

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ПРИ МНОГОМОДОВОЙ ГЕНЕРАЦИИ В АКТИВНОЙ ПОГЛОЩАЮЩЕЙ СРЕДЕ

В.М. Куклин, А.С. Петренко, С.М. Севидов

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, Харьков, Украина

В активных диссипативных средах возможно формирование долгоживущих медленно изменяющихся пространственных структур поля (так называемая, модуляция огибающей). В присутствии большого числа мод спектра неустойчивости интерференционные всплески, индуцированные накачкой, могут быть ответственными за формирование тонкой структуры лазерных импульсов.

1. ВВЕДЕНИЕ

При развитии неустойчивостей в многомодовых режимах возбуждаются плотные спектры возмущений. Нелинейность, как известно, приводит к взаимодействию возмущений, имеющих различный пространственно-временной масштаб [1,2].

Системы уравнений, описывающие процессы формирования пространственных структур во всех случаях фактически являются квазилинейными, так как энергия возмущений распределена по большому числу мод и амплитуда каждой такой моды не велика, воздействие неустойчивых мод на накачку является интегральным, а непосредственным взаимодействием неустойчивых мод часто можно пренебречь [3]. Особый интерес вызывают неустойчивости при небольшом превышении их порогов. В этом случае спектральная область неустойчивых мод сужается, а вне этой области возмущения в значительной степени подавлены и они не оказывают заметного влияния на развитие неустойчивости в целом. Формирование пространственных структур, возникающих при развитии неустойчивости (см., например, [3]), обусловлено перераспределением энергии в сравнительно узких спектральных интервалах, которое управляется и поддерживается энергией накачки. Важно отметить, что подавление многих видов нелинейных взаимодействий дает возможность значительно упростить матричные элементы взаимодействия мод, что облегчает описание систем [4,5].

В развитом режиме неустойчивости скорость изменения амплитуд всех мод резко замедляется [5]. Замедление обусловлено явлением ослабления (истощения) накачки за счет интегрального воздействия спектра неустойчивости и столь значительно, что способно на много порядков увеличить время развития процесса. Медленное изменение амплитуд спектра и синхронизованная накачкой динамика фаз этих мод способны привести к формированию навязанных процессом неустойчивости интерференционных всплесков, амплитуда которых может оказаться весьма значительной. Это механизм взаимодействия мод спектра получил название вынужденной интерференции [6].

Целью работы является численное исследование процессов формирования всплесков модуляции (огибающей) излучения. Рассматривается излучение активной среды в одномерном и двумерном случаях

при слабом превышении порога многомодовых неустойчивостей.

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ СТРУКТУРЫ ПОЛЯ ДЛЯ НАБОРА МОД С ПОСТОЯННОЙ АМПЛИТУДОЙ И ДИСПЕРСИЕЙ ПО ФАЗОВЫМ СКОРОСТЯМ

Рассмотрим поведение волнового пакета, состоящего из мод равной амплитуды с фазой, которая представлена для каждого номера i ($1 < i < N$) следующим образом:

$$\Phi_i = V_i \cdot t + \Phi_{i0}. \quad (1)$$

То есть, в волновом пакете представлено множество мод равной амплитуды с фазами Φ_i , $i = 1, 2, 3, \dots, N$, которые имеют вполне определенные фазовые скорости $V_i = v_o + (i/N)^\alpha \cdot \Delta v$ и разные начальные значения $\Phi_{i0} = \Phi_i(t=0)$. Волновой импульс при этом можно представить как

$$E(\xi, t) = \sum_{n=1}^N u_n \text{Cos} \{ K_n \xi + \Phi_n \}, \quad (2)$$

причем, $K_n = 1 + n/N$, то есть длины волн $2\pi/K_n$ будут изменяться от 2π до π . В зависимости от величины $\alpha > 1$ или $\alpha < 1$ можно моделировать отклонения фазовой скорости от линейного закона изменения с ростом номера моды.

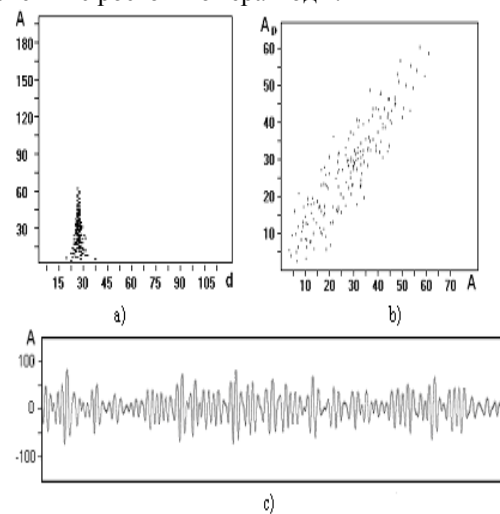


Рис. 1. Расстояние между всплесками одной амплитуды (а); отображение «предыдущая амплитуда – последующая амплитуда» (б); вид поля (с)

Используя метод селекции всплесков-импульсов, можно получить следующие показательные характеристики процесса интерференции (см. Рис.1).

Существование нескольких аттракторов в отображении говорит о формировании повторяемых нескольких интерференционных структур – крупномасштабной квазирегулярной модуляции колебаний.

Важным параметром является величина $W_{sp} = \Delta v / v_0$, качественно характеризующая отношение разброса по фазовым скоростям к средней фазовой скорости колебаний (см. Рис.1). Разрушение аттракторов соответствует нерегулярной модуляции и наблюдается, в частности, при увеличении параметра W_{sp} [7].

3. АНАЛИЗ ОДНОМЕРНОЙ МОДЕЛИ АКТИВНОЙ СРЕДЫ

Нелинейная система уравнений, описывающая возбуждение лазерного излучения в одномерном случае при слабой надпороговости при постоянной накачке, может быть записана в виде (см., например, [8]):

$$\begin{aligned} \frac{de_n}{dt} + \kappa e_n - i\Delta_n e_n &= -ip_n, \\ \frac{dp_n}{dt} + \Gamma p_n &= i\mu e_n, \\ \frac{d\mu}{dt} &= \Gamma_0(1-\mu) - \text{Im} \sum_n e_n p_n^*, \end{aligned} \quad (3)$$

где e_n и p_n – пространственные моды безразмерных составляющих электрического поля и поляризации, μ – однородная составляющая поддерживаемой внешним источником инверсии заселенностей двухуровневой активной среды, Γ_0, Γ, κ – нормированные время релаксации инверсии, ширина линии и потери в резонаторе. Инкремент неустойчивости с возбуждением электромагнитных волн равен:

$$\text{Im} \omega_{\text{max}} / \text{Im} \omega_0 = \frac{1}{2} \{ [4\mu + (\kappa - \Gamma)^2 - \Delta_n^2]^{1/2} - (\kappa + \Gamma) \}, \quad (4)$$

где $\text{Im} \omega_0 = [2\pi \frac{\omega_0 D_0 |\rho_{21}|^2}{3\hbar}]^{1/2}$ – инкремент при $\kappa = \Gamma = 0$, причем D_0 – равновесное значение инверсии заселенностей, ρ_{21} – матричный элемент атомного дипольного момента, ω_0 – частота перехода. В условиях слабой надпороговости, то есть слабого превышения порога генерации: $\text{Im} \omega \ll \Gamma, \kappa$ и $1 - \mu \ll \mu$, при этом пространственными возмущениями инверсии можно пренебречь.

Уравнения (1) упрощаются и могут быть представлены в виде однопараметрической системы уравнений для медленных амплитуд A_n и фаз α_n :

$$\begin{aligned} dA_n / d\tau &= [1 - \Lambda_n^2 - \sum_m A_m^2] A_n, \\ d\alpha_n / d\tau &= -\frac{\Lambda_n}{\delta} [1 - \delta^2 \Lambda_n^2], \end{aligned} \quad (5)$$

где $E_n = A_n \exp\{i\alpha_n\}$,

$$|E_n|^2 = |e_n|^2 (\kappa / \Gamma_0) / (1 - \kappa\Gamma), \quad \tau = -t \frac{\kappa + \Gamma}{\kappa\Gamma - 1},$$

$$\delta^2 = \frac{1 - \kappa\Gamma}{(\Gamma^2 - 1)(\kappa + \Gamma)}, \quad \Lambda_n^2 = \Delta_n^2 \frac{\Gamma^2 + 1}{(\kappa + \Gamma)(1 - \kappa\Gamma)}.$$

В режиме развитой неустойчивости, инверсия μ стремится к своему пороговому значению, равному $\mu_{thr} = \kappa\Gamma$, энергия спектра $I_{sp} = \sum_m A_m^2$ быстро достигает своего максимального значения и слабо меняется со временем, что свидетельствует о формировании квазиустойчивого физического состояния системы (см. Рис.2)

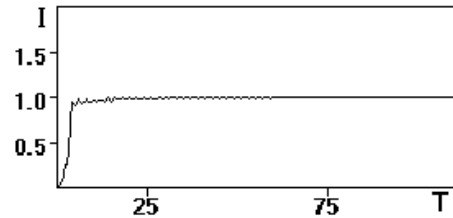


Рис.2. Энергия спектра $I_{sp} = \sum_m A_m^2$ как функция времени

При этом для инверсии μ справедливо соотношение

$$(1 - \mu) / (1 - \mu_{thr}) \approx \sum_n |E_n|^2. \quad (6)$$

Скорость изменения фазы каждой моды значительно превосходит скорость изменения амплитуды этой моды, что обусловлено малым превышением порога неустойчивости. Именно этот механизм и формирует пространственную структуру поля. Рост амплитуд спектра приводит к уменьшению уровня накачки (в данном случае – это μ), при этом моды с большими значениями Δ_n становятся затухающими, что приводит к уменьшению ширины спектра волнового пакета.

Этот механизм конкуренции мод обусловлен, так называемым, «истощением накачки». Характер изменения количества мод в спектре, амплитуда которых превышает величину $A_{MN} = 4/N$ (то есть, так называемых «значимых мод») приведен на Рис.3.

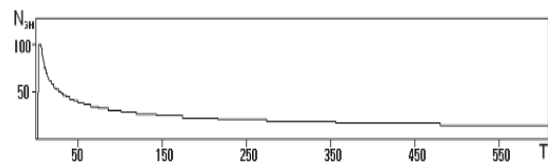


Рис.3. Количество «значимых мод» спектра, амплитуда которых превышает значение $A_{MN} = 0,5/N$

Энергия спектра (интегральная характеристика процесса) после выхода на развитый (квазилинейный) режим неустойчивости практически не изменяется (см. Рис.2). При этом скорости изменения амплитуд мод резко уменьшаются. Неизменное значение общей интенсивности системы мод, при медленном изменении внутренней её структуры на квазилинейной стадии процесса позволяет говорить о формировании *квазиустойчивого долгоживущего физического состояния*.

Подобное образование долгоживущего состояния характерно для сред с кубической нелинейностью для большинства многомодовых неустойчивостей, развивающихся вблизи порога [3]. При этом происходит постепенное уменьшение количества так называемых значащих мод спектра, амплитуда которых превышает любое наперед заданное значение (см. Рис.3). Фактически уменьшается количество возбужденных степеней свободы, что свидетельствует о формировании структуры поля высокой четкости. *Пространственная структура поля*

$$E(\xi, \tau) = \sum_{j=1}^n A_j \exp\{i\alpha_j - i\Lambda_j \xi\} \quad (7)$$

приведена на Рис.4 для различных моментов времени (Рис.4,a – энергия спектра практически достигает своего максимального значения, Рис.4,b – количество значимых мод менее половины, Рис.4,c – истощение накачки, количество значимых мод незначительно).

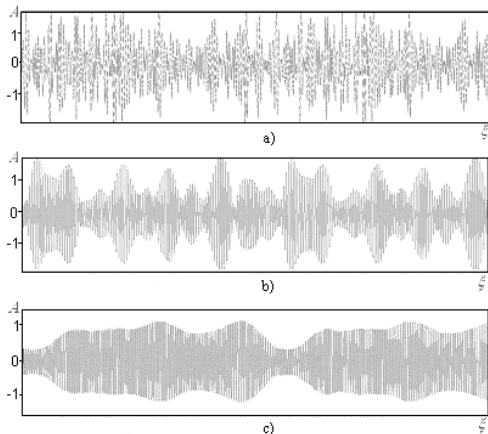


Рис.4. Вид импульса $E(\xi, \tau)$ при ξ ($0 \leq \xi \leq 118\pi$) для моментов времени а) $\tau=10$, б) $\tau=150$, в) $\tau=1500$

Обратим внимание на уравнение для фазы волны (второе уравнение системы (3)). Зависимость от нормированной расстройки Λ_n здесь оказывается нелинейной, что приводит к различным значениям фазовой скорости мод спектра для разных номеров n . Такая дисперсия скоростей мод в условиях медленного изменения их амплитуд во времени способна приводить к формированию движущихся интерференционных всплесков – пространственных импульсов, которые можно наблюдать при рассмотрении динамики огибающей высокочастотных колебаний.

При рассмотрении формы огибающей поля видно, что поведение $E(\xi)$ для каждого момента времени квазипериодично. Для начальной стадии развития неустойчивости ($\tau = 10$) характерно формирование мелкомасштабной тонкой структуры, при уменьшении количества «значащих мод» ($\tau = 150$) частота модуляции уменьшается, наблюдается медленное изменение амплитуды импульса в пространстве, при истощении накачки $\tau = 1500$ система постепенно выходит на одномодовый режим генерации.

На Рис.5,a показана диаграмма, иллюстрирующая связь между амплитудой всплеска и временем, прошедшим с момента возникновения предыдущего всплеска. А на Рис.5,b – диаграмма, описывающая связь между амплитудой последующего всплеска и амплитудой предыдущего всплеска.

Сравнивая диаграммы на Рис.5,a с аналогичными диаграммами для волнового пакета, состоящего из мод равной амплитуды с фазой, которая представлена для каждого номера i ($1 < i < N$) следующим образом $\Phi_i = V_i \cdot t + \Phi_{i0}$ (см. раздел 2), можно отметить, что в обоих случаях наблюдается формирование квазипериодических структур, однако, если для пакета мод одинаковой амплитуды можно выделить одно характерное время между всплесками, то для лазерного импульса в условиях слабой надпороговости характерно формирование более сложных структур.

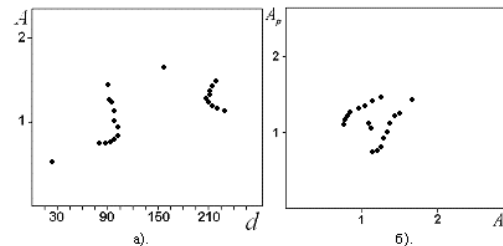


Рис.5. Расстояние между всплесками одной амплитуды (а); отображение «предыдущая амплитуда – последующая амплитуда» (б)

4. ОСОБЕННОСТИ ДВУМЕРНОЙ МОДЕЛИ АКТИВНОЙ СРЕДЫ

В двумерном случае система уравнений (5) может быть представлена в виде:

$$dA_{j,s} / d\tau = [1 - \Lambda_{j,s}^2 - \sum_n \sum_m A_{n,m}^2] A_{j,s}, \quad (8)$$

$$d\alpha_{j,s} / d\tau = -\frac{\Lambda_{j,s}}{\delta} [1 - \delta^2 \Lambda_{j,s}^2],$$

где $\Lambda_{j,s} = \text{sign}(j) \sqrt{(j/N)^2 + \varepsilon^2 \cdot s^2}$,

$\Lambda_{j,s}^{(j)} = (j/N)$ и $\Lambda_{j,s}^{(s)} = \varepsilon \cdot s$, причем ε – величина, характеризующая относительные поперечные размеры активной среды.

Для пространственного распределения поля справедливо выражение:

$$E(\xi, \eta, \tau) = \sum_{s=-s_M}^{s_M} \sum_{j=1}^n A_{js} \exp\{i\alpha_{js} - i\Lambda_{js}^{(j)} \xi - i\Lambda_{js}^{(s)} \eta\}. \quad (9)$$

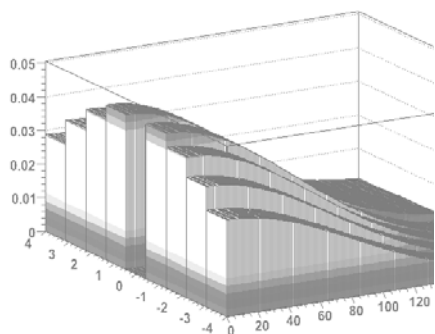


Рис.6. Вид спектра на начальном этапе квазилинейного режима неустойчивости ($s_j > 0$)

Вид возбуждаемого спектра (для мод с $j > 0$) при переходе процесса неустойчивости в квазилинейный режим, который характеризуется постоянным значением энергии спектра, представлен на Рис.6.

Из-за затухания периферии спектра, обусловленного эффектом истощения накачки и связанным с ним механизмом конкуренции мод, количество активных (значимых) мод быстро уменьшается. Это явление иллюстрирует Рис.7.

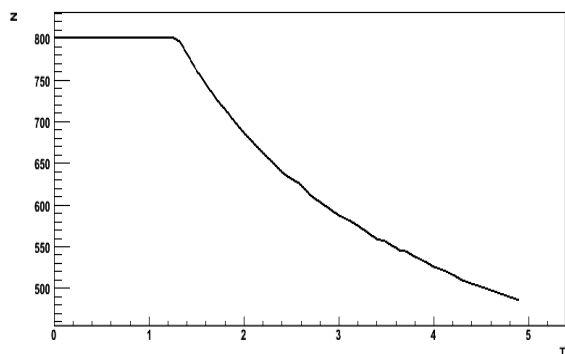
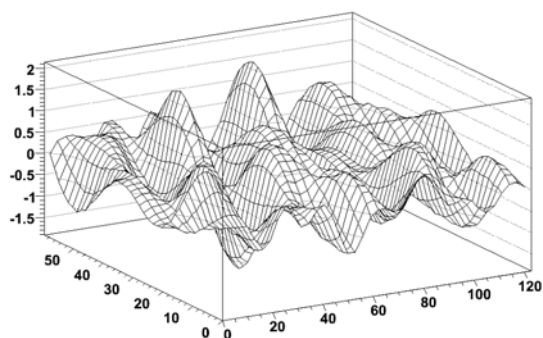


Рис.7. Уменьшение числа значимых мод при развитии неустойчивости в квазилинейном режиме

Структура поля определяется в значительной степени начальным распределением фаз мод и навязанной накачкой дисперсией их фазовых скоростей. Характерный вид поля приведен на Рис.8.



INTERFERENCE EFFECTS OF MULTIMODE GENERATION IN ACTIVE ABSORBENT MEDIA

V.M. Kuklin, A.S. Petrenko, S.M. Sevidov

In active dissipative media the long- living and slowly varying spatial structures of field (so-called "modulation envelopes") are formed. In the presence of great number of modes in instability spectrum interference splashes induced by pump may be responsible for formation of a fine structure of laser pulse.

ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ ПРИ БАГАТОМОВОДІВІ ГЕНЕРАЦІЇ У АКТИВНОМУ ПОГЛИНАЮЧОМУ СЕРЕДОВИЩІ

В.М. Куклін, О.С. Петренко, С.М. Севідов

У активних дисипативних середовищах може бути сформовано довго тривалі просторові структури, що повільно змінюються (так звана модуляція згинаючої). В присутності значної кількості мод спектру нестійкості інтерференційні сплески, що індуковані накачкою, можуть відповідати за формування тонкої структури лазерних імпульсів.

Рис.8. Фрагмент 2D-участка поля в начальной стадии квазилинейного режима неустойчивости

С уменьшением числа активных мод амплитуды локальных максимумов (всплесков) огибающей поля убывают. Можно показать, что локальный максимум амплитуды модуляции пропорционален ширине спектра (здесь это интервал изменения величины $\Delta_{j,S}$ для области значимых мод).

При анализе рассмотренных выше многомодовых неустойчивостей А. Петренко и Е. Белкиным [7,9] была обнаружена возможность исключения из расчетной схемы большого числа мод с малой амплитудой, что позволило резко сократить время расчетов, особенно для 2D-случая.

Анализ возникших при таком исключении ошибок показал, что, в частности, данная система интегродифференциальных уравнений со временем уменьшает значения отклонений (ошибки) от полномасштабного варианта. Для получения статистических данных о всплесках были разработаны несколько программ распознавания образов, способных обрабатывать большие массивы данных и формировать базы данных о количественных и качественных характеристиках исследуемых структур.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я.Б. Файнберг // *Физика плазмы*. 1985. т.11, №11, с.1398-1410.
2. В.Н. Цытович. *Нелинейные эффекты в плазме*. М.: «Наука», 1967.
3. В.М. Куклін // *УФЖ*. Огляди. 2004, т.1, №1, с.49-81.
4. В.Е. Захаров, В.С. Львов, С.С. Старобинец // *УФН*. 1974, т.114, №4, с.609-654.
5. В.М. Воробьев, В.М. Куклин // *Письма в ЖТФ*. 1987, т.13, №22, с.1354-1360.
6. V.M. Kuklin // *Вопросы атомной науки и техники. Серия «Плазменная электроника и новые методы ускорения»*. 2006, №5, с.63-68.
7. V.M. Kuklin, A.S. Petrenko // *Proc. of the IXth Int. Conf. "Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science"*. Lviv-Slavsko, 2008, Febr. 19-23, p.312-313.
8. П.С. Ланда. *Автоколебания в распределенных системах*. М.: «Наука», 1983, 320с.
9. E.V. Belkin, V.M. Kuklin // *Proc. of the IXth Int. Conf. "Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science"*. Lviv-Slavsko, 2008, Febr. 19-23, p.284-285.

Статья поступила в редакцию 17.05.2008 г.