочастичного взаимодействия. В рамках предложенного подхода возможны моделирование метастабильных фаз и расчёт динамических и статических критических индексов переходов и гистерезисных явлений для квазиодномерных магнетиков. Используется оригинальная маркировка одномерных магнитных фаз, основанная на шестнадцатеричной системе счисления. Впервые для конечных температур учтены все возможные фазы одномерного изинговского магнетика с периодом до 13 узлов при наличии сложного многочастичного межспинового взаимодействия. Это даёт возможность предсказать виды изотермических магнитных фазовых превращений при изменении внешнего магнитного поля и других параметров взаимодействия. Предложенный подход применим к магнитным кластерам и к квазиодномерным изинговским магнетикам, в основе которых лежат металлы Co, Fe и др.

Наведено результати комп'ютерного моделювання методою Монте-Карло фазових діаграм одновимірного (квазіодновимірного) Ізінґового магнетика при скінченних температурах. Досліджено вплив взаємодії багато-

частинкової (чотиричастинкової) та неблизьких сусідів до третьої координаційної сфери на фазові переходи та магнетні фази у малому магнетикі нанометрових розмірів. Проаналізовано зв'язок фазових діаграм з діаграмами основних станів; показано, що з ростом температури антиферомагнетний порядок стає більш стійким при позитивному зв'язку в третій координаційній сфері. Установлено ролі чотиричастинкової взаємодії в стабілізації магнетних фаз. Визначено загальні риси фазових діаграм (незалежно від розміру) одновимірного магнетика. Показано, що складні феримагнетні структури Ізінґового магнетика стабілізуються за негативної взаємодії неблизьких сусідів і (або) при урахуванні багаточастинкової взаємодії. В межах запропонованого підходу можливі моделювання метастабільних фаз, розрахунок динамічних і статичних критичних індексів переходів та гістерезисних явищ для квазіодновимірних магнетиків. Використовується оригінальне маркування одновимірних магнетних фаз, засноване на шістнадцятковій системі числення. Вперше для скінченних температур враховано всі можливі фази одновимірного Ізінґового магнетика з періодом до 13 вузлів за наявності складної багаточастинкової міжспінової взаємодії. Це надає можливість передбачити види ізотермічних магнетних фазових переходів при зміні зовнішнього магнетного поля та інших параметрів взаємодії. Запропонований підхід застосовується до магнетних кластерів та до квазіодновимірних Ізінґових магнетиків, в основі яких лежать метали Co, Fe та ін.

The results of Monte Carlo computer simulation of phase diagrams of one-dimensional (quasi-one-dimensional) Ising magnet at finite temperatures are presented. The influence of many-particle (four-particle) interactions and neighbours up to the third coordination sphere on the phase transitions and magnetic phases in a small nanometre-size magnet is investigated. The relationship of phase diagrams with diagrams of the ground states is analysed. As shown, the antiferromagnetic order becomes more stable with increasing temperature, if exchange integral in the third coordination sphere is positive. The role of four-particle interaction in the stabilization of magnetic phases is ascertained. The common features of phase diagrams are determined independently on the size of a magnet. As shown, the complex ferrimagnetic structure of the Ising magnet is stabilized at a negative interaction of non-nearest neighbours and (or) with accounting of many-particle interaction. The proposed approach allows modelling of metastable phases, calculating both the dynamic and static critical exponents of transitions and the hysteresis phenomena for quasi-one-dimensional magnets. Original marking of one-dimensional magnetic phases based on hexadecimal notations is used. For the first time, for finite temperatures, all possible phases of one-dimensional Ising magnet with a period of up to 13 sites in the presence of a complex many-particle interspin interaction are considered. This makes it possible to predict the types of isothermal magnetic phase transitions when the external magnetic field and other interaction parameters are changed. The proposed approach is applicable to magnetic clusters and quasi-one-dimensional Ising magnets based on such metals as Co, Fe, etc.

**Ключевые слова:** фазовая диаграмма, фазовый переход, метастабильная фаза, многочастичное взаимодействие, одномерная модель Изинга, нано-

магнетик.

(Получено 4 июня 2014 г.; окончат. вариант — 26 января 2015 г.)

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение низкоразмерных магнитных систем привлекает к себе внимание исследователей на протяжении нескольких десятилетий [1–3]. Это обусловлено тем, что низкоразмерные структуры представляют значительный интерес как для фундаментальной науки в силу широкого разнообразия их квантовых свойств, необычности физических процессов, протекающих в них, так и для создания материалов и технологий новых поколений [4–17].

Низкоразмерные магнитные системы реализуются на практике в виде ферромагнитных плёнок, мультислоёв и поверхностей. Особое место занимают одномерные и квазиодномерные системы. Существуют различные методы получения нитевидных структур, которые можно считать одномерными, также возможно синтезировать кристаллы, которые по своим магнитным свойствам близки к одномерным вырожденным системам. Первым соединением, проявляющим себя как линейная цепь или одномерный магнетик, было  $\text{Cu}(\text{NH}_3)_4\text{SO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$ . На сегодняшний день известны десятки соединений, проявляющих свойства одномерных магнитных систем. Среди них:  $\text{CsCoCl}_3 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{RbCoCl}_3 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{CsFeCl}_3 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{RbFeCl}_3 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ,  $[(\text{CH}_3)_3\text{NH}]\text{CoCl}_3 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$  и др. [14].

Детальная информация о магнитной структуре и свойствах одномерных и квазиодномерных систем, в основе которых лежат атомы металлов, может быть получена при использовании компьютерного моделирования. При этом удаётся исследовать не только начальное и конечное состояние материала, но и динамику процесса в зависимости от температуры, магнитного поля и других факторов [7]. Компьютерное исследование критических явлений в одномерных системах также актуально в связи со сложностью экспериментального достижения окрестностей критической точки, в особенности для одномерных или квазиодномерных систем. Хотя при моделировании магнетиков учитывали взаимодействие ближайших соседей [7, 8, 11, 15], но систематическое исследование фазовых диаграмм одномерных изинговских магнетиков при учёте многочастичных взаимодействий и взаимодействия ближайших соседей выполнено не было. Заметим, что указанное взаимодействие естественно следует из электронной теории металлов [16]. Необходимым начальным этапом в изучении критических явлений и свойств является построение фазовых диаграмм состояний. Для низкоразмерных магнетиков были рассмотрены диаграммы основных состояний при температуре абсолютного нуля [8]. Влияние

температуры, которое часто является решающим, не исследовалось. Строго говоря, при силах конечного радиуса для бесконечной одномерной системы фазовые переходы (как и квантовые фазовые переходы) наблюдаются только при абсолютном нуле  $T = 0$  К, хотя их влияние на свойства вещества простирается и на область конечных температур [9]. Для систем конечного размера при изменении параметров наблюдаются преобразования, которые можно трактовать как размытые фазовые переходы [10].

В магнитных системах интерес представляют диаграммы, на осях которых откладываются энергетические параметры, такие как напряжённость внешнего магнитного поля и энергии взаимодействия соседних атомов [11]. Каждая точка на фазовой диаграмме соответствует определённой конфигурации (магнитной фазе), реализующейся в системе. Анализ относительного расположения участков поверхностей, линий и точек, которые образуют диаграмму состояния, позволяет однозначно и наглядно определять условия фазового равновесия и появления в системе новых фаз. С помощью диаграмм определяют направление процессов, связанных с фазовыми переходами, осуществляют выбор режимов обработки образцов, которые влияют на энергетические параметры.

Целью настоящей работы является моделирование изотермических фазовых диаграмм одномерного изинговского наномангнетика при учёте сложного реалистического взаимодействия.

## 2. МОДЕЛЬ

В каждой точке диаграммы отображается результат процесса перехода системы в состояние с новым параметром поля, а за начальную конфигурацию берётся предыдущая конфигурация для данного значения  $J_2$ . Энергия конфигурации рассчитывается по формуле [7]:

$$E = -J_1 \sum_{i=1}^{N-1} S_i S_{i+1} - J_2 \sum_{i=1}^{N-2} S_i S_{i+2} - J_3 \sum_{i=1}^{N-3} S_i S_{i+3} - J_{1-4} \sum_{i=1}^{N-3} S_i S_{i+1} S_{i+2} S_{i+3} - H \sum_{i=1}^N S_i. \quad (1)$$

В простейшем случае узлом одномерной решётки является атом. Тогда  $J_1$  — энергия обменного взаимодействия спинов соседних атомов,  $J_2, J_3$  — энергия взаимодействия спинов со вторыми и третьими соседями соответственно,  $J_{1-4}$  — энергия четырёхчастичного взаимодействия,  $S_i$  — проекция вектора спина на выбранную ось ( $S_i = \pm 1$ ),  $H$  — проекция напряжённости внешнего магнитного поля на выбранную ось. В дальнейшем все энергетические параметры нормируются на энергию взаимодействия ближайших соседей  $J_1$  и представлены в безразмерных единицах. Модель может быть применена и к трёхмерным объектам (квазиодномерные магнетики

[12]): узлом решётки может быть молекула или группа атомов или молекул или атомная плоскость [13]. Тогда параметры взаимодействия  $J_1, J_2, J_3$  приобретают эффективный смысл. Удобно магнитные конфигурации (фазы) записывать не в двоичной форме («1» — проекция безразмерного вектора  $s$  спинового магнитного момента узла на некоторую ось положительна, «0» — отрицательна), а соответствующей ей числом в шестнадцатеричной системе счисления [8]. Изменение конфигурации происходит путём опрокидывания спина на случайном узле. Изменение принимается с вероятностью, зависящей от температуры и изменения энергии (алгоритм Метрополиса [7, 8, 17]). При этом переворот спина выполняется, если вероятность перехода оказывается больше числа, выбранного генератором случайных чисел из единичного интервала. В обратном случае спин не переворачивается и фаза не меняется, на этом заканчивается один шаг Монте-Карло. При каждом новом значении поля делается 1000 шагов Монте-Карло на один узел пока система не придёт в стабильное или метастабильное состояние, которое изображается на фазовой диаграмме.

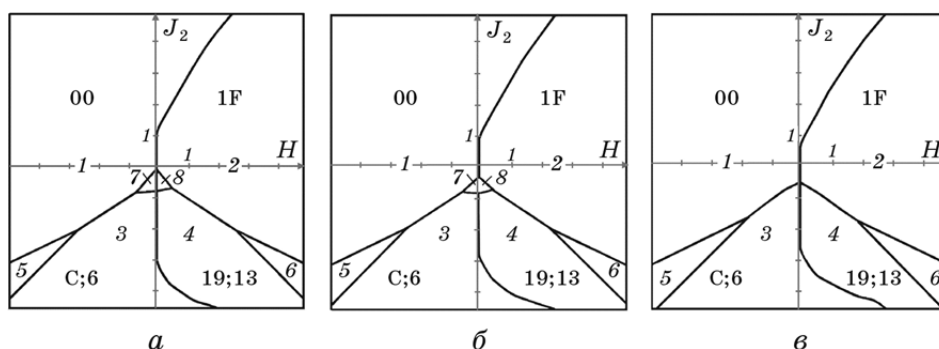
Далее используется относительная (безразмерная) абсолютная температура  $T$ ; единицы измерения —  $J_1/k_B$ . Тогда такая температура зависит от свойств взаимодействия конкретного вещества. В работе используется алгоритм Метрополиса с динамикой опрокидывания спина, который является вполне разумным приближением к реальной динамике анизотропного магнетика, спины которого связаны с колебаниями решётки при конечной температуре [17].

Из 1000 параллельных опытов выбирается конфигурация (фаза), которая встречается чаще других, и она считается стабильной (в редких случаях процедура приводит к метастабильной фазе). Если при данных параметрах энергия нескольких фаз оказывается одинаковой, то вероятности их реализации складываются. Увеличивая число шагов Монте-Карло на каждом шаге при изменении, например, поля, мы уменьшаем скорость процесса.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ ФАЗОВЫХ ДИАГРАММ

Рассмотрим изотермические фазовые диаграммы (диаграммы стабильности фаз при определённой температуре, параметры  $J_2$  и  $H$  (в безразмерных единицах) меняются в интервале  $[-5, 5]$ ) для разных материалов, отличающихся значением энергии взаимодействия в третьей координационной сфере при одинаковой безразмерной температуре  $T = 1$  и размере цепочки  $N = 5$  (рис. 1).

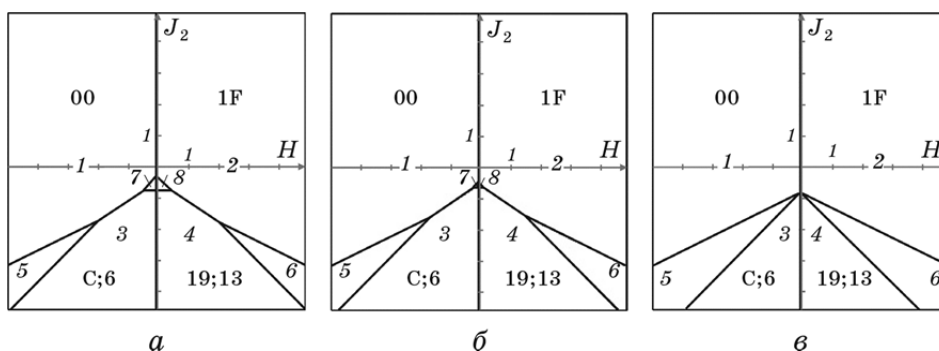
В областях 1 и 2 расположены ферромагнитные фазы, отличающиеся направлением результирующего магнитного момента («вниз» и «вверх» соответственно), 3 и 4 — антиферромагнитные фазы, в которых чередуются пары спинов (рис. 1). В областях 5–8



**Рис. 1.** Фазовые диаграммы в осях  $J_2$ - $H$  при  $T = 1$  для  $J_3 = 0,01$  (а),  $J_3 = 0,2$  (б),  $J_3 = 1$  (в).

расположены ферромагнитные конфигурации с некомпенсированным магнитным моментом, которые можно рассматривать как переходные между основными конфигурациями. В веществах с большим значением  $J_3$  (рис. 1, в) теряют стабильность переходные фазы 7 и 8, характерные для диаграмм основных состояний. Обращает на себя внимание искривление межфазной границы для больших значений параметра  $J_2$ . Это означает, что при  $H = 0$  реализуется метастабильная ферромагнитная фаза при  $J_2 > 1$ . Стабилизируются переходные фазы 5 и 6 за счёт антиферромагнитных областей 3 и 4. Данный эффект можно объяснить тем, что положительное взаимодействие между третьими соседями поддерживает ферромагнитный порядок в цепочке (как и  $J_1$ ), тем самым ослабляя влияние конкурирующего взаимодействия вторых соседей.

Сравним полученные диаграммы с диаграммами основных состояний для аналогичных параметров и размеров (рис. 2). Видно, что на диаграммах основных состояний фазы 7 и 8 теряют устойчи-



**Рис. 2.** Диаграммы основных состояний в осях  $J_2$ - $H$  для  $N = 5$ :  $J_3 = 0,01$  (а),  $J_3 = 0,2$  (б),  $J_3 = 1$  (в).

вость при меньшей энергии взаимодействия в третьей координационной сфере. Области 5 и 6 стабилизируются быстрее, и при  $J_3 = 1$  невозможен прямой переход из ферромагнитной фазы в антиферромагнитную (без прохождения переходных областей 5 и 6).

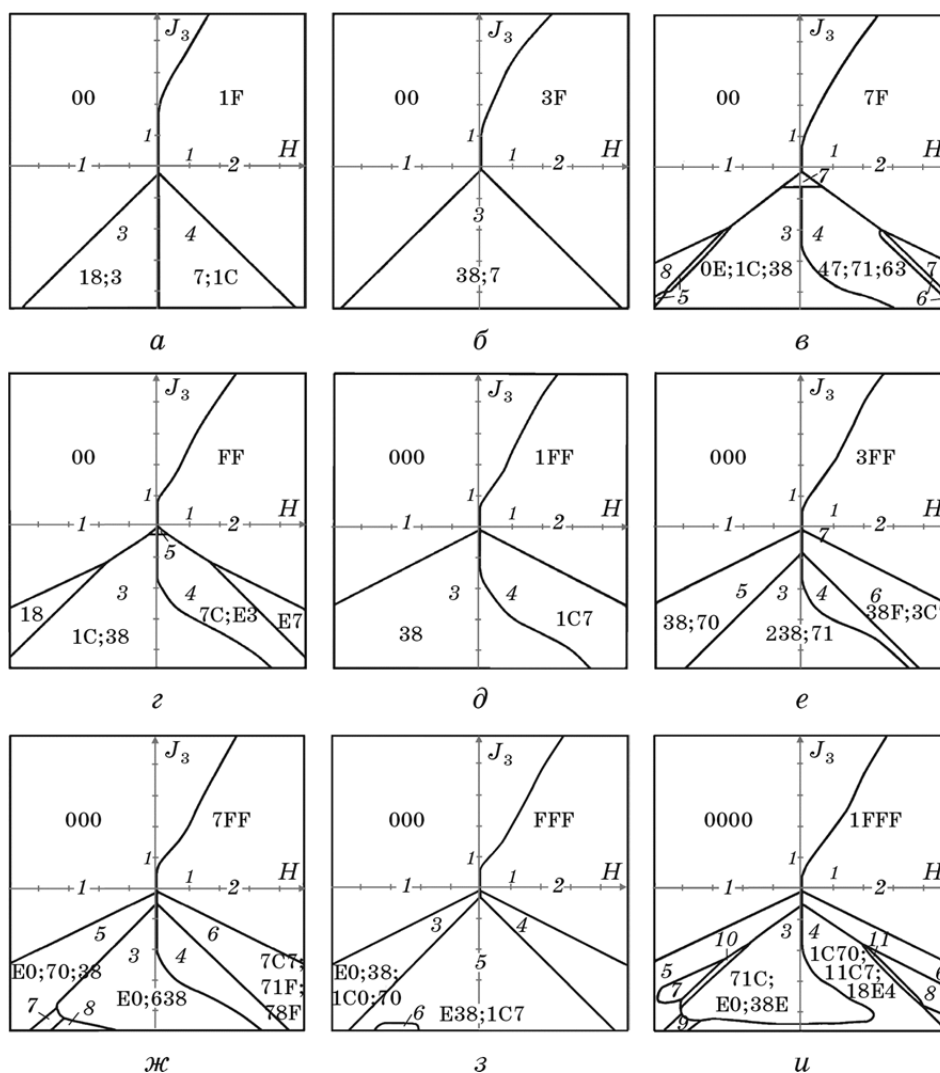
Площадь антиферромагнитной фазы на диаграмме при  $J_3 = 1$ ,  $T = 1$  в рассматриваемой области на 25% больше аналогичной области на диаграмме основных состояний; при этом площадь ферромагнитной фазы практически не меняется (на фазовых диаграммах уменьшение составило менее 0,1%). Итак, увеличение температуры стабилизирует антиферромагнитный порядок при наличии положительной связи в третьей координационной сфере ( $J_3 > 0$ ).

Перейдём к рассмотрению фазовых диаграмм в плоскости «энергия взаимодействия в третьей координационной сфере  $J_3$  и проекция внешнего магнитного поля  $H$ » при относительной температуре  $T = 1$ .

При отрицательной энергии взаимодействия в третьей координационной сфере образуются антиферромагнитные области, содержащие в отличие от фаз на диаграммах  $J_2-H$  чередующиеся не двойки, а тройки спинов. В промежуточных областях содержатся дефектные антиферромагнитные и ферромагнитные структуры.

На рисунке 3, *в* представлены следующие фазы (в шестнадцатеричной системе счисления): в области 5 — «18; 0C», 6 — «67; 73», 7 — «47; 71; 63; 1F; 7C». На рисунке 3, *е* область 4 содержит конфигурации «38E; 1C7», на рис. 3, *ж* области соответствуют: 4 — «1C7; 71C», 7 — «71; 470; E0; 438», 8 — «471», на рис. 3, *з* области соответствуют: 4 — «F8F; FC7; E3F; F1F», 6 — «38E; 8E3; C71; 71C». На рисунке 3, *и* области соответствуют: 5 — «1C0; 70; E0; 380; 38», 6 — «1F1F; 1E3F; 1F8F; 1FC7; 1C7F», 7 — «318; 238; 388», 8 — «1DC7; 1C77; 1CE7», 9 — «1C7; 1C70; 387; 1C38», 10 — «718; 31C; 638; 38C», 11 — «1C73; 19C7; 1CE3; 18E8».

Фазовые диаграммы для 5 и 6 узлов (рис. 3, *а, б*) подобны диаграммам основных состояний, отличаясь лишь искривлением межфазной границы (в направлении процесса) между ферромагнитными областями при положительной энергии взаимодействия в третьей координационной сфере. На диаграммах для 7 и 13 узлов (рис. 3, *в, и*), соответствующих первому типу по классификации [8], происходит выделение новых промежуточных областей 10 и 11. Для цепочек из 8–10 узлов (рис. 3, *г–е*) на фазовых диаграммах наблюдается искривление границ между ферромагнитными фазами при положительной энергии взаимодействия в третьей координационной сфере, а также антиферромагнитными областями при отрицательной энергии взаимодействия в третьей координационной сфере. При 11 (12) узлах в антиферромагнитной области при отрицательных значениях внешнего магнитного поля образуются новые фазы 7 и 8 (*б*), которые являются метастабильными и исчезают при



**Рис. 3.** Фазовые диаграммы в осях  $J_3$ - $H$  для  $N=5$  (*a*),  $N=6$  (*б*),  $N=7$  (*в*),  $N=8$  (*г*),  $N=9$  (*д*),  $N=10$  (*е*),  $N=11$  (*ж*),  $N=12$  (*з*),  $N=13$  (*и*).

уменьшении скорости процесса возрастания внешнего магнитного поля (в нашем случае оказалось достаточным замедление в 10 раз). При 13 узлах фазы 5 и 6 расширяются, захватывая области 7 и 8. При сильном отрицательном взаимодействии в третьей координационной сфере из антиферромагнитных фаз наблюдается только одна — область 4 (антиферромагнитная конфигурация из чередующихся сонаправленных троек:  $+1+1-1-1-1\dots$ ; рис. 3, *и*).

В кристалле кроме двухспинового обмена должен существовать



ещё и многоспиновый. На это было впервые указано в [18] и там же было отмечено, что из условия инвариантности гамильтониана относительно инверсии спинов следует, что в него должны входить произведения только чётного числа спинов. В литературе встречаются псевдоспиновые гамильтонианы с произведениями нечётного числа спинов (например,  $S_1 S_2 S_3$ ). Ясно, что такие гамильтонианы не имеют отношения к проблемам магнетизма, и в магнитных гамильтонианах многоспиновый обмен низшего порядка должен быть четырёхспиновым:  $\propto S_1 S_2 S_3 S_4$  [18].

Увеличение энергии четырёхчастичного взаимодействия приводит к размытию и дальнейшему исчезновению областей 7 и 8, также уменьшаются области 5 и 6 и при  $J_{1-4} > 0,4$  не реализуются (рис. 4). При достаточно большой энергии четырёхчастичного взаимодействия в системе существуют только ферромагнитные и антиферромагнитные фазы.

Сравним полученные диаграммы с диаграммами основных со-

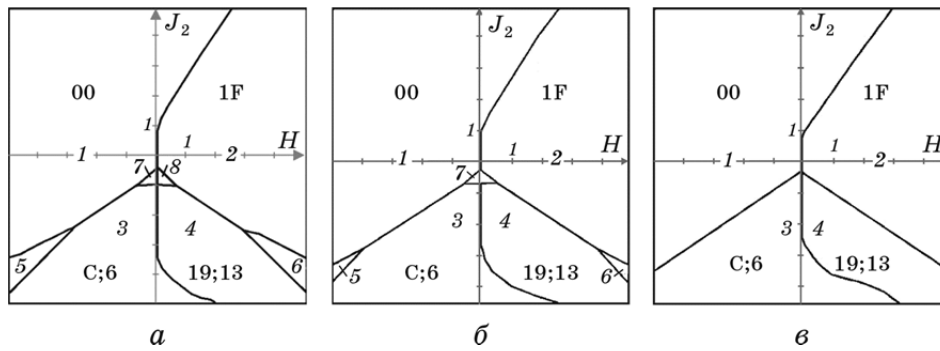


Рис. 4. Фазовые диаграммы в осях  $J_2-H$  при  $T = 1, N = 5$  для  $J_{1-4} = 0,01$  (а),  $J_{1-4} = 0,2$  (б),  $J_{1-4} = 0,7$  (в).

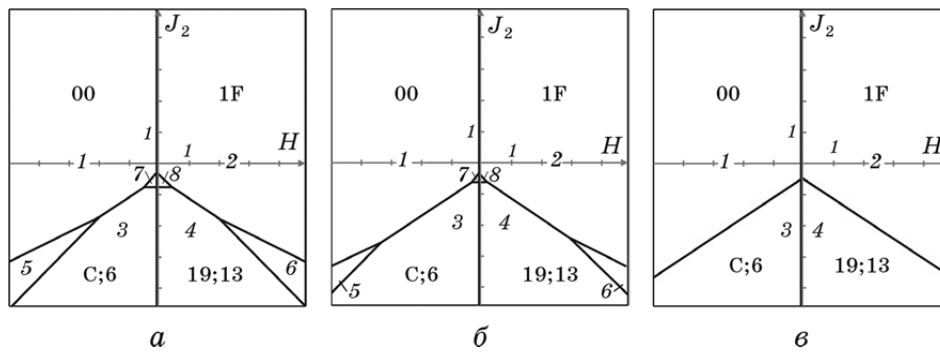
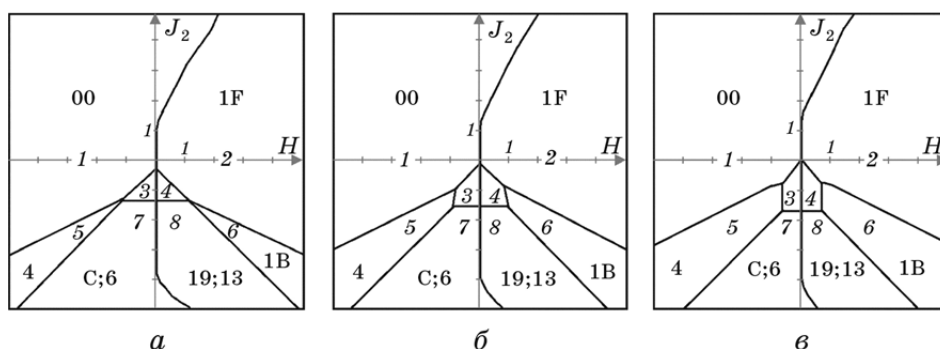


Рис. 5. Диаграммы основных состояний в осях  $J_2-H$ , если  $J_{1-4} = 0,01$  (а),  $J_{1-4} = 0,2$  (б),  $J_{1-4} = 0,7$  (в).



**Рис. 6.** Фазовые диаграммы в осях  $J_2$ - $H$  при  $T = 1$ :  $J_{1-4} = -0,3$  (а),  $J_{1-4} = -0,5$  (б),  $J_{1-4} = -0,7$  (в).

стояний для аналогичных параметров (рис. 5).

Различия между фазовыми диаграммами и диаграммами основных состояний минимальны и заключаются в искривлении границ на фазовых диаграммах вблизи прямой  $H = 0$ , а также тем, что на диаграммах основных состояний области 5 и 6 незначительно больше (увеличение за счёт антиферромагнитных областей).

При отрицательных значениях четырёхчастичного взаимодействия на фазовых диаграммах наблюдается значительное расширение переходных дефектных антиферромагнитных областей 3 («3;18») и 4 («1С;7»), 5 и 6 (рис. 6) по сравнению диаграммами, не учитывающими дальнего и четырёхчастичного взаимодействия.

Помимо этого перестройка магнитной структуры (то есть, фазовый переход) при смене знака напряжённости внешнего магнитного поля происходит быстрее для веществ с отрицательной энергией четырёхчастичного взаимодействия.

Таким образом, наличие в образце четырёхчастичного взаимодействия существенно влияет на устойчивость магнитных фаз. Подбирая параметр  $J_{1-4}$  (на параметры влияет химический состав и способ приготовления материала), можно либо стабилизировать переходные области между ферромагнитными и антиферромагнитными фазами, тем самым затрудняя переход между ними, либо наоборот свести эти области к минимуму или исключить полностью, делая возможным непосредственный переход между ферромагнитными и антиферромагнитными фазами при любых значениях  $J_2$ . Подобный переход в некоторых случаях наблюдается экспериментально [12].

#### 4. ВЫВОДЫ

Предложен подход, в рамках которого возможно построение фазо-

вых диаграмм для одномерных (квазиодномерных) изинговских магнетиков при конечных температурах при учёте сложного реалистического взаимодействия. В рамках модели конечного размера описание выполняется строго: не используется техника, основанная на разложениях в ряды. Впервые перечислены все возможные магнитные фазы и изотермические фазовые переходы для одномерных изинговских магнетиков с периодом до 13 узлов, реализующиеся при конечных температурах, в том числе стабилизируемые четырёхчастичным взаимодействием и взаимодействием третьих соседей. В основе подобных магнитных систем лежат металлы Co, Fe и др.

При увеличении энергии взаимодействия в третьей координационной сфере становятся менее устойчивыми антиферромагнитные фазы, а при учёте положительного четырёхчастичного взаимодействия, наоборот, стабильность ферро- и антиферромагнитных фаз увеличивается, а переходные области теряют устойчивость. При учёте более дальнедействующих взаимодействий следует ожидать появление небольшого количества новых более сложных антиферромагнитных и ферромагнитных фаз, однако области стабильности основных ферромагнитных и антиферромагнитных фаз на фазовой диаграмме будут только уменьшаться при появлении более сложных структур. Отметим, что при современном состоянии эксперимента учёт дополнительных дальнедействующих взаимодействий является преждевременным, так же как и рассмотрение одномерных моделей, размером более 13–15 узлов.

Увеличение размеров системы приводит к появлению промежуточных ферромагнитных областей между основными фазами на фазовых диаграммах. В области стабильности антиферромагнитных фаз появляются метастабильные фазы, которые отсутствуют на диаграммах основных состояний. Пока в квазиодномерных изинговских магнетиках экспериментально наблюдаются только ферромагнитные и простые антиферромагнитные фазы [4, 5, 12]. Для дальнейшего развития предложенного подхода необходимы экспериментальные данные по новым фазам в одномерных и квазиодномерных изинговских магнетиках.

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. W. Li and P. Tong, *Phys. Rev. E*, **83**, Iss. 3: 031128 (2011).
2. A. Vindigni and M. G. Pini, *J. Phys.: Condens. Matter*, **21**, No. 23: 236007 (2009).
3. R. Soto, G. Martinez, M. N. Baibich, J. M. Florez, and P. Vargas, *Phys. Rev. B*, **79**, No. 18: 184422 (2009).
4. A. N. Rudenko, V. V. Mazurenko, V. I. Anisimov, and A. I. Lichtenstein, *Phys. Rev. B*, **79**: 144418 (2009).

5. V. V. Mazurenko, F. Mila, and V. I. Anisimov, *Phys. Rev.*, **73**: 014418 (2006).
6. С. П. Губин, *Российский химический журнал*, **XLIV**, № 6: 23 (2000).
7. Е. В. Галичина, Д. В. Спири́н, В. Н. Удодов, *Физико-химические аспекты изучения кластеров, наноструктур и наноматериалов* (Ред. В. М. Самосонов, Н. Ю. Сдобняков) (Тверь: Тверской государственный университет: 2010), № 2, с. 10.
8. Д. В. Спири́н, В. Н. Удодов, *Материалы IX Всероссийского семинара «Моделирование неравновесных систем» (13–15 октября 2006, Красноярск, Россия)*, с. 171.
9. Б. П. Горшунов, А. В. Пронин, А. С. Прохоров, *Физика твёрдого тела*, **53**, № 4: 774 (2011).
10. В. Н. Удодов, Ю. И. Паскаль, А. И. Потехаев и др., *Металлофиз. новейшие технол.*, **16**, № 5: 43 (1994).
11. М. Е. Шабунин, Е. В. Шабунина, *Материалы Первой Всероссийской конференции «Перспективные материалы в технике и строительстве» (21–25 октября 2013 г.)* (Томск: Издательство Томского государственного архитектурно-строительного университета: 2013), с. 289.
12. К. С. Александров, Н. В. Федосеева, И. П. Спевакова, *Магнитные фазовые переходы в галлоидных кристаллах* (Новосибирск: Наука: 1983).
13. Ю. В. Ракитин, В. Т. Калинин, *Современная магнетохимия* (Санкт-Петербург: Наука: 1994).
14. R. L. Carlin, *Magnetochemistry* (Berlin–Heidelberg: Springer-Verlag: 1986).
15. H. Müller-Krumbhaar and D. P. Landau, *Phys. Rev. B*, **14**: 2014 (1976).
16. A. A. Abrikosov, *Fundamentals of the Theory of Metals* (Amsterdam: North-Holland: 1988).
17. H. Gould, J. Tobochnik, and W. Christian, *An Introduction to Computer Simulation Methods: Applications to Physical Systems* (Reading, MA: Addison-Wesley: 2006).
18. М. М. Боголюбов, *Лекції з квантової статистики* (Київ: Радянська школа: 1949).

## REFERENCES

1. W. Li and P. Tong, *Phys. Rev. E*, **83**, Iss. 3: 031128 (2011).
2. A. Vindigni and M. G. Pini, *J. Phys.: Condens. Matter*, **21**, No. 23: 236007 (2009).
3. R. Soto, G. Martinez, M. N. Baibich, J. M. Florez, and P. Vargas, *Phys. Rev. B*, **79**, No. 18: 184422 (2009).
4. A. N. Rudenko, V. V. Mazurenko, V. I. Anisimov, and A. I. Lichtenstein, *Phys. Rev. B*, **79**: 144418 (2009).
5. V. V. Mazurenko, F. Mila, and V. I. Anisimov, *Phys. Rev.*, **73**: 014418 (2006).
6. S. P. Gubin, *Rossiyskiy Khimicheskiy Zhurnal*, **XLIV**, No. 6: 23 (2000) (in Russian).
7. E. V. Galichina, D. V. Spirin, and V. N. Udodov, *Fiziko-Khimicheskie Aspekty Izucheniya Klasterov, Nanostruktur i Nanomaterialov (Physico-Chemical Aspects of the Study of Clusters, Nanostructures and Nanomaterials)* (Eds. V. M. Samosonov and N. Yu. Sdobnyakov) (Tver: Tver State University: 2010), No. 2, p. 10 (in Russian).

8. D. V. Spirin and V. N. Udodov, *Materialy IX Vserossiyskogo Seminara 'Modelirovanie Neravnovesnykh Sistem' (October 13–15, 2006, Krasnoyarsk, Russia)*, p. 171 (in Russian).
9. B. P. Gorshunov, A. V. Pronin, and A. S. Prokhorov, *Fizika Tverdogo Tela*, **53**, No. 4: 774 (2011) (in Russian).
10. V. N. Udodov, Yu. I. Paskal', A. I. Potekaev et al., *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **16**, No. 5: 43 (1994) (in Russian).
11. M. E. Shabunin and E. V. Shabunina, *Materialy Pervoy Vserossiyskoy Konferentsii 'Perspektivnye Materialy v Tekhnike i Stroitel'stve' (October 21–25, 2013)* (Tomsk: Izdatel'stvo Tomskogo Gosudarstvennogo Arkhitekturno-Stroitel'nogo Universiteta: 2013), p. 289 (in Russian).
12. K. S. Aleksandrov, N. V. Fedoseeva, and I. P. Spevakova, *Magnitnye Fazovye Perekhody v Galoidnykh Kristallakh (Magnetic Phase Transitions in Halide Crystals)* (Novosibirsk: Nauka: 1983) (in Russian).
13. Yu. V. Rakitin and V. T. Kalinnikov, *Sovremennaya Magnitokhimiya (Modern Magnetochemistry)* (Saint-Petersburg: Nauka: 1994) (in Russian).
14. R. L. Carlin, *Magnetochemistry* (Berlin–Heidelberg: Springer-Verlag: 1986).
15. H. Müller-Krumbhaar and D. P. Landau, *Phys. Rev. B*, **14**: 2014 (1976).
16. A. A. Abrikosov, *Fundamentals of the Theory of Metals* (Amsterdam: North-Holland: 1988).
17. H. Gould, J. Tobochnik, and W. Christian, *An Introduction to Computer Simulation Methods: Applications to Physical Systems* (Reading, MA: Addison-Wesley: 2006).
18. M. M. Bogolyubov, *Lektsii z Kvantovoyi Statystyky (Lectures on Quantum Statistics)* (Kyiv: Radyans'ka Shkola: 1949) (in Ukrainian).