

# ВОЗБУЖДЕНИЕ КИЛЬВАТЕРНЫХ ПОЛЕЙ В ПЛАЗМЕ ЛАЗЕРНЫМ ИМПУЛЬСОМ УЛЬТРАКОРОТКОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТИ

*В.А. Балакирев, В.И. Карась, А.П. Толстолужский*

*Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт»,  
Харьков, Украина*

*E-mail: vabalakirev@mail.ru*

Построена теория возбуждения кильватерных полей в плазме лазерными импульсами, частотная ширина которых сравнима с несущей частотой (сверхширокополосные оптические импульсы). Показано, что распространение импульса в плазме сопровождается его дисперсионным расплыванием. Последний эффект, в свою очередь, приводит к уменьшению амплитуды кильватерной волны.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

К числу наиболее перспективных коллективных методов ускорения в настоящее время следует отнести ускорение заряженных частиц в плазме кильватерными полями, возбуждаемыми мощными лазерными импульсами [1-3]. При теоретическом описании процесса возбуждения кильватерных полей в плазме используется приближение квазимонохроматического волнового пакета. Между тем представляет интерес исследование процесса возбуждения кильватерных волн в плазме лазерным импульсом с широким частотным спектром. Речь идет об электромагнитных импульсах, длительность которых сравнима с несущей частотой генерации [4,5]. В этом случае традиционная процедура усреднения по несущей частоте не применима. Поэтому необходимо отказаться от усреднения по несущей частоте лазерного излучения и описывать процесс возбуждения кильватерных полей при произвольной зависимости интенсивности лазерного излучения от времени.

В настоящей работе исследован процесс возбуждения кильватерных полей в плазме ультракоротким лазерным импульсом. Получено выражение для градиентной пондеромоторной силы, действующей на электроны в плазме со стороны лазерного импульса с произвольной зависимостью поля импульса от времени. Сформулирована самосогласованная система нелинейных уравнений, описывающая процесс возбуждения кильватерного поля ультракоротким лазерным импульсом. В приближении заданного лазерного импульса аналитическими и численными методами определено поле кильватерной плазменной волны.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Пусть в однородную полуограниченную плазму вдоль продольной оси  $z$  инжектируется мощный лазерный импульс ультракороткой длительности. В качестве первого шага теории сформулируем самосогласованную систему нелинейных уравнений, описывающую как распространение лазерного импульса в плазме, так и возбуждение им кильватерных полей.

Исходная система уравнений содержит

уравнения Максвелла для электромагнитного поля движения электронов плазмы

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \frac{4\pi e}{c} n \vec{v}, \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = -4\pi e n_e v_e$$

и гидродинамические уравнения для электронов плазмы

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -(\vec{v} \nabla) \vec{v} - \frac{e}{m} \vec{E} - \frac{e}{mc} [\vec{v} \vec{H}], \quad (2)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div} n \vec{v} = 0, \quad (3)$$

где  $\vec{v}, n$  – скорость и плотность электронов. Вкладом ионной компоненты плазмы пренебрегаем. Электрическое поле состоит из потенциальной и вихревой компонент

$$\vec{E} = -\nabla \varphi_w + \vec{E}_t, \quad \operatorname{div} \vec{E}_t = 0.$$

Представим входящие в уравнения движения величины в виде

$$n = n_0 + n_w, \quad \vec{v} = \vec{v}_t + \vec{v}_w.$$

Здесь  $\vec{v}_w, n_w$  – возмущения скорости и плотности частиц, обусловленные действием кильватерной плазменной волны,  $\vec{v}_t$  – возмущение скорости в поле лазерного излучения,  $n_0$  – равновесная плотность электронов. В результате, вместо системы уравнений (1)-(3) получим две системы связанных уравнений для указанных типов возмущений:

$$\operatorname{rot} \vec{E}_t = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}_t}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \vec{H}_t = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}_t}{\partial t} - \frac{4\pi e}{c} n_0 \vec{v}_t - \frac{4\pi e}{c} n_w \vec{v}_t,$$

$$\frac{\partial \vec{v}_t}{\partial t} = -\frac{e}{m} \vec{E}_t, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \vec{v}_w}{\partial t} = \frac{e}{m} \nabla \varphi - (\vec{v}_t \nabla) \vec{v}_t - \frac{e}{mc} [\vec{v}_t \vec{H}_t].$$

Введем функцию  $\vec{u} = \int_{-\infty}^t \vec{E}_t(\vec{r}, t) dt$ . Тогда из системы связанных уравнений (4) находим

$$\vec{H}_t = -\operatorname{rot} \vec{u}, \quad \vec{v}_t = -\frac{e}{m} \vec{u}. \quad (5)$$

С учетом этих соотношений уравнения движения (4) принимают вид:

$$\frac{\partial \vec{v}_w}{\partial t} = \frac{e}{m} \nabla \varphi - \frac{e^2}{m^2} \nabla \vec{u}^2. \quad (6)$$

Второе слагаемое в правой части этого уравнения описывает ponderomotorную силу при произвольной зависимости электрического поля лазерного излучения от времени. Соответственно для возмущения плотности электронов плазмы имеем следующее уравнение

$$\frac{\partial^2 n_w}{\partial t^2} + \omega_p^2 n_w = \frac{e^2 n_0}{m^2} \Delta \vec{u}^2, \quad (7)$$

где  $\omega_p$  – электронная ленгмюровская частота.

Приведем также уравнение для электрического потенциала кильватерной плазменной волны:

$$\frac{\partial^2 \varphi_w}{\partial t^2} + \omega_p^2 \varphi_w = \frac{e}{m} \omega_p^2 \vec{u}^2. \quad (8)$$

Распространение лазерного излучения в плазме с учетом обратного воздействия кильватерной плазменной волны описывается следующим уравнением, справедливым в наиболее интересном предельном случае  $\omega_p t_p \ll 1$ , где  $t_p$  – длительность импульса,

$$\Delta \vec{E}_t - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}_t}{\partial t^2} - \frac{\omega_p^2}{c^2} \vec{E}_t = \frac{\omega_p^2 n_w}{c^2 n_0} \vec{E}_t. \quad (9)$$

Таким образом, мы получили замкнутую систему нелинейных уравнений, описывающую процесс возбуждения кильватерной плазменной волны лазерным импульсом ультракороткой длительности.

### 3. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА В ПЛАЗМЕ

Остановимся кратко на особенностях распространения лазерного импульса ультракороткой длительности в плазме.

В одномерном случае волновое уравнение, описывающее распространение электромагнитного импульса, имеет вид

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} - \omega_p^2 E_x = 0.$$

Будем решать задачу в следующей постановке. На границе плазмы  $z = 0$  задано электрическое поле лазерного импульса  $E_x(z = 0, t)$ . Тогда распространение импульса в плазме ( $z \geq 0$ ) описывается выражением [4]:

$$E_x(z, t) = \int_{-\infty}^t G(z, t-t') E_x(z = 0, t') dt',$$

где

$$G(z, \tau) = \delta(\tau - z/c) - \frac{\omega_p z}{c} \frac{J_1(\omega_p \sqrt{\tau^2 - z^2/c^2})}{\sqrt{\tau^2 - z^2/c^2}}$$

– функция Грина,  $\delta(\tau - z/c)$  – дельта-функция,

$J_1(x)$  – функция Бесселя. Функция Грина

тождественно равна нулю при  $\tau < 0$  или  $z/c > \tau$ .

С учетом явного выражения для функции Грина для поля лазерного импульса в плазме имеем следующее выражение:

$$E_x(z, t) = E_x(0, t) - \frac{\omega_p z}{c} \int_{-\infty}^{t-z/c} \frac{J_1(\omega_p \sqrt{(t-t')^2 - \frac{z^2}{c^2}})}{\sqrt{(t-t')^2 - \frac{z^2}{c^2}}} E_x(z = 0, t') dt'.$$

В качестве примера рассмотрим импульс следующего вида:

$$E_x(z = 0, t) = E_0 \frac{t}{t_p} \exp(-t^2/t_p^2), \quad (10)$$

где  $t_p$  – длительность импульса. Такой импульс имеет частотный спектр:

$$E_x(\omega) = \frac{E_0 t_p}{4\sqrt{\pi}} \omega t_p \exp(-\omega^2 t_p^2 / 4).$$

Частотный спектр имеет максимум на частоте  $\omega_{\max} = \sqrt{2}/t_p$ . Ширина частотного спектра порядка  $\omega_{\max}$ .

Для поля лазерного импульса в плазме с учетом условия (10) имеем следующее выражение:

$$E_x(\zeta, \tau) = E_0 \left\{ \frac{\bar{\tau}}{\tau_p} e^{-\frac{\bar{\tau}^2}{\tau_p^2}} + \frac{\zeta \tau_p}{2} \left[ \frac{1}{2} e^{-\frac{\bar{\tau}^2}{\tau_p^2}} - \int_{-\infty}^{\bar{\tau}} e^{-\frac{\tau'^2}{\tau_p^2}} (\tau' - \tau) \frac{1}{g} \frac{d}{dg} \frac{J_1(g)}{g} d\tau' \right] \right\} \equiv E_0 \Psi(\tau), \quad (11)$$

где

$$\bar{\tau} = \omega_p (t - z/c), \tau = \omega_p t, \zeta = \omega_p z/c, \tau_p = \omega_p t_p,$$

$$g = \omega_p \sqrt{(t-t')^2 - z^2/c^2}.$$

При выполнении условия  $\tau_p \ll 1$  основной вклад в подынтегральном выражении (11) дает окрестность точки  $\tau' = 0$ . Приближенное вычисление интеграла в этом предельном случае дает следующее выражение, описывающее электрическое поле лазерного импульса в плазме:

$$E_x(\zeta, \tau) = E_0 \left\{ \frac{\bar{\tau}}{\tau_p} e^{-\bar{\tau}^2/\tau_p^2} + \frac{1}{2} \tau_p \zeta \left[ \frac{1}{2} e^{-\bar{\tau}^2/\tau_p^2} + \sqrt{\pi} \tau_p \tau \chi(\bar{\tau}) \frac{1}{g_0} \frac{d}{dg_0} \frac{J_0(g_0)}{g_0} \right] \right\}. \quad (12)$$

Здесь  $g_0 = \omega_p \sqrt{t^2 - z^2/c^2}$ ,  $\chi(\tau)$  – единичная функция Хевисайда.

Случай короткого лазерного импульса  $\tau_p = 0.1$  иллюстрирует Рис.1,а, на котором изображены распределения электрического поля лазерного импульса в плазме в различные моменты времени.

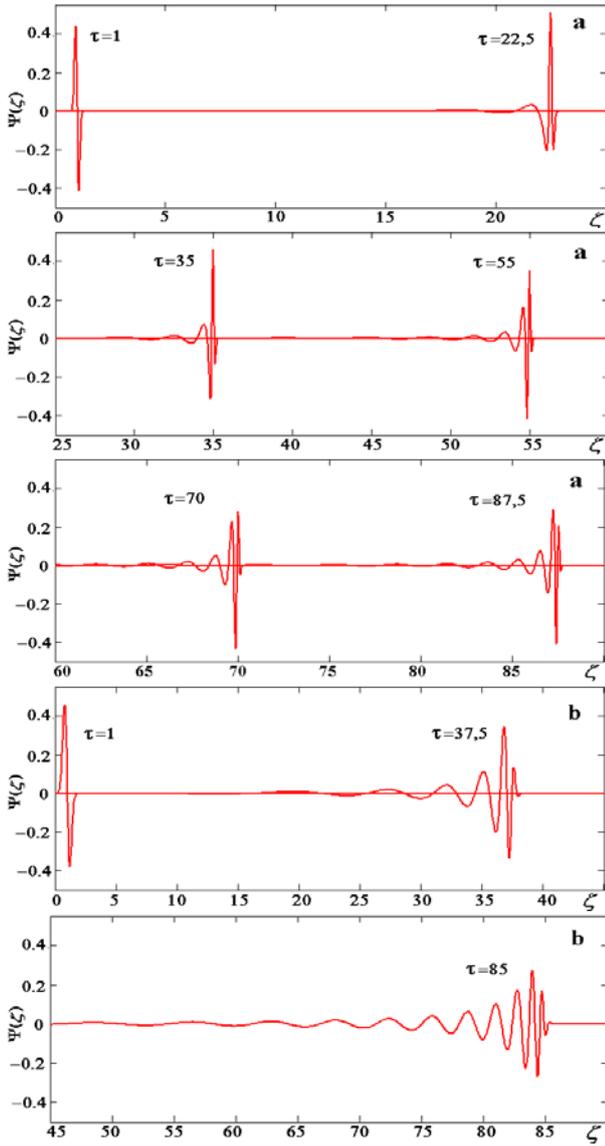


Рис.1. Картина распространения лазерных импульсов в плазме,  $a - \tau_p = 0,1$ ,  $b - \tau_p = 0,3$

Видно, что при распространении короткого лазерного импульса за ним формируется осциллирующий хвост с низким уровнем колебаний. Амплитуда импульса (максимальное значение поля импульса) при этом несколько уменьшается. Эффект дисперсионного расплывания существенно усиливается при увеличении длительности импульса. Случай  $\tau_p = 0.3$  иллюстрирует Рис.1,b. Видно, что импульс преобразовался в длинную осциллирующую структуру, относительно медленно затухающую от переднего фронта к задней границе импульса. Причем, период колебаний увеличивается. Амплитуда импульса существенно упала.

#### 4. КАРТИНА ВОЗБУЖДЕНИЯ КИЛЬВАТЕРНЫХ ПОЛЕЙ В ПЛАЗМЕ ЛАЗЕРНЫМ ИМПУЛЬСОМ

Рассмотрим теперь процесс возбуждения в плазме кильватерной волны ультракоротким лазерным импульсом. Кильватерное поле в плазме описывается неоднородным уравнением

осциллятора:

$$\frac{d^2\Phi}{d\tau^2} + \Phi = u(\tau, \zeta), \quad (13)$$

где

$$u(\tau, \zeta) = \left[ \int_{-\infty}^{\tau} \Psi(\tau', \zeta) d\tau' \right]^2. \quad (14)$$

Безразмерный потенциал определен следующим образом:

$$\Phi = \varphi / \varphi_*, \quad \varphi_* = \frac{mc^2}{e} \varepsilon_0^2, \quad \varepsilon_0 = \frac{eE_0}{mc\omega_p}.$$

Решение уравнения (14) легко находится:

$$\Phi = \int_{-\infty}^{\tau} u(\tau', \zeta) \sin(\tau - \tau') d\tau'. \quad (15)$$

На относительно небольших расстояниях от границы плазмы  $\zeta \ll 2/\tau_p$  дисперсионной деформацией импульса можно пренебречь. Тогда имеем

$$\Psi(\bar{\tau}) = \frac{\bar{\tau}}{\tau_p} \exp(-\bar{\tau}^2 / \tau_p^2).$$

В этом случае выражение для кильватерного потенциала принимает вид:

$$\Phi(\bar{\tau}) = \frac{\tau_p^2}{4} \int_{-\infty}^{\bar{\tau}} \sin(\bar{\tau} - \tau') e^{-\frac{2\tau'^2}{\tau_p^2}} d\tau'.$$

За лазерным импульсом  $\bar{\tau} \ll 1$  в плазме возбуждается монохроматическая кильватерная волна

$$\Phi(\bar{\tau}) = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \tau_p^3 e^{-\tau_p^2/8} \sin \bar{\tau}. \quad (16)$$

Для амплитуды продольного электрического поля  $E_w$  кильватерной волны из (16) вытекает следующее выражение:

$$\frac{eE_w}{mc\omega_p} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\omega_p}{\omega_{\max}} \left( \frac{eE_0}{mc\omega_{\max}} \right)^2 e^{-\tau_p^2/8}, \quad (17)$$

где  $\omega_{\max} = \sqrt{2}/t_p$ .

Полную картину возбуждения кильватерного поля в плазме ультракоротким лазерным импульсом можно получить только путем численного решения неоднородного уравнения осциллятора (13), где в правой части этого уравнения – поле лазерного излучения в плазме (11).

Дисперсионное расплывание импульса будет оказывать влияние на возбуждение им кильватерной волны. На Рис.2,a представлено распределение кильватерной волны в плазме после прохождения объема плазмы лазерного импульса малой длительности  $\tau_p = 0.1$ . Видно, что амплитуда кильватерной волны по ходу распространения лазерного импульса медленно убывает. Уменьшение амплитуды обусловлено расплыванием лазерного импульса. С увеличением длительности лазерного импульса эффект дисперсионного расплывания

существенно усиливается, поэтому спад амплитуды кильватерной волны ( $\tau_p = 0.3$ , Рис.2,b) заметно увеличился. При этом амплитуда кильватерной волны возросла примерно в 25 раз, что находится в хорошем согласии с формулой (16), согласно которой  $\Phi \propto \tau_p^3$ .

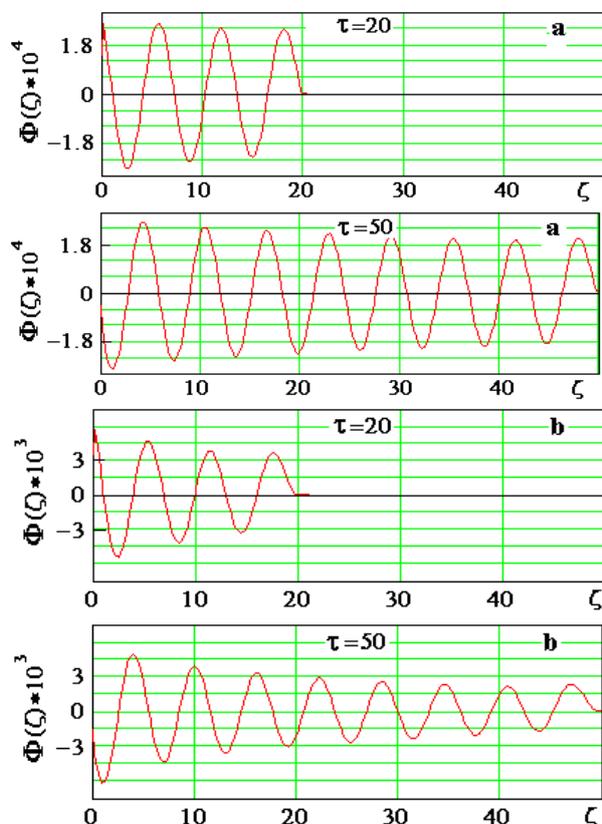


Рис.2. Распределение кильватерного потенциала в плазме в различные моменты времени,  $a - \tau_p = 0,1$ ,  $b - \tau_p = 0,3$

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследованы особенности процесса возбуждения кильватерной волны в плазме лазерным импульсом ультракороткой длительности. Такой лазерный импульс при распространении в плазме испытывает дисперсионное расплывание, которое, в свою очередь, приводит к уменьшению амплитуды импульса. Эти эффекты являются причиной уменьшения амплитуды кильватерной волны по ходу распространения лазерного импульса. Наиболее сильно эффект затухания кильватерной волны проявляется для импульсов с длительностью  $t_p \omega_p \leq 1$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Л.М. Горбунов, В.И. Кирсанов. Возбуждения пламенных волн пакетом электромагнитного излучения // *ЖЭТФ*. 1988, в.8, с.509-518.
2. С.В. Буланов, В.И. Кирсанов, А.С. Сахаров. Ультрарелятивистская теория лазерного ускорителя на плазменной волне // *Физика плазмы*. 1990, т.19, в.8, с.935-944.
3. С.В. Буланов, В.И. Кирсанов, А.С. Сахаров. Возбуждение ультрарелятивистских ленгмюровских волн импульсом электромагнитного излучения // *Письма в ЖЭТФ*. 1989, т.50, в.4, с.176-178.
4. Л.А. Вайнштейн. Распространение импульсов // *УФН*. 1976, т.118, в.2, с.339-367.
5. А.Б. Шварцбург. Оптика нестационарных сред // *УФН*. 2005, т.175, в.8, с.840-861.

Статья поступила в редакцию 22.05.2008 г.

## WAKE FIELD EXCITATION IN PLASMAS BY ULTRA-SHORT LASER PULSE

*V.A. Balakirev, V.I. Karas', A.P. Tolstoluzhsky*

The theory of wake-fields excitation in plasma by laser pulses which frequency width is comparable to carrying frequency (ultrawideband optical pulses) is constructed. It is shown, that distribution of a pulse to plasma is accompanied its dispersive spreading. Last effect, in turn results in reduction of a wake-field wave amplitude.

## ЗБУДЖЕННЯ КІЛЬВАТЕРНИХ ПОЛІВ У ПЛАЗМІ ЛАЗЕРНИМ ІМПУЛЬСОМ УЛЬТРАКОРОТКОЇ ТРИВАЛОСТІ

*В.А. Балакіреєв, В.І. Карась, О.П. Толстолужський*

Побудована теорія збудження кильватерних полів у плазмі лазерними імпульсами, частотна ширина яких порівняна з несучою частотою (надширокопasmові оптичні імпульси). Показано, що поширення імпульсу в плазмі супроводжується його дисперсійним розпливанням. Останній ефект, у свою чергу, приводить до зменшення амплітуди кильватерної хвилі.