ОБРАТИМЫЕ И НЕОБРАТИМЫЕ ИЗМЕНЕНИЯ В ОБЛУЧАЕМОМ МАТЕРИАЛЕ

Л.В. Танатаров

Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт», Харьков, Украина

С позиций модели геометрических вероятностей, что в своё время получило название теории θ-вспышек, рассмотрены изменения характеристик материала под действием радиационного облучения. Показано, что при обратимых изменениях свойств материала, исчезающих после прекращения облучения, объемная доля повреждённого материала остается отличной от единицы, в то время как при необратимых изменениях эта доля стремится к единице. Изучено влияние облучения на упорядоченность, оценено влияние облучения на скорость роста новой фазы. При достаточно больших временах облучения система распадается на две фазы: равновесную фазу, соответствующую средней температуре, и наиболее высокотемпературную фазу. Исследована кинетика роста высокотемпературной фазы по зародышевому механизму. Приведена оценка кинетических коэффициентов при облучении.

PACS: 61.80

ВВЕДЕНИЕ

Материал под облучением находится в неравновесном состоянии, и такие термодинамические величины, как температура, параметр порядка и т.д., не остаются постоянными, а являются случайными величинами, обладающими значительными дисперсиями.

Дисперсия термодинамических величин определяется нетермодинамическими флуктуациями, вызванными либо актами деления (в делящейся среде), либо каскадами соударений.

Теория температурных флуктуаций в делящейся среде была построена И.М. Лифшицем еще в пятидесятых годах на основе метода геометрических вероятностей и получила название теории θ-вспышек [1]. Для неметаллических материалов с низкой теплопроводностью эта теория может оказаться плодотворной. С помощью метода геометрических вероятностей может быть решен ряд задач радиационной физики.

В работе рассмотрены обратимые и необратимые эффекты радиационного воздействия на физические свойства облучаемых сред. В первом случае существует стационарная объемная доля материала с радиационно-индуцированными изменениями рассматриваемого параметра.

Найдены плотности вероятности распределения числа попаданий точки наблюдения в дефектную область. Необратимые эффекты радиационного воздействия при достаточно больших временах облучения приводят к тому, что объемная доля «неиспорченного материала» со временем стремится к нулю. Если эффект обратим, то при достаточно больших временах облучения система распадается на равновесную фазу, соответствующую средней температуре, и высокотемпературную фазу. Исследована кинетика роста высокотемпературной фазы по зародышевому механизму и найден способ оценки кинетических коэффициентов материала под облучением.

ОБРАТИМЫЕ ИЗМЕНЕНИЯ

Рассмотрим физическую величину f, которая изменяется скачком при фазовом переходе, происходящем при температуре T_o, и пусть $f = 0$ при $T < T_o$. Обозначим через $t(T_o)$ время существования θ-вспышки [1], равное $t(T_o) = \frac{1}{\chi}\left(\frac{\varepsilon}{c_V T_o}\right)^{2/3}$; χ – коэффициент температуропроводности; ε – энергия, выделяемая в акте деления и идущая на разогрев среды; c_V – теплоемкость. Если τ – время релаксации величины f в высокотемпературной фазе при температуре $T > T_o$, то для того, чтобы изменение величины f произошло, необходимо выполнение условия $\tau < t(T_o)$. Допустим, что оно выполнено, и после исчезновения θ-вспышки происходит релаксация величины f к нулю за время τ_1.

Согласно теории θ-вспышек [1] доля объема $W(f)$, где значение f отлично от нуля, равна объему $V(T_o)$, занимаемому θ-вспышкой, умноженному на время существования этого измененного значения f, т. е. на $t(T_o) - \tau + \tau_1$ и на плотность возникновения тепловых пиков (число актов деления в единице объема в единицу времени) n: $W(f) = V(T_o)n[t(T_0) - \tau + \tau_1]$. Объем $V(T_0) = \varepsilon/(c_v T_0)$ и

$$W(f) = W(T_o)[1 + (\tau_1 - \tau)/t(T_o)]\theta[t(T_o) - \tau],$$
$$\theta(x)|_{x>0} = 1,|, \ \ \theta(x)|_{x<0} = 0 . \qquad (1)$$

Здесь $W(T_o)$ – вероятность θ-вспышки, равная [1]

$$W(T_o) = \kappa \frac{1}{\chi}\left(\frac{\varepsilon}{c_V T_o}\right)^{5/3}, \quad \kappa = \frac{1}{5}\left(\frac{6\pi}{5}\right)^{3/2}.$$

ВОПРОСЫ АТОМНОЙ НАУКИ И ТЕХНИКИ. 2009. №2.
Серия: Физика радиационных повреждений и радиационное материаловедение (93), с. 20-25.

Если $\tau_1 >> \tau,\ \tau_1 >> t(T_o),$ то $W(f) = \dfrac{n\varepsilon\tau_1}{c_V T_o}$ при условии $W(f) << 1$.

Если величина $f = f_1 \neq 0$ при $T < T_0$, а ее измененное значение в дефектной области равно f_2, то среднее $\bar{f}$ по всему объему очевидно равно

$$\bar{f} = f_1 + (f_2 - f_1)W(f).$$

О РАЗУПОРЯДОЧЕНИИ ПРИ ОБЛУЧЕНИИ

Рассмотрим грубую, но простую модель разупорядочения под облучением. Пусть T_o – температура перехода порядок–беспорядок, причем средняя температура образца предполагается ниже температуры перехода. В начальный момент весь объем упорядочен. Если y – параметр порядка, то $y(0) = 1$. При включении облучения объем разбивается на области, занятые T_o-вспышками и не занятые ими. Во-первых, локальное значение параметра порядка равно нулю, что соответствует полному разупорядочению, во-вторых, этот параметр равен единице, где релаксация успела произойти. Запишем кинетическое уравнение для глобального параметра порядка (для всего объема образца):

$\dot{y} = w[1 - W(T_o)](1 - y) - vW(T_o)y.$ Здесь w – скорость упорядочения при температуре $T < T_o$. Действительно, упорядочивается лишь разупорядоченная часть объема, ее доля от общего объема равна 1-y. Произведение $w[1 - W(T_o)]$ – усредненная по времени скорость упорядочения. Аналогично трактуется второе слагаемое правой части. Решение уравнения для y, соответствующее начальному условию $y(0) = 1$, имеет вид:

$$y(t) = [vW(T_o)e^{-\lambda t} + \\ + w(1 - W(T_o))][vW_o(T) + w(1 - W(T_o))]^{-1},$$

где $\lambda = vW(T_o) + w(1 - W(T_o))$.

О СОСУЩЕСТВОВАНИИ НЕСКОЛЬКИХ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ФАЗ

Если в материале возможно существование нескольких высокотемпературных фаз, возникает задача определения объемной доли каждой из них.

Пусть первая из них соответствует температурному интервалу (T_1, T_2). Обозначим через $P(T_1, T_2, \Delta t)$ вероятность того, что температура в данной точке в течение промежутка времени Δt побывает в интервале (T_1, T_2).

Пусть $Q(T_1, T_2, t)$ – вероятность того, что температура за время t не побывает в этом интервале:

$$Q(T_1, T_2, t + \Delta t) = Q(T_1, T_2, t)\,[1 - P(T_1, T_2, \Delta t). \qquad (2)$$

Вероятность $P(T_1, T_2, \Delta t)$ равна разности четырехмерного объема, где температура превысила T_1, и объема, где она превысила T_2, отнесенной к полному четырехмерному объему $L^3 t$, и умноженной на число всех термических пиков в этом объеме за время t, т.е.

$$P(T_1, T_2, \Delta t) = \kappa\frac{\varepsilon}{c_V}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\frac{\Delta t}{L^3 t} nL^3 t = \kappa\frac{n\varepsilon}{c_V}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\Delta t.$$

Интегрируя уравнение (2) для $Q(T, T_2, t)$, получаем $Q(T_1, T_2, t) = \exp\left[-\kappa\dfrac{n\varepsilon t}{c_V}\left(\dfrac{1}{T_1} - \dfrac{1}{T_2}\right)\right]$, где κ – численный коэффициент порядка единицы. Вероятность того, что температура побывает за время t в интервале (T_1, T_2), но не превысит значение T_2, равна

$$p(T_1, T_2, t) = [1 - Q(T_1, T_2, t)]Q(T_2, \infty, t) = \\ Q(T_2, t) - Q(T_1, t).$$

Это и есть вероятность того, что данная точка находится в фазе, существующей в температурном интервале (T_1, T_2). Видим, что ее объемная доля стремится к нулю при $t \to \infty$, т.е. весь материал переходит в наиболее высокотемпературную фазу из всех возможных, существующих при $T > T_2$.

Выше предполагалось, что фазовый переход происходит мгновенно во всем объеме T_o-вспышки. В действительности для этого необходимо некое характерное время t_o, причем оно должно быть существенно меньше времени жизни θ–вспышки, то есть для того, чтобы переход произошел, необходимо выполнение условия:

$$\chi t_o << \left(\frac{\varepsilon}{c_V T_o}\right)^{2/3} \text{ или } T_o << T^* = \frac{\varepsilon}{c_V}(\chi t_o)^{-3/2}.$$

Таким образом, говоря о возможных высокотемпературных фазах, в которых может оказаться рассматриваемый материал после длительного облучения, нужно иметь в виду те из них, для которых выполнено последнее условие.

КИНЕТИКА РОСТА ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ФАЗЫ ПО ЗАРОДЫШЕВОМУ МЕХАНИЗМУ

Рассмотрим следующую модель: облучаемый материал заполняет пространство и может находиться в двух фазах – в низкотемпературной (фаза 1) и высокотемпературной (фаза 2). Температура перехода из фазы 1 в фазу 2 равна T_o. В отсутствие облучения материал находится в фазе 1 и его температура $T < T_o$. После включения облучения средняя температура остается меньше T_o. Тепловые пики инициируют зарождение и рост зародышей второй фазы.

Пусть ύ – скорость роста зародыша при температуре, большей T_o. В какой-либо точке поверхности зародыша идет процесс роста (со скоростью ύ) в течение времени, пока температура в этой точке превышает значение T_o. Как только она станет ниже этой температуры, граница включения начнет двигаться в обратную сторону со скоростью w (это скорость растворения второй фазы). Для скорости роста $v(t)$ можно записать соотношения:

$v(t)=\begin{cases}\hat{v} & (T>T_o)\\ 0 & (T<T_o)\end{cases}$, $w(t)=\begin{cases}0 & (T>T_o)\\ w & (T<T_o)\end{cases}$ – для скорости растворения $w(t)$. Радиус зародыша $R(t)$ равен $R(t)=\int_0^t [v(t')-w(t')]dt'$.

Усредняя правую часть по температуре, получаем $R(t)=t(\tilde{v}-\tilde{w})$, где $\tilde{v}=vW(T_o)$, $\tilde{w}=w(1-w(T_o))$. Зародыши будут расти, если $w(T_o)(v+w)>w$, в противном случае возникшие зародыши сразу же растворяются. Будем считать, что условие роста выполнено. Согласно теории Колмогорова [2] объемная доля $q(t)$ первой фазы к моменту времени t определяется выражением $-\ln q(t)=\int_0^t \alpha(t')V(R(t,t'))dt'$.

Проводя усреднение по температуре, получаем:

$$-\ln q(t)=\frac{\pi}{3}(\tilde{v}-\tilde{w})^3\tilde{\alpha}t^4.$$

Здесь $\tilde{\alpha}=\alpha w(T_o)$, α – средняя плотность вероятности зарождения при температуре $T>T_o$. Если q^* – предельно допустимая объемная доля первой фазы, то время эксплуатации материала не должно превышать значения t^*, определяемого выражением

$$t^{*4}=\frac{3}{\pi}\frac{1}{\alpha(\tilde{v}-\tilde{w})^3}\ln\frac{1}{q^*}.$$

Отметим, что речь идет о полиморфных превращениях однокомпонентного вещества, а не о диффузионном распаде пересыщенного твердого раствора. Для описания последнего предлагаемая схема расчета не годится, так как скорость роста включения новой фазы в этом случае – функция его «возраста», и формула Колмогорова для $q(t)$ неприменима, как это показано в [3]. Кроме того, при повышении температуры растворимость увеличивается, и часть закритических зародышей новой фазы становится докритической, и они начинают растворяться.

ИЗМЕНЕНИЕ РАВНОВЕСНОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ В РАСТВОРЕ ПОД ВЛИЯНИЕМ ТЕПЛОВЫХ ВСПЫШЕК

Скорость роста зародыша фазы 2 в случае отсутствия облучения определяется выражением:

$$R\frac{dR}{dt}=D(T)(c-c_R), \tag{3}$$

где

$$D(T)=D_o e^{-Q/T},\quad c_R=\exp\{-\tfrac{1}{T}(\psi-\mu-\frac{2\sigma\omega}{R})\},$$

ψ – не зависящая от концентрации часть химического потенциала растворенного вещества; μ – химический потенциал атома примеси во включении; σ – коэффициент поверхностного натяжения на межфазной границе; R – радиус зародыша; ω – атомный объем.

Усредним по температуре фактор Аррениуса $\exp(-Q/T)$. Согласно определению

$$\overline{e^{-Q/T}}=\int_0^\infty d\theta P(\theta)e^{-Q/(\overline{T}+\theta)},$$

где $\overline{T}$ – средняя температура; $P(\theta)=-\frac{dW(\theta)}{d\theta}$ – плотность вероятности $W(\theta)$ θ-вспышки. Поскольку $W(\theta)\to 0$ при $\theta\to\infty$ и $W(\theta)\to 1$ при $\theta\to 0$, можем записать:

$\overline{e^{-Q/T}}=\int_0^1 dW\exp[-Q/(\overline{T}+\theta(W))]$, где $\theta(W)$ - функция, обратная к $W(\theta)$.

Обычно $Q/T>>1$, так как Q порядка электронвольт. Так как $W\sim 1$ соответствуют малые θ, область интегрирования около $W=1$ дает вклад, пропорциональный $e^{-Q/\overline{T}}$. Наоборот, при $W=0$ $\theta>>\overline{T}$, и можно пренебречь $\overline{T}$ по сравнению с θ.

Известно, что при больших θ $W(\theta)$ убывает по степенному закону:

$W=(\theta_0/\theta)^\nu$, $\theta=\theta_0 W^{-1/\nu}$. Получаем:

$$\int_0^1 dW\exp(-\frac{Q}{\theta_0}W^{1/\nu})=\left(\frac{\theta_0}{Q}\right)^\nu\int_0^{(Q/\theta_0)^\nu} d\xi e^{-\xi^{1/\nu}}\approx\nu\Gamma(\nu)\left(\frac{\theta_0}{Q}\right)^\nu,$$

т. е.

$$\overline{e^{-Q/T}}=\nu\Gamma(\nu)\left(\frac{\theta_0}{Q}\right)^\nu. \tag{4}$$

С помощью этой формулы можно сформулировать уравнение для скорости роста включения новой фазы радиуса R, выпадающего из пересыщенного твердого раствора при наличии случайного температурного поля, создаваемого θ-вспышками. Согласно (4)

$$\overline{D} = D_0 \nu \Gamma(\nu)\left(\frac{\theta_0}{Q}\right)^{\nu}, \quad \bar{c}_R \approx \nu \Gamma(\nu)\left(\frac{\theta_0}{\psi-\mu}\right)^{\nu}\left[1+\frac{2\sigma\omega\nu}{R(\psi-\mu)}\right].$$

Для усредненной скорости роста получаем

$$R\overline{\frac{dR}{dt}} = D_0 \nu \Gamma(\nu)\left(\frac{\theta_0}{Q}\right)^{\nu}(c-\bar{c}_R).$$

Запишем разность

$$c-\bar{c}_R = \Delta\left[1-\frac{2\nu^2\Gamma(\nu)\sigma\omega}{\Delta R(\psi-\mu)}\left(\frac{\theta_0}{\psi-\mu}\right)^{\nu}\right].$$

Роль критического радиуса играет величина $R_c = \dfrac{2\nu^2\Gamma(\nu)\sigma\omega}{\Delta(\psi-\mu)}\left(\dfrac{\theta_0}{\psi-\mu}\right)^{\nu}$, а пересыщенности - $\Delta = c-\nu\Gamma(\nu)\left(\dfrac{\theta_0}{\psi-\mu}\right)^{\nu}$.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЛА ПОПАДАНИЙ ТОЧКИ НАБЛЮДЕНИЯ В ДЕФЕКТНУЮ ОБЛАСТЬ

Допустим, что в облучаемом материале происходят пики смещений (или термопики), однородно распределенные в пространстве и времени с плотностью n (число пиков в единице объема за секунду). Каждый такой пик порождает некоторое нарушение свойств материала, занимающее объем ω, изменяющийся со временем по известному закону $\omega = \omega(t,t')$, где t – текущее время, а t' – момент рождения такого объема.

Предположим, что после M-кратного попадания точки наблюдения (ТН) в такой объем материал в этой точке теряет необходимые для его дальнейшей службы свойства. Пусть q_o – нижняя грань объемной доли «неиспорченного» материала, при которой весь материал еще пригоден, и надо найти время $t_{\exp}$ в течение которого $q > q_o$.

Пусть T – число попаданий ТН в области, занятые объемами с измененными физическими свойствами за время наблюдения t. Очевидно, что эту величину можно представить в виде суммы $T = \sum_i g_i$, где g_i – случайная величина, равная числу попаданий ТН в область, порожденную i-м каскадом. Ее возможные значения равны нулю или единице. Вероятность $w(t,t')$ значения, равного единице, равна

$$w(t,t') = \int_{t'}^{t} \omega(t'',t')dt'' / (L^3 t), \tag{5}$$

где L – величина зерна поликристалла.

Для пояснения формулы (5) можно предположить, что пространство двумерное и время – третье измерение. ТН прочертит в этом 3D-пространстве прямую (мировую линию). Контур 2D-области ω при своем движении во времени начертит 3D-объем, равный $\int_{t'}^{t} \omega(t'',t')dt''$. Его отношение ко всему объему $L^2 t$ есть объемная доля точек 3D-объема, в которых побывал 2D-объем ω, рожденный рассматриваемым каскадом. Зачерним этот 3D-объем и заполним плотно подобными объемами (не зачерненными) весь объем $L^2 t$.

Проткнем последний мировой линией ТН и подсчитаем отношение числа проткнутых черных и белых объемов. Во-первых, это отношение равно искомой вероятности $w(t,t')$, во-вторых – объемной доле черного объема, поскольку все объемы нанизываются на мировую линию ТН случайным образом. Очевидно, что справедливость приведенного рассуждения от размерности пространства не зависит.

Введя характеристическую функцию величины T для N каскадов (см. Приложение, формула (4)), для плотности вероятности $P(T)$ можно получить разложение в ряд по числу m попаданий ТН в поврежденную область и вероятность $W(n > M)$ ТН попасть в поврежденную область больше в M раз:

$$P(T) = e^{-B}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{B^m}{m!}\delta(T-m),$$

$$W(n > M) = 1-\sum_{m=0}^{M} e^{-B}B^m / m! \tag{6}$$

$$B = nt^{-1}\int_0^t dt'\int_{t''}^{t} dt''\omega(t'',t'). \tag{7}$$

Вероятность противоположного события равна

$W(n \le M) = e^{-B}\sum_{m=0}^{M}\dfrac{B^m}{m!}$ и объемная доля

$$q_M(t) = W(n \le M). \tag{8}$$

Дифференцируя $e^{-\varphi(z)} = \int_0^{\infty} P(T)e^{-zT}dT$ по z и полагая $z = 0$, получаем $\overline{T} = B$. Время $t_{\exp}$ находится из уравнения $q_M(t_{\exp}) = q_o$. Если $\int_{t'}^{\infty} dt''\omega(t'',t') < \infty$, то $B \to n\Omega$, где Ω – константа, равная некоторому четырехмерному объему пространства-времени, умноженному на n. При этом

$$\lim\big|_{t\to\infty} q_M(t) = \exp(-n\Omega)\sum_{m=0}^{M}\frac{1}{m!}(n\Omega)^m = q_M(\infty).$$

Если $q_M(\infty) > q_o$, то время $t_{\exp} = \infty$ не ограничено, а при $q_M(\infty) < q_0$ существует конечное время

$t_{\exp}$. Случай $\omega(t,t')=const$ соответствует необратимым изменениям и будет рассмотрен ниже.

НЕОБРАТИМЫЕ ИЗМЕНЕНИЯ

Подставляя $\omega(t,t')=const$ в правую часть (7), получим $B=n\omega t/2$ и из (8) следует $q_M(t)=\exp\left(-\frac{1}{2}n\omega t\right)\sum_{m=0}^{M}\frac{1}{m!}\left(\frac{1}{2}n\omega t\right)^m$. В частности, при $M=0$

$$q_M(t)\big|_{M=0}=\exp(-n\omega\, t/2). \qquad (9)$$

Однако это не так. Сформулируем задачу по-другому: необходимо найти вероятность того, что ТН ни разу не попадет в дефектную область за время t.

Обозначим эту вероятность через $W(t)$. В прежних обозначениях это $W(t)\big|_{M=0}=q_M(t)\big|_{M=0}$. Очевидно, что $W(t+\Delta t)=W(t)$ – вероятность того, что ТН не попадет в дефектную область в интервале времени Δt. Последняя вероятность равна разности между единицей и вероятностью того, что ТН хотя бы один раз побывает в этой области в течение промежутка времени Δt. Эта вероятность равна произведению отношения объема ω этой области ко всему объему $V=L^3$, т.е. $\frac{\omega}{V}$ и отношения $\frac{\Delta t}{t}$, т. е. эта вероятность равна $\frac{\omega\Delta t}{Vt}$. Но за время t успело возникнуть nVt дефектных областей, поэтому вероятность того, что ТН хоть раз побывает в одной из них в интервале времени Δt равна $n\omega\Delta t$.

Таким образом, $W(t+\Delta t)=W(t)[1-n\omega\Delta t]$, и после интегрирования получаем

$$W(t)=\exp(-n\omega t). \qquad (10)$$

Эта формула находится в противоречии с формулой (9). Проанализируем рассуждения, которые привели к формуле (9).

Вернемся к двумерной аналогии трехмерного пространства. В случае постоянного ω возникшие дефектные области уже не исчезают со временем и превращаются в трехмерном пространстве-времени в цилиндрические области. Мировая линия ТН параллельна осям этих цилиндров, и если она пронизывает какой-то из них, то на всем его протяжении, и вероятность пересечения такой цилиндрической области с мировой линией равна отношению площади поперечного сечения цилиндра ко всему сечению, или, возвращаясь к трехмерному пространству, – отношению $\frac{\omega}{V}$. Отсюда следует, что $\varphi(z)=(1-e^{-z})\frac{\omega}{V}nVt=(1-e^{-z})n\omega t$, т.е. в этом случае $B=n\omega t$, а не $\frac{1}{2}n\omega t$.

В случае постоянного ω правильной оказывается формула (10).

Можно упростить рассуждения, считая пространство одномерным. Тогда пространство-время представляет собой плоскость. Отметим какой-либо определенный каскад, появившийся в интервале $(0,\ t)$.

Пусть l – диаметр области, а время ее существования – τ. Мировая линия точки наблюдения проткнет эту область, если 1) ее центр попадет в полосу шириной l около мировой линии, 2) если интервал τ попадет внутрь интервала $(0,t)$. Вероятность события – произведение вероятностей событий 1) и 2), т. е. $w=\frac{l}{L}\frac{\tau}{t}$. Но Lt – объем, пространства-времени, а $l\tau$ – объем дефектной области. Если $\tau\to\infty$, то отношение τ/t стремится к единице. Получаем, что $w=l/L$, и одно интегрирование по времени пропадает, а с ним и множитель $1/2$, связанный с этим интегрированием.

Если ω не постоянно и стремится к нулю при $t-t'\to\infty$, то наши рассуждения, которые привели к формуле (9), справедливы в том случае, когда длина мировой линии (время наблюдения t) много больше «временного размера» четырехмерного объема $\int_{t'}^{t}\omega(t'',t')dt''$, занимаемого одной дефектной областью. Если это время $\tilde{t}$, то условием справедливости формулы (9) и рассуждений, приведших к ней, является $\tilde{t}/t<<1$. В противоположном случае получаем формулу (10).

При необратимом изменении ω постоянно и q^* предельно допустимая объемная доля для дальнейшей эксплуатации исходной фазы, то «время жизни» такого материала является корнем уравнения $q^*=e^{-B}\sum_{N=0}^{M-1}B^N/(N!)$, $B=n\omega t^*$. Вероятность N-кратного попадания ТН в дефектную область выражается законом Пуассона: $w_N=e^{-B}B^N/(N!)$.

Каждому конкретному свойству материала, потери которого угрожает попадание ТН в дефектную область, соответствует свое значение величины *M*. Поясним примером сказанное. Допустим, что потеря данного свойства наступает после получения данной точкой дозы облучения равной Q. При этом M определяется как отношение Q к дозе, полученной от одного каскада. Последняя определяется временем τ, проведенным в области каскада, т.е. $\lambda\tau$, где λ – некий коэффициент пропорциональности. Оценим τ. Пусть $r = \Omega(\tau)$ – зависимость радиуса дефектной зоны от времени. Пусть $r_{\max}$ – его максимальное значение. Оно определяется корнем уравнения $\Omega'(\tau_{\max}) = 0$. Обратная функция $\tau = \Omega^{-1}(r)$ является двузначной. Пусть $\Delta_1(r)$, $\Delta_2(r)$ – ее ветви. Для данного r $\tau = \Delta_2(r) - \Delta_1(r)$, тогда $M = \dfrac{Q}{\lambda}\left\langle \dfrac{1}{\tau} \right\rangle$, где усреднение проводится по всем возможным значениям r от 0 до $r_{\max}$. Отношение $(r / r_{\max})^3$ – условная вероятность нахождения источника на расстоянии меньшем r от точки наблюдения. Тогда

$$\left\langle \frac{1}{\tau} \right\rangle = \frac{3}{r_{\max}} \int_0^{r_{\max}} dr \frac{r^2}{r_{\max}^2} [\Delta_2(r) - \Delta_1(r)]^{-1}.$$

Автор благодарен Г.Г. Сергеевой за интерес к работе, полезные замечания и советы.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Введем характеристическую функцию числа попаданий ТН в объемы с измененными свойствами *T*, равную $\left(\overline{e^{-zT}}\right) = \prod_{i=1}^{N} \left(\overline{e^{-zg_i}}\right) = \prod_i \left(\overline{e^{-zTN_i}}\right)$, где число каскадов $N = \sum N_i$. Интервал $(0, t)$ разбит на малые интервалы $(t_i, t_i + \Delta t_i)$ и N_i – число каскадов, родившихся в интервале времени Δt_i. Это случайная величина, распределенная по закону Пуассона вокруг среднего значения $\overline{N_i} = nL^3 \Delta t'$:

$$\overline{\left(\overline{e^{-zg_i}}\right)^{N_i}} = \sum_{N_i}^{\infty} e^{-\overline{N_i}} \frac{1}{N_i!} \overline{N_i}^{N_i} \left(\overline{e^{-zg_i}}\right)^{N_i} =$$

$$\exp[-(1 - e^{-z}) \overline{N_i} w(t, t')], \tag{1П}$$

$$\overline{e^{-zg_i}} = e^{-z} w(t, t') + 1 - w(t, t').$$

Таким образом, $\overline{e^{-zT}} = \exp(-\varphi(z))$, где $\varphi(z) = (1 - e^{-z}) \sum_i \overline{N_i} w(t, t')$. Переходя к интегрированию, получаем

$$\varphi(z) = (1 - e^{-z}) \int_0^t w(t, t') dt' nL^3. \tag{2П}$$

Подставляя (1) в (2), приходим к выражению $\varphi(z) = (1 - e^{-z}) B$, где

$$B = \frac{n}{t} \int_0^t dt' \int_{t''}^t dt'' \omega(t'', t'). \tag{3П}$$

С учетом определения среднего $e^{-\varphi(z)} = \int_0^\infty P(T) e^{-zT} dT$ обратным преобразованием находим плотность вероятности $P(T)$ величины *T*:

$$P(T) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} \exp[zT - \varphi(z)] dz = \\ = \frac{e^{-B}}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} dz \exp[zT + Be^{-z}]. \tag{4П}$$

Раскладывая $\exp(Be^{-z})$ в ряд и интегрируя почленно, получаем:

$$P(T) = \frac{e^{-B}}{2\pi i} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} B^m \int_{-i\infty}^{i\infty} dz \exp[z(T - m)] = \\ = e^{-B} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{B^m}{m!} \delta(T - m). \tag{5П}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. И.М. Лифшиц //*ДАН СССР*. 1956, т.109, в. 6, с. 1109–1111.
2. А.Н. Колмогоров //*Изв. АН СССР. Сер. мат.* 1937, т. 3, с. 355–358.
3. В.З. Беленький. *Геометрико-вероятностные модели кристаллизации.* М.: «Наука», 1980, 83 с.

Статья поступила в редакцию 10.09.2008 г.

ЗВОРОТНІ ТА НЕЗВОРОТНІ ЗМІНИ В МАТЕРІАЛІ, ЩО ОПРОМІНЮЄТЬСЯ

Л.В. Танатаров

С позицій моделі геометричних імовірностей, що в свій час одержала назву теорії θ-спалахів, розглянуто зміни властивостей матеріала під дією радіаційного випромінювання. Показано, що при оборотних змінах властивостей матеріалу, які зникають після зняття опромінювання, об′ємна доля пошкодженого метеріалу залишається кінечною, в той час коли зміни необоротні, така доля з часом стає рівної одиниці. Досліджено, як впливає опромінювання на упорядкованість, оцінено вплив випромінювання на швидкість росту нової фази. З достатньо великим часом система розпадається на дві фази: рівноважну, що існує при середньої температурі, та найбільш високотемпературну. Досліджено кінетику росту високотемпературної фази по зародковому механізму. Проведено оцінку кінетичних коефіцієнтів в умовах опромінювання.

REVERSIBLE AND IRREVERSIBLE DAMAGES IN A MATERIAL UNDER IRRADIATION

L.V. Tanatarov

The radiation damages are considered in the frame of the geometric probability model, which is called the theory of thermal spikes. It is shown, that in case the changes to the material are reversible, i.e. they disappear after irradiation, the volume fraction of the material with the unchanged properties tends to a constant unequal to unity. In case they are irreversible, it tends to unity. The effect of irradiation on ordering and new phase growth is investigated. It is shown, that at high enough irradiation times the system is decomposed into two phases: the equilibrium phase that corresponds to the average temperature, and the highest temperature phase. The high temperature phase growth by the nucleus mechanism is considered. The kinetic coefficients under irradiation are estimated.