УДК 519.8

КРИТЕРИЙ МИНИМАКСНОГО СОЖАЛЕНИЯ В ЗАДАЧЕ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ С НЕЧЕТКИМ МНОЖЕСТВОМ СОСТОЯНИЙ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

С.О. Мащенко[1], Ю.В. Шушарин[2]

[1]***Киевский национальный университет им. Тараса Шевченко***

[2] ***Киевский национальный экономический университет им. Вадима Гетьмана***

Предлагается метод принятия решений в условиях неопределенности с нечетким множеством состояний окружающей среды, который основан на принципе минимаксного сожаления. Определено понятие нечеткого множества гарантированных сожалений, построена его функция принадлежности. Рассмотрен подход к выбору лучшей по полезности альтернативы со степенью принадлежности нечеткому множеству гарантированных сожалений не менее заданного числа.

Ключевые слова: принятие решений, неопределенность, нечеткое множество, критерий Сэвиджа, максимизирующее решение.

Пропонується метод прийняття рішень в умовах невизначеності з нечіткою множиною станів навколишнього середовища, який заснований на принципі мінімаксного жалю. Визначено поняття нечіткої множини гарантованих жалів, побудована її функція належності. Розглянуто підхід до вибору кращої за корисністю альтернативи за ступенем належності нечіткій множині гарантованих жалів не менше заданого числа.

Ключові слова: прийняття рішень, невизначеність, нечітка множина, критерій Севіджа, максимізуюче рішення.

ВВЕДЕНИЕ

Одной из актуальных проблем принятия решений является проблема выбора в условиях неопределенности состояний окружающей среды. Об этом свидетельствуют многочисленные ссылки на публикации в этом направлении, представленные в работах [1–3].

В общем случае задача принятия решений (ЗПР) в условиях неопределенности определяется на триаде множеств: X — множество альтернатив; Y — множество исходов; S — множество состояний окружающей среды. Альтернативы — это то, что выбирает лицо, принимающее решение (ЛПР). Альтернативами могут служить объекты различной природы, планы, программы, действия и т.п. Исходы характеризуют результат выбора альтернатив. В ЗПР в условиях неопределенности каждой альтернативе может отвечать множество исходов, и поэтому связь между альтернативами и исходами может быть неоднозначной. Множество S характеризует проявление неопределенности в принятии решений, причем конкретная интерпретация состояний зависит от постановки задачи (например, спрос на ту или другую продукцию, погода и т.п.).

Поскольку любой исход ЗПР в нормальной форме [1] однозначно определяется парой $(x,s) \in X \times S$, то ЛПР может задать функцию полезности исходов $u(x,s)$ на множестве $X \times S$. Цель ЛПР заключается в выборе альтернативы $x \in X$, максимизирующей функцию полезности исходов $u(x,s)$.

Таким образом, возникает задача выбора некоторой альтернативы, удовлетворяющей условиям

$$v(x,s) \to \max_{x \in X}, \ s \in S. \tag{1}$$

Известно достаточно много разнообразных подходов к решению ЗПР в нормальной форме [1]. Основная идея решения задачи (1) заключается в построении так называемого критерия $E(x)$ (функции полезности альтернатив) [1], вид которого зависит от наличия некоторой дополнительной информации: о состояниях окружающей среды (чаще всего связанной с распределением вероятностей на множестве S), об особенностях ЛПР (склонность к риску и т. п.).

Постановка задачи

Нечеткий критерий минимаксного сожаления принятия решений в условиях неопределенности с нечетким множеством состояний окружающей среды, который мы будем рассматривать, основывается на известном критерии Сэвиджа [1] (принцип относительного пессимизма, или принцип минимаксного сожаления). Для каждого состояния окружающей среды $s \in S$ ЛПР определяет наибольшее значение функции полезности исходов, а именно, вычисляет $\max\limits_{z \in X} v(z,s)$.

Разность $u(x,s) = \max\limits_{z \in X} v(z,s) - v(x,s)$ выражает «сожаление» ЛПР о том, что для состояния окружающей среды $s \in S$ он использует x, а не альтернативу x^*, для которой $v(x^*,s) = \max\limits_{z \in X} v(z,s)$. Затем ЛПР стремится выбрать такое решение $x \in X$, при котором максимально возможное (гарантированное) сожаление

$$E_S(x) = \max_{s \in S} u(x,s) \tag{2}$$

будет наименьшим. Таким образом, искомая альтернатива x^* выбирается из условия

$$E_S(x^*) = \min_{x \in X} E_S(x). \quad (3)$$

Цель. В некоторых случаях может быть так, что ЛПР не может четко задать множество состояний окружающей среды, которые будут влиять на исходы принятия решений задачи (3). Цель данной работы состоит в реализации принципа минимаксного сожаления в этих условиях.

Нечеткое множество гарантированных сожалений

Пусть $\widetilde{S}$ — некоторое нечеткое множество универсального множества состояний окружающей среды S с функцией принадлежности $\mu(s)$, $\mu : S \to [0,1]$. В этом случае для каждой фиксированной альтернативы $x \in X$ критерий (2) принимает вид задачи нечеткого математического программирования [2]:

$$\widetilde{E}_S(x) = \max_{s \in \widetilde{S}} u(x,s). \quad (4)$$

Задачи нечеткого математического программирования достаточно изучены. Согласно [3] считается, что для каждой фиксированной альтернативы $x \in X$ ЛПР хочет максимизировать как ее функцию полезности $u(x,s)$, так и функцию $\mu(s)$, $s \in S$, принадлежности нечеткого множества состояний окружающей среды $\widetilde{S}$. Решением задачи (4) для фиксированной альтернативы $x \in X$ называется нечеткое множество состояний окружающей среды $S^*(x)$, носителем которого будет множество оптимальных по Парето решений (обозначим его $S^{PO}(x)$) двухкритериальной задачи оптимизации:

$$u(x,s) \to \max, \quad \mu(s) \to \max, \quad s \in S. \quad (5)$$

Напомним, что для задачи (5) множество $S^{PO}(x)$ можно представить в виде:

$$S^{PO}(x) = \{s^* \in S \mid (\mu(s) < \mu(s^*)) \vee (u(x,s) < u(x,s^*)), \forall s \in S\}. \quad (6)$$

Функцией принадлежности $\pi_x(s)$ нечеткого множества $S^*(x)$ будет сужение функции принадлежности $\mu(s)$, $s \in S$, с универсального множества S на множество $S^{PO}(x) \subseteq S$. Другими словами, эта функция принадлежности будет иметь вид:

$$\pi_x(s) = \begin{cases} \mu(s), & s \in S^{PO}(x), \\ 0, & s \notin S^{PO}(x). \end{cases} \tag{7}$$

Множеству решений задачи (5), которым является нечеткое множество $S^*(x)$ с функцией принадлежности $\pi_x(s)$, $s \in S$, согласно [3] отвечает нечеткое множество $\widetilde{E}_S(x) \subseteq E(x) \subseteq R^1$ оптимальных значений целевой функции этой задачи с функцией принадлежности

$$\varphi_x(y) = \max_{s \in S, u(x,s)=y} \pi_x(s), \quad y \in E(x),$$

где $E(x) = \{u = u(x,s) | s \in S\} \subseteq R^1$ — универсальное множество возможных полезностей альтернативы $x \in X$ при всех возможных состояниях окружающей среды.

На основе представленных выше рассуждений определим понятие нечеткого множества гарантированных сожалений.

Нечетким множеством гарантированных сожалений для альтернативы $x \in X$ ЗПР в условиях неопределенности с нечетким множеством состояний окружающей среды $\widetilde{S}$ с функцией принадлежности $\mu(s)$, $s \in S$, будем называть нечеткое множество $\widetilde{E}_S(x) \subseteq R^1$ с функцией принадлежности

$$\varphi_x(y) = \max_{s \in S, u(x,s)=y} \pi(x,s).$$

Значение $y \in E(x)$ будем называть гарантированным сожалением для альтернативы $x \in X$, а величину $\varphi_x(y)$ — ее степенью принадлежности множеству $\widetilde{E}_S(x)$.

Определим $E \supseteq \bigcup_{x \in X} E(x)$, $E \subseteq R^1$ — универсальное множество возможных сожалений для альтернатив универсального множества X при всех возможных состояниях окружающей среды. Отметим, что для всего множества X функция $\varphi_x(y)$ определяет функцию принадлежности $\varphi(x,y)$ некоторого нечеткого отображения $\widetilde{\Phi}$ из множества альтернатив X в множество сожалений $E \subseteq R^1$ для них:

$$\varphi(x,y) = \begin{cases} \max\limits_{s \in S,\, u(x,s)=y} \pi(x,s), & y \in E(x), \\ 0, & y \in E \setminus E(x). \end{cases} \tag{8}$$

Таким образом, выходит, что в случае нечеткого множества состояний окружающей среды альтернативы $x \in X$ нужно сравнивать между собой по соответствующим им нечетким множествам $\widetilde{E}_V(x)$ значений сожалений.

Поэтому решением задачи будет нечеткое множество, которое обеспечивает наилучшее гарантированное сожаление. Для реализации этой идеи используем технику, которая развита в [3].

НАИЛУЧШЕЕ ГАРАНТИРОВАННОЕ СОЖАЛЕНИЕ

Обозначим $\mu_R : E \times E \to [0,1]$ — функцию принадлежности четкого отношения R, которое является отношением «не больше», заданного на $E \subseteq R^1$. Очевидно, что

$$\mu_R(z, y) = \begin{cases} 1, & z \le y, \\ 0, & z > y. \end{cases} \tag{9}$$

Для решения поставленной задачи построим на множестве альтернатив X нечеткое отношение предпочтения, индуцируемое исходным отношением предпочтения R и нечеткой целью, которая задана нечетким отображением $\widetilde{\Phi}$. После этого выделим в X нечеткое подмножество недоминируемых альтернатив, которое будет множеством решений задачи (2).

Произвольной альтернативе x^* заданное нечеткое отображение $\widetilde{\Phi}$ ставит в соответствие нечеткое множество сожалений для этой альтернативы в форме нечеткого подмножества множества сожалений $E \subseteq R^1$ с функцией принадлежности $\varphi(x^*, y)$.

Пусть $\widetilde{\eta}$ — нечеткое отношение предпочтения, индуцируемое отношением предпочтения R на классе Ψ всех нечетких подмножеств множества E. Пользуясь этим отношением, можно сравнивать между собой нечеткие сожаления для альтернатив, а следовательно, и сами альтернативы. Другими словами, степенью предпочтения альтернативы $x_1 \in X$ альтернативе $x_2 \in X$ будем считать степень предпочтения $\eta(x_1, x_2)$ нечеткого множества сожалений $\varphi(x_1, y)$ нечеткому множеству сожалений $\varphi(x_2, y)$.

Таким образом, используя определение [3] обобщенного нечеткого отношения предпочтения, получим нечеткое отношение предпочтения на множестве альтернатив X следующего вида:

$$\eta(x_1, x_2) = \max_{z, y \in E} \min\left\{\varphi(x_1, z), \varphi(x_2, y), \mu_R(z, y)\right\}.$$

Нетрудно убедиться в том, что когда функция принадлежности φ удовлетворяет условию

$$\max_{y \in E} \varphi(x, y) = 1, \qquad \forall x \in X,$$

т. е. когда множество сожалений для произвольной альтернативы образует нормальное нечеткое множество, то нечеткое отношение предпочтения η будет рефлексивным, т. е. $\forall x \in X \ \ \eta(x,x)=1$.

После того, как и на множестве альтернатив определено нечеткое отношение предпочтения, исходная задача сводится к ЗПР с целью, заданной нечетким отношением предпочтения [3].

Выделим теперь во множестве X наилучшее гарантированное сожаление как нечеткое множество недоминируемых альтернатив. Согласно [3] оно будет иметь вид:

$$\tilde{\eta}^{PO}(x)=1-\max_{x'\in X}\{\eta(x',x)-\eta(x,x')\}=$$

$$=1-\max_{x'\in X}\left\{\max_{z,y\in E}\min\{\varphi(x',z),\varphi(x,y),\mu_R(z,y)\}-\right.$$

$$\left.-\max_{z,y\in E}\min\{\varphi(x,z),\varphi(x',y),\mu_R(y,z)\}-\max_{z,y\in E}\min\{\varphi(x,z),\varphi(x',y),\mu_R(y,z)\}\right\}.$$

Тогда согласно (9) окончательно получаем:

$$\tilde{\eta}^{PO}(x)=1-\max_{x'\in X}\left\{\max_{\substack{z,y\in E\\ z\le y}}\min\{\varphi(x',z),\varphi(x,y)\}-\max_{\substack{z,y\in E\\ z\le y}}\min\{\varphi(x,z),\varphi(x',y)\}\right\}.$$

Необходимо отметить, что если функция $\varphi(x,y)$ такова, что для некоторой альтернативы x^* имеет место неравенство $\sup_{y\in E}\varphi(x^*,y)=\alpha<1$, то значение $\tilde{\eta}^{PO}(x^*)$ может не отвечать фактической степени недоминируемости этой альтернативы.

Для того, чтобы исключить такие аномальные случаи, величину $\tilde{\eta}^{PO}(x)$ необходимо скорректировать. Для этого значения функции $\tilde{\eta}^{PO}(x)$ нужно сравнивать с соответствующими значениями $\max_{y\in E}\varphi(x,y)$.

Опираясь на эти рассуждения, решением исходной задачи будем считать нечеткое множество не с функцией принадлежности $\tilde{\eta}^{PO}$, а со скорректированной функцией

$$\eta^{PO}(x)=\min\left\{\tilde{\eta}^{PO}(x),\max_{y\in E}\varphi(x,y)\right\}.$$

Нетрудно показать, что для произвольного x имеет место равенство $\max_{y\in E}\varphi(x,y)=\eta(x,x)$. Таким образом, приходим к следующему понятию.

Нечеткое множество X^* с функцией принадлежности

$$\eta^{PO}(x) = \min\left\{\tilde{\eta}^{PO}(x), \eta(x,x)\right\}$$

будем называть решением ЗПР с нечетким множеством состояний окружающей среды (2) по нечеткому критерию минимаксного сожаления.

Если вдруг ЛПР по каким-либо причинам потребуется максимизирующее решение x^*, то оно может быть найдено как $\max\limits_{x \in X} \eta^{PO}(x)$.

В некоторых случаях ЛПР может интересовать лучшая по сожалению альтернатива со степенью принадлежности нечеткому множеству X^* решений не менее заданного числа $\alpha \in (0,1]$. В [3] показано, что для ее нахождения достаточно решить задачу математического программирования:

$$\begin{aligned} & y \to \min, \\ & \varphi(x,y) \ge \alpha, \\ & x \in X, \quad y \in E \subseteq R^1. \end{aligned} \tag{10}$$

Решение задачи (10) можно существенно упростить, если использовать следующую теорему.

Теорема. *Предположим, что функция принадлежности нечеткого множества состояний окружающей среды* $\mu(s) > 0 \quad \forall s \in S$. *Альтернатива* $x^* \in X$ *будет лучшей по сожалению со степенью принадлежности множеству решений* X^* *не менее заданного числа* $\alpha \in (0,1]$ *по нечеткому критерию минимаксного сожаления тогда и только тогда, когда будет удовлетворять системе двух задач математического программирования*:

$$u(x^*, s^*) = \min_{x \in X} \max_{s \in S, \mu(s) \ge \alpha} u(x,s), \tag{11}$$

$$\mu(s^*) = \max\left\{\mu(s) \middle| u(x^*, s) \ge u(x^*, s^*)\right\}, \quad s \in S. \tag{12}$$

Доказательство. Пусть $x^* \in X$ и $s^* \in S$ удовлетворяют (11) (12). Покажем, что x^* и $y^* = u(x^*, s^*)$ удовлетворяют (10). Действительно, из (11), (12) следует, что

$$\begin{aligned} & u(x^*, s) \le u(x^*, s^*) \le u(x, s^*), \quad \forall x \in X, \\ & \forall s \in \{s \in S |\ \mu(s) \ge \alpha\}, \end{aligned} \tag{13}$$

$$\mu(s^*) \ge \alpha, \tag{14}$$

$$\mu(s^*) \ge \mu(s), \quad \forall s \in \{s \in S \,|\, u(x^*, s) \ge u(x^*, s^*)\}. \tag{15}$$

Покажем, что $s^* \in S^{PO}(x^*)$. Предположим противное: $s^* \notin S^{PO}(x^*)$. Тогда согласно (6) $\exists s \in S$, для которого выполняются неравенства:

$$\mu(s) \ge \mu(s^*), \quad u(x^*, s) > u(x^*, s^*), \tag{16}$$

или

$$\mu(s) > \mu(s^*), \quad u(x^*, s) \ge u(x^*, s^*). \tag{17}$$

Если имеют место неравенства (16), то получаем противоречие с (13), (14). Если же справедливы неравенства (17), то получим противоречие с (15). Таким образом, $s^* \in S^{PO}(x^*)$.

Предположим противное, что x^* и $y^* = u(x^*, s^*)$ не удовлетворяют (10). Возможны следующие случаи.

1. Предположим, что $\varphi(x^*, y^*) < \alpha$. Тогда $\max\limits_{s \in S,\, u(x^*, s) = y^*} \pi(x^*, s) < \alpha$. Отсюда $\pi(x^*, s) < \alpha$ для таких $s \in S$, что $u(x^*, s) = y^*$. В том числе и для s^*. Поэтому $\pi(x^*, s^*) < \alpha$. Поскольку $s^* \in S^{PO}$, то $\pi(x^*, s^*) = \mu(s^*)$. Отсюда $\mu(s^*) < \alpha$, что противоречит (14).

2. Предположим, что $\exists \bar{y} < y^*$ и $\exists x \in X$ такие, что

$$\varphi(x, \bar{y}) \ge \alpha, \quad \bar{y} \in E(x) = \{y = u(x, s) \,|\, s \in S\}.$$

Это означает, что $\exists \bar{s} \in S$ и $\exists x \in X$, для которых выполняются неравенства:

$$\varphi(x, u(x, \bar{s})) \ge \alpha, \tag{18}$$

$$u(x, \bar{s}) < u(x^*, s^*). \tag{19}$$

Из (18) следует, что $\varphi(x, u(x, \bar{s})) = \max\limits_{s \in S, u(x,s) = u(x, \bar{s})} \pi(x, s) \ge \alpha$. Отсюда $\exists \tilde{s} \in S$, для которого $\pi(x, \tilde{s}) \ge \alpha$ и $u(x, \tilde{s}) = u(x, \bar{s})$. Тогда из (19) следует неравенство $u(x, \tilde{s}) < u(x^*, s^*)$. Поэтому $\tilde{s} \notin S^{PO}(x^*)$. Тогда $\pi(x, \tilde{s}) = 0$ и мы получаем противоречие $0 \ge \alpha > 0$.

Условие *достаточности* теоремы доказано.

Покажем *необходимость*. Пусть y^* удовлетворяет (10). Отсюда следуют неравенства

$$y^* \le y \qquad \forall y \in Y = \left\{ y \in R^1 \,|\, \varphi(x, y) \ge \alpha,\ y \in E(x), x \in X \right\}.$$

Поскольку на основании (8)

$$\varphi(x,y)=\max_{s\in S,u(x,s)=y}\pi(x,s),$$

то эти неравенства можно переписать в виде:

$$y^*\le y\qquad\forall y\in Y=\left\{y\in R^1\,\middle|\,\max_{s\in S,u(x,s)=y}\pi(x,s)\ge\alpha,\ y\in E(x),x\in X\right\}.\tag{20}$$

Обозначим через $x^*\in X$ такую альтернативу, что $y^*=u(x^*,s^*)$, где состояние окружающей среды $s^*=\arg\max\limits_{s\in S,u(x^*,s)=y^*}\pi(x^*,s)$. Отметим, что поскольку по предположению задача (10) имеет решение, то и (20) имеет решение. Поэтому x^* и s^* существуют. Тогда

$$\pi(x^*,s^*)\ge\alpha.\tag{21}$$

На этом основании (20) можно переписать в виде

$$u(x^*,s^*)\le u(x,s)\quad\forall x\in X$$

$$\forall u(x,s)\in\left\{u(x,s)\in E(x)\,\middle|\,\max_{v\in S,\,u(x,v)=u(x,s)}\pi(x,v)\ge\alpha\right\}.$$

Эти неравенства, в свою очередь, можно записать таким образом:

$$\begin{aligned}&u(x^*,s^*)\le u(x,s)\\&\forall x\in X\ \ \forall s\in S(x)=\left\{s\in S\,\middle|\,\max_{v\in S,\,u(x,v)=u(x,s)}\pi(x,v)\ge\alpha\right\}.\end{aligned}\tag{22}$$

Из (22), в частности, следует, что для $s=s^*$ справедливы неравенства

$$u(x^*,s^*)\le u(x,s^*)\qquad\forall x\in X.\tag{23}$$

Также из (22), в частности, следует, что для фиксированного $x=x^*$

$$u(x^*,s^*)\le u(x^*,s)\qquad\forall s\in S(x^*)=\left\{s\in S\,\middle|\,\max_{v\in S,\,u(x^*,v)=u(x^*,s)}\pi(x^*,v)\ge\alpha\right\}.\tag{24}$$

Поскольку согласно постановке задачи (10) $\alpha>0$, то из (24), очевидно, выплывает, что $\pi(x^*,\bar{s})>0\quad\forall\bar{s}\in S(x^*)$. Поэтому в соответствии с предположением теоремы о том, что $\mu(s)>0\ \ \forall s\in S$, учитывая (7), получаем

$$\mu(\bar{s})=\pi(x^*,\bar{s})\ge\alpha,\tag{25}$$

$$\bar{s} \in S^{PO}(x^*) \quad \forall \bar{s} \in S(x^*) . \tag{26}$$

Таким образом, из (25) и (24) следует неравенство

$$u(x^*, s^*) \le u(x^*, s) \quad \forall s \in S(x^*) = \{s \in S \mid \mu(s) \ge \alpha\}. \tag{27}$$

Отметим также, что следствием (21) и (24) является включение

$$s^* \in S(x^*) . \tag{28}$$

Поэтому из (25), (26), (28) получаем

$$\mu(s^*) \ge \alpha , \tag{29}$$

$$s^* \in S^{PO}(x^*) . \tag{30}$$

Покажем, что пара x^*, s^* удовлетворяет (13) – (15). Предположим противное, что условия (13) – (15) не выполняются. Тогда возможны следующие случаи.

1. Предположим, что $\exists x \in X \quad u(x^*, s^*) > u(x, s^*)$. Тогда получаем противоречие с (23).

2. Предположим, что $\exists \bar{s} \in S$, для которого $\mu(\bar{s}) \ge \alpha$ и $u(x^*, s^*) > u(x^*, \bar{s})$. В этом случае получаем противоречие с (27).

3. Предположим $\mu(s^*) < \alpha$. Тогда получаем противоречие с (29).

4. Предположим, что $\exists \bar{s} \in S$, для которого выполняются неравенства $\mu(s^*) < \mu(\bar{s})$ и $u(x^*, \bar{s}) \ge u(x^*, s^*)\}$. В этом случае согласно (6) получаем противоречие с (30).

Таким образом, пара x^*, s^* удовлетворяет (13) – (15) и задачи (10) и (11), (12) имеют одни и те же решения.

Теорема доказана.

Выводы

Рассмотренный выше метод решения задачи принятия решений в условиях неопределенности с нечетким множеством состояний окружающей среды можно обобщить на случай нечеткого множества альтернатив и нечетких оценок полезности исходов. Для этого достаточно использовать известные методы дефаззификации [3].

1. Трухаев Р.И. Модели принятия решений в условиях неопределенности / Р.И. Трухаев. — М.: Наука, 1981. — 258 с.
2. Мащенко С.О. Обобщение критерия Гермейера в задаче принятия решений в условиях неопределенности с нечетким множеством состояний природы / С.О. Мащенко // Проблемы управления и информатики. — 2012. — № 5 . — С. 102–110.

3. Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации / С.А. Орловский. — М.: Наука, 1981. — 208 с.

UDC 519.8

MINIMAX REGRET CRITERION FOR DECISION MAKING PROBLEM WITH THE FUZZY SET OF ENVIRONMENT STATES

S.O. Mashchenko [1], **Yu.V. Shusharin** [2]

[1] *Taras Shevchenko National University of Kyiv*

[2] *Kyiv National Economic University*

Introduction. In this work, the problem of alternatives rational choice in the conditions of uncertainties with the fuzzy set of states of the environment is considered. A need for the solving of such problems arises, when a decision making person cannot expressly indicate, what states of environment will affect the consequences of the alternatives choice in a problem which appeared at the moment of the decision making. In this case, it can only set the belonging function of a fuzzy set of relevant environment states.

The purpose of the article is the application of the known minimax regret principle for construction of a fuzzy criterion of minimax regret in the conditions of uncertainties with the fuzzy set of environment states.

Methods. The methods of the fuzzy set theory, fuzzy mathematical programming, multicriterion optimization are used in this work.

Results. It is suggested to estimate every alternative of the decision making problem by a fuzzy set of the guaranteed regrets, which can be obtained as a set of maximal values function of results utility on the fuzzy set of environment states. The solving of the problem with a fuzzy set of environment states by the fuzzy criterion of minimax regret is determined as a fuzzy set of non-dominated alternatives according to a specially built fuzzy relation of preference. The method of choice of the best-by-regret alternative with the degree of membership to the fuzzy set of decisions not less than the set number is offered. For this purpose, it is suggested to solve the system of two problems of mathematical programming of the special kind.

Conclusion. The offered method of problem solving in the conditions of uncertainties with the fuzzy set of nature states can be easily generalized in the case of a fuzzy set of alternatives and fuzzy estimations of results utility. For this purpose, it is enough to use the known technique of defuzzification.

Keywords: decision making, uncertainties, fuzzy set, the L. Savage criterion, maximizing decision.

1. Truhaev R.I. *Models of decision makig in the conditions of uncertainties.* Moskow: Science, 1981, 258 p. (in Russian).
2. Mashchenko S.O. Generalization Germeyer's criterion in the decision making problem in conditions of uncertainty with the fuzzy set of nature states. *Journal of Automation and Information Sciences,* 2012, no. 5, pp. 102–110 (in Russian).
3. Orlovsky S.A. *Problems of decision makig at fuzzy initial information.* Moskow: Science, 1981, 208 p. (in Russian).

Получено 17.02.2015