

## ГРАНИЦА ОЦК- И ГПУ-ФАЗ В МЕТАЛЛАХ И ТВЕРДОМ ГЕЛИИ

В.А. Лыках, Е.С. Сыркин\*

*Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт", г. Харьков, Украина; E-mail: lykah@ilt.kharkov.ua; тел. (057)707-63-47;**\*Физико-технический институт низких температур, г. Харьков, Украина; E-mail: syrkin@ilt.kharkov.ua; факс (057)707-66-01, тел. (057)341-08-90*

На микроскопическом уровне рассмотрен механизм перехода между ОЦК- и ГПУ-фазами в металлах и квантовом кристалле  $^4\text{He}$ . Указана относительная ориентация кристаллических решеток, обеспечивающая когерентное сопряжение фаз. Введен новый параметр порядка - величина относительного смещения атомных слоев. Найдены форма и энергия межфазной границы. Показано, что нулевые колебания граничных атомов уменьшают энергетический барьер между фазами. Предложенный механизм позволяет объяснить результаты недавних экспериментов, связанных с исследованиями зародышей образования новой фазы при ОЦК-ГПУ-переходе в твердом  $^4\text{He}$ .

## ВВЕДЕНИЕ

Строение и физические свойства межфазных границ (МФГ) определяют кинетику фазовых переходов (ФП), диффузионную динамику и прочностные характеристики кристаллов. Главными альтернативными подходами к МФГ являются полностью упорядоченная (когерентная) и полностью неупорядоченная (некогерентная) границы. Весь спектр промежуточных состояний МФГ реализован как в экспериментально наблюдаемых границах, так и в их теоретических моделях [1]. В твердом  $^4\text{He}$  общепринятым является представление о полностью неупорядоченной МФГ между ГПУ- и ОЦК-фазами. Недавние экспериментальные исследования [2] оптическими методами показали, что в твердом  $^4\text{He}$  в тройной точке при ОЦК-ГПУ фазовом переходе зародыши новой фазы образовывались во многих местах внутри исходного монокристалла. Кроме того, эксперимент обнаружил обратимое и повторяемое перемещение МФГ при смещении условий равновесия ОЦК- и ГПУ-фаз, что позволило авторам работы [2] высказать гипотезу о мартенсито-подобном характере перехода ОЦК-ГПУ в твердом  $^4\text{He}$ .

В настоящей работе приведено теоретическое обоснование мартенситного характера перехода между ОЦК- и ГПУ-фазами в твердом  $^4\text{He}$ , выяснена возможность непрерывного сопряжения и взаимного преобразования указанных фаз.

Обычно мартенситный ФП рассматривается для ГЦК- и ОЦК-фаз, чаще всего встречающихся в сплавах железа [1,3]. Первой моделью непрерывного преобразования между ОЦК- и ГЦК-решетками при мартенситном ФП является деформация Бейна (1924), которая не реализуется в реальных системах. Позже на основе рентгеноструктурных данных были найдены соотношения или ориентировки Курдюмова-Закса и Нишиямы (1934). Курдюмовым на основе эксперимента были предложены два основных положения мартенситной теории, касающиеся сопряжения кристаллических решеток матрицы и мартенситной фазы.

1). Кооперативный бездиффузионный характер мартенситного ФП, при котором атомные сдвиги коррелированы в различных элементарных ячейках и не превышают размер ячейки. Существуют преобразования, которые обеспечивают непрерывную

трансформацию исходной (материнской) решетки в решетку мартенситной фазы. Был предложен и механизм такого преобразования - механизм Курдюмова-Закса [3].

2). Высокая степень когерентности решеток мартенситной и исходной фаз. Состав сплава однозначно определяет взаимную ориентацию решеток (ориентационные соотношения) этих фаз.

Мартенситный ФП описан в случае ОЦК-ГПУ-перехода в сплавах железа [4]; для него справедливо соотношение или ориентировка Нишиямы:

$$(110)_{\text{bcc}} \parallel (001)_{\text{hcp}}, [111]_{\text{bcc}} \parallel [110]_{\text{hcp}}, \quad (1)$$

где индекс bcc (body centered cubic) означает ОЦК и hcp (hexagonal close pack) – ГПУ- решетки; записаны совпадающие плоскости кристаллических решеток (круглые скобки) и совпадающие направления (квадратные скобки).

## 1. МОДЕЛЬ

Рассмотрим микроскопический механизм непрерывного преобразования между ГПУ и ОЦК кристаллическими решетками твердого гелия, следуя модели Ванэйблса [3,5] для сплава железа. Это преобразование соответствует ориентировке Нишиямы (1) и показано на рис.1. На первом этапе элементарная ячейка деформируется от угла  $60^\circ$  в плоскости основания ГПУ к углу  $\sim 70,5^\circ$ . На втором этапе каждая вторая деформированная (0001) плоскость ГПУ (hcp) скользит из положения (H) над центром треугольного основания к положению (b) над центром большей стороны треугольного основания, формируется (110) плоскость ОЦК (bcc).

Мы предполагаем относительно гладкую МФГ так, чтобы в соседних элементарных ячейках параметры мало отличались. Тогда элементарные ячейки внутри МФГ находятся в промежуточном состоянии, отличающемся от оптимальных атомных конфигураций, с энергиями более высокими, чем внутри объема фаз. Вычисление потенциального барьера  $h$  внутри МФГ и нахождение оптимального пути в пространстве параметров большой размерности – чрезвычайно затруднено. Учитывая сложность задачи, введем обобщенную координату  $\xi$ , которая изменяется по оптимальной траектории в пространстве параметров при одновременной подстройке всех па-

раметров (угол, сдвиг, деформация). Удобно принять за обобщенную координату  $\xi$  параметр смещения  $x$  центрального атома ячейки между положениями над центром треугольника ( $H$ ) и серединой его стороны ( $b$ ), разделенными расстоянием  $l_{Hb}$ .

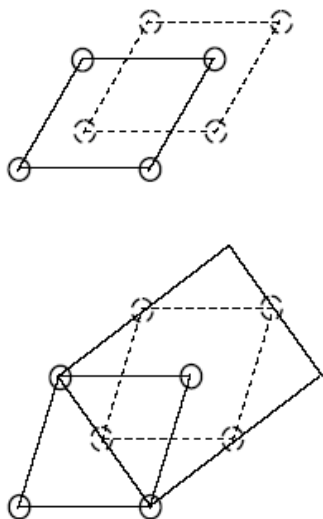


Рис.1. Переход от ГПУ (вверху,  $60^\circ$ ) к ОЦК ( $71,5^\circ$ ) решетке. Сплошные и пунктирные линии соответствуют разным параллельным плоскостям (0001) АВАВ-ГПУ или (110) ОЦК-фаз

Будем описывать ГПУ-ОЦК-преобразование, используя для энергии элементарной ячейки двухъямный потенциал, зависящий от обобщенной координаты  $\xi$ . Возможно детальное микроскопическое вычисление потенциала исходя из известных потенциалов межатомных взаимодействий. Такое же описание может быть введено при феноменологическом подходе [1], используемом ниже.

Общее рассмотрение модели двухъямного термодинамического потенциала для описания МФГ в мартенситном переходе использовалось в [6]. Мы рассмотрим модель с заданными смещениями атомных слоев. Двухъямный потенциал для объемной плотности энергии с учетом пространственно-неоднородного члена запишем в следующем виде:

$$W(\xi, z) = \frac{1}{2v} \left[ \frac{\alpha}{2} \left( \frac{d\xi}{dz} \right)^2 + \frac{k_4}{4} \xi^4 - \frac{k_2}{2} \xi^2 \right], \quad (2)$$

где  $v$  - объем элементарной ячейки;  $\alpha$  - параметр дисперсии;  $k_4, k_2 > 0$  - феноменологические параметры. Исследование однородной части потенциала (2) на экстремумы дает точки его максимума и минимума  $\xi_{\max} = 0$ ;  $\xi_{\min} = \pm \sqrt{k_2/k_4}$ . Минимум энергии -  $W(\xi_{\min}) = -k_2^2/(4vk_4)$ , а высота барьера для смещения атомных слоев  $h$  в единице объема равна разности энергий в точках максимума и минимума. Высота барьера на одну ячейку составляет  $h_1 = hv$ . Связь параметров двухъямного потенциала и параметров элементарной ячейки дается системой уравнений:

$$h_1 = \frac{k_2^2}{4k_4}; \quad l_{Hb} = \sqrt{\frac{k_2}{k_4}}. \quad (3)$$

## 2. ФОРМА И ЭНЕРГИЯ МЕЖФАЗНОЙ ГРАНИЦЫ

Варьирование энергии по переменным  $\xi, \xi'$  приводит к дифференциальному уравнению с граничными условиями для параметра порядка:

$$\alpha \frac{d^2 \xi}{dz^2} - k_4 \xi^3 + k_2 \xi = 0; \quad \xi(z \rightarrow \pm \infty) = \pm \xi_0. \quad (4)$$

Уравнение (4) может быть проинтегрировано [7], что дает форму и характерную ширину  $l_{pb}$  МФГ:

$$\xi = \pm \xi_0 \operatorname{th} \left( \frac{z - z_0}{l_{pb}} \right); \quad (5)$$

$$l_{pb} = \sqrt{\frac{2\alpha}{k_4}}. \quad (6)$$

где  $\xi_0 = l_{Hb}/2$  амплитуда атомного сдвига между положениями ( $H$ ) и ( $b$ ). Микроскопические параметры термодинамического потенциала (2) могут быть выражены через расстояние между минимумами и высоту барьера (3):

$$k_2 = \frac{16}{l_{Hb}^2} h_1; \quad k_4 = \frac{64}{l_{Hb}^4} h_1. \quad (7)$$

Используя (6,7), можно найти параметр дисперсии:

$$\alpha = \frac{1}{4} k_4 l_{pb}^2 = 16 \frac{l_{pb}^2}{l_{Hb}^4} h_1. \quad (8)$$

## 3. ЭНЕРГИЯ МФГ

Поверхностная плотность энергии МФГ находится подстановкой координатной зависимости сдвига (5) в объемную плотность свободной энергии (2) (минус плотность энергии однородного состояния) и дальнейшим интегрированием:

$$W_{pb} = \frac{4}{3} \frac{\sqrt{2\alpha k_2^3}}{vk_4} = \frac{16}{3v} l_{pb} h_1, \quad (9)$$

т.е. выражается через параметры двухъямного потенциала ( $\alpha, k_4, k_2$ ) или микроскопические параметры кристаллической решетки ( $v, l_{pb}, h_1$ ).

## 4. УЧЕТ НУЛЕВЫХ КОЛЕБАНИЙ ГРАНИЦЫ

Рассмотренное выше описание границы фаз оправдано в классических кристаллах. Нулевые колебания атомов ведут к существенному изменению свойств квантовых кристаллов [8]. При этом обязательно должны быть учтены напряжения в кристалле, стабилизирующие ту или иную фазу, в объеме которой реализуется только один из энергетических минимумов.

Покажем, что нулевые колебания атомов в двухъямном потенциале на гребне МФГ должны быть значительно выше, а энергия относительно дна ямы ниже, чем в объеме каждой из фаз. Вследствие этого эффективный барьер для МФГ падает по сравнению с классическим случаем. С этой целью рассмотрим одномерный потенциал в направлении смещения атомных слоев в МФГ. Внутри слоя атомы упакованы относительно плотно, примем для взаимодействия с соседями в слое коэффициент жесткости  $k_L$ . При смещении вдоль соседнего слоя атом попадает в двухъямный потенциал, рассмотренный выше. На гребне (ниже - индекс *max*) двухъямного потенциала в середине МФГ вклад двух соседних слоев в жесткость отрицателен и, как можно показать из (2), составляет  $-k_2$ . В минимумах (ниже - индекс *min*) двух-

явного потенциала внутри фаз необходимо провести разложение по  $\xi-\xi_0$ , в результате чего получим вклад в жесткость  $+2k_2$ . Жесткость двухявного потенциала меньше, чем жесткость внутри слоя  $|-k_2| < 2k_2 < k_L$ . Суммарный коэффициент жесткости для потенциала вдоль направления скольжения слоя получается сложением вкладов в своем и соседнем слоях:

$$k_{\max} = k_L - k_2; \quad k_{\min} = k_L + k_2. \quad (10)$$

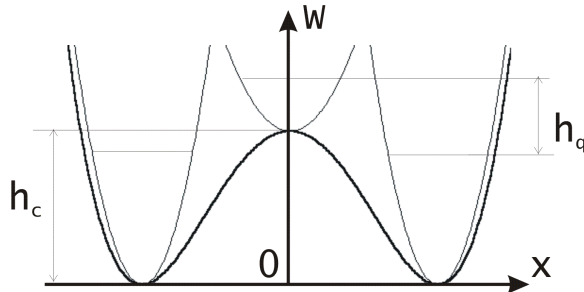


Рис.2. Потенциальные барьеры для атомного смещения:  $h_c$  - в классической и  $h_q$  - в квантовой МФГ

Очевидно выполнение неравенств  $k_{\max} < k_{\min}$ . При прочих равных условиях квантовый уровень основного состояния атома лежит выше, чем в классическом случае. Повышение энергетического уровня атома  $^4\text{He}$  внутри фазы составляет

$$\Delta h_{\min} = \frac{1}{2} \hbar \omega_{\min}; \quad \omega_{\min} = \sqrt{\frac{k_{\min}}{m^*}}, \quad (11)$$

где  $m^*$  - эффективная масса при встречном колебании атомных слоев. Квантовый уровень основного состояния атома лежит выше, чем в классическом случае и на гребне двухявного потенциала на величину

$$\Delta h_{\max} = \frac{1}{2} \hbar \omega_{\max}; \quad \omega_{\max} = \sqrt{\frac{k_{\max}}{m^*}}. \quad (12)$$

С учетом различной жесткости потенциала в объеме фаз и на их границе получаем  $\omega_{\min} > \omega_{\max}$  и  $\Delta h_{\min} > \Delta h_{\max}$ . Следовательно, за счет отличия в нулевых колебаниях на МФГ эффективная высота барьера  $h_q$  в квантовом кристалле уменьшается по сравнению с классическим  $h_c$  барьером:

$$h_q = h_c - \Delta h_{\min} + \Delta h_{\max}. \quad (13)$$

В классическом кристалле энергия тепловых флуктуаций всюду одинакова, и менее жесткий межатомный потенциал проявляется в увеличении амплитуды тепловых колебаний атомов границы.

Рассмотрим длинноволновые колебания МФГ. Нулевые колебания МФГ возможны в направлении  $z$ , перпендикулярном к ее плоскости, в поле макроскопического деформационного потенциала, порожденного искажением решетки вокруг зародыша новой фазы. Плотность энергии при малом смещении МФГ может быть записана как

$$w_{pb} = \frac{1}{2} \kappa z^2 + \frac{1}{2} \mu V^2, \quad (14)$$

где первый член дает плотность потенциальной энергии МФГ и второй - плотность кинетической энергии МФГ ( $\kappa$  - коэффициент жесткости и  $\mu$  - масса на единицу поверхности,  $V$  - скорость участка границы). Частота колебаний МФГ составляет:

$$\omega_{pb} = \sqrt{\frac{\kappa}{\mu}}. \quad (15)$$

Соотношение неопределенности Гейзенберга  $\Delta z \Delta p_z \geq \hbar/2$  дает для МФГ связь между смещением  $z = \Delta z$  и скоростью  $V = \Delta V$  при учете зависимости скорости от импульса:  $V = p_z/m_{ef}$ , где  $m_{ef} = L^2 \mu$  - эффективная масса колеблющегося участка границы с характерным линейным размером  $L$  (размер зародыша или длина полуволны изгибных колебаний МФГ). В любом случае характерный размер участка не может быть менее толщины МФГ. Выразим скорость МФГ через импульс, а затем с помощью соотношения неопределенности через координату поперечного смещения  $z$  подставим в (14). Дальнейшая минимизация плотности энергии МФГ  $w_{pb}$  по  $z$  дает значение смещения и скорости МФГ вследствие нулевых колебаний:

$$z_0 = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{\hbar}{2}} \frac{1}{\sqrt{4\mu\kappa}}; \quad V_0 = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{\hbar}{2}} \sqrt{4\mu^3\kappa}. \quad (16)$$

Подставляя эти значения в (14), получим оценку энергии нулевых колебаний межфазной границы:

$$w_{pb} \geq \frac{1}{L^2} \frac{\hbar}{2} \sqrt{\frac{\kappa}{\mu}} = \frac{1}{L^2} \frac{\hbar \omega_{pb}}{2}. \quad (17)$$

Следовательно, амплитуда, скорость и энергия нулевых колебаний сильно зависят от характерного размера колеблющихся участков МФГ: чем меньше размер участка, тем больше эти величины. Определение эффективной массы  $\mu$  требует отдельного исследования. Но по аналогии с исследованиями краудионов [9] или дислокаций [10] можно ожидать, что эффективная масса, приходящаяся на ячейку  $\mu a^2$ , не превышает массы атома или даже на порядки меньше. Коэффициент жесткости на ячейку при смещении МФГ  $\kappa a^2$  (макроскопические деформации) заведомо меньше коэффициентов  $k_2$ ,  $k_L$  (межатомные расстояния). В результате амплитуда  $z_0$  нулевых колебаний МФГ может существенно превышать период решетки.

## 5. ОЦЕНКИ ВЕЛИЧИН

Для оценки основных параметров МФГ необходимо в первую очередь оценить высоту барьера  $h_l$  (3) на одну ячейку для смещения атомов (скольжения атомных слоев) при фазовом переходе и параметр дисперсии  $\alpha$  (8).

Величину барьера для образования зародыша можно оценить как среднюю температуру ФП  $T_c \approx 1,5$  К по  $p$ - $T$  диаграмме на участке ОЦК-ГПУ. Необходимо также учесть, что переход реализуется при некотором минимальном размере зародыша [1], который определяется конкуренцией между выигрышем в объемной энергии новой фазы и проигрышем в поверхностной энергии зародыша. Тогда для объемного вклада высота барьера при образовании зародыша  $N h_l \approx 1,5$  К  $\approx 2,1 \cdot 10^{23}$  Дж. Здесь  $N \approx 10^2 \dots 10^3$  - минимальное число элементарных ячеек в зародыше новой фазы при их одновременном переходе. Тогда средний радиус зародыша  $R \approx (3.2 \dots 6.3) a \approx (1 \dots 2)$  нм. В оптических экспериментах [2] такие маленькие зародыши наблюдаться не могли, но в экспериментах по фазовому расслоению [11] приводятся именно такие оценки радиуса устойчивого зародыша.

Для оценки параметра дисперсии  $\alpha$  сравним динамическое уравнение для параметра порядка и волновое уравнение

$$m^* \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} - \alpha \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = 0; \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - s^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0, \quad (18)$$

где  $m^* = m_1 m_2 / (m_1 + m_2) = m_0 / 2$  - эффективная масса колеблющейся элементарной ячейки;  $m_0$  - масса атома  ${}^4\text{He}$ ;  $s$  - скорость продольного звука в направлении [110] ОЦК-решетки или в плотноупакованной плоскости ГПУ-решетки. Тогда параметр дисперсии равен  $\alpha = m \cdot s^2$ . В плотноупакованной плоскости ГПУ при молярном объеме  $20,97 \text{ см}^3/\text{моль}$  продольная скорость звука составляет  $450 \text{ м/с}$  [12]. Величину параметра дисперсии можно оценить как  $\alpha \approx 0,5 \cdot 4 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 450^2 \approx 6,76 \cdot 10^{-22} \text{ Дж} \approx 49 \text{ К}$ . Вблизи ФП возможно смягчение звуковых мод, особенно поперечных, но продольные моды обычно изменяются слабо. Межатомное расстояние [8] приемом одинаковым для ОЦК- и ГПУ-решеток  $a_{\text{bcc}} \approx a_{\text{hcp}} = 0,33 \text{ нм}$ . Тогда расстояние для смещения атомных слоев между равновесными позициями  $l_{\text{hb}} = a_{\text{hcp}} / (2 \cdot 3^{1/2}) \approx 0,083 \text{ нм}$ . Из (8,9) и высоты барьера характерные ширина и энергия МФГ составляют

$$l_{\text{pb}} = \frac{1}{4} l_{\text{hb}} \sqrt{\frac{\alpha}{h_1}} = 1,18 \sqrt{N} \text{ нм}; \quad (19)$$

$$w_{\text{pb}} = \frac{16}{3v} l_{\text{pb}} h_1 = \frac{1}{\sqrt{N}} 9,8 \cdot 10^{-4} \text{ Дж/м}^2. \quad (20)$$

Здесь в соответствии с предыдущими оценками,  $N \approx 10^2 \dots 10^3$ . Таким образом, для МФГ ширина может колебаться в пределах  $l_{\text{pb}} \approx (1,2 \dots 3,5) \text{ нм}$ , а поверхностная плотность энергии  $w_{\text{pb}} \approx (2,9 \dots 9,8) \cdot 10^{-5} \text{ Дж/м}^2$ .

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Впервые указано для твердого гелия условие когерентного сопряжения ОЦК- и ГПУ-фаз при выполнении ориентационных соотношений Нишиямы, найденных ранее для мартенситного превращения в металлических сплавах. Впервые для твердого гелия введен параметр порядка, непрерывно описывающий переход между ОЦК- и ГПУ-фазами в модели Ванэйлбса. Параметр порядка равен относительному смещению соседних атомных слоев между равновесными положениями, соответствующими различным фазам. Введен термодинамический потенциал, зависящий от этого параметра порядка. Его коэффициенты выражены через наблюдаемые параметры системы. Построена континуальная модель межфазной когерентной границы между ОЦК- и ГПУ- фазами в кристалле. Найдены ширина и энергия МФГ.

### ГРАНИЦЯ ОЦК- І ГЦП-ФАЗ В МЕТАЛАХ І ТВЕРДОМУ ГЕЛІЇ

*В.О. Ликах, Є.С. Сиркін*

На мікроскопічному рівні розглянуто механізм переходу між ОЦК- і ГЦП- фазами в металах та квантовому кристалі  ${}^4\text{He}$ . Вказано відносну орієнтацію кристалічних ґраток, яка забезпечує когерентне сполучення фаз. Введено новий параметр порядку - величина відносного зміщення атомних шарів. Отримано форму і енергію міжфазної границі. Показано, що нульові коливання граничних атомів зменшують енергетичний бар'єр між фазами. Запропонований механізм дозволяє пояснити результати нещодавніх експериментів, які пов'язані з дослідженнями появи зародків нової фази при ОЦК-ГЦП-переході в твердому  ${}^4\text{He}$ .

### BOUNDARY OF BCC AND HCP PHASES IN METALS AND SOLID HELIUM

*V.A. Lykah, E.S. Syrkin*

Microscopic mechanism of transition between bcc and hcp phases in metals and quantum crystal  ${}^4\text{He}$  are considered. The orientation relations, which provide coherent junction of the crystal lattices of the phases, are pointed out. New order parameter is introduced; it is relative displacement of the atomic layers. The shape and energy of the boundary between the phases are found. It is shown the zero point oscillations of the boundary atoms lead to decreasing of energy barrier between the phases. The model under consideration permits to explain recent experiment results on the new phase nucleation at bcc-hcp transition in the solid  ${}^4\text{He}$ .

Предложен механизм уменьшения высоты барьера для МФГ в квантовом кристалле по сравнению с классическим вследствие смягчения нулевых колебаний атомов на границе.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Дж. Кристиан. *Теория превращений в металлах и сплавах*. М.: "Мир", 1978, т.1, 808 с.
2. M.Maekawa, Y.Okumura, Y.Okuda. Nucleation of crystals at the bcc-hcp transition line in solid  ${}^4\text{He}$ // *Phys. Rev.* 2002, v. B 65, p.144525.
3. Л.И. Лысак, Б.И. Николин. *Физические основы термической обработки стали*. Киев: "Наукова думка", 1975, 304 с.
4. Z. Nishiyama. *Martensitic Transformation. Material Science Series/* (Eds) M.E. Fine, M. Meshii and C.M. Wayman. NY: "Academic Press", 1988, 580 p.
5. J.A. Vanables. The Martensite Transformation in Stainless Steel// *Philosophical Magazine*. 1962, v.7, N73, p. 35-44.
6. А.Л. Ройтбурд. Современное состояние теории мартенситных превращений// *Несовершенство кристаллического строения и мартенситные превращения*. М.: "Наука", 1972, с. 7-33.
7. Б.А. Струков, А.П. Леванюк. *Физические основы сегнетоэлектрических явлений в кристаллах*. М.: "Наука", 1983, 240 с.
8. Р. Гюйе. Физика квантовых кристаллов// *Квантовые кристаллы*. М.: "Мир", 1975, с. 23-133.
9. А.М. Косевич. *Теория кристаллической решетки (физическая механика кристаллов)*. Харьков: "Вища школа", 1988, 304 с.
10. К. М. Jassby and T. Vreeland, Jr. Dislocation Mobility in Pure Copper at 4.2 K// *Phys. Rev.* 1973, v. B 8, p. 3537-3541.
11. А.Н. Ганьшин, В.Н. Григорьев, В.А. Майданов, А.А. Пензев, Э.Я. Рудаковский, А.С. Рыбалко, Е.В. Сырников. Наблюдение вакансионных кластеров Андреева-Пушкарлова в распавшихся твердых растворах  ${}^3\text{He}$  в  ${}^4\text{He}$ // *Письма в ЖЭТФ*. 2001, т. 73, N 6, с. 329 -333.
12. С. Трики, В. Кирк, Е. Адамс. Термодинамические, упругие и магнитные свойства твердого гелия// *Квантовые кристаллы*. М.: "Мир", 1975, с. 34-260.