

ОБ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ В МНОГОМОДОВЫХ РЕЖИМАХ МОДУЛЯЦИОННЫХ НЕУСТОЙЧИВОСТЕЙ

Е.В. Белкин, А.В. Киричок, В.М. Куклин

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, Харьков, Украина

Волна накачки, определяя динамику фаз для каждой моды возбуждаемого спектра, формирует вынужденные интерференционные всплески – локальные максимумы огибающей поля. В присутствии большого числа мод в спектре модуляционной неустойчивости амплитуды всплесков могут вырасти до больших значений.

1. ВВЕДЕНИЕ

Особенности развития многомодовых неустойчивостей. В результате большого числа неустойчивостей, спровоцированных накачкой, которая представляет собой интенсивное распределенное осцилляторное движение (мощные волны, инверсия заселенностей в активной среде и т.п.), возбуждаются достаточно плотные спектры возмущений. Корректное описание подобных явлений предусматривает использование большого числа пространственных мод (степеней свободы) – возмущений с разными, пусть и близкими, масштабами. Именно наличие большого числа мод придает подобным неустойчивостям специфический характер.

Из того, что энергия возмущений распределена по большому числу мод, следует, что амплитуда каждой такой моды невелика. И часто взаимодействием отдельных нестабильных мод между собой можно пренебречь, ибо обмен энергией каждой из них или нескольких таких мод с накачкой доминирует. Причем, в этих условиях только суммарное воздействие всех мод способно оказать влияние на накачку. Итак, первой особенностью многомодовых неустойчивостей является их фактический *квазилинейный характер* [1-3]. При этом отметим, что такой характер сохраняется лишь при накачке, уровень которой в процессе неустойчивости остается значительным.

Накачка определяет ширину спектра неустойчивости и положение максимума инкремента. Рост энергии возбуждаемого спектра сопровождается понижением уровня накачки (известный эффект истощения накачки) и изменением вследствие этих причин теперь уже нелинейных инкрементов нестабильных мод. Ширина зоны неустойчивых мод сужается, возможен также её сдвиг, при этом и максимум инкремента смещается, что наряду с другими взаимодействиями приводит к движению энергии по спектру [4,5], в особенности при накачке достаточно энергоёмкой или поддерживаемой внешними источниками. Накачка также определяет не только темп роста амплитуд, но и фазовые скорости мод возбуждаемого спектра.

Т. е. второй особенностью развития многомодовых неустойчивостей с доминирующей ролью накачки является *процесс управления последней движением энергии по спектру с определенной синхронизацией* возбуждаемых в результате неустойчиво-

сти мод. Эффекты интерференции мод возбуждаемого спектра при этом оказываются вынужденными [6] - управляемые накачкой.

Влияние поглощения на развитие многомодовых неустойчивостей. В открытых системах с выведением энергии или в средах с поглощением возможно развитие неустойчивостей, вызванных к жизни накачкой, интенсивность которой превысила некоторый порог. Важно отметить, что в этих случаях для реализации и наблюдения процессов неустойчивости накачка должна поддерживаться внешними источниками. При развитии неустойчивости в условиях возбуждения плотного спектра возмущений уровень накачки, даже поддерживаемой внешними источниками, снижается (в известной степени и здесь можно говорить об эффекте истощения накачки), происходит сужение области неустойчивых мод, а также её сдвиг вместе со смещением максимума инкремента. Однако, если в консервативных системах моды оставшиеся за пределом зоны неустойчивости из-за её сдвига сохраняют свою энергию, то в средах с поглощением, лишившись поддержки накачки, они быстро затухают. Кроме того, включается механизм конкуренции мод. К примеру, в средах с кубической нелинейностью в развитом режиме неустойчивости сохраняется полная энергия спектра возбужденных мод. Рост возмущений в центральной части спектра приводит к уменьшению нелинейного инкремента для мод на периферии спектра. На том участке периферии спектра, где инкремент превращается в декремент, моды затухают. Таким образом, число возбужденных мод (степеней свободы) в процессе развития неустойчивости постепенно уменьшается [7]. Важно отметить, что процесс неустойчивости при этом значительно затягивается, а сохранение энергии в возбужденном спектре позволяет говорить о возникновении некоторого долгоживущего физического состояния [8]. При больших временах реализуется практически одномодовый режим процесса, то есть наблюдается аномальное сужение спектра неустойчивости, что, как известно, способно провоцировать возникновение новых неустойчивостей [9].

Квазилинейные режимы многомодовых неустойчивостей в консервативных средах при условиях сдерживания процессов истощения накачки позволяют формировать вынужденные интенсивные интерференционные всплески. Времена существования подобных пространственных структур невелики.

В диссипативных средах и средах с поглощением только на начальной стадии процесса неустойчивости возможно возбуждение широкого спектра возмущений. При дальнейшем развитии неустойчивостей спектры быстро сужаются и эффекты вынужденной интерференции ослабевают. Однако из-за существенного замедления процессов неустойчивостей времена существования и наблюдения вынужденных интерференционных явлений оказываются заметно больше, чем в консервативных системах и средах.

Ниже рассмотрим особенности развития многомодовой модуляционной неустойчивости в поглощающей среде, где роль накачки выполняет интенсивная монохроматическая волна, поддерживаемая внешним источником.

2. ОПИСАНИЕ МНОГОМОДОВОЙ МОДУЛЯЦИОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Будем полагать, что для медленно меняющихся комплексных амплитуд волновых возмущений справедливо уравнение Лайтхилла [10], описывающее распространение и модуляционную неустойчивость нелинейной волны большой амплитуды:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = -\delta A - i \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} - iA|A|^2 + G, \quad (1)$$

где δ – линейный декремент затухания колебаний, G – внешний источник, поддерживающий монохроматическую волну с частотой ω_0 конечной амплитуды A , с волновым числом, равным $k = k_0$.

Например, для длинных гравитационных поверхностных волн $\omega_0 = \sqrt{gk_0}$, где g – ускорение свободного падения, A – отклонение поверхности от равновесного состояния [11]. Время измеряется в единицах обратного максимального инкремента рассматриваемой ниже модуляционной неустойчивости, то есть $t \rightarrow \sqrt{gk_0} \frac{(k_0 A_0)^2}{2} t$, а пространственное положение определяется в движущейся с групповой скоростью волны системе координат $x \rightarrow \sqrt{2(k_0 A_0)} (x - \frac{1}{2} t \sqrt{gk_0^{-1}})$, волновые числа измеряются в единицах $\sqrt{2(k_0 A_0)}$. Будем считать также выполненным условие $A_0 k_0 < 1$, которое связано ограничениями на максимальную крутизну устойчивых волн этого типа $k_0 A_0 / \pi = 0.13 - 0.14$ [12].

Рассмотрим хорошо известную модуляционную неустойчивость [10] монохроматической волны конечной амплитуды $A_0 = u_0 \exp\{i\phi_0\}$, где u_0, ϕ_0 – ее амплитуда и фаза. В результате неустойчивости возбуждаются спектры колебаний, волновые числа которых располагаются симметрично относительно волнового числа основной моды конечной амплитуды $k_m > k_0$ и $k_{-m} < k_0$. Каждая пара мод k_m, k_{-m}

непосредственно взаимодействует с полем основной волны, причем, выполняется следующее соотношение: $k_m + k_{-m} = 2k_0$, которое обусловлено видом нелинейности. Уравнения для основной моды и мод неустойчивых спектров можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_0}{dt} &= -u_0^2 - 2\sum_{m>0}^N (u_m^2 + u_{-m}^2) - 2\sum_{m>0}^N u_m u_{-m} \text{Cos}\Phi_m, \\ u_0 &= -G \{-\delta - 2\sum_{m>0}^N u_m u_{-m} \text{Sin}\Phi_m\}^{-1}, \\ \frac{du_n}{dt} &= \{-\delta + u_0^2 \frac{u_{-n}}{u_n} \text{Sin}\Phi_n\} u_n, \\ \frac{d\phi_n}{dt} &= K_n^2 - u_0^2 \frac{u_{-n}}{u_n} \text{Cos}\Phi_n - \\ &- 2[u_0^2 + \sum_{m>0}^N (u_m^2 + u_{-m}^2) - \frac{1}{2} u_n^2]. \end{aligned} \quad (2)$$

Для суммарной фазы, $\Phi_n = 2\phi_0 - \phi_n - \phi_{-n}$, справедливо уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_n}{dt} &= \Delta_n + 2u_0^2 - (u_n^2 + u_{-n}^2) + \\ &+ u_0^2 [\frac{u_{-n}}{u_n} + \frac{u_n}{u_{-n}}] \text{Cos}\Phi_n - 4\sum_{m>0}^N u_m u_{-m} \text{Cos}\Phi_m, \end{aligned} \quad (3)$$

где $-\frac{\Delta_n}{2} = K_n^2 = 1 + (\frac{2|n|-N}{N})\sqrt{1-\delta}$,

$$\begin{aligned} K_n &= k_n - k_0, \text{ и } K_{-n} = k_{-n} - k_0, \text{ причем } K_{-n} = -K_n, \\ &- 2(1 + \sqrt{1-\delta}) < \Delta_n < -2(1 - \sqrt{1-\delta}). \end{aligned} \quad (5)$$

3. РАЗВИТИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ОДНОМЕРНОМ СЛУЧАЕ

Влияние начальных условий. Покажем, что u_m и u_{-m} выравниваются уже на линейной стадии неустойчивости. Для суммы фаз справедливо уравнение

$$\frac{d\Phi_n}{dt} = \Delta_n + 2u_0^2 + u_0^2 [\frac{u_{-n}}{u_n} + \frac{u_n}{u_{-n}}] \text{Cos}\Phi_n, \quad (6)$$

производная в правой части уравнения (6) быстро обращается в нуль [7], при этом $\Phi_n \rightarrow \Phi_n^*$, где устойчивая фаза Φ_n^* определяется из выражения:

$$\text{Cos}(\Phi_n^*) = (2K_n^2 - 2u_0^2) / u_0^2 [\frac{u_{-m}}{u_m} + \frac{u_m}{u_{-m}}]. \quad (7)$$

При $\delta = 0$ устойчивые фазы мод находятся в интервале $-\pi < \Phi_n^* < 0$, максимальный инкремент отвечает значению $\Phi_n^* = 0$. При увеличении уровня поглощения δ интервал Φ_n^* сужается. Собственно, при достижении этого устойчивого значения интегральной фазы и начинается рост возмущений. Отметим, что при $K_m^2 = u_0^2$ линейный инкремент неустойчивости

$$\text{Im}\omega = \gamma = -\delta + (-\Delta_n^2 - 4\Delta_n u_0^2)^{1/2} / 2 \quad (8)$$

максимален и равен $\gamma_{MAX} = (u_0^2 - \delta)$. При различных начальных амплитудах мод u_m и u_{-m} , для ко-

торых значение расстройки Δ_n попадает в интервал (5), имеет место их неравномерный рост при $\{-\delta + u_0^2 \text{Sin}\Phi_n^*\} = \gamma > 0$. Мода с большей амплитудой растет медленнее, чем мода меньшей амплитуды. Для разности амплитуд справедливо уравнение:

$$\frac{\partial (u_m - u_{-m})}{\partial t} = \{\delta + u_0^2 \text{Sin}\Phi_n^*\} \cdot (u_m - u_{-m}), \quad (9)$$

которое и описывает динамику выравнивания амплитуд мод. Заметим, что сумма амплитуд этих мод растет:

$$\frac{\partial (u_m + u_{-m})}{\partial t} = \{-\delta + u_0^2 \text{Sin}\Phi_n^*\} \cdot (u_m + u_{-m}), \quad (10)$$

Выравнивание амплитуд и их рост происходит уже в процессе развития неустойчивости.

Для корректного выяснения поведения разности фаз этих мод полезно использовать уравнения системы (2), откуда получим

$$\frac{d(\phi_n - \phi_{-n})}{dt} = 2 \frac{d(\phi_n - \phi_0)}{dt} = 2(u_n^2 - u_{-n}^2) \Psi \left\{ 1 - \frac{(K_n^2 - u_0^2)}{(u_n^2 + u_{-n}^2)} \frac{2}{(u_n^2 + u_{-n}^2)} \prod_{m>0}^N u_m u_{-m} \text{Cos}\Phi_m \right\}. \quad (11)$$

Следует отметить, что при выравнивании амплитуд мод разность фаз уже не меняется даже на развитой стадии неустойчивости. Изменения в пространственной структуре поля $E(x, t)$ в системе отчета, связанной с групповой скоростью волны

$$E(x, t) = \exp\{-ik_0 x + i\frac{\theta_0}{2} + i\phi_0(t)\} \cdot \left[u_0 + \prod_{m>0}^N \left\{ u_m \exp\{-iK_m x + i[\phi_m(t) - \phi_0(t)]\} + u_{-m} \exp\{iK_m x + i[\phi_{-m}(t) - \phi_0(t)]\} \right\} \right], \quad (12)$$

в режиме развитой неустойчивости определяются лишь перераспределением энергии между модами, фазы которых практически не изменяются. Случайное начальное распределение фаз мод приводит к подобному случайному их распределению после установления равенства амплитуд u_m, u_{-m} , симметричных относительно основной волны мод спектра.

Использование симметрии задачи. Если исключить из рассмотрения процесс выравнивания амплитуд мод, симметрично расположенных в спектральном пространстве по отношению к основной волне, то уравнения (2) приобретают известный симметричный вид [7]:

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_0}{dt} &= -u_0^2 - 4 \sum_{m>0}^N u_m^2 - 2 \sum_{m>0}^N u_m^2 \text{Cos}\Phi_m, \\ u_0 &= -G \{-\delta - 2 \sum_{m>0}^N u_m^2 \text{Sin}\Phi_m\}^{-1}, \\ \frac{du_n}{dt} &= \{-\delta + u_0^2 \text{Sin}\Phi_n\} u_n, \\ \frac{d\phi_n}{dt} &= K_n^2 - u_0^2 \text{Cos}\Phi_n - \\ &\quad - 2 \left[u_0^2 + 2 \sum_{m>0}^N u_m^2 - \frac{1}{2} u_n^2 \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_n}{dt} &= \Delta_n + 2(u_0^2 - u_n^2) + 2u_0^2 \text{Cos}\Phi_n \\ &\quad - 4 \sum_{m>0}^N u_m^2 \text{Cos}\Phi_m. \end{aligned} \quad (14)$$

Однако, поведение фаз мод ϕ_n и ϕ_{-n} будет определяться их начальным состоянием. Для описания интегрального поля можно воспользоваться выражением

$$\begin{aligned} E(x, t) &= \exp\{-ik_0 x + i\frac{\theta_0}{2} + i\phi_0\} \cdot \\ &\quad \left[u_0 + \sum_{m>0}^N u_m \left\{ \exp\{-iK_m x + i[\phi_m - \phi_0]\} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \exp\{iK_m x + i[\phi_{-m} - \phi_0]\} \right\} \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

Приведенное рассмотрение справедливо в случае, когда амплитуда u_0 основной моды с частотой ω_0 и волновым числом k_0 остается значительной и взаимодействием между собой мод спектра можно пренебречь. При расчетах G полагаем равным δ .

Уточнение модели. Учет наиболее эффективных взаимодействий, которые происходят между симметричными по отношению к накачке модами спектра ($k_s + k_{-s} = k_n + k_{-n}$) приводит к следующим уравнениям:

$$\begin{aligned} \frac{dv_s}{dt} &= v_s \{-\delta + u_0^2 \text{Sin}\Phi_s + 2 \sum_{n \neq s}^N u_n^2 \text{Sin}\Psi_{sn}\}, \\ \frac{d\phi_s}{dt} &= K_s^2 - 2(u_0^2 + \frac{3}{2} v_s^2 + 2 \prod_{n \in \mathbb{N}_s}^N u_n^2) - \\ &\quad - u_0^2 \text{Cos}\Phi_s - 2 \prod_{n \in \mathbb{N}_s}^N u_n^2 \text{Cos}\Psi_{sn}, \end{aligned} \quad (16)$$

к которым следует добавить первые два уравнения системы (14) и где $\Psi_{sn} = \phi_s - \phi_n$. В развитой стадии неустойчивости данная система уравнений способна описывать не только процессы обмена энергией между модами спектра, но и развитие каскада модуляционных неустойчивостей, результатом которой может быть формирование фрактального спектра возмущений. Этот спектр отвечает самоподобной структуре модуляции поля [9]. Другая важная роль учета взаимодействия между модами спектра состоит в верификации результатов расчетов, построенных на использовании систем уравнений вида (2) или (14). Такая верификация позволила определить границы применимости моделей (2) и (14).

Описание численного эксперимента. Для того, чтобы не выходить за рамки применимости данных моделей расчетов в данной работе ограничились рассмотрением режимов с $\delta > 0.5$, хотя качественно результаты остаются справедливыми и при большем отклонении от порога неустойчивости.

При выбранных начальных значениях в спектре наблюдается одна основная мода и в результате нелинейного взаимодействия начинается медленный, но ускоряющийся рост спектра неустойчивости. Значения амплитуд мод неустойчивости на данном

этапе малы, поэтому спектр не оказывает существенного влияния на основную волну. Основная волна имеет вид синусоиды, огибающая основной волны имеет вид прямой линии, так как основная волна не модулирована. При этом малы уровень де-

фектности структуры $D = \frac{2}{u_0^2} \sum_{m>0} u_m^2$ и уровень интен-

сивности спектра $I_S = 2 \sum_{m>0} u_m^2$, а интенсивность

основной волны $I_0 = u_0^2$ близка к единице. С течением времени формируется спектр амплитуд возбужденных мод, которые достигают значений, достаточных для эффективного воздействия на основную волну. На следующем этапе развития процесса ($t > 100$) наблюдается сужение спектра модуляционной неустойчивости с одновременным увеличением амплитуды возбужденных мод (Рис.1). Производные крайних мод спектра принимают отрицательные значения, максимум спектра смещается в сторону основной моды.

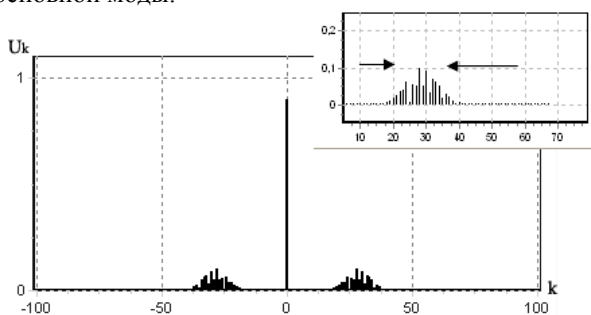


Рис.1. Спектр развитой неустойчивости ($t \approx 300$, $\delta = 0,80$)

Интенсивность основной моды (Рис.2) на начальных стадиях процесса заметно уменьшается и при значении $t \approx 100$ приближается к значению δ .

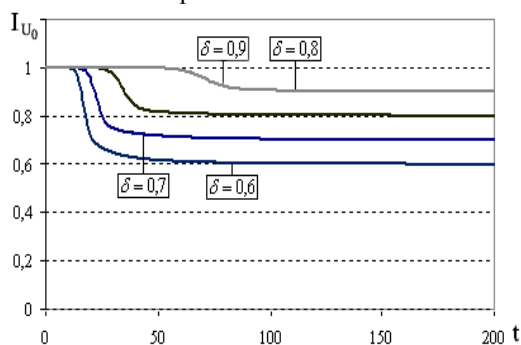


Рис.2. Интенсивность основной моды $I_0 = u_0^2$

Значения уровня надпороговости (то есть, степени превышения порога) $(1 - \delta)$ ограничивают снизу интенсивность основной моды. Во время уменьшения амплитуды основной моды начинает расти интенсивность спектра возбуждаемых мод, так же приближаясь к верхней границе, значение которой зависит от параметра δ (Рис.3).

В режиме развитой неустойчивости изменение суммарной интенсивности спектра не происходит. Можно считать, что нелинейная, а точнее квазилинейная стадия неустойчивости проявляет себя в

условиях, когда интегральные характеристики процесса практически не меняются. При этом скорости изменения амплитуд мод резко уменьшаются.

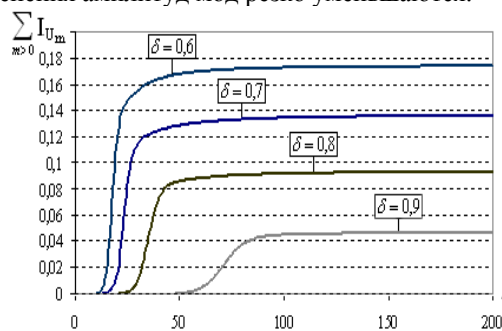


Рис.3. Суммарная интенсивность спектра

$$I_S = 2 \sum_{m>0} u_m^2$$

возбуждаемых мод

Неизменное значение суммарной интенсивности системы мод, при крайне медленном изменении внутренней её структуры на, так называемой, квазилинейной стадии процесса позволяет говорить о формировании *квазиустойчивого долгоживущего физического состояния*. Важно отметить, что монотонное уменьшение количества мод спектра, которое наблюдается на квазилинейной стадии процесса эволюции такого состояния фактически отвечает уменьшению возбужденных степеней свободы. На Рис.4 можно увидеть динамику изменения возбужденных степеней свободы – количества мод на линейной стадии процесса и в окрестности выхода на его квазилинейную стадию. Из рисунка видно, что на начальной стадии (характеризуемой быстрым изменением амплитуд) возбуждается набор мод, состоящий более чем из 70% мод начального спектра, причем максимальное количество мод возбуждается в области перехода в квазилинейную стадию. Мода считалась возбужденной, если ее амплитуда превышала 0.1% от начального уровня основной моды. В результате конкуренции, амплитуды мод на периферии спектра уменьшаются практически до нуля, а амплитуды части мод в центре спектра увеличиваются.

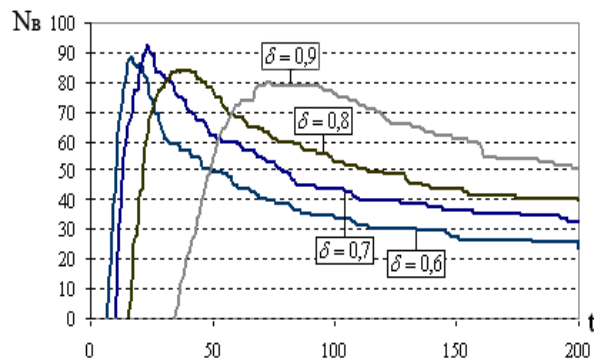


Рис.4. Количество возбужденных мод спектра неустойчивости

Таким образом, на квазилинейной стадии спектр в целом сужается, количество степеней свободы возбужденных мод уменьшается.

Данное обстоятельство представляется важным, ибо можно показать, что локальный максимум амплитуды модуляции пропорционален ширине спек-

тра Δk (точнее, имеет верхним пределом величину $\sqrt{D\Delta k/\delta k} = \sqrt{D \cdot N}$, где D – определенный несколько выше уровень дефектности, δk – спектральная ширина одной моды и N – число мод в спектре [6]). Поэтому сужение спектра в четыре раза при сохранении его энергии приводит к уменьшению амплитуды модуляции в области ее всплеска (сформированного еще на линейной стадии процесса неустойчивости) вдвое. Заметим, что при удалении от порога (при уменьшении δ) процесс сужения спектра ускоряется.

В серии из 10 экспериментов (время расчетов $t = 400$, число мод в каждом из симметричных участков спектра $N = [-100, 100]$, уровень линейного поглощения $\delta = 0,8$) максимальная амплитуда составила 1,74 при средних значениях амплитуды основной волны 0,8490 (таким образом, амплитуда всплеска превысила средний уровень в 2 раза). В остальных случаях поиска локальных максимумов огибающей наблюдались всплески с амплитудой в диапазоне от 1,5 до 1,66.

Проведение расчетов с учетом взаимодействия мод спектра между собой не привело к заметным отклонениям вычисляемых переменных.

4. ОСОБЕННОСТИ АНАЛИЗА ДВУМЕРНОЙ МОДЕЛИ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Для двумерной неустойчивости плоской интенсивной волны справедлива следующая система уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_0}{dt} &= -u_0^2 - 4 \sum_{s=-S}^S \sum_{m>0}^N u_{m,s}^2 - \\ &- 2 \sum_{s=-S}^S \sum_{m>0}^N u_{m,s}^2 \text{Cos}\Phi_{m,s}, \\ u_0 &= 1 / \{1 + \frac{2}{\delta} \sum_{s=-S}^S \sum_{m>0}^N u_{m,s}^2 \text{Sin}\Phi_{m,s}\}, \\ \frac{du_{n,s}}{dt} &= u_{n,s} \{-\delta + u_0^2 \text{Sin}\Phi_{n,s}\}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_{n,s}}{dt} &= (k_{n,s}^2 + \kappa_{n,s}^2) - \\ &- 2(u_0^2 + 2 \sum_{s=-S}^S \sum_{m>0}^N u_{m,s}^2 - \frac{1}{2} u_{n,s}^2) - u_0^2 \text{Cos}\Phi_{n,s}. \end{aligned}$$

Определим $K_{m,s} = 0,1 \cdot s$ для всех m , при этом

$$K_{n,s}^2 = \{1 + (\frac{2|n|-N}{N})\sqrt{1-\delta}\} - K_{n,s}^2.$$

Для поля огибающей справедливо выражение

$$\begin{aligned} E_M(\xi, \eta, t) &= [u_0 + \\ &+ \sum_{s=-S}^S \sum_{m>0}^N [u_{m,s} \exp\{-iK_{m,s}\xi - iK_{m,s}\eta + i(\phi_{m,s} - \phi_0)\}] + \\ &+ u_{-m,-s} \exp\{iK_{m,s}\xi + iK_{m,s}\eta + i(\phi_{-m,-s} - \phi_0)\}]. \end{aligned} \quad (18)$$

Расчеты были проведены для количества перпендикулярных составляющих $S = [-4; 4]$, причем число мод $N = [-100; 100]$ для каждой составляющей $\delta = 0,8$. Так, например, для части спектра с нулевой перпендикулярной составляющей ($s = 0$) число активных (значимых) мод уменьшается аналогично одно-

мерному случаю. Однако для поперечной периферии спектра сужение спектра более значительно. В целом общее число мод уменьшается значительно быстрее, чем в одномерном случае. Сдвиг спектра иллюстрирует для этих же условий Рис.5.

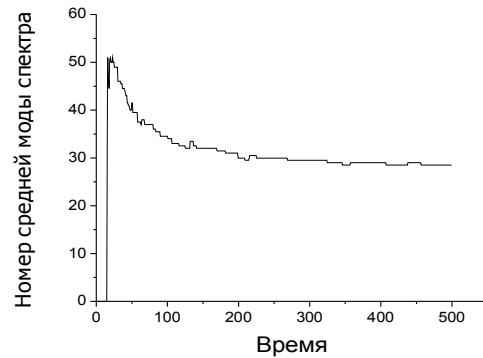


Рис.5. Сдвиг спектра в окрестности нулевой перпендикулярной составляющей ($s = 0$)

Для интенсивности энергии спектра неустойчивости наблюдается та же динамика, что и для одномерного случая.

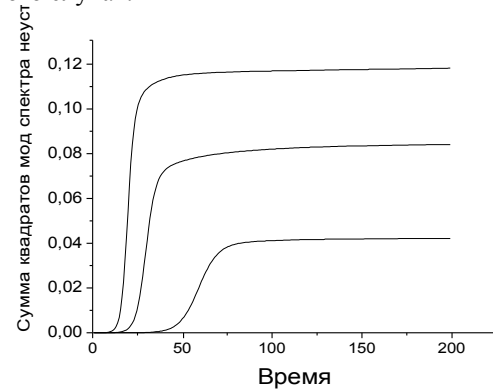


Рис.6. Интенсивность спектра неустойчивости для разных уровней поглощения (сверху вниз $\delta=0,7; 0,8; 0,9$)

При анализе подобных многомодовых неустойчивостей авторами [8,13] была обнаружена возможность исключения из расчетной схемы большого числа мод с малой амплитудой, что позволило резко сократить время расчетов, особенно для 2D-случая. Анализ возникших при таком исключении ошибок показал, что, в частности, данная система интегродифференциальных уравнений со временем уменьшает значения отклонений (ошибки) от полномасштабного варианта расчета как для интегральных (энергия спектра), так и для локальных (энергия отдельных мод в центре спектра) переменных задачи. Этот факт свидетельствует о высокой надежности расчетной модели.

Кроме того, для получения статистических данных о всплесках Е. Белкиным и А. Петренко [8,13] разработаны несколько программ распознавания образов, способных обрабатывать большие массивы данных и формировать базы данных о количественных и качественных характеристиках исследуемых структур.

В серии из 10 экспериментов для двумерной модели (время расчетов $t = 300$, число мод в каждом из симметричных участков спектра $N = [-100, 100]$, $S = [-4; 4]$, уровень линейного поглощения $\delta = 0,8$) максимальная амплитуда всплеска составила 1,9470, при этом в окрестности всплеска основная волна имела среднюю амплитуду 0,8500. Это означает, что всплеск основной волны (локальный максимум огибающей) в 2,17 раза больше среднего её уровня. Область всплеска локализована и состоит из 5 горбов огибающей. В остальных экспериментах наблюдались локализованные в пространстве в продольном и поперечном направлениях всплески с амплитудами 1,7...1,8 при той же средней амплитуде основной волны. Представление о виде огибающей дает Рис.7.

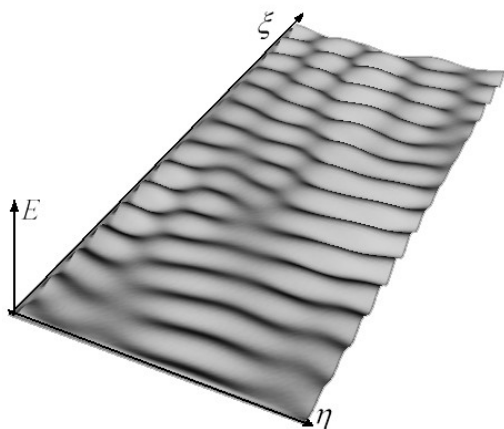


Рис.7. Вид огибающей для поля $E_M(\xi, \eta, t)$ (18) в развитом режиме неустойчивости в окрестности максимального всплеска (на переднем плане)

Таким образом, учет неоднородности приводит даже для неустойчивости плоской интенсивной волны к некоторому росту амплитуды всплесков огибающей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я.Б. Файнберг // *Физика плазмы*. 1985, т.11, №11, с.1398-1410.
2. В.Н. Цытович. *Нелинейные эффекты в плазме*. М.: «Наука», 1967.
3. В.М. Куклин // *УФЖ*. Огляди. 2004, т.1, №1, с.49-81.
4. A.S. Kingsep, L.I. Rudakov, R.N. Sudan // *Phys. Rev. Letters*. 1973, v.31, N 25, p.1482-1484.
5. В.М. Куклин, С.М. Севидов // *Физика плазмы*. 1988, т.14, №10, с.1180-1185.
6. V.M. Kuklin // *Вопросы атомной науки и техники. Серия «Плазменная электроника и новые методы ускорения»*. 2006, №5, с.63-68.
7. В.М. Воробьев, В.М. Куклин // *Письма в ЖТФ*. 1987, т.13, №22, с.1354-1360.
8. E.V. Belkin, V.M. Kuklin // *Proc. of the IXth Int. Conf. "Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science"*. Lviv-Slavsko, 2008, Febr. 19-23, p.284-285.
9. О.В. Куклина, А.В. Киричок, В.М. Куклин // *Вісник ХНУ ім. В.Н.Каразіна*. 2001, №541, с.73-76.
10. M.J. Lighthill // *J. Inst. Math. Appl.* 1965, v.1, №2, p.269-306.
11. В.И. Карпман. *Нелинейные волны в диспергирующих средах*. М.: «Наука», 1973, 175 с.
12. L.W. Schwartz, J.D. Fenton // *Ann. Rev. Fluid. Mech.* 1982, v.14, p.39-60.
13. V.M. Kuklin, A.S. Petrenko // *Proc. of the IXth Int. Conf. "Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science"*. Lviv-Slavsko, 2008, Febr. 19-23, p.312-313.

Статья поступила в редакцию 17.05.2008 г.

ON INTERFERENCE EFFECTS IN MULTYMODE REGIMES OF MODULATION INSTABILITY

E.V. Belkin, A.V. Kirichok, V.M. Kuklin

The pump wave imposed dynamics of phases for each mode of excited spectrum forms induced interference splashes, i.e. local maximum of envelope of field. In the presence of great number of modes in modulation instability spectrum, the amplitudes of splashes may grow sufficiently large.

ПРО ИНТЕРФЕРЕНЦІЮ В БАГАТОМODOVИХ РЕЖИМАХ МОДУЛЯЦІЙНИХ НЕСТІЙКОСТЕЙ

Є.В. Белкін, О.В. Киричок, В.М. Куклін

Хвиля накачки, що визначає динаміку фаз для кожної моди спектру, що збуджується, формує вимушені інтерференційні сплески – локальні максимуми огибающей поля. В присутності значної кількості мод в спектрі модуляційної нестійкості амплітуди сплесків можуть досягати великих значень.