

# НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ

## РАЗДЕЛ

УДК 539.4

### Усталость металлов при неоднородном напряженном состоянии. Сообщение 1. Методы оценки напряженного состояния и результаты исследования

**В. Т. Трощенко**

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

*Рассмотрены методы оценки напряженно-деформированного состояния и градиента напряжений в неоднородно напряженных конструктивных элементах при упругом и упругопластическом циклическом деформировании. Систематизированы результаты исследования усталости металлов и сплавов при неоднородном напряженном состоянии, в том числе при наличии концентрации напряжений, и методы, позволяющие описывать зависимости характеристик сопротивления усталости от градиента напряжений.*

**Ключевые слова:** многоцикловая усталость, неоднородное напряженное состояние, концентрация и градиенты напряжений, локальные напряжения в вершине концентратора.

**Введение.** Одним из основных факторов, определяющих величину предела выносливости материалов, является напряженное состояние исследуемого образца или конструктивного элемента [1–5].

Напряженное состояние конструктивного элемента определяется, с одной стороны, напряженным состоянием в максимально напряженной точке, характеризуемым либо величиной максимальных нормальных (касательных) напряжений, либо эквивалентных, учитывающих многоосность нагружения и рассчитанных в соответствии с тем или иным критерием, с другой – характером изменения напряжений в зависимости от геометрических размеров, в первую очередь поперечного сечения.

В качестве характеристики неоднородного напряженного состояния в рассматриваемой точке используется, как правило, градиент напряжений.

Известно большое количество работ, в которых исследуется напряженное состояние неоднородно напряженных конструктивных элементов при упругом деформировании, в том числе при наличии концентрации напряжений, и соответствующие им градиенты напряжений.

Существенно усложняется оценка напряженно-деформированного состояния и градиентов напряжений в неоднородно напряженных конструктивных элементах при неупругом деформировании. Следует различать номинальные напряжения, рассчитанные без учета неупругости, а в случае наличия кон-

центраторов напряжения и без учета концентрации напряжений, и действительные, рассчитанные с учетом концентрации и неупругости.

Многочисленные экспериментальные данные показывают, что характеристики сопротивления усталости в условиях однородного и неоднородного напряженных состояний существенно различаются.

Так, пределы выносливости металлов и сплавов на базе  $10^7$  цикл при изгибе могут на 50% и более превышать пределы выносливости при осевом нагружении, локальные напряжения в вершине концентратора напряжений, соответствующие пределу выносливости, значительно выше предела выносливости гладких образцов при том же числе циклов нагружения. В то же время номинальные напряжения в сечении концентратора, соответствующие пределу выносливости, существенно ниже предела выносливости гладких образцов.

Для объяснения и учета в расчетах расхождения в характеристиках сопротивления усталости металлов и сплавов в условиях однородного и неоднородного напряженных состояний используются различные подходы.

Большое количество работ, посвященных исследованию и анализу характеристик сопротивления усталости металлов и сплавов при неоднородном напряженном состоянии, и многообразие подходов к обоснованию наблюдаемых закономерностей свидетельствуют о важности и сложности решения этой проблемы.

В настоящей работе с использованием данных, приведенных в литературных источниках, и оригинальных результатов кратко рассматриваются характеристики сопротивления усталости металлов и сплавов в условиях неоднородного напряженного состояния, а также подходы, позволяющие объяснить наблюдаемые закономерности. Более подробно с использованием результатов оригинальных исследований изучаются особенности циклического деформирования металлов и сплавов при наличии градиентов напряжений и роль этого фактора в отмечаемых закономерностях усталостного разрушения.

**Напряженное состояние и градиенты напряжений при упругом деформировании.** На рис. 1 показано распределение нормальных напряжений по сечению гладких образцов при растяжении, образцов разных размеров при изгибе и в вершине концентратора напряжений при растяжении. Как видно, максимальные напряжения имеют место на поверхности образцов и концентратора напряжений и по мере удаления от поверхности они уменьшаются.

При одинаковом максимальном напряжении на поверхности относительный объем материала, находящийся в зоне высоких напряжений, для различных видов нагружения (растяжение, изгиб, концентрация напряжений) существенно различается.

В поверхностном слое, где имеют место максимальные напряжения и градиенты напряжений, градиент напряжений  $\eta$  и относительный градиент напряжений  $\bar{\eta}$  будут соответственно равны

$$\eta = \frac{d\sigma}{dx_{x=0}}; \quad (1)$$

$$\bar{\eta} = \frac{1}{\sigma_{\max}} \frac{d\sigma}{dx}_{x=0}. \quad (2)$$

Важной характеристикой напряженного состояния в вершине концентратора напряжений является теоретический коэффициент концентрации напряжений

$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{(\sigma)_{\text{ном}}}, \quad (3)$$

где  $\sigma_{\max}$  – максимальные напряжения в вершине концентратора при упругом деформировании;  $(\sigma)_{\text{ном}}$  – номинальные (средние) напряжения в сечении концентратора.

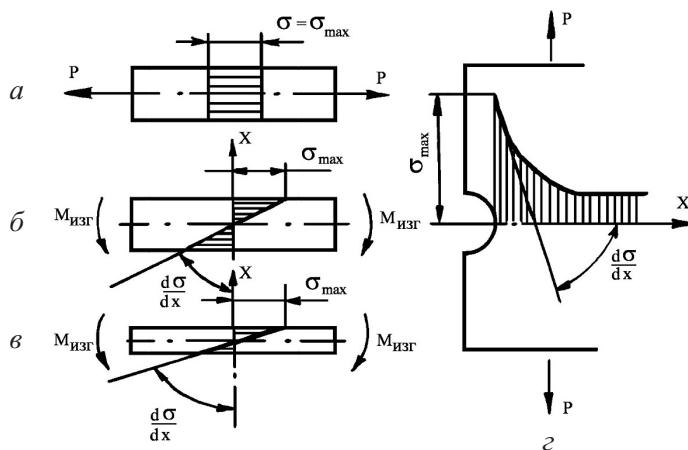


Рис. 1. Распределение нормальных напряжений по сечению гладких образцов при растяжении (a), образцов разных размеров при изгибе (б, в) и в концентраторе напряжений при растяжении (г).

На рис. 2 показано распределение напряжений в боковом надрезе в плоском образце и в круговой выточке в цилиндрических образцах при растяжении.

В тонком плоском образце в вершине концентратора имеет место одноосное напряженное состояние, которое при продвижении в глубь образца переходит в двухосное напряженное состояние. В цилиндрическом образце двухосное напряженное состояние на поверхности концентратора переходит в трехосное по мере удаления от поверхности.

Распределение напряжений, приведенное на рис. 2,б, получено в работе [6] с использованием метода конечных элементов для концентратора с  $K_t = 2,78$  ( $\rho = 0,33$  мм,  $a = 0,73$  мм). Рис. 2,в иллюстрирует распределение напряжений в круговой выточке ( $K_t = 2,11$ ) в цилиндрическом образце при растяжении при больших пластических деформациях, полученное численным методом в работе [7] для образцов из углеродистой стали.

Исследованию градиентов напряжений посвящено большое количество работ [1, 3, 5, 8–15] и др.

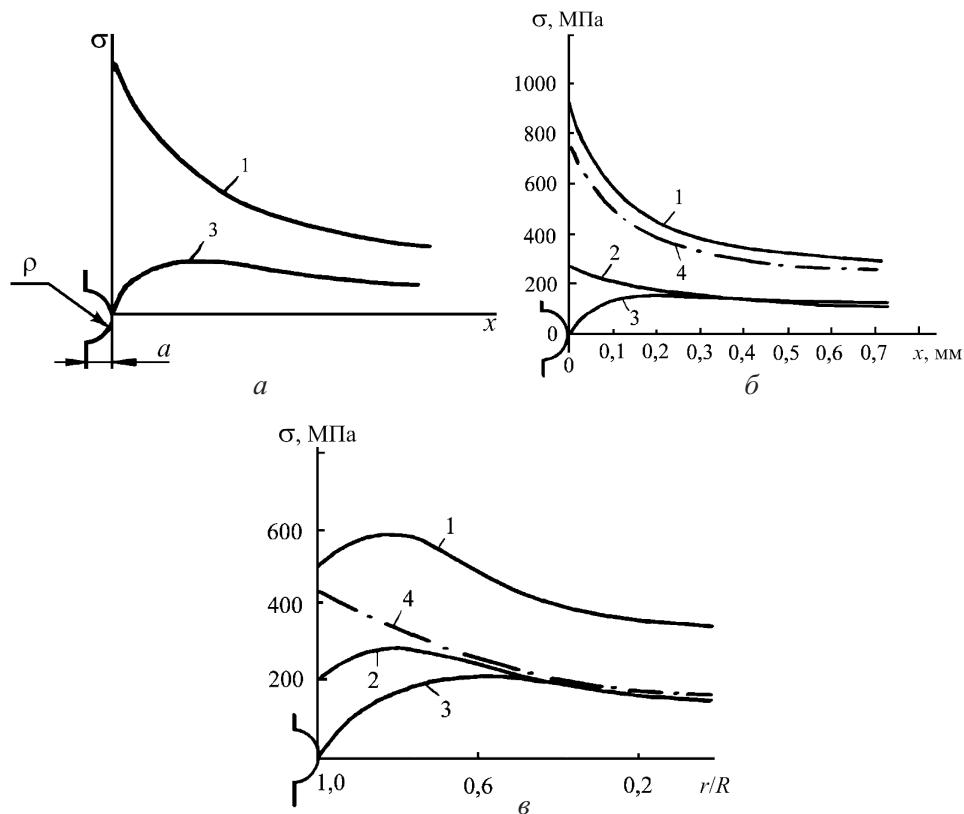


Рис. 2. Распределение напряжений в концентраторах при упругом ( $a, b$ ) и упругопластическом ( $c$ ) деформировании плоского ( $a$ ) и цилиндрических ( $b, c$ ) образцов ( $r$  – расстояние от оси образца;  $R$  – радиус сечения образца): 1, 2, 3, 4 – соответственно осевые, окружные, радиальные и эквивалентные, в соответствии с критерием Мизеса, напряжения.

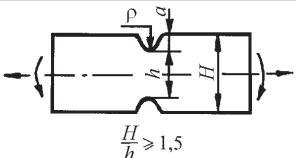
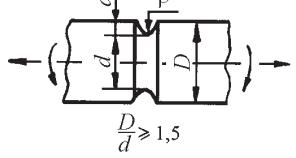
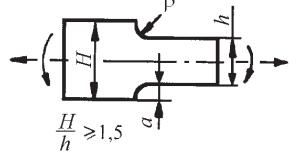
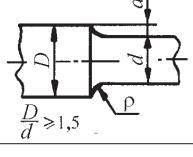
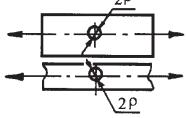
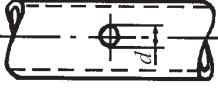
В табл. 1 приведены величины относительных градиентов максимальных нормальных  $\bar{\eta}$  и касательных  $\bar{\eta}_\tau$  напряжений при упругом деформировании для различных видов нагружения и концентраторов напряжений, обобщенные в [3, 5, 13].

В ряде работ предпринимаются попытки уточнить величины относительных градиентов напряжений для представленных в табл. 1 конструктивных элементов на основании более точного подсчета напряжений в вершине концентратора, а также учета особенностей распределения напряжений по толщине и контуру концентратора и т.п. [12, 13]. Установлено, что данные величины, определенные с учетом дополнительных факторов, не очень существенно отличаются от приведенных в табл. 1. Однако учет этой разницы полезен при расчете коэффициентов интенсивности напряжений для трещин, зародившихся в вершине концентратора, при оценке максимального напряженного объема материала в зоне концентратора напряжений с использованием вероятностных методов оценки прочности и т.п.

Количество работ, посвященных исследованию напряжений в концентраторе и соответственно градиентов напряжений, в первую очередь с использованием численных методов, постоянно растет [16–19 и др].

Таблица 1

## Величины относительных градиентов напряжений

| Конструктивный элемент  | Изгиб<br>$\bar{\eta}$                       | Растяжение–сжатие<br>$\bar{\eta}$ | Кручение<br>$\bar{\eta}_\tau$    |
|---|---|-----------------------------------|----------------------------------|
| <br>$\frac{H}{h} \geq 1,5$   | $\frac{2}{\rho} + \frac{2}{h}$              | $\frac{2}{\rho}$                  | —                                |
| То же, $\frac{H}{h} < 1,5$  | $\frac{2(1+\varphi)}{\rho} + \frac{2}{h}$   | $\frac{2(1+\varphi)}{\rho}$       | —                                |
| <br>$\frac{D}{d} \geq 1,5$   | $\frac{2}{\rho} + \frac{2}{d}$              | $\frac{2}{\rho}$                  | $\frac{1}{\rho} + \frac{2}{d}$   |
| То же, $\frac{D}{d} < 1,5$  | $\frac{2(1+\varphi)}{\rho} + \frac{2}{d}$   | $\frac{2(1+\varphi)}{\rho}$       | $\frac{1}{\rho} + \frac{2}{d}$   |
| <br>$\frac{H}{h} \geq 1,5$   | $\frac{2,3}{\rho} + \frac{2}{h}$            | $\frac{2,3}{\rho}$                | —                                |
| То же, $\frac{H}{h} < 1,5$  | $\frac{2,3(1+\varphi)}{\rho} + \frac{2}{h}$ | $\frac{2,3(1+\varphi)}{\rho}$     | —                                |
| <br>$\frac{D}{d} \geq 1,5$ | $\frac{2,3}{\rho} + \frac{2}{d}$            | $\frac{2,3}{\rho}$                | $\frac{1,5}{\rho} + \frac{2}{d}$ |
| То же, $\frac{D}{d} < 1,5$  | $\frac{2,3(1+\varphi)}{\rho} + \frac{2}{d}$ | $\frac{2,3(1+\varphi)}{\rho}$     | $\frac{1,5}{\rho} + \frac{2}{d}$ |
|                            | —   | $\frac{2,3}{\rho}$                | —                                |
|                            | —   | —                                 | $\frac{1}{R_0} + \frac{2}{d}$    |
|                            | —   | —                                 | $\frac{6}{d}$                    |

Примечание.  $\varphi = \frac{1}{4\sqrt{a/\rho + 2}}$ .

**Напряженно-деформированное состояние при неупругом деформировании.** В процессе циклического деформирования может иметь место циклическое разупрочнение и упрочнение материала, в результате чего зависимость между напряжениями и деформациями будет существенно отличаться от диаграммы деформирования при статическом растяжении [2, 3, 5].

Циклические диаграммы деформирования строятся в координатах амплитуда напряжений  $\sigma_a$  – амплитуда деформации  $\varepsilon_a$ . Амплитуда деформации может быть найдена как сумма упругой  $\Delta\sigma/2E$  и неупругой  $\Delta\varepsilon_n/2$  деформаций:

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} + \frac{\Delta\varepsilon_n}{2}, \quad (4)$$

где  $E$  – модуль упругости материала;  $\Delta\varepsilon_n$  – неупругая деформация за цикл, соответствующая стадии стабилизации деформаций или половине числа циклов нагружения до разрушения;  $\Delta\sigma$  – размах напряжений.

Закономерности неупругого деформирования металлов и сплавов при многоцикловом нагружении подробно рассмотрены в работах [2, 3, 5].

Зависимость (4) с учетом результатов Рамберга–Огуда [20] может быть записана в виде

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} + \left( \frac{\Delta\sigma}{2K'} \right)^{n'}, \quad (5)$$

где  $n'$  и  $K'$  – постоянные материала. Для большинства конструкционных материалов  $n'$  изменяется в пределах 0,05...0,2.

Рис. 3 иллюстрирует распределение напряжений по высоте образца при циклическом изгибе при неупругом и упругом деформировании. Максимальные напряжения  $\sigma_{max}$  на поверхности образца, подсчитанные с учетом неупругости, которые будем называть действительными напряжениями, меньше, чем номинальные максимальные напряжения  $(\sigma_{max})_{nom}$ , подсчитанные в предположении упругого деформирования.

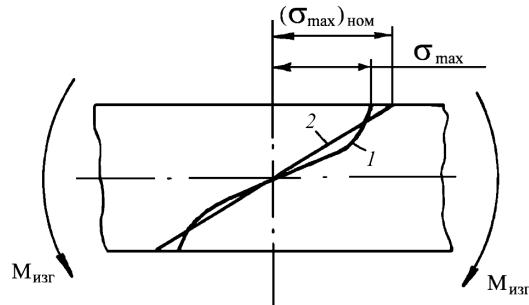


Рис. 3. Распределение напряжений по высоте образца при изгибе при неупругом (1) и упругом (2) деформировании.

Определение действительных напряжений в концентраторе с учетом неупругих деформаций проводится как с использованием численных методов, так и расчетно-экспериментальных, в первую очередь методов Нейбера, Глинки и др.

Нейбер [21] предложил следующую формулу, основанную на анализе сдвиговых деформаций и напряжений в призматическом стержне, которая затем была распространена на другие виды статического и циклического нагружения [22–26 и др.]:

$$K_\sigma K_\varepsilon = K_t^2. \quad (6)$$

Здесь  $K_t$  – теоретический коэффициент концентрации напряжений;  $K_\sigma$ ,  $K_\varepsilon$  – коэффициенты концентрации напряжений и деформаций соответственно,  $K_\sigma = \sigma/\sigma_{\text{ном}}$ ,  $K_\varepsilon = \varepsilon/e$ , где  $\sigma_{\text{ном}}$ ,  $e$  – номинальные напряжения и деформации;  $\sigma$ ,  $\varepsilon$  – локальные напряжения и деформации в вершине концентратора.

Для циклического нагружения, обозначив размахи номинальных напряжений и деформаций  $\Delta\sigma_{\text{ном}}$  и  $\Delta\varepsilon$  и размахи действительных напряжений и деформаций в основании концентратора  $\Delta\sigma$  и  $\Delta\varepsilon$ , запишем

$$K_t^2 \Delta\sigma_{\text{ном}} \Delta\varepsilon = \Delta\sigma \Delta\varepsilon. \quad (7)$$

Если предположить, что обычно номинальные напряжения и деформации соответствуют упругому участку диаграммы циклического деформирования, будем иметь

$$\frac{(K_t \Delta\sigma_{\text{ном}})^2}{E} = \Delta\sigma \Delta\varepsilon. \quad (8)$$

Подставим в выражение (8) размах деформации  $\Delta\varepsilon$  в соответствии с зависимостью (5) и разделим обе части уравнения на четыре. В результате получим

$$\frac{(K_t \Delta\sigma_{\text{ном}})^2}{4E} = \frac{\Delta\sigma^2}{4E} + \frac{\Delta\sigma}{2} \left( \frac{\Delta\sigma}{2K'} \right)^{1/n'}. \quad (9)$$

Совместное решение системы уравнений (5) и (9) позволит определить величины  $\Delta\varepsilon$  и  $\Delta\sigma$  для выбранного теоретического коэффициента концентрации напряжений  $K_t$ , постоянных материала  $n'$ ,  $K'$  и  $E$  и принятого напряжения  $\sigma_{\text{ном}}$ .

Величины  $\Delta\sigma$  и  $\Delta\varepsilon$  в соответствии с методом Нейбера можно определить графически (рис. 4). На рис. 4 кривая  $A$  представляет диаграмму циклического деформирования исследуемого материала при растяжении–сжатии, кривая  $B$  соответствует зависимости (8). На кривой  $A$  точка 1 соответствует размахам номинальных напряжений  $\Delta\sigma_{\text{ном}}$  и деформаций  $\Delta\varepsilon$ , в результате пересечения кривых  $A$  и  $B$  получаем точку 2, координаты которой соответствуют искомым напряжениям  $\Delta\sigma$  и деформациям  $\Delta\varepsilon$ .

Дальнейшее развитие метод Нейбера получил в работах [27–32] и др.

Основное уравнение метода, предложенного в работах [27–29] и получившего название метода эквивалентной удельной энергии (ESED), имеет следующий вид:

$$K_t^2 W_s = W_\sigma, \quad (10)$$

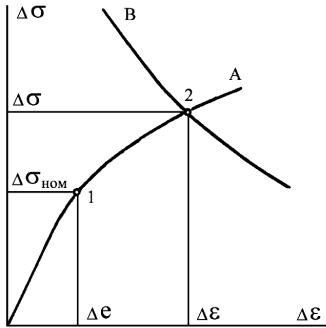


Рис. 4. Графическая интерпретация метода Нейбера.

где  $W_\sigma$  – удельная энергия деформации, соответствующая напряжениям и деформациям в вершине концентратора,  $W_\sigma = \int_0^\varepsilon \sigma d\varepsilon$ ;  $W_s$  – удельная энергия

деформации, рассчитанная с учетом номинальных напряжений и деформаций,  $W_s = \int_0^e \sigma_{\text{ном}} d\varepsilon$ .

Предположив, что номинальные напряжения и деформации упругие, получим  $W_s = \frac{1}{2} \sigma_{\text{ном}} e$ . С учетом этого запишем

$$\frac{(K_t \sigma_{\text{ном}})^2}{E} = 2W_\sigma. \quad (11)$$

Для циклического нагружения имеем

$$\frac{(K_t \Delta\sigma_{\text{ном}})^2}{E} = 2W_\sigma. \quad (12)$$

Энергия  $W_\sigma$  является суммой упругой  $W_e = \frac{1}{2}(\Delta\sigma)^2$  и неупругой  $W_h = \frac{1}{1+n'} \Delta\sigma \Delta\varepsilon_h$  энергий [33]:

$$W_\sigma = \frac{1}{2}(\Delta\sigma)^2 + \frac{1}{1+n'} \Delta\sigma \Delta\varepsilon_h$$

или с учетом (5):

$$W_\sigma = \frac{1}{2}(\Delta\sigma)^2 + \frac{2\Delta\sigma}{1+n'} \left( \frac{\Delta\sigma}{2K'} \right)^{1/n'}. \quad (13)$$

Подставим (13) в уравнение (12) и разделим обе части уравнения на четыре. В результате получим

$$\frac{(K_t \sigma_{\text{ном}})^2}{4E} = \frac{\Delta \sigma^2}{4E} + \frac{\Delta \sigma^2}{n' + 1} \left( \frac{\Delta \sigma}{2K'} \right)^{1/n'}. \quad (14)$$

Величины  $\Delta\sigma$  и  $\Delta\varepsilon$  могут быть найдены путем совместного решения уравнений (5) и (14).

Анализ полученных зависимостей, выполненный в работе [34], показывает, что при деформировании, близком к упругому, локальные напряжения и деформации, рассчитанные в соответствии с методами Нейбера и ESED, близки, в случае значительной локализованной неупругости локальные напряжения и деформации, определенные по методу Нейбера, всегда выше, чем по методу ESED.

Исследования коэффициентов концентрации напряжений и деформаций при различных величинах номинальных переменных напряжений ( $\sigma_a$ )<sub>ном</sub> при многоцикловом симметричном осевом нагружении цилиндрических образцов с круговой выточкой из сталей 1Х13 и 45 проводились ранее [35]. Результаты этих исследований приведены в координатах  $K_\sigma(K_\varepsilon) - (\sigma_a)$ <sub>ном</sub> на рис. 5, где сплошные линии соответствуют  $\sqrt{K_\sigma K_\varepsilon}$ , вертикальными штриховыми линиями отмечены напряжения, соответствующие пределу выносливости на базе  $10^7$  цикл.

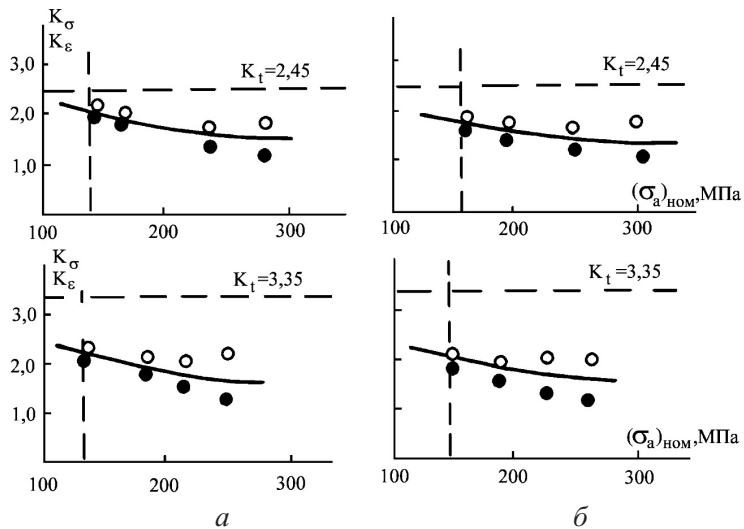


Рис. 5. Изменение  $K_\sigma$  (●) и  $K_\varepsilon$  (○) в зависимости от величины номинальных напряжений при многоцикловой усталости сталей 1Х13 (а) и 45 (б).

Сравнение определенных с использованием методов Нейбера и ESED действительных и номинальных напряжений и градиентов напряжений в вершине концентратора ( $K_t = 2,8$ ) при упругом и неупругом многоцикловом деформировании стали ЭИ726 выполнено в работе [36].

Результаты этих исследований приведены на рис. 6 и 7. Видно, что действительные напряжения в концентраторе заметно выше, чем номинальные напряжения, хотя по сравнению с произведением  $K_t(\sigma_a)$ <sub>ном</sub> (на рис. 6

кривая 3) они существенно ниже. Градиенты напряжений при неупругом деформировании  $\eta_\sigma$  существенно ниже, чем при упругом  $\eta_y$  (рис. 7). Расхождение между результатами, полученными по методам Нейбера и ESED, как это следует из приведенного выше анализа, для небольших неупругих циклических деформаций, которые имели место в данном случае, невелико.

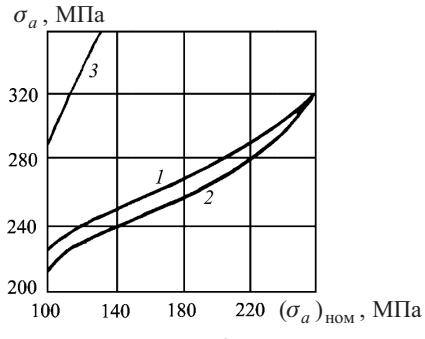


Рис. 6

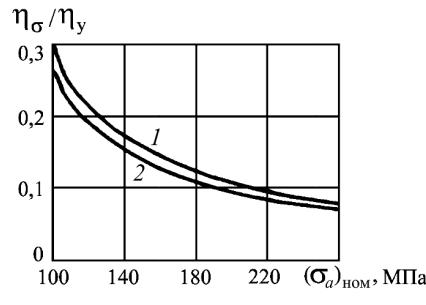


Рис. 7

Рис. 6. Зависимость действительных напряжений в вершине концентратора, рассчитанных по методам Нейбера (1) и ESED (2), и напряжений  $K_t (\sigma_a)_\text{ном}$  (3) от номинальных напряжений.

Рис. 7. Зависимость отношения действительных относительных напряжений  $\eta_\sigma$ , рассчитанных по методам Нейбера (1) и ESED (2), и упругих градиентов напряжений  $\eta_y$  от номинальных напряжений.

**Результаты исследования характеристик сопротивления усталости металлов и сплавов. Гладкие образцы (изгиб, кручение).** Характер неоднородного напряженного состояния гладких образцов определяется видом нагрузления (изгиб, кручение), их размерами и формой, в первую очередь размерами и формой поперечного сечения, особенностями изменения напряжений по длине образца, что имеет место при изгибе и т.п.

На рис. 8 обобщены приведенные в работах [1, 2, 37–39] результаты исследования зависимости отношения пределов выносливости на базе  $10^7$  цикл углеродистых и легированных сталей, легких и никелевых сплавов и чугунов при изгибе ( $\sigma_{-1}$ )<sub>и</sub> и растяжении–сжатии  $\sigma_{-1}$  в условиях комнатной температуры от предела прочности  $\sigma_b$ . Видно, что для указанных материалов отношение  $(\sigma_{-1})_i / \sigma_{-1}$  изменяется в широких пределах (1,0…1,7) и сделать какие-либо выводы о четкой зависимости его от класса исследуемого материала или от предела прочности затруднительно.

Существенное различие между пределами выносливости при изгибе и осевом нагружении имеет место для жаропрочных никелевых сплавов при комнатной и высоких температурах (рис. 9) [38].

Результаты, приведенные на рис. 9, показывают, что отношение

$$\Delta = \frac{(\sigma_{-1})_i - \sigma_{-1}}{\sigma_{-1}} \cdot 100\%$$

увеличивается с ростом числа циклов до разрушения. Степень этого увеличения определяется свойствами исследованного материала и температурой испытания.

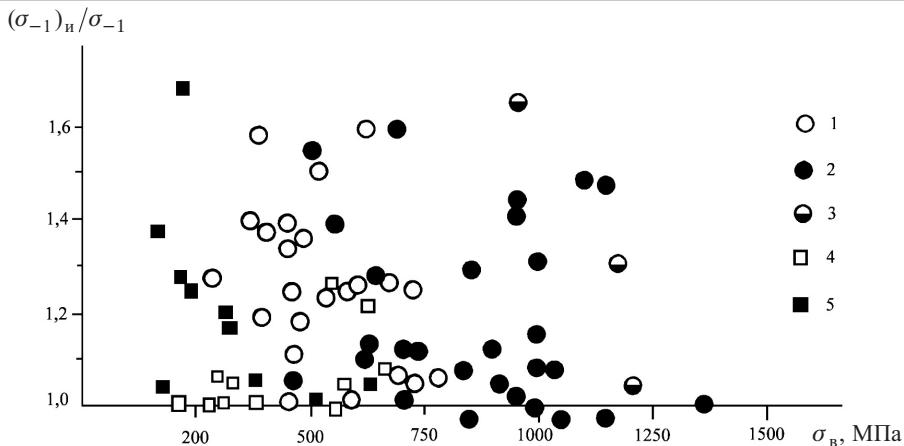


Рис. 8. Изменение отношения  $(\sigma_{-1})_n / \sigma_{-1}$  в зависимости от предела прочности  $\sigma_B$  разных металлов и сплавов: 1, 2 – углеродистые и легированные стали соответственно; 3, 4 – никелевые и легкие сплавы соответственно; 5 – чугуны.

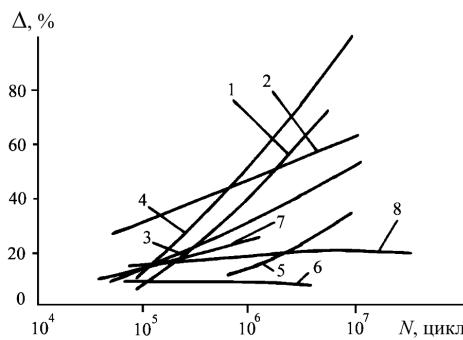


Рис. 9. Зависимость отношения  $\Delta$  от числа циклов до разрушения  $N$  сплавов ВЖЛ12У (1 –  $T = 873$  К, 2 –  $T = 1173$  К), ЖС6К (3 –  $T = 1173$  К, 4 –  $T = 1273$  К), ЭИ867 (5 –  $T = 293$  К, 6 –  $T = 873$  К, 7 –  $T = 1173$  К, 8 –  $T = 1223$  К).

Сравнение пределов выносливости углеродистых и легированных сталей, а также никелевого сплава, определенных при испытании сплошных ( $[\tau_{-1}]_{\text{ном}}$ ) и трубчатых ( $\tau_{-1}$ ) образцов на кручение, при близких размерах наружного диаметра с использованием результатов, полученных в работах [40–42], иллюстрирует рис. 10.

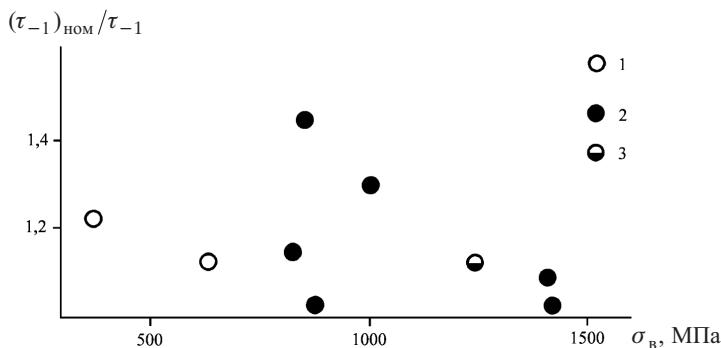


Рис. 10. Изменение отношения  $(\tau_{-1})_{\text{ном}} / \tau_{-1}$  в зависимости от предела прочности углеродистых (1) и легированных (2) сталей, а также никелевых сплавов (3).

Степень неоднородности напряженного состояния, характеризуемая величиной градиента напряжений, в образцах, подвергаемых изгибу и кручению, увеличивается с уменьшением их размеров.

Известно большое количество работ, в которых исследовалось влияние размеров образцов на величину предела выносливости [1–5].

Полученные результаты показывают, что при испытании гладких образцов при изгибе и кручении, т.е. в условиях неоднородного напряженного состояния, предел выносливости углеродистых и легированных сталей, легких сплавов и чугунов уменьшается с увеличением диаметра образца, в то время как при осевом нагружении, а именно в условиях однородного напряженного состояния, практически не зависит от него. Имеющиеся весьма ограниченные данные свидетельствуют, что предел выносливости не существенно зависит от длины образца.

Более низкие значения предела выносливости отмечаются для той формы поперечного сечения, когда основная часть материала находится в области больших напряжений [41].

*Образцы с концентраторами напряжения.* По результатам экспериментальных исследований усталости материалов определяются эффективный коэффициент концентрации напряжений  $K_f$  и коэффициент чувствительности к концентрации напряжений  $q$ :

$$K_f = \frac{\sigma_R}{(\sigma_R)_{\text{ном}}}; \quad (15)$$

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1}, \quad (16)$$

где  $\sigma_R$  – предел выносливости гладких образцов при асимметрии цикла нагружения  $R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$ ;  $(\sigma_R)_{\text{ном}}$  – предел выносливости образцов с концентратором напряжений, в качестве которого принимаются номинальные напряжения, рассчитанные без учета концентрации напряжений.

Основные закономерности влияния концентрации напряжений на характеристики сопротивления усталости состоят в следующем.

1. Наличие концентраторов напряжения существенно снижает величину предела выносливости (номинальное напряжение) по сравнению с таковой гладких образцов.

На рис. 11 приведены обобщенные результаты исследования пределов выносливости на базе  $10^6$  цикл около 20 сталей с пределами прочности, изменяющимися в пределах 390...2227 МПа, при осевом нагружении гладких образцов ( $K_t = 1$ ) и образцов с концентраторами напряжения ( $K_t = 1,8 \dots 4,5$ ) и асимметрией цикла нагружения  $R = -1$  и  $0$  [43].

Из представленных данных следует, что при значительных теоретических коэффициентах концентрации напряжений пределы выносливости высокопрочных сталей существенно снижаются по сравнению с пределами выносливости гладких образцов. Увеличение предела прочности практически не приводит к повышению предела выносливости. Аналогичный вывод сделан при анализе пределов выносливости высокопрочных алюминиевых сплавов [43].

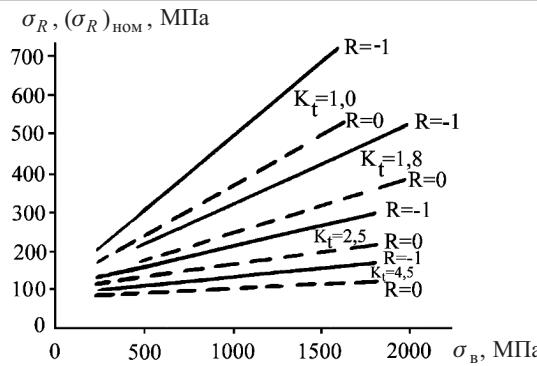


Рис. 11. Зависимость пределов выносливости от пределов прочности сталей при различных  $K_t$ .

2. Эффективный коэффициент концентрации напряжений  $K_f$ , как правило, существенно ниже теоретического  $K_t$ . Отсюда следует, что величина  $q$  меньше единицы.

В работе [44] была предпринята попытка обобщить экспериментальные данные по зависимости отношения  $K_t/K_f$  от относительного градиента напряжений  $\bar{\eta}$  для различных металлов и сплавов. Результаты этого обобщения приведены на рис. 12 [4, 44], где показаны области рассеяния отношения  $K_t/K_f$  для различных материалов и градиентов напряжения.

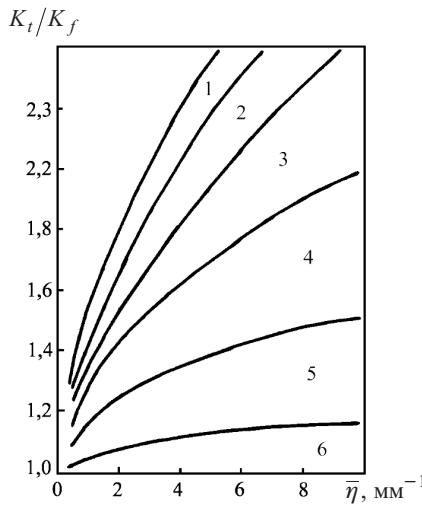


Рис. 12. Эмпирические зависимости  $K_t/K_f - \bar{\eta}$  для различных групп металлических материалов: 1 – чугуны; 2 – литые стали; 3 – аустенитные стали; 4 – низкопрочные стали; 5 – термообработанные стали; 6 – высокопрочные стали.

Наименее чувствительными к концентрации напряжений оказались серые чугуны. Это объясняется тем, что в них имеется большое количество локальных концентраторов напряжения в виде включений графита и т.п., в связи с чем дополнительный геометрический концентратор не так опасен.

Высокой чувствительностью к концентрации напряжений обладают высокопрочные стали с малой пластичностью.

На рис. 12 не приведены результаты исследования алюминиевых, титановых, никелевых и кобальтовых сплавов, в том числе сплавов, подвергнутых современным видам обработки, чувствительность которых к концентрации напряжений не определяется однозначно их пластичностью.

3. Если предел выносливости гладких образцов при осевом нагружении не зависит от размеров поперечного сечения, то при наличии концентрации напряжений с увеличением размеров образцов он уменьшается [1].

4. Локальные напряжения в концентраторе, рассчитанные по формуле

$$\sigma_R^* = K_t (\sigma_R)_{\text{ном}}, \quad (17)$$

существенно выше предела выносливости гладких образцов при том же числе циклов до разрушения.

Типичные результаты исследования зависимости  $\sigma_{-1}^*$  от относительного градиента напряжений  $\bar{\eta}$  для различных металлов и сплавов приведены на рис. 13 и 14 [45–47]. Как видно, наблюдается монотонное повышение локальных напряжений, соответствующих заданному числу циклов до разрушения (обычно  $10^7$  цикл), с увеличением относительного градиента напряжений.

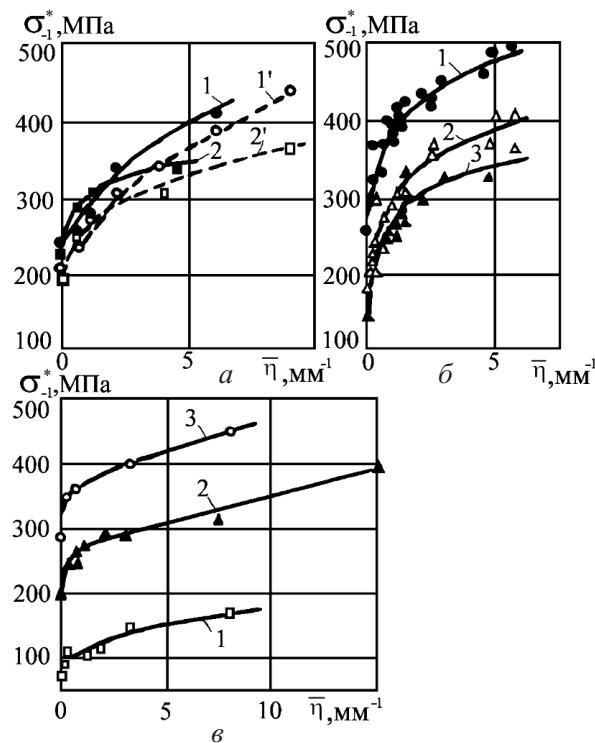


Рис. 13. Зависимость величины  $\sigma_{-1}^*$  от относительного градиента напряжений  $\bar{\eta}$  для различных типов сталей и меди: *a* – углеродистая сталь (1, 1' – крупнозернистая структура, механическая шлифовка и электролитическая полировка, 2, 2' – мелкозернистая структура, механическая шлифовка и электролитическая полировка); *б* – конструкционная сталь (1), мягкая сталь (2, 3),  $\sigma_b = 327$  и  $410$  МПа соответственно; *в* – медь (1),  $\sigma_b = 268$  МПа, сталь (2, 3),  $\sigma_b = 421$  и  $613$  МПа соответственно.

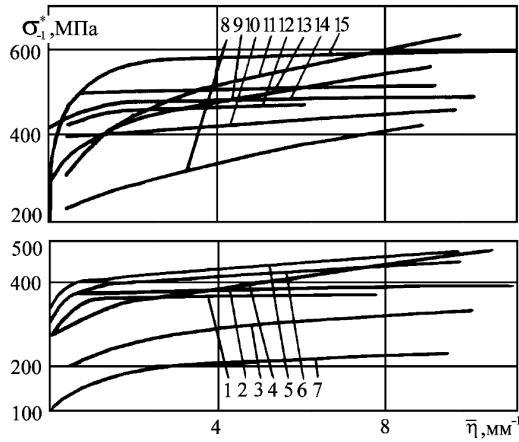


Рис. 14. Зависимость величины  $\sigma_{-1}^*$  от относительного градиента напряжений  $\bar{\eta}$  для сталей 40Х (1, 2), ЭИ612 (3–6), 1Х17Н2Ш (I) (12, 13), 1Х17Н2Ш (II) (14), никелевых сплавов ЭИ437Б (8–11), ЭИ826 (15) и алюминиевого сплава Д16Т (7) (1, 3, 4, 8, 9, 12 – электрополировка; 2, 5, 6, 7, 10, 11, 13, 14, 15 – механическая полировка; 4, 6 –  $T_{исп} = 873$  К; 9, 11 –  $T_{исп} = 973$  К, остальные –  $T_{исп} = 293$  К).

Наиболее интенсивный рост величины  $\sigma_{-1}^*$  с увеличением градиента напряжений отмечается при малых значениях градиента напряжений, которые могут быть реализованы при испытании гладких образцов различных размеров при изгибе и кручении.

Аналогичные результаты получены при исследовании зависимостей напряжений, соответствующих зарождению трещин при заданном числе циклов, от относительного градиента напряжений [48].

В литературных источниках предложено много зависимостей, связывающих эффективные  $K_f$  и теоретические  $K_t$  коэффициенты концентрации напряжений.

В табл. 2 приведены широко известные зависимости Петерсона [1, 12, 14], Нейбера [1, 9, 14] и Хэйвуда [1, 11, 15], а также другие, в том числе полученные в развитие гипотез Петерсона, Нейбера и Хэйвуда с использованием современных представлений, в частности линейной механики разрушения [49, 53, 54 и др.].

Таблица 2

Зависимости между  $K_f$  и  $K_t$ 

| Зависимость $K_f$ и $K_t$                        | Величины, входящие в зависимость   | Литературный источник      |
|--|--|----------------------------|
| 1  | 2  | 3                          |
| $K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + c_p / \rho}$ (18)  | $\rho$ – радиус закругления в основании концентратора;<br>$c_p$ – постоянная | Р. Петерсон<br>[1, 12, 14] |
| $K_f = K_t \left(1 + \frac{c}{\rho}\right)$ (19) | $c$ – постоянная   | То же                      |

| 1   | 2  | 3                                       |
|---|--|---|
| $K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \frac{(K_t - 1)^2}{4a/a_0}}$ (20)                                 | $a_0$ – размер дефекта, соответствующий пределу выносливости и рассчитанный согласно критериям линейной механики разрушения; $a$ – глубина надреза | М. Киаварелла, Г. Менегетти [49]        |
| $K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + d^*/\rho_{eff}}$ (21)   | $\rho_{eff} = \rho + d^*$ ; $d^*$ – размер поврежденной в процессе циклического нагружения зоны в вершине концентратора                            | О. Осташ, В. Панасюк, С. Костик [50–52] |
| $K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \sqrt{c_N/\rho}}$ (22)  | $c_N$ – постоянная   | Г. Нейбер [1, 9, 14]                    |
| $K_f = \frac{K_t}{\sqrt{1 + 4a_0/\rho}}$ (23)   | Обозначения те же, что и в формуле (20)  | П. Лаззарин и др. [53, 54]              |
| $K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \frac{K_t - 1}{\sqrt{a/a_0}}}$ (24)                               | Обозначения те же, что и в формуле (23)  | М. Киаварелла, Г. Менегетти [49]        |
| $K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \sqrt{d^*/\rho_{eff}}}$ (25)                                      | Обозначения те же, что и в формуле (21)  | О. Осташ, В. Панасюк, С. Костик [50–52] |
| $K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \frac{\pi}{\pi - \omega} \sqrt{\frac{c}{\rho}}}$ (26)             | $\omega$ – угол концентратора, рад   | П. Кахн, Х. Хардас [55]                 |
| $K_f = \frac{K_t}{1 + 2\sqrt{c_h/\rho}}$ (27)   | $c_h$ – постоянная   | Р. Хэйвуд [11, 15]                      |
| $K_f = \frac{K_t}{1 + 2\left(\frac{K_t - 1}{K_t}\right)\left(\frac{c}{\rho}\right)^{1/2}}$ (28) | $c$ – постоянная   | Р. Хэйвуд [7, 11, 15]                   |
| $K_f = \frac{K_t}{1 + \sqrt{1 + c\bar{\eta}}}$ (29)   | $c$ – постоянная; $\bar{\eta}$ – относительный градиент напряжений   | Е. Зибель, М. Стилер [1, 8, 12]         |
| $K_f = \frac{K_t}{1 + \sqrt{\bar{\eta}}}$ (30)  | –  | То же                                   |

## Выводы

1. Рассмотрены методы оценки напряженно-деформированного состояния и градиентов напряжений в неоднородно напряженных конструктивных элементах, в том числе при наличии концентраторов напряжений, при упругом и упругопластическом циклическом деформировании.
2. Проанализированы основные закономерности влияния неоднородного напряженного состояния на характеристики сопротивления усталости металлов и сплавов.
3. Выполнена систематизация уравнений, связывающих теоретические и эффективные коэффициенты концентрации напряжений.

## Резюме

Розглянуто методи оцінки напружено-деформованого стану і градієнта напружень у неоднорідно напружених конструктивних елементах при пружному та пружно-пластичному циклічному деформуванні. Систематизовано результати досліджень утоми металів і сплавів при неоднорідному напруженому стані, у тому числі за наявності концентрації напружень, та методи, що дозволяють описати залежності характеристик опору утомі від градієнта напружень.

1. Хэйвуд Р. Б. Проектирование с учетом усталости / Пер. с англ. – М.: Машиностроение, 1969. – 504 с.
2. Трощенко В. Т. Усталость и неупругость металлов. – Киев: Наук. думка, 1971. – 267 с.
3. Серенсен С. В., Когаев В. П., Шнейдерович Р. М. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность. – М.: Машиностроение, 1975. – 488 с.
4. Трощенко В. Т. Деформирование и разрушение металлов при многоцикловом нагружении. – Киев: Наук. думка, 1981. – 343 с.
5. Klesnil M. and Lukas P. Fatigue of Metallic Materials. – Prague: Academia, 1980. – 239 p.
6. Naik R. A., Lanning D. B., Nicholas T., and Kalemeyer A. R. A critical plane gradient approach for the prediction of notched HCF life // Int. J. Fatigue. – 2005. – 27. – P. 481 – 492.
7. Jiang Y. and Xu B. Deformation analysis of notched components and assessment of approximate methods // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. – 2001. – 24, No. 11. – P. 729 – 740.
8. Siebel E. and Stieler M. Ungleichformig Spannungsverteilung bei schwingender Beanspruchung // VDI Z. – 1955. – 97 (5). – P. 121 – 126.
9. Нейбер Г. Концентрация напряжений / Пер. с нем. под ред. А. И. Лурье. – М.: ОГИЗ, 1947. – 204.
10. Peterson R. E. Stress Concentration Factors. – New York: Wiley, 1974.
11. Heywood R. B. Stress concentration factors relating theoretical and practical factors in fatigue loading // Engineering. – 1959. – 179. – P. 146.

12. Schijve J. Stress gradients around notches // Fatigue Eng. Mater. Struct. – 1980. – **3**, No. 4. – P. 325 – 338.
13. Filippini M. Stress gradient calculations at notches // Int. J. Fatigue. – 2000. – **22**, No. 5. – P. 397 – 409.
14. Peterson R. E. Notch sensitivity // Metal Fatigue / G. Sines and J. L. Waisman (Eds.). – New York: McGraw-Hill, 1959.
15. Heywood R. B. The relationship between fatigue and stress concentration // Aircraft Eng. – 1947. – **19**. – March.
16. Noda N. A. and Takase Y. Stress concentration formulas useful for any shape of notch in a round test specimen under tension and bending // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. – 1999. – **22**, No. 12. – P. 1071 – 1082.
17. Noda N. A., Takase Y., and Monda K. Stress concentration factors for shoulder fillets in round and flat bars under various loads // Int. J. Fatigue. – 1997. – **19**, No. 1. – P. 75 – 84.
18. Lee M. M. Estimation of stress concentrations in single-sided welds in offshore tubular joints // Ibid. – 1999. – **21**, No. 9. – P. 895 – 908.
19. Noda N. A. and Takase Y. Stress concentration formula useful for all notch shape in a round bar (comparison between torsion, tension, and bending) // Ibid. – 2006. – **28**, No. 2. – P. 151 – 163.
20. Ramberg W. and Osgood W. R. Description on Curves by Three Parameters // NACA Techn. Note No. 902. – 1943.
21. Neuber H. Theory of stress concentration for shear-strained prismatic bodies whin arbitrary nonlimar stress-strain low // J. Appl. Mech. (Trans. ASME). – 1961. – **28**. – P. 544 – 549.
22. Seeger T. and Heuler P. Generalized application of Neuber's rule // J. Test. Eval. – 1980. – No. 8. – P. 199 – 204.
23. Heckel K. A method for the calculation of the fatigue life on unnotched and notched specimens loaded with alternating stresses // Proc. of Int. Conf. on Mechanical Behavior of Materials. – Kyoto, 1972. – **II**. – P. 469 – 477.
24. Knop M., Jones R., Molent L., and Wang C. On the Glinka and Neuber methods for calculating notch tip strains unde cyclic load spectra // Int. J. Fatigue. – 2000. – **22**. – P. 743 – 755.
25. Sharpe (Jr) W. N. and Wang K. C. Evaluation of a modified monotonic Neuber relation // Trans. ASME, J. Eng. Mater. Technol. – 1991. – **113**. – P. 1 – 8.
26. Ellyin F. and Kujawski D. Generalization of notch analysis and its extension to cyclic loading // Eng. Fract. Mech. – 1989. – **32**. – P. 819 – 826.
27. Molski K. and Glinka G. A method of elastic-plastic stress and strain calculation at a notch root // Mater. Sci. Eng. – 1981. – **50**. – P. 93 – 100.
28. Glinka G. Energy density approach to calculation of inelastic strain-stress near notch and cracks // Eng. Fract. Mech. – 1985. – **22**. – P. 485 – 508.
29. Glinka G. Calculation of the inelastic notch-tip strain-stress histories under cyclic loading // Ibid. – P. 839 – 854.

30. Qylafku G., Azari Z., Kadi N., et al. Application of a new model proposal for fatigue life prediction on notches and key-seats // Int. J. Fatigue. – 1999. – **21**, No. 8. – P. 753 – 760.
31. Glinka G., Ott W., and Nowack H. Elastoplastic plane strain analysis of stresses and strains at the notch root // Trans. ASME, J. Eng. Mater. Technol. – 1988. – **110**, No. 3. – P. 195 – 204.
32. Махутов Н. А., Бармас В. Ю., Левин О. А. Расчетная оценка предельных состояний в зоне концентрации напряжений в условиях действия температурно-временных факторов // Пробл. прочности. – 1981. – № 8. – С. 3 – 7.
33. Feltner C. E. and Morrow J. Microplastic strain hysteresis energy as a criterion for fatigue fracture // Trans. ASME, J. Basic Eng. – 1961. – No. 1. – P. 15 – 22.
34. Ye D., Matsuoka S., Suzuki N., and Naeda Y. Farther investigation of Neuber's rule and the equivalent strain energy density [ESED] method // Int. J. Fatigue. – 2004. – **26**, No. 5. – P. 447 – 455.
35. Трощенко В. Т., Хамаза Л. А., Мищенко Ю. Д. Исследование усталостной прочности образцов с концентраторами напряжений с учетом неупругих деформаций // Пробл. прочности. – 1978. – № 4. – С. 13 – 16.
36. Фомичев П. А. Расчет градиентов напряжений и деформаций в зоне концентрации при циклическом упруго-пластическом деформировании. Сообщ. 1 // Там же. – 1989. – № 9. – С. 98 – 100.
37. Форрест П. Усталость металлов / Пер. с англ. – М.: Машиностроение, 1968. – 352 с.
38. Ищенко И. И., Погребняк А. Д., Синайский Б. Н. Влияние высоких температур на сопротивление усталости жаропрочных сталей и сплавов. – Киев: Наук. думка, 1979. – 175 с.
39. Трощенко В. Т., Хамаза Л. А. Исследование влияния циклических неупругих деформаций на предел выносливости металлов при изгибе // Пробл. прочности. – 1976. – № 4. – С. 3 – 9.
40. Ратнер С. И. Разрушение при повторных нагрузках. – М.: Оборонгиз, 1959. – 280 с.
41. Kawamoto M. and Nishioka K. Researches on the fatigue under consideration of the phenomenon of elastic hysteresis // Mem. Fac. Eng. Kyoto Univ. – 1965. – **27**, No. 1. – P. 7 – 29.
42. Трощенко В. Т., Шестopal Л. Ф. К вопросу о критериях усталостной прочности металлов // Strojnický Casopis. – 1974. – No. 1. – P. 4 – 16.
43. Berger C., Eulitz K.-G., Heuler P., et al. Betriebsfestigkeit in Germany – an overview // Int. J. Fatigue. – 2002. – **24**. – P. 603 – 625.
44. Siebel E. and Stieler M. Dissimilar stress distributions and cyclic loading // Z. Ver. Deutsch. Ing. – 1955. – **97**. – P. 121 – 131.
45. Трощенко В. Т., Гетман А. Ф. Исследование усталостной прочности некоторых сплавов при изгибе с учетом концентрации напряжений // Пробл. прочности. – 1974. – № 7. – С. 14 – 20.

46. *Massonet C.* The effect of size, shape and grain size on the fatigue strength of medium carbon steel // Proc. ASTM. – 1956. – **56**. – P. 954 – 978.
47. *Holzman R. B.* Vliv nehomogenni napjatosti na mezni stav pri cyklickem zatezavani // Strojnický Casopis. – 1964. – No. 5. – P. 419 – 442.
48. *Nisitani H.* Correlation between notch sensitivity of a material and its non-propagating crack, under rotating bending stress // Mechanical Behavior of Materials. – Kyoto: The Society of Materials Science, 1972. – Vol. II. – P. 312 – 322.
49. *Ciavarella M. and Meneghetti G.* On fatigue limit in the presence of notches: classical vs. recent unified formulations // Int. J. Fatigue. – 2004. – **26**, No. 3. – P. 284 – 298.
50. *Осташ О. П., Панасюк В. В., Костик Е. М.* Уніфікована модель зародження та росту втомних макротріщин. Повідомлення 1. Застосування силових параметрів механіки руйнування матеріалів на стадії зародження тріщини // Физ.-хим. механіка матеріалів. – 1998. – № 1. – С. 7 – 21.
51. *Осташ О. П., Панасюк В. В., Костик Е. М.* Уніфікована модель зародження та росту втомних макротріщин. Повідомлення 2. Застосування деформаційних параметрів механіки руйнування матеріалів на стадії зародження тріщини // Там же. – № 3. – С. 55 – 66.
52. *Осташ О. П., Панасюк В. В., Костик Е. М.* Уніфікована модель зародження та росту втомних макротріщин. Повідомлення 3. Стадія росту макротріщини // Там же. – 1999. – № 3. – С. 5 – 14.
53. *Atzori B., Lazzarin P., and Meneghetti G.* Fracture mechanics and notch sensitivity // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. – 2003. – **26**, No. 7. – P. 257 – 267.
54. *Lazzarin P., Tovo R., and Meneghetti G.* Fatigue crack initiation and propagation phases near notches in metals with low notch sensitivity // Int. J. Fatigue. – 1997. – **27**, No. 8-9. – P. 647 – 657.
55. *Kuhn P. and Hardrath H. F.* An engineering method for estimating notch-size effect in fatigue tests on steel // NASA Tech. Note 2805, 1952.

Поступила 23. 02. 2009