

# СТРУКТУРА УГЛОВЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ВЫХОДА, ЭНЕРГИИ И НАПРАВЛЕНИЙ ЛИНЕЙНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ В РЕФЛЕКСАХ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

А.В. Щагин, В.В. Сотников

Национальный научный центр "Харьковский физико-технический институт",

Харьков, Украина

E-mail: shchagin@kipt.kharkov.ua

Анализируются расчетные данные по свойствам параметрического рентгеновского излучения (ПРИ) релятивистских заряженных частиц в кристалле. Получена простая формула в рамках теории Тер-Микаеляна для расчета дифференциального выхода в области рефлексов ПРИ, испускаемых в переднюю и заднюю полусферы. Приведены формулы для описания угловых распределений энергии излучения, направления его линейной поляризации и его дифференциального выхода. Рассчитаны структуры рефлексов ПРИ, испускаемых под различными углами в переднюю и заднюю полусферу и перпендикулярно по отношению к направлению распространения пучка частиц. Результаты расчетов представлены на двумерных рисунках. Отмечается возможность получения ПРИ с уникально большой длиной когерентности.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В 1957 году Я.Б. Файнберг и Н.А. Хижняк впервые предсказали параметрическое черенковское излучение заряженной частицы, движущейся через среду с периодически изменяющейся диэлектрической проницаемостью [1]. После этого Тер-Микаелян рассмотрел это излучение из кристалла в рентгеновском диапазоне [2]. Его свойства исследуются экспериментально на ускорителях с середины 80-х годов. Обзоры таких исследований содержатся в [3-8], где его обычно называют параметрическое рентгеновское излучение (ПРИ). Исследования, выполненные в ИПЭНМУ ХФТИ, описаны в [8]. С целью лучшего понимания основных свойств ПРИ в настоящей работе рассмотрены угловые распределения дифференциального выхода, энергии и направлений линейной поляризации в рефlekсах ПРИ, которые испускаются под различными углами наблюдения. В расчетах будем использовать теорию Тер-Микаеляна [2], которая подтверждается результатами экспериментальных исследований на ускорителях электронов [9-14].

## 2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ ВЫХОД ПРИ

Формула для вычисления дифференциального выхода ПРИ в рамках теории Тер-Микаеляна [2] была получена в работах [9,11]:

$$Y_{\vec{g}} = \frac{dN}{d\Omega} = K \left| \frac{\vec{k} \times \vec{k}_0}{(\vec{k}_{\perp} - \vec{g}_{\perp})^2 + k^2 \gamma_{\text{eff}}^{-2}} \right|^2, \quad (1)$$

где

$$K = \frac{e^2 L |\chi_{\vec{g}}(\omega)|^2 k}{2\pi \hbar \varepsilon_0^3 \xi (V \xi^{-1} - \vec{V} \cdot \vec{\Omega})}; \quad (2)$$

$Y_{\vec{g}}$  – дифференциальный выход ПРИ, т.е. число квантов  $dN$ , испущенных в малый телесный угол  $d\Omega$  в результате прохождения частицы с зарядом  $e$  через кристалл толщиной  $L$ ;  $\chi_{\vec{g}}(\omega)$  – Фурье-компонента диэлектрической восприимчивости;  $\hbar$  – постоянная Планка, деленная на  $2\pi$ ;  $\varepsilon_0$  – средняя диэлектрическая проницаемость в кристалле;

$\vec{k} = k\vec{\Omega}$  – волновой вектор излучения,  $k = \omega\sqrt{\varepsilon_0}/c$ ;

$\vec{\Omega}$  – единичный вектор в направлении излучения;

$$\vec{k}_0 = \vec{k}\xi + \vec{g}; \quad (3)$$

$\xi = \sqrt{\varepsilon_0}V/c$  – скорость частицы  $V$  в единицах фазовой скорости волны в кристалле  $c/\sqrt{\varepsilon_0}$ ;

$\gamma_{\text{eff}}^{-1} = [\gamma^{-2} + |\chi_0|]^{1/2}$  – эффективный релятивистский фактор частицы в веществе [11] с учетом эффекта плотности [2,3];  $\gamma$  – релятивистский фактор частицы;  $V = |\vec{V}|$ ;  $c$  – скорость света;  $\vec{g}$  – вектор обратной решетки семейства кристаллографических плоскостей;  $\vec{k}_{\perp}$  и  $\vec{g}_{\perp}$  – компоненты векторов  $\vec{k}$  и  $\vec{g}$ , перпендикулярные вектору скорости частицы  $\vec{V}$ ;

$$k = \frac{-\vec{g} \cdot \vec{V}}{V \xi^{-1} - \vec{V} \cdot \vec{\Omega}}. \quad (4)$$

В кристаллической пластине с учетом ослабления излучения в веществе множитель  $L$  имеет вид [11]:

$$L = T_e \left| \frac{\vec{t} \cdot \vec{\Omega}}{\vec{t} \cdot \vec{v}} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{T}{T_e |\vec{t} \cdot \vec{\Omega}|}\right) \right] \right|; \quad (5)$$

где  $T_e = T_e(\omega)$  – длина ослабления в  $e$  раз излучения с угловой частотой  $\omega$  в мишени;  $T$  – толщина пластины;  $\vec{t}$  – единичный вектор, перпендикулярный поверхности пластины мишени  $\vec{v} = \vec{V}/V$ .

Выражение для дифференциального выхода ПРИ (1) в скалярном виде с использованием сферических координат имеет вид [15]:

$$Y_{\vec{g}} = K \times \frac{A^2 (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi) + B^2 \sin^2 \theta - \frac{2AB \sin \theta \cos \theta \cos \varphi}{\tan \phi}}{\left[ \sin^2 \theta + A^2 \tan^2 \phi - 2A \sin \theta \tan^{-1} \phi \cos \varphi + \gamma_{\text{eff}}^{-2} \right]^2}, \quad (6)$$

где

$$A = \xi^{-1} - \cos \theta; \quad (7)$$

$$B = \cos \theta + \xi - \xi^{-1}, \quad (8)$$

$\phi$  – угол между кристаллографической плоскостью и вектором  $\vec{V}$ ;  $\theta$ ,  $\varphi$  – координаты направления наблюдения  $\vec{\Omega}$ ;  $\theta$  – полярный угол;  $\varphi$  – азимутальный угол относительно плоскости реакции, содержащей вектора  $\vec{V}$  и  $\vec{g}$  (Рис. 1 в [12]). Представим  $K$  в виде:

$$K = \frac{z^2 n_p |\chi_{\vec{g}}(\omega)|^2}{137 \varepsilon_0^2 \xi^2 (\xi^{-1} - \cos \theta)^2}; \quad (9)$$

где

$$n_p = \frac{L}{a} \sin \phi \quad (10)$$

– число кристаллографических плоскостей, которые пересекла частица и которые принимают участие в формировании излучения, покидающего кристалл, с учетом ослабления излучения в кристалле (5);  $z$  – заряд налетающей частицы в единицах заряда электрона;  $a = 2\pi/|\vec{g}|$  – расстояние между соседними кристаллографическими плоскостями. В прозрачном кристалле  $n_p = (T \sin \phi)/(a|\vec{t} \cdot \vec{v}|)$  – просто число плоскостей, которые пересекла частица.

Угловые распределения выхода ПРИ имеют максимумы в небольшой области углов вблизи направления Брэгга, которые обычно называют рефлексом ПРИ. В середине рефлекса, который излучается в переднюю или заднюю полусферу, имеется провал интенсивности до нуля. Будем называть точку, где находится этот провал, центром рефлекса. Центр рефлекса имеет координаты [15]:

$$\varphi_c = 0, \quad (11)$$

$$\theta_c = 2\phi - \frac{(1 + 2 \sin^2 \phi) \cos \phi}{2(1 - 2 \sin^2 \phi) \sin \phi} \gamma_{\text{eff}}^{-2} = \quad (12)$$

$$\theta_B - \frac{(2 - \cos \theta_B)(1 + \cos \theta_B)}{\sin 2\theta_B} \gamma_{\text{eff}}^{-2}.$$

Из этого выражения видно, что центр рефлекса находится на очень малом угловом расстоянии от направления Брэгга,  $\theta_B = 2\phi$ , но это расстояние может стать заметным и его следует учитывать при низких энергиях налетающих частиц.

Угловое распределение выхода излучения с энергией, превышающей атомные энергии, в рефлексе ПРИ в приближении малых углов в области центра рефлекса принимает вид [15]:

$$Y_{\vec{g}} = \frac{z^2 n_p |\chi_{\vec{g}}(e\gamma)|^2}{137 \varepsilon_0^2 \xi^2 \sin^4 \phi} \frac{[1 - \cos(\theta_c - \delta)]^2 (\alpha^2 + \delta^2 \cos^2 \theta_c)}{(\delta^2 + \alpha^2 + \gamma_{\text{eff}}^{-2})}, \quad (13)$$

где  $\delta = -\Delta\theta$  – малый угол в плоскости реакции,  $\alpha = \Delta\varphi \sin \theta$  – малый угол в направлении, перпендикулярном плоскости реакции. При выводе этой формулы использовалось соотношение  $|\chi_{\vec{g}}(\omega_1)|^2 / |\chi_{\vec{g}}(\omega_2)|^2 = (\omega_2/\omega_1)^4$ . Формула (13) отличается от известной формулы Феранчука-

Ивашина [16] множителем в квадратных скобках, который дает асимметрию рефлекса в плоскости реакции. Эта асимметрия наблюдалась в экспериментах при умеренной энергии налетающих электронов и не описывалась формулой из [16] (см. результаты измерений и комментариев относительно применимости формулы Феранчука-Ивашина в [9]). Из (13) можно видеть, что выход ПРИ достигает максимальных значений на угловом расстоянии  $\gamma_{\text{eff}}^{-1}$  от центра рефлекса, где величина выхода  $\sim \gamma_{\text{eff}}^2$ .

Угловое распределение в рефлексе ПРИ, перпендикулярном к скорости частиц ( $\phi = \pi/4$ ), отличается от приведенного выше. В этом случае центр рефлекса находится под углом  $\pi/2$ , а его угловое распределение для частот излучения, превышающих атомные, было получено в работе [13]:

$$Y_{\vec{g}} = \frac{z^2 n_p \left| \chi_{\vec{g}} \left( \frac{gV}{\sqrt{2}} \right) \right|^2}{137 \varepsilon_0^2} \frac{\alpha^2 (1 - \delta)^2 + (\gamma_{\text{eff}}^{-2} - \delta^2)^2}{(\delta^2 + \alpha^2 + \gamma_{\text{eff}}^{-2})^2}. \quad (14)$$

Это угловое распределение содержит два минимума в плоскости реакции и седловую точку при  $\delta = \alpha = 0$ . Этим оно отличается от полученных ранее выражений (см., например, [16-18]), где выход ПРИ в плоскости реакции равен нулю при любых  $\delta$ .

### 3. ЭНЕРГИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ, ШИРИНА СПЕКТРАЛЬНОГО ПИКА И ДЛИНА КОГЕРЕНТНОСТИ ПРИ

ПРИ является почти монохроматическим излучением. Формула для энергии этого излучения  $E_{\gamma}$  была получена в [2] и впервые подтверждена экспериментально в [9]:

$$E_{\gamma} = \hbar\omega = \frac{ch|\vec{g} \cdot \vec{V}|}{V\xi^{-1} - \vec{V} \cdot \vec{\Omega}} = \frac{chg \sin \phi}{\xi^{-1} - \cos \theta}. \quad (15)$$

ПРИ испускается из кристалла в виде цуга волн, длительность которого ограничена временем прохождения частицы через кристалл. Число периодов в этом цуге просто равно числу кристаллографических плоскостей  $n_p$ , которые пересекла частица и которые принимают участие в формировании излучения, см. (10). В случае поглощающего кристалла интенсивность в цуге уменьшается из-за поглощения части цуга, испускаемой из большей глубины кристалла. Относительная естественная ширина спектрального пика ПРИ очень мала [19-21]:

$$\Delta\omega/\omega \sim 1/n_p. \quad (16)$$

Наблюдаемая в экспериментах ширина обычно больше (16) вследствие конечного углового разрешения. Угловое разрешение эксперимента определяется в основном угловым размером детектора и угловым размером источника излучения, а также многократным рассеянием частицы в веществе кристалла. Размер источника

излучения определяется размером пятна пучка на мишени и длиной траектории частицы в кристалле. Формула для ширины спектрального пика ПРИ с учетом углового разрешения эксперимента  $\Delta\theta$  была получена и впервые проверена экспериментально в [9]:

$$\Delta E_\gamma = E_\gamma \cdot \Delta\theta / \tan \frac{\theta}{2}. \quad (17)$$

Узкие спектральные пики ПРИ с шириной менее 1 эВ были получены экспериментально в работах [19,20], где в анализе использовалась формула (17).

Существует уникальная возможность получения сверхузкого спектрального пика с относительной шириной  $\Delta E_\gamma / E_\gamma$  до порядка  $10^{-9}$  при фокусировании ПРИ в экспериментах по каналированию протонов в длинных изогнутых кристаллах, предложенная в [21]. В этом случае эффект многократного рассеяния подавляется благодаря каналированию протонов, а описанный выше эффект конечности траектории частицы отсутствует благодаря движению частицы по окружности вокруг детектора. Очевидно, что сужение спектрального пика приводит к увеличению спектральной плотности излучения. При этом в фокус могут попадать цуги монохроматического рентгеновского излучения длиной несколько сантиметров. Длина когерентности такого рентгеновского излучения может достигать длины цуга, т.е. несколько сантиметров. Рентгеновское излучение со столь большой длиной когерентности может найти многочисленные применения, например, в рентгеновской голографии или для получения изображений структуры сравнительно больших объектов с помощью фазового контраста. Требуется дальнейшие исследования свойства когерентности ПРИ для детального анализа возможностей получения и применения ПРИ с большой длиной когерентности.

#### 4. УГЛОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРАВЛЕНИЙ ЛИНЕЙНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ ПРИ

Направление линейной поляризации (НЛП) совпадает с линией пересечения плоскости поляризации и плоскости, перпендикулярной волновому вектору  $\vec{k}$  или, иными словами, с линией, которая задается вектором электрического поля  $\vec{E}$ . Из выражения (28.157) [2] можно видеть, что это направление определяется выражением:

$$\vec{E} \sim [\vec{k} [\vec{k} (\vec{k} \xi + \vec{g})]]. \quad (18)$$

Эта формула означает, что дифференциальный выход ПРИ должен быть полностью линейно поляризован при прочих идеальных условиях.

Общая формула для вычисления НЛП дифференциального выхода ПРИ под полярным углом  $\theta$  и азимутальным углом  $\varphi$  при угле между кристаллографической плоскостью и вектором скорости частицы  $\phi$  была получена из (18) в работе [12]:

$$\rho = \arctan \left[ \frac{\sin \theta \sin \varphi (B \cos \theta \sin \phi + A \sin \theta \cos \varphi \cos \phi)}{A \cos \theta \cos \phi - B \sin \theta \cos \varphi \sin \phi} \right], \quad (19)$$

где  $A$  и  $B$  определяются выражениями (7) и (8) соответственно;  $\rho$  есть угол между НЛП и осью  $\delta$  в плоскости малых углов  $\delta, \alpha$ , расположенной перпендикулярно произвольному направлению наблюдения  $\vec{k}/k$  с полярными координатами  $\theta, \varphi$ . Ось  $\delta$  параллельна плоскости реакции.

С практической точки зрения, наибольший интерес вызывает поляризация излучения в области рефлекса ПРИ. В малоугловом приближении в рефлексах ПРИ, распространяющихся в заднюю или переднюю полусферу (исключая направление вперед), выражение для НЛП имеет вид [12]:

$$\rho = \arctan [-\alpha / (\delta \cos \theta_c)], \quad (20)$$

в рефлексе, испускаемом перпендикулярно пучку частиц:

$$\rho = \arctan \left[ -\alpha \left( 1 + \frac{1}{2} \gamma_{\text{eff}}^{-2} - \delta \right) / (\delta^2 - \gamma_{\text{eff}}^{-2}) \right]. \quad (21)$$

Наглядные изображения угловых распределений НЛП вблизи рефлекса можно получить с помощью линий  $\alpha = \alpha(\delta)$ , касательных к НЛП в каждой точке. Для рефлексов, распространяющихся в переднюю или заднюю полусферу, такие линии описываются формулой [12]:

$$\alpha = C |\delta|^{-1/\cos \theta_c}, \quad (22)$$

где  $C$  – произвольная константа. Позднее и, по-видимому, независимо, такая же формула была получена Nitta (см. (52) в [22]). В рефлексе, испускаемом перпендикулярно пучку частиц, такие линии описываются формулой, полученной в [12]:

$$\alpha = C \left| \frac{\delta + \gamma_{\text{eff}}^{-1}}{\delta - \gamma_{\text{eff}}^{-1}} \right|^{\frac{\gamma_{\text{eff}}}{2}}. \quad (23)$$

Линии, касательные к НЛП, в ПРИ-рефлексе в передней полусфере, имеют форму гиперболы, а в ПРИ-рефлексе в заднюю полусферу – параболы. Физическая причина такого различия заключается в различии по фазе на  $\pi$  параллельных компонент электрического поля в ПРИ-рефлексах в заднюю и переднюю полусферы [12].

#### 5. ТОНКАЯ СТРУКТУРА РЕФЛЕКСОВ ПРИ

Чтобы наглядно показать тонкую структуру рефлексов ПРИ и его основные свойства, мы проделали вычисления и изобразили их результаты на двумерных рисунках (Рис.1-3). Вычисления были выполнены для электронов с энергией 30 МэВ, проходящих через пластину из монокристалла кремния толщиной 58 мкм.

На Рис.1 показана структура рефлексов ПРИ, которые испускаются в геометрии Брэгга в заднюю полусферу. При этом ПРИ генерируется на кристаллографических плоскостях (111), параллельных плоскости пластины. На Рис.2 показана структура рефлексов ПРИ, которые испускаются в геометрии Лауэ в переднюю полусферу. При этом ПРИ генерируется на

кристаллографических плоскостях (111), перпендикулярных плоскости пластины. Многократное рассеяние не учитывалось в расчетах, потому что толщина мишени достаточно мала. Ослабление ПРИ в мишени учитывалось, потому что его влияние оказалось весьма существенным.

Например, в рефлексах в задней полусфере излучение выходит наружу из толщины кристалла менее 5 мкм из-за большого ослабления в кристалле излучения с больших глубин и соответствующего уменьшения множителя  $L$  (5).

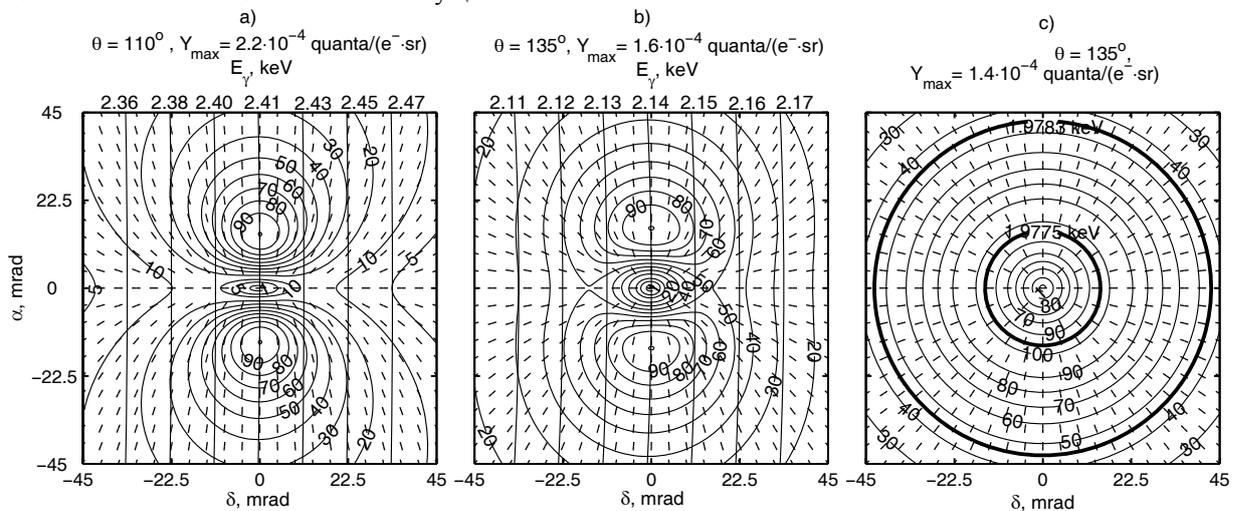


Рис.1. Тонкая структура рефлексов ПРИ в геометрии Брэгга в задней полусфере под углами 110, 135, 180 градусов. ПРИ генерируется электронами с энергией 30 МэВ на кристаллографических плоскостях (111) пластины из монокристалла Si толщиной 58 мкм. Угловые распределения выхода ПРИ и энергии излучения показаны сплошными контурными линиями. Направления линейной поляризации показаны короткими штрихами. Подробные пояснения обозначений на рисунке даны в тексте

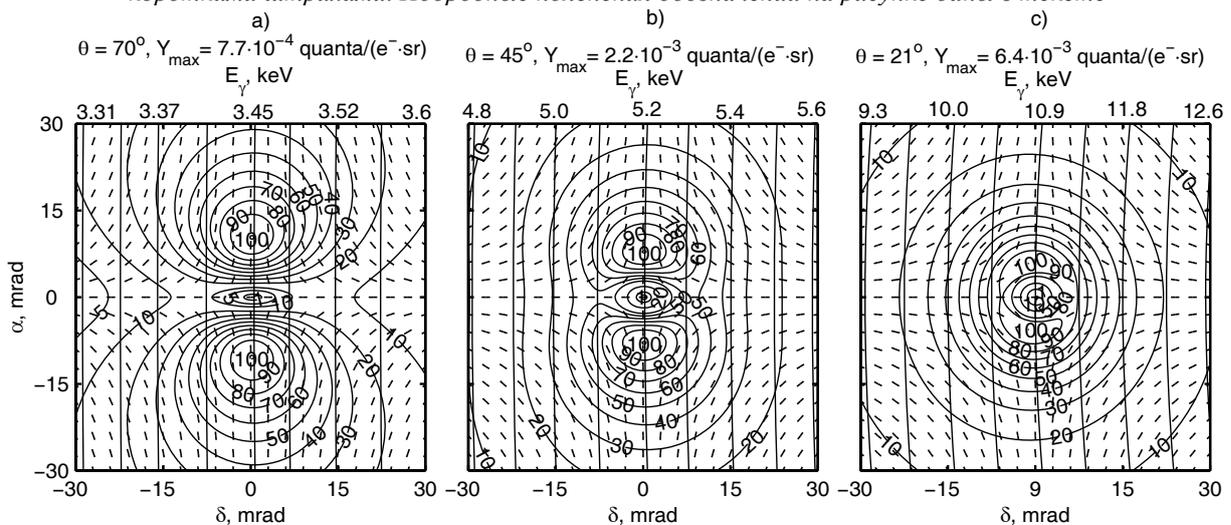


Рис.2. Тонкая структура рефлексов ПРИ в геометрии Лауэ в передней полусфере под углами 21, 45, 70 градусов. ПРИ генерируется электронами с энергией 30 МэВ на кристаллографических плоскостях (111) пластины из монокристалла Si толщиной 58 мкм. Обозначения указаны в подписи к Рис.1

На Рис.3 показана структура рефлекса ПРИ, который испускается под углом  $90^\circ$  к направлению распространения пучка частиц. Рефлекс генерируется на кристаллографических плоскостях (111), а его структура одинакова в геометриях Брэгга или Лауэ, описанных выше.

Угловые распределения выхода ПРИ показаны на Рис.1-3 кривыми сплошными контурными линиями. Величина дифференциального выхода для каждой линии дана на графике в процентах по отношению к величине выхода в максимуме, которая на графике принята равной 100. Абсолютная величина выхода в максимуме  $Y_{max}$  дана выше каждого графика в единицах числа квантов ПРИ на 1 электрон пучка на телесный угол 1 ср.

Выход равен нулю в двух точках на оси абсцисс на Рис.3. Вычисления дифференциального выхода выполнялись по формулам (6,13,14).

Угловые распределения энергии излучения в дифференциальном выходе ПРИ показаны на Рис.1-3 сплошными контурными линиями. Эти линии близки к вертикалям на Рис.1,a,b, 2, 3. На Рис.1,c они имеют вид окружностей, показанных толстыми линиями.

Энергия излучения вдоль каждой линии одна и та же, а ее величина дана в единицах килоэлектронвольт на верхней горизонтальной оси каждого графика (на Рис.1,c – прямо на окружностях). Вычисления энергии выполнялись по формуле (15).

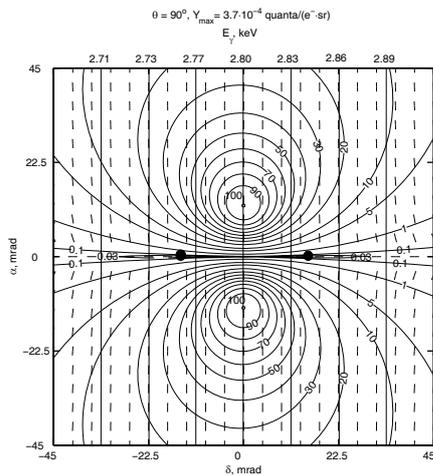


Рис.3. Тонкая структура рефлекса ПРИ, перпендикулярного пучку частиц. ПРИ генерируется электронами с энергией 30 МэВ на кристаллографических плоскостях (111) пластины из монокристалла Si толщиной 58 мкм в геометрии Брэгга или Лауэ. Обозначения указаны в подписи к Рис.1

Угловые распределения направлений линейной поляризации в рефлексах ПРИ показаны на Рис.1-3 короткими штрихами. Каждый штрих является касательной к направлению линейной поляризации излучения в середине штриха. Вычисления направлений линейной поляризации выполнялись по формулам (20-23).

## 6. ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ПРИ

Отметим кратко некоторые возможности по применению ПРИ в практических целях. В работах [23,24] описаны возможности применения ПРИ для калибровки космических рентгеновских телескопов перед их выводом на орбиту. В работе [25] показана возможность применения пучка ПРИ в рентгеновском локаторе для контроля ядерных материалов, например U и/или Pu. В работе [26] предложена возможность получения рентгеновских изображений с повышенным контрастом или пониженной дозой на пучке ПРИ. В работах [21,27,28] рассматриваются возможности вывода и фокусировки ПРИ и других видов излучения частиц в кристалле без применения какой-либо внешней оптики. В работах [29,30] экспериментально показана возможность применения ПРИ для диагностики структуры текстурированных поликристаллов. В настоящей работе обращено внимание на возможность получения ПРИ с большой длиной когерентности порядка сантиметров.

## 7. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В работе получены скалярные выражения для расчета дифференциального выхода в области рефлекса ПРИ. Рассмотрены основные свойства излучения в рефлексе ПРИ, включая дифференциальный выход, энергию, поляризацию и ширину спектрального пика. Результаты расчетов основных свойств ПРИ в области рефлекса представлены на двумерных рисунках. Представленная на рисунках информация об основных свойствах излучения в рефлексах ПРИ,

испускаемых под различными углами, дает возможность оценивать характеристики источника рентгеновского излучения на основе эффекта ПРИ, возбуждаемого электронами умеренных энергий. Отмечается возможность получения ПРИ с уникально большой длиной когерентности порядка сантиметров. Рентгеновское излучение с такой большой длиной когерентности может найти применения, например, в рентгеновской голографии и для получения изображений с фазовым контрастом. Желательны дальнейшие исследования свойства когерентности ПРИ.

Работа была выполнена частично благодаря поддержке по грантам STCU1031 и STCU1911.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Я.Б. Файнберг, Н.А. Хижняк. Потери энергии заряженной частицей при прохождении через слоистый диэлектрик // *ЖЭТФ*. 1957, т.32, с.883-895.
2. М.Л. Тер-Микаелян. *Влияние среды на электромагнитные процессы*. Ереван: Издательство Академии наук Армянской ССР, Ереван, 1969, 457с.
3. М.Л. Тер-Микаелян. Процессы электромагнитного излучения в периодических средах при высоких энергиях // *УФН*. 2001, т.171, с.597-624.
4. A.V. Shchagin, X.K. Maruyama. Parametric X-rays // *Accelerator-Based Atomic Physics Techniques and Applications* / eds. S.M. Shafroth and J.C. Austin. N.-Y.: AIP Press, 1997, p.279-307.
5. A.V. Shchagin. Current status of parametric X-ray radiation research // *Radiation Physics and Chemistry*. 2001, v.61. p.283-291.
6. P. Rullhusen, A. Artru, P. Dhez *Novel radiation sources using relativistic electrons*. World Scientific Publishers, Singapore, 1998.
7. А.С. Лобко. *Экспериментальные исследования параметрического рентгеновского излучения*. Минск: Белорусский государственный университет. 2006, 210с.
8. А.В. Щагин. Предсказание, исследования и применения параметрического черенковского излучения//*Н.А. Хижняк – физик-теоретик, радиофизик и человек*. Харьков: ИПП «Контраст», 2006, с.246-265.
9. A.V. Shchagin, V.I. Pristupa, N.A. Khizhnyak. A fine structure of parametric X-ray radiation from relativistic electrons in a crystal // *Phys. Lett.* 1990, v.A148, p.485-488.
10. A.V. Shchagin, V.I. Pristupa, N.A. Khizhnyak. Parametric X-ray radiation from relativistic electrons in a crystal in the vicinity and at angular distance from a Bragg direction // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section B*. 1995, v.99, p.277-280.
11. A.V. Shchagin, N.A. Khizhnyak. Differential properties of parametric X-ray radiation from a thin crystal // *Nucl. Instr. and Meth.* 1996, v.B119, p.115-122.
12. A.V. Shchagin. Linear polarization of parametric X-rays // *Physics Letters, Section A*. 1998, v.247, p.27-36.
13. A.V. Shchagin. Parametric X-rays at the right angle to the particle beam // *Physics Letters, Section A*. 1999, v.262, p.383-388.

14. А.В. Шагин. *Дифференциальные свойства параметрического рентгеновского излучения: Диссертация ... канд. ф.-м. наук. М.: МГУ, 2002, 116 с.*
15. A.V. Shchagin. Investigations and properties of PXR // *Electron-Photon Interaction in Dense Media. Proceedings of the NATO Advanced Research Workshop on Electron-Photon Interaction in Dense Media. Nor-Hamberd, Yerevan (Armenia). - 25-29 June 2001. Editor H. Wiedemann. NATO Science Series, II. Mathematics, Physics and Chemistry. V.49.* Kluwer Academic Publishers, Dordrecht / Boston / London. 2002, p.133-151.
16. I.D. Feranchuk, A.V. Ivashin. Theoretical investigation of the parametric X-ray features // *J. Phys. (Paris)*. 1985, v.45, p.1981-1986.
17. A. Artru, P. Rullhusen. Parametric X-rays and diffracted transition radiation in perfect and mosaic crystals // *NIM*. 1998, v.B145, p.1-7.
18. H. Nitta. Theoretical notes on parametric X-ray radiation // *NIM*. 1996, v.B115, p.401-404.
19. K.-H. Brenzinger, B. Limburg, H. Backe et al. How Narrow is the Linewidth of Parametric X-Ray Radiation // *Phys. Rev. Lett.* 1997, v.79, p.2462-2465.
20. H. Backe, G. Kube, W. Lauth. On the line shape of backward emitted parametric X-radiation // *Electron-Photon Interaction in Dense Media. Proceedings of the NATO Advanced Research Workshop on Electron-Photon Interaction in Dense Media. - Nor-Hamberd, Yerevan (Armenia). - 25-29 June 2001. Editor H. Wiedemann. NATO Science Series, II. Mathematics, Physics and Chemistry. - V.49.* Kluwer Academic Publishers, Dordrecht / Boston / London, 2002, p.153-181.
21. А.В. Шагин. Фокусировка параметрического рентгеновского излучения // *Письма в ЖЭТФ*. 2004, т.80, с.535-540.
22. H. Nitta. Coherent polarization radiation from crystals irradiated with relativistic charged particles // *Radiation Physics and Chemistry*. 2006, v.75, p.1397-1408.
23. A.V. Shchagin, N.A. Khizhnyak, R.B. Fiorito, D.W. Rule, X. Artru. Parametric X-ray radiation for calibration of X-ray space telescopes and generation of several X-ray beams // *NIM*. 2001, v.B173, p.154-159.
24. A.V. Shchagin, V.M. Sanin, V.V. Sotnikov, V.A. Voronko. Calibration of X-ray space telescopes // *Вопросы атомной науки и техники. Серия «Ядерно-физические исследования»*. 2004, № 42(1), с.187-190.
25. A.V. Shchagin, V.M. Sanin, V.V. Sotnikov, V.A. Voronko, A.M. Yegorov. Quasimonochromatic beam of parametric X-ray radiation for control of heavy elements // *Вопросы атомной науки и техники. Серия «Физика плазмы»*. 2005, № 1(10), p.203-205.
26. V.V. Sotnikov, V.A. Voronko, A.V. Shchagin, V.M. Sanin. Application of threshold detectors for increasing of the contrast in X-ray images // *Вопросы атомной науки и техники. Серия «Физика плазмы» (11)*. 2005, № 2, p.226-228.
27. A.V. Shchagin. Diffraction, extraction and focusing of parametric X-ray radiation, channeling radiation and crystal undulator radiation from a bent crystal // *Advanced radiation sources and applications / ed. by H. Wiedemann, NATO Science Series, II. Mathematics, Physics and Chemistry*. Springer, 2006, v.199, p.27-45.
28. A.V. Shchagin. Diffraction, extraction and focusing of parametric X-ray radiation, channeling radiation and crystal undulator radiation // *Вісник Харківського національного університету. Серія фізична: Ядра, частинки, поля*. 2006, №732, в.2/30/, с.35-46.
29. Y. Takabayashi, I. Endo, K. Weda, C. Moriyoshi, A.V. Shchagin. Observation of intense PXR from textured polycrystal // *NIM*. 2006, v.B243, p.453-456.
30. S. Nawang, I. Endo, M. Inuma et al. Parametric X-ray Study from Textured Molybdenum Polycrystal // *Journal of the Physical Society of Japan*. 2006, v.75, p.124705-1-124705-10.

Статья поступила в редакцию 22.05.2008 г.

## STRUCTURE OF ANGULAR DISTRIBUTION OF YIELD, ENERGY AND LINEAR POLARIZATION DIRECTIONS IN REFLECTIONS OF PARAMETRIC X-RAY RADIATION

*A.V. Shchagin, V.V. Sotnikov*

Properties of parametric X-ray radiation (PXR) of relativistic charged particles are calculated and analyzed. A simple formula for calculation of differential yield around of PXR reflections emitted into forward and backward hemisphere is derived within framework of Ter-Mikaelian theory. Formulae for description of angular distributions of the radiation energy, linear polarization direction, and the yield are outlined. Structures of PXR reflections emitted at different angles into forward and backward hemispheres and at the right angle relative to the particle beam are calculated. Results of calculations are presented at two-dimensional figures. A possibility for obtaining of PXR with unique long coherent length is noted.

## СТРУКТУРА КУТОВИХ РОЗПОДІЛІВ ВИХОДУ, ЕНЕРГІЇ Й НАПРЯМІВ ЛІНІЙНОЇ ПОЛЯРИЗАЦІЇ В РЕФЛЕКСАХ ПАРАМЕТРИЧНОГО РЕНТГЕНІВСЬКОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ

*А.В. Шагин, В.В. Сотніков*

Аналізуються розрахункові дані по властивостях параметричного рентгеновського випромінювання (ПРВ) релятивістських заряджених часток у кристалах. Отримано просту формулу в рамках теорії Тер-Мікаеляна для розрахунку диференціального виходу в області рефлексів ПРВ, що випускаються в передню і задню півсфери. Наведено формули для опису кутових розподілів енергії випромінювання, напрямку його лінійної поляризації і його диференціального виходу. Розраховано структури рефлексів ПРВ, що випускаються під різними кутами в передню і задню півсфери і перпендикулярно стосовно напрямку поширення пучка часток. Результати розрахунків представлені на двовимірних рисунках. Відзначається можливість одержання ПРВ з унікально великою довжиною когерентності.