

## Применение деформационного критерия к описанию роста коротких усталостных трещин

Г. В. Цыбанев

Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, Киев, Украина

*Исследуются приведенные в литературных источниках соотношения, описывающие взаимосвязь между параметрами деформационной кривой усталости и параметрами роста коротких поверхностных трещин для ограниченных долговечностей. Введено соотношение между размером исходного дефекта и средним размером зерна в области долговечностей многоциклового усталости. Рассчитанные согласно принятым зависимостям кривые усталости по критерию зарождения поверхностной трещины длиной 100 мкм хорошо соответствуют экспериментальным данным для сталей 45, 12ХНЗА и 40Х. Такой результат создает перспективу расчетно-экспериментального определения долговечности до зарождения короткой трещины без непосредственного измерения ее длины в эксперименте.*

**Ключевые слова:** деформационная кривая усталости, рост короткой трещины, расчетные параметры роста трещины, циклическая долговечность.

**Введение.** Деформация материалов является их внутренней реакцией на внешнее тепловое или механическое воздействие. Поэтому во многих случаях деформационные подходы более точно описывают кинетику повреждения и предельное состояние материалов при упругопластическом и пластическом деформировании. Долговечность материалов при мало- и многоциклового усталости точнее определяется с помощью деформационных критериев, так как они отражают индивидуальные свойства каждого отдельно взятого образца [1–3]. Роль циклических пластических деформаций весьма существенна и при оценке скорости роста усталостных трещин. В связи с этим в [4–7] предложены подходы и уравнения, связывающие номинальные и локальные пластические деформации, размер зоны пластичности в вершине трещины, или величину ее раскрытия – как следствие пластической деформации – со скоростью роста длинной трещины. Относительно зарождения и роста микроструктурно коротких и физически коротких трещин установлено, что произведение количества усталостных микротрещин на единице площади поверхности стального образца на их среднюю длину пропорционально зависит от величины циклических неупругих деформаций, а достижение стадии стабилизации неупругой деформации соответствует зарождению магистральной трещины [8–10]. В работах [11–13] было показано, что если стадия зарождения усталостной трещины занимает малую долю общей долговечности до разрушения образца, может быть установлена взаимосвязь между параметрами скорости роста коротких трещин и параметрами зависимости Коффина–Мэнсона. Последняя была удовлетворительно построена по результатам исследования роста коротких поверхностных трещин, начиная с длины  $a = 10$  мкм до их прорастания до 2 мм, для алюминиевого сплава EN-AW 6082/T6.

Учитывая, с одной стороны, отработанные методики измерения неупругих деформаций в процессе многоциклового нагружения [14], с другой –

трудоемкость и сложность ретроспективного восстановления роста магистральной усталостной трещины, которая привела к окончательному разрушению, в настоящем исследовании показана возможность выполнения процедуры, обратной приведенной в работе [13]: определить параметры роста коротких трещин по имеющимся параметрам кривых усталости в силовых и деформационных координатах на основе их взаимосвязи. В дальнейшем эти результаты могут быть использованы для прогноза циклической долговечности материала до достижения короткой трещиной определенной длины, при которой закономерности ее роста начинают подчиняться зависимостям, полученным для длинной трещины.

**Принятые допущения и аналитическая взаимосвязь между параметрами зависимости Коффина–Мэнсона и параметрами роста короткой усталостной трещины.** Для описания указанной взаимосвязи в основу положены выкладки и предположения, приведенные в [13]. На базе полученных экспериментальных данных принимается экспоненциальная зависимость между текущим значением длины короткой поверхностной трещины  $a$  и текущим числом циклов нагружения  $n$ :

$$a = a_{\text{исх}} \exp(\Delta a_1 n), \quad (1)$$

где  $a_{\text{исх}}$  – фиктивная длина начальной короткой трещины, которая в итоге привела к разрушению образца при  $n = N$  ( $N$  – число циклов нагружения до полного разрушения образца), определяемая экстраполяцией зависимости (1) на  $n = 0$ , т.е. размер исходного дефекта структуры материала;  $\Delta a_1$  – относительный прирост короткой трещины длиной  $a$  за один цикл нагружения, т.е. абсолютное значение скорости роста короткой трещины зависит от ее длины и может быть определено при известном размере. Это очевидно из следующего соотношения.

Продифференцировав уравнение (1) по  $n$  и заменив в выражении для производной произведение правой части уравнения (1) величиной  $a$ , получим зависимость для скорости роста короткой трещины:

$$\frac{da}{dn} = a_{\text{исх}} \Delta a_1 \exp(\Delta a_1 n) = \Delta a_1 a. \quad (2)$$

В [13] также экспериментально установлена связь относительного прироста трещины за 1 цикл с амплитудой циклической пластической (неупругой) деформации  $\varepsilon_{\text{ан}}$ , измеренной на стадии стабилизации или при  $n = N/2$  в случае ее отсутствия, в виде степенной функции

$$\Delta a_1 = a_0 \varepsilon_{\text{ан}}^b, \quad (3)$$

где  $a_0$  и  $b$  – экспериментально определенные параметры для скорости роста короткой трещины в материале.

Из уравнения (1) может быть вычислена циклическая долговечность  $N$ , если исходный дефект длиной  $a_{\text{исх}}$  пророс до конечного значения – трещины длиной  $a_{\text{кон}}$ , что привело к окончательному разрушению:

$$\Delta a_1 N = \ln \left( \frac{a_{\text{кон}}}{a_{\text{исх}}} \right) \rightarrow N = \frac{1}{\Delta a_1} \ln \left( \frac{a_{\text{кон}}}{a_{\text{исх}}} \right). \quad (4)$$

Уравнение Коффина–Мэнсона запишем в виде

$$\varepsilon_{\text{ан}} N^k = C \quad \text{или} \quad N = \left( \frac{C}{\varepsilon_{\text{ан}}} \right)^{1/k}, \quad (5)$$

где  $k$  и  $C$  – экспериментально определяемые постоянные.

Циклическую долговечность  $N$  можно также определить на основании соотношений, принятых для ее связи с параметрами роста короткой трещины. Подставив (3) в (4), получим зависимость

$$N = \left( \frac{1}{a_0 \varepsilon_{\text{ан}}^b} \right) \ln \left( \frac{a_{\text{кон}}}{a_{\text{исх}}} \right). \quad (6)$$

Приравняв правые части уравнений (5) и (6) для определения  $N$ , получим уравнение

$$\left( \frac{C}{\varepsilon_{\text{ан}}} \right)^{1/k} = \left( \frac{1}{a_0 \varepsilon_{\text{ан}}^b} \right) \ln \left( \frac{a_{\text{кон}}}{a_{\text{исх}}} \right). \quad (7)$$

Уравнение (7) получено с целью установления соотношений между параметрами уравнений скорости роста коротких усталостных трещин и параметрами зависимости Коффина–Мэнсона. Одним из решений уравнения (7) может быть следующее:

$$b = \frac{1}{k}; \quad (8)$$

$$\left( \frac{1}{a_0} \right) \ln \left( \frac{a_{\text{кон}}}{a_{\text{исх}}} \right) = C^{1/k}; \quad a_0 = \frac{1}{C^{1/k}} \ln \left( \frac{a_{\text{кон}}}{a_{\text{исх}}} \right). \quad (9)$$

Как видно из (8) и (9), при известных  $a_{\text{исх}}$  и  $a_{\text{кон}}$  параметры уравнения (3) для относительной скорости роста коротких трещин могут быть определены по параметрам уравнения Коффина–Мэнсона (5).

**Исходные данные для тестирования модели.** Для проверки возможности применения приведенных зависимостей использованы данные по циклическому неупругому деформированию материалов, полученные на образцах круглого трубчатого сечения с внешним диаметром 14 мм и толщиной стенки 1 мм при симметричном растяжении–сжатии в условиях поддержания постоянной амплитуды напряжения [10], а также результаты исследования скорости роста длинных трещин по стандартным методикам [15].

В экспериментальных исследованиях [10] получены данные для построения кривых многоциклового усталости в деформационных и силовых координатах.

натах по критериям зарождения трещины длиной 100 мкм и окончательному разрушению образцов. В [10] приведены диаграммы усталостного разрушения исследованных материалов (углеродистая конструкционная сталь 45, хромистая 40Х и хромоникелевая 12ХН3А). Их механические свойства и режимы термообработки приведены в табл. 1 [10].

Т а б л и ц а 1

## Механические свойства исследованных сталей

Сталь	Термическая обработка	Предел прочности $\sigma_b$ , МПа	Предел текучести $\sigma_{0,2}$ , МПа	Предельное относительное удлинение $\delta$ , %	Предельное относительное сужение $\psi$ , %
45	Состояние поставки	516	339	33,4	66,0
12ХН3А	Нормализация при 1133 К, закалка с 1073 К, отпуск при 453 К	950	700	11,0	55,0
40Х	Закалка с 1133 К, отпуск при 923 К	803	683	22,5	70,2

Статистическая обработка данных усталостных испытаний выполнена в предположении, что независимой случайной переменной при построении кривых усталости является логарифм числа циклов нагружения до разрушения (или до зарождения трещины длиной 100 мкм), что весьма существенно в связи с имеющимися результатами с невысокими коэффициентами корреляции  $R$  [16]. Линии регрессии представлены традиционными уравнениями для силовых и деформационных кривых усталости:

$$\lg N = A + B\sigma_a; \quad (10)$$

$$\lg N_{з.т} = A_{з.т} + B_{з.т}\sigma_a; \quad (11)$$

$$\lg N = A_{деф} + B_{деф}\varepsilon_{ан}, \quad (12)$$

где параметры  $A$  и  $B$  без индекса относятся к кривой усталости по полному разрушению, с индексом “з.т” – к кривой усталости по зарождению трещины длиной 100 мкм, с индексом “деф” – к кривой усталости, полученной в деформационных координатах. Последнее уравнение чаще представляется в виде уравнения Коффина–Мэнсона (5), по коэффициентам которого определяются  $A_{деф}$  и  $B_{деф}$ .

Результаты испытаний стали 45 при симметричном растяжении–сжатии показаны на рис. 1, а данные статистической обработки с определением свободного члена, коэффициента регрессии и коэффициента корреляции приведены в табл. 2 для трех рассматриваемых сталей.

**Определение дополнительных характеристик.** Как видно из уравнений (1), (2), (4), (6), (7), (9), необходимыми характеристиками для их использования являются величины  $a_{исх}$  и  $a_{кон}$ , т.е. длины исходной и конечной

Т а б л и ц а 2

Параметры линий регрессии (10)–(12) и уравнения (5)

Сталь	Коэффициенты статистической обработки					
	$A$	$B$	$A_{3, T}$	$B_{3, T}$	$A_{\text{деф}}$	$B_{\text{деф}}$
45	17,0550	-0,0484	18,6241	-0,0566	-1,2594	-1,6434
12ХН3А	12,3712	-0,0161	12,5128	-0,0174	-1,5152	-1,6460
40Х	12,3480	-0,0157	13,4889	-0,0191	-3,7899	-2,0548
	$R$	$R_{3, T}$	$R_{\text{деф}}$	$k$	$C$	
45	-0,7041	-0,7726	-0,7714	0,6085	0,1713	
12ХН3А	-0,4618	-0,6591	-0,8280	0,6075	0,1200	
40Х	-0,4668	-0,8529	-0,9776	0,4867	0,0143	

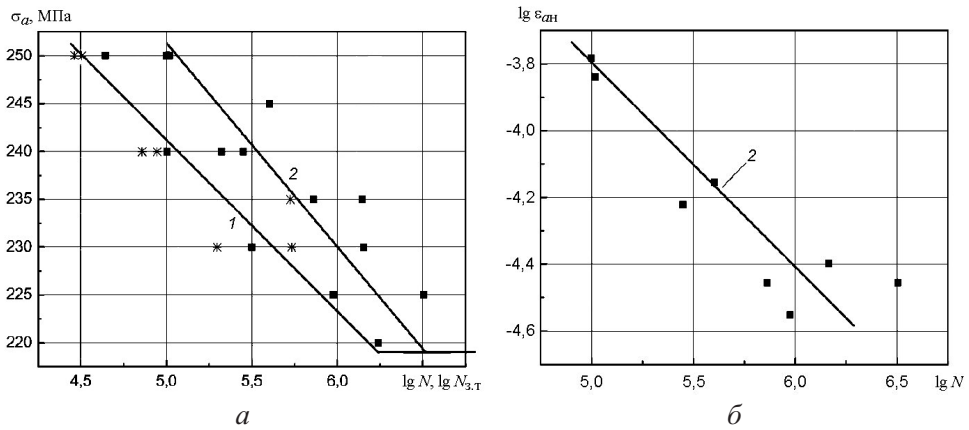


Рис. 1. Кривые усталости стали 45 в силовых (а) и деформационных (б) координатах: 1 – по зарождению поверхностной трещины длиной 100 мкм, 2 – по окончательному разрушению образца.

трещин при испытании гладких образцов соответственно от  $n = 0$  до  $n = N$  (или  $n = N_{3, T}$ ). Однако в окончательную зависимость (3) для определения относительной скорости роста трещины эти величины входят через параметр  $a_0$  согласно зависимости (9), следовательно, для установления  $\Delta a_1$  достаточно вычислить  $\ln(a_{\text{кон}}/a_{\text{исх}})$ . Анализ результатов работ [12, 13] показывает, что при испытании гладких образцов значения  $a_{\text{исх}}$  зависят от уровня амплитуды напряжения: высоким уровням  $\sigma_a$  соответствуют высокие значения  $a_{\text{исх}}$ , низким – низкие. Такая закономерность представляется логичной, так как на высоких уровнях  $\sigma_a$  уже на первых циклах нагружения могут зарождаться микротрещины, развитие которых и коалесценция приведут к окончательному разрушению образца. При амплитудах напряжений, близких к пределу выносливости, развитие процесса усталости начинается из дефекта меньшего размера – порядка размера субструктурного элемента.

При анализе данных и зависимостей, установленных в [11, 13], а также экспериментальных результатов работы [10] предполагается следующая взаимосвязь натурального логарифма отношения длин трещин  $a_{\text{кон}}/a_{\text{исх}}$  с логарифмом долговечности:

$$\ln\left(\frac{a_{\text{кон}}}{a_{\text{исх}}}\right) = A_{\ln} + B_{\ln} \lg N, \quad (13)$$

где  $A_{\ln}$  и  $B_{\ln}$  – параметры уравнения, которые определяются из условий: при  $N = 5 \cdot 10^4$  цикл размер исходного дефекта  $a_{\text{исх}}$  равен размеру структурной единицы (для стали 45 средний размер зерна  $d = 30$  мкм, для сталей 12ХНЗА и 40Х – 10 мкм [10]), при  $N = N_0$  ( $N_0$  – абсцисса точки перелома кривой усталости) имеем  $a_{\text{исх}} = 0,1d$ ; величина  $a_{\text{кон}}$  для тех же значений  $N$  определяется по соответствующим им на кривой усталости значениям  $\sigma_a$  в предположении, что усталостное разрушение соответствует коэффициентам интенсивности напряжений  $K_{1f}$  при скорости роста длинной трещины  $dl/dn = 1 \cdot 10^{-6}$  м/цикл (20, 15 и 25 МПа $\sqrt{\text{м}}$  соответственно для сталей 45, 12ХНЗА и 40Х):

$$a_{\text{кон}} = \left(\frac{K_{1f}}{Y\sigma_a}\right)^2. \quad (14)$$

Коэффициент формы трещины  $Y$  и кривые трещиностойкости также заимствованы из работы [10]. Таким образом, выбранные точки на кривой усталости, в которых приняты соотношения между переменными уравнения (13), формально определяют область разрушений по механизму многоцикло-вой усталости.

С использованием приведенных данных рассчитаны коэффициенты уравнения (13) для сталей 45, 12ХНЗА и 40Х соответственно:

$$\ln\left(\frac{a_{\text{кон}}}{a_{\text{исх}}}\right) = -3,7755 + 1,5289 \lg N; \quad (15)$$

$$\ln\left(\frac{a_{\text{кон}}}{a_{\text{исх}}}\right) = -4,7799 + 2,04 \lg N; \quad (16)$$

$$\ln\left(\frac{a_{\text{кон}}}{a_{\text{исх}}}\right) = -6,4 + 2,84 \lg N. \quad (17)$$

Таким образом, определены зависимости и приняты допущения, необходимые для расчета скорости роста коротких усталостных трещин с использованием параметров деформационных и силовых кривых усталости.

**Расчетное определение долговечности до зарождения трещины.** В соответствии с зависимостями (3), (8), (9) определены характеристики роста коротких трещин на основе их взаимосвязи с параметрами деформационного критерия усталости (5). В табл. 3 для примера приведены расчетные значения этих характеристик для стали 45. Аналогичные результаты получены также для сталей 12ХНЗА и 40Х.

Т а б л и ц а 3

Параметры роста коротких трещин в стали 45

$\sigma_a$ , МПа	$a_{исх}$ , м	$a_{кон}$ , м	$a_0$	$\Delta a_1$ , м/м · цикл
250	$2,0924 \cdot 10^{-5}$	$0,9467 \cdot 10^{-4}$	69,24	$4,1525 \cdot 10^{-5}$
240	$1,0837 \cdot 10^{-5}$	$1,0273 \cdot 10^{-3}$	82,68	$1,6278 \cdot 10^{-5}$
230	$5,6328 \cdot 10^{-6}$	$1,1185 \cdot 10^{-3}$	96,11	$6,2128 \cdot 10^{-6}$
220	$2,9387 \cdot 10^{-6}$	$1,2225 \cdot 10^{-3}$	109,54	$2,3248 \cdot 10^{-6}$

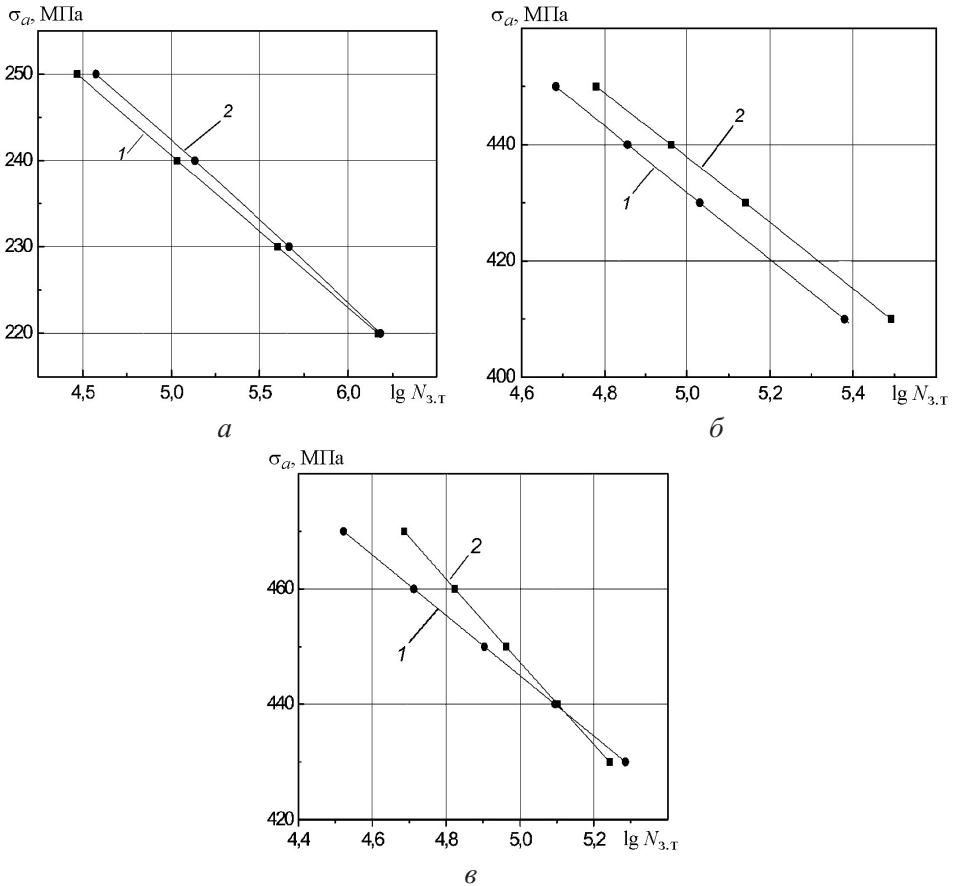


Рис. 2. Экспериментальные по линии регрессии (1) и расчетные по предложенной методике (2) кривые усталости сталей 45 (а), 12ХН3А (б) и 40Х (в), построенные по зарождению поверхностной усталостной трещины длиной 100 мкм.

Проверку этих характеристик выполняли путем сравнения рассчитанных по зависимости (4) долговечностей до зарождения усталостной трещины длиной  $a = 100$  мкм с экспериментальными значениями [10], которые представлены кривой усталости (11) с параметрами, приведенными в табл. 2. Для этого в зависимости (4) принимается  $a_{кон} = 100$  мкм, а значения  $a_{исх}$  для каждого уровня амплитуды напряжения определяются с использованием уравнений (13), (14) с учетом их конкретных параметров:

## Сравнение расчетных долговечностей с экспериментальными

$\sigma_a$ , МПа	$N_{3.T}^э$ , цикл	$N_{3.T}^p$ , цикл	$N_{3.T}^p/N_{3.T}^э$
Сталь 45			
250	29450	37670	1,2791
240	108467	136509	1,2585
230	399485	463003	1,1590
220	1471295	1517148	1,0311
Сталь 12ХН3А			
470	21617	25209	1,1661
450	48172	60214	1,2499
430	107349	138355	1,2888
410	239221	310437	1,2977
400	357108	462110	1,2940
Сталь 40Х			
460	51629	66649	1,2909
450	80149	91697	1,1440
440	124422	126513	1,0168
430	193152	174995	0,9059

$$a_{исх} = \frac{K_{1f}^2}{(Y\sigma_a)^2 \exp \left[ \ln \left( \frac{a_{кон}}{a_{исх}} \right) \right]}. \quad (18)$$

На рис. 2 приведены расчетные и экспериментальные кривые усталости в области долговечностей многоциклового усталости, т.е. от предела выносливости до амплитуд напряжений, соответствующих долговечности  $N = 5 \cdot 10^4$  цикл. Видно, что расчетные и экспериментальные результаты весьма близки. Несколько увеличивающееся расхождение между ними для стали 40Х может быть обусловлено как рассеянием результатов испытаний (коэффициент корреляции  $R = -0,4668$ ), так и весьма ограниченной выборкой для получения деформационной кривой усталости (всего четыре точки), по характеристикам которой определяются параметры скорости роста коротких трещин. Кроме того, для всех исследуемых сталей при использовании зависимости (18) величина коэффициента формы трещины  $Y$  принималась осредненной для всего расчетного диапазона коротких трещин, что допускается в таких расчетах [17]. Однако отмеченные отклонения расчетных долговечностей от экспериментальных являются незначительными как по абсолютным, так и относительным величинам. В табл. 4 приведены числен-



ные значения расчетных  $N_{3,T}^P$  и экспериментальных  $N_{3,T}^Э$  долговечностей, а также их отношений. Видно, что отклонения расчетных долговечностей от экспериментальных лежат в диапазоне  $-10...+30\%$ .

Учитывая значительное рассеяние результатов испытаний, такие отклонения можно считать несущественными, так как они заведомо лежат в полосе разброса экспериментальных данных.

## Выводы

1. С использованием соотношений, описывающих взаимосвязь между параметрами уравнений деформационной кривой усталости и параметрами роста коротких поверхностных трещин, известных из литературных источников и полученных при ограниченных циклических долговечностях, такая взаимосвязь установлена для всей области многоциклового усталости. Для этого введено и протестировано предположение о связи исходной короткой трещины (исходного дефекта) со структурным параметром сталей на разных уровнях амплитуд напряжений.

2. Циклическая долговечность при растяжении–сжатии до зарождения трещины длиной 100 мкм в сталях 45, 12ХН3А и 40Х может быть рассчитана с малыми погрешностями без проведения экспериментов с измерениями длины поверхностных трещин. Для этого используются деформационные и силовые кривые усталости, коэффициент интенсивности напряжений при высоких скоростях роста длиной трещины, структурный параметр (диаметр зерна) и установленные соотношения. Незначительные отклонения расчетных долговечностей от экспериментальных свидетельствуют о правомерности полученных соотношений.

## Резюме

Використовуються приведені в літературних джерелах співвідношення, які описують взаємозв'язок між параметрами деформаційної кривої втоми і параметрами росту коротких поверхневих тріщин для обмежених довговічностей. Введено співвідношення між розміром вихідного дефекту і середнім розміром зерна в області довговічностей багаточислової втоми. Розраховані за прийнятими залежностями криві втоми за критерієм зародження поверхневої тріщини довжиною 100 мкм добре відповідають експериментальним даним для сталей 45, 12ХН3А і 40Х. Такий результат створює перспективу розрахунково-експериментального визначення довговічності до зародження короткої тріщини без безпосереднього визначення її довжини в експерименті.

1. Троценко В. Т., Коваль Ю. И., Цыбанев Г. В. Исследование связи усталостной долговечности металлов с уровнем циклических неупругих деформаций // Пробл.прочности. – 1977. – № 11. – С. 9 – 14.
2. Троценко В. Т., Митченко Е. И. Прогнозирование долговечности при программном циклическом нагружении с учетом рассеяния свойств // Там же. – 1984. – № 10. – С. 3 – 8.

3. Трощенко В. Т., Цыбанев Г. В., Грязнов Б. А., Налимов Ю. С. Прочность материалов и конструкций. Т. 2. Усталость металлов. Влияние состояния поверхности и контактного взаимодействия. – Киев: Ин-т проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, 2009. – 664 с.
4. Панасюк В. В. Механика квазихрупкого разрушения материалов. – Киев: Наук. думка, 1991. – 412 с.
5. Махутов Н. А. Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкций на прочность. – М.: Машиностроение, 1981. – 272 с.
6. Glinka G. A cumulative model of fatigue crack growth // Int. J. Fatigue. – 1982. – 4, No. 2. – P. 59 – 67.
7. Socie D. F., Hua C. T., and Worthem D. W. Mixed mode small crack growth // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. – 1987. – 10, No. 1. – P. 1 – 16.
8. Драган В. И. Методика и некоторые результаты исследования закономерностей развития усталостных трещин при кручении // Пробл. прочности. – 1981. – № 11. – С. 28 – 31.
9. Трощенко В. Т., Драган В. И. Исследование закономерностей неупругого деформирования и усталостного разрушения металлов при кручении // Там же. – 1982. – № 5. – С. 3 – 10.
10. Драган В. И. Влияние вида напряженного состояния и концентрации напряжений на характеристики сопротивления усталостному разрушению сталей: Автореф. дис.... канд. техн. наук. – Киев, 1982. – 24 с.
11. Polak J. and Zezulka P. Short crack growth and fatigue life in austenitic-ferritic duplex stainless steel // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. – 2005. – 28. – P. 923 – 935.
12. Polak J. Mechanisms and kinetics of the early fatigue damage in crystalline materials // Mater. Sci. Eng. A. – 2007. – 468-470. – P. 33 – 39.
13. Jisa D., Liskutin P., Kruml T., and Polak J. Small fatigue growth in aluminium alloy EN-AW 6082/T6 // Int. J. Fatigue. – 2010. – 32. – P. 1913 – 1920.
14. Циклические деформации и усталость металлов. В 2 т. Т 1. Малоцикловая и многоцикловая усталость металлов / В. Т. Трощенко, Л. А. Хамаза, В. В. Покровский и др. / Под. ред. В. Т. Трощенко. – Киев: Наук. думка, 1985. – 216 с.
15. РД 50-345-82. Методические указания. Расчеты и испытания на прочность. Методы механических испытаний металлов. Определение характеристик трещиностойкости (вязкости разрушения) при циклическом нагружении. – Введ. 01.01.83.
16. Закс Л. Статистическое оценивание. – М.: Статистика, 1976. – 598 с.
17. Santus C. and Taylor D. Physically short crack propagation during high cycle fatigue // Int. J. Fatigue. – 2009. – 31. – P. 1356 – 1365.

Поступила 23. 12. 2011