

УДК 516.3, 516.65

Ю. М. Мацевитый, акад. НАН Украины**А. И. Ценципер**, канд. техн. наук**Н. А. Сафонов**, канд. физ.-мат. наук**С. Ф. Лушпенко**, д-р техн. наукИнститут проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины
(г. Харьков, e-mail: tsentsiper@ipmach.kharkov.ua)

К ПОСТРОЕНИЮ ОБЪЁМНОГО СПИРАЛЬНО-ВИНТОВОГО ТРУБЧАТОГО СОЛНЕЧНОГО КОЛЛЕКТОРА

Представлена схема объёмного спирально-винтового трубчатого солнечного коллектора и описан принцип его работы. Получены аналитические выражения длины винтовой линии на поверхности полусферы и длины плоской спирали Архимеда в основании полусферы. Эти зависимости могут быть использованы при проектировании, изготовлении и эксплуатации солнечных коллекторов, а также при вычислении потока солнечной энергии, воспринимаемой ими в зависимости от пространственных координат и времени.

Наведено схему об'ємного спірально-гвинтового трубчастого сонячного колектора та описано принцип його роботи. Отримані аналітичні вирази довжини гвинтової лінії на поверхні півсфери та довжини плоскої спіралі Архімеда в основі півсфери. Ці залежності можуть бути використані під час проектування, виготовлення та експлуатації сонячних колекторів, а також під час обчислювання потоку сонячної енергії, що сприймається ними залежно від просторових координат та часу.

Введение

В работе [1] описана запатентованная в Украине [2] принципиально новая конструкция объёмного трубчатого солнечного коллектора, выполненного в виде сферы, и определены его геометрические параметры. Показаны преимущества такого коллектора по сравнению с известными плоскими коллекторами. С целью снижения теплотерь и повышения энергоэффективности указанная конструкция солнечного коллектора в дальнейшем была нами усовершенствована, и её новый вариант приведен на рис. 1.

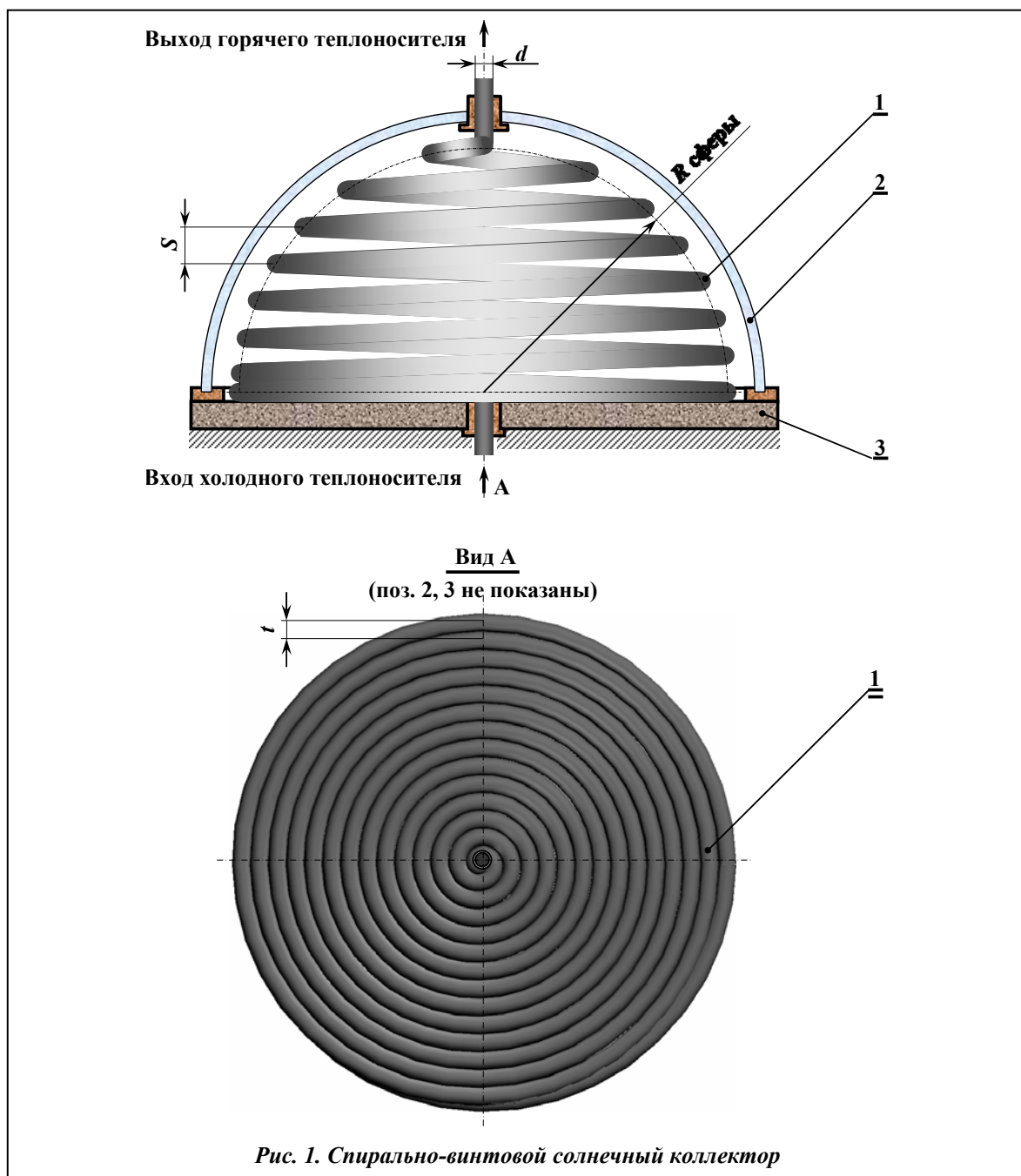
Спирально-винтовой солнечный коллектор содержит в себе заполненный жидким теплоносителем трубчатый теплоприёмник 1 с подводным и отводящим патрубками. Теплоприёмник 1 и накрывающая его прозрачная стеклянная полусфера 2 установлены на теплоизоляционном основании 3. Воздушное пространство коллектора между стеклянной полусферой 2 и теплоизоляционным основанием 3 вакуумировано. На поверхность трубчатого теплоприёмника 1 нанесено селективное светопоглощающее покрытие.

Геометрически теплоприёмник представляет собой комбинацию спиральной и винтовой линий. Он так же, как и в [1], выполнен в виде единой непрерывной металлической трубки круглого сечения, но отличается тем, что навит на полусфере радиуса R с шагом навивки S по винтовой линии, превышающим двойной диаметр трубки. Винтовая линия плавно переходит в основание полусферы в плоскую спираль Архимеда с шагом t , равным диаметру d трубки коллектора.

Спирально-винтовой солнечный коллектор функционирует следующим образом. На вход в подводный патрубок теплоприёмника 1 подаётся (показано стрелкой) холодный жидкий теплоноситель, который движется в основании полусферы по Архимедовой спирали, переходит в сферическую винтовую линию и далее поступает на выход в отводящий патрубок. Во время движения внутри теплоприёмника 1 теплоноситель нагревается лучи-

стой солнечной энергией, воздействующей через прозрачную стеклянную полусферу 2 на селективный светопоглощающий слой теплоприёмника 1. Теплотери теплоносителя в коллекторе 1 минимизированы за счёт теплоизоляционного основания 3 и вакуума между ним и стеклянной полусферой 2. Солнечные лучи в течение всего дня от восхода до захода солнца постоянно воздействуют на поверхность полусферы коллектора 1. Кроме того, они проникают через промежутки между витками коллектора и постоянно нагревают внутренние тыльные поверхности трубных витков и трубчатую поверхность плоского спирального основания теплоприёмника 1. Нагретый теплоноситель поступает в трубопровод (показано стрелкой) для использования в системах отопления, горячего водоснабжения и т. п.

Благодаря спирально-винтовой форме теплоприёмника коллектор «захватывает» солнечную энергию, поступающую со всех направлений в течение всего светового дня. Кроме того, такой коллектор улавливает как отражённый, так и рассеянный в атмосфере



свет и «следит» за солнцем не только в течение дня, но и в разное время года, когда оно проходит по небосводу на разной высоте и под разными углами азимута. Таким образом, предлагаемый спирально-винтовой солнечный коллектор позволяет получить максимальное количество лучистой солнечной энергии в течение всего светового дня.

Постановка задачи

Для геометрического построения, проведения расчётов и последующего изготовления трубчатого спирально-винтового солнечного коллектора необходимо математически описать винтовую линию на поверхности полушферы радиусом R с шагом навивки S . Эта трёхмерная линия переходит в плоскую спираль Архимеда с шагом t в основании полушферы. Математическое описание этих двух линий позволит вычислить общую длину коллектора, что необходимо для определения его суммарной поверхности при проведении теплофизических расчётов, оценки объёмных и массовых расходных характеристик жидкого теплоносителя, проходящего через коллектор, а также для определения общей длины заготовки при изготовлении коллектора.

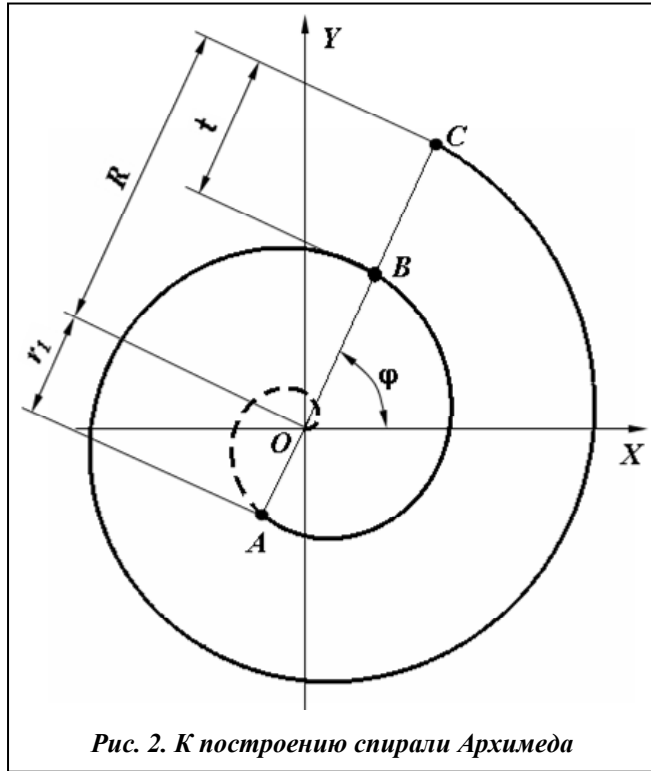


Рис. 2. К построению спирали Архимеда

Основная часть

Пусть в прямоугольной системе координат x, y, z центр полушферы радиуса $R = OC$ совмещён с началом $O(0, 0, 0)$ этой системы (рис. 2).

В плоскости большого круга (при $z = 0$) данной полушферы построим плоскую кривую в виде спирали Архимеда, которая при достижении поверхности данной полушферы переходит в пространственную винтовую линию на сферической поверхности, подобную той, что была описана в [1].

Для аналитического описания данной плоской кривой определим зависимости координат её точек от какого-либо параметра. В качестве такого параметра выберем угол вращения φ вокруг оси z текущей точки кривой. Для спирали Архимеда в полярной системе координат имеем зависимость $r = a\varphi$ [3], где r – радиус-вектор кривой, a – параметр кривой. Тогда в прямоугольной системе координат

$$x(\varphi) = a\varphi \cos \varphi, \quad y(\varphi) = a\varphi \sin \varphi, \quad z(\varphi) = 0. \tag{1}$$

Длина описанной спирали Архимеда вычисляется как интеграл вида

$$L_a = \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} \sqrt{\left(\frac{dx}{d\varphi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\varphi}\right)^2 + \left(\frac{dz}{d\varphi}\right)^2} d\varphi \tag{4}.$$

Подставив сюда производные в виде $\frac{dx}{d\varphi} = a \cos \varphi - a\varphi \sin \varphi$, $\frac{dy}{d\varphi} = a \sin \varphi + a\varphi \cos \varphi$, $\frac{dz}{d\varphi} = 0$, получим следующее выражение длины

плоской спирали (1): $L_a = a \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} \sqrt{1 + \varphi^2} d\varphi$. Данный интеграл берётся в аналитическом виде,

что дает возможность получить выражение

$$L_a = \frac{a}{2} \left[\varphi \sqrt{1 + \varphi^2} + \ln \left(\varphi + \sqrt{1 + \varphi^2} \right) \right] \Big|_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}}, \quad (2)$$

которое мало пригодно для практических расчётов из-за своей сложности. Поэтому используем приближённую формулу с избытком длины спирали (1), которую можно сконструировать путём увеличения подкоренного выражения до полного квадрата

$$\int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} \sqrt{1 + \varphi^2} d\varphi < \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} \sqrt{\frac{1}{4\varphi^2} + 1 + \varphi^2} d\varphi = \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} \left(\frac{1}{2\varphi} + \varphi \right) d\varphi = \frac{\varphi_{\max}^2 - \varphi_{\min}^2}{2} + \frac{1}{2} \ln \frac{\varphi_{\max}}{\varphi_{\min}}.$$

Как показал анализ, хотя эта формула и обладает очень высокой точностью для «не слишком малых» значений φ_{\min} , она также мало пригодна для практических расчётов. Надо найти более удобное и достаточно точное расчетное выражение.

В связи с этим необходимо указать, что описываемая кривая является осью единой непрерывной трубки (рис. 2) диаметром $d = 2r_0$ (r_0 – радиус трубки), которая в целом геометрически представляет собой спирально-винтовой солнечный коллектор. Будем укладывать эту трубку в основание полусферы ($z = 0$) в виде плоской спирали Архимеда плотно, без зазоров.

Для определения параметра a спирали учтем, что в любой точке спирали (r, φ) при повороте вокруг оси z на угол 2π радиус-вектор кривой r должен измениться на величину шага $BC = t = 2r_0$ (рис. 2). Отсюда имеем $a\varphi + 2r_0 = a(\varphi + 2\pi)$, что позволяет для рассматриваемого параметра спирали получить выражение $a = r_0/\pi$.

Кроме того, необходимо учесть, что в соответствии с существующими стандартами на сортамент металлических трубок определённого диаметра и материала, из которого они изготовлены, изгиб трубки ограничен минимальным радиусом $OA = r_1$, т. е. в данном случае плоская спираль Архимеда в основании полусферы коллектора должна начинаться в точке A (см. рис. 2). В связи с этим имеем $\varphi_{\min} = \pi r_1/r_0$. Аналогично максимальный угол φ_{\max} определяется радиусом сферы как $\varphi_{\max} = \pi R/r_0$.

Для получения приближённой формулы длины спирали Архимеда выполним оценку интеграла сверху и снизу. Оценка снизу получается путём простых преобразований

$$a \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} \sqrt{1 + \varphi^2} d\varphi > a \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} \varphi d\varphi = 0,5a(\varphi_{\max}^2 - \varphi_{\min}^2) = \frac{\pi^2 a}{2r_0^2} (R^2 - r_1^2) = L'_a. \quad (3)$$

Для оценки сверху воспользуемся следующим неравенством: $\omega(\varphi) = \sqrt{1 + \varphi^2} < (\sqrt{1 + \varphi_{\min}^2} - \varphi_{\min}) + \varphi = \omega_b(\varphi)$, которое верно на отрезке интегрирования $[\varphi_{\min}, \varphi_{\max}]$. Далее вычислим интеграл от функции $a\omega_b(\varphi)$, т. е.

$$a \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} (\varphi + \sqrt{1 + \varphi_{\min}^2} - \varphi_{\min}) d\varphi = L'_a + a(\sqrt{1 + \varphi_{\min}^2} - \varphi_{\min})(\varphi_{\max} - \varphi_{\min}).$$

Для практических расчётов с достаточной степенью точности длину плоской спирали Архимеда предлагается вычислять по формуле

$$L_b^a \approx \frac{\pi}{2r_0} (R^2 - r_1^2) + \left(\sqrt{1 + \pi^2 \frac{r_1^2}{r_0^2}} - \pi \frac{r_1}{r_0} \right) (R - r_1). \quad (4)$$

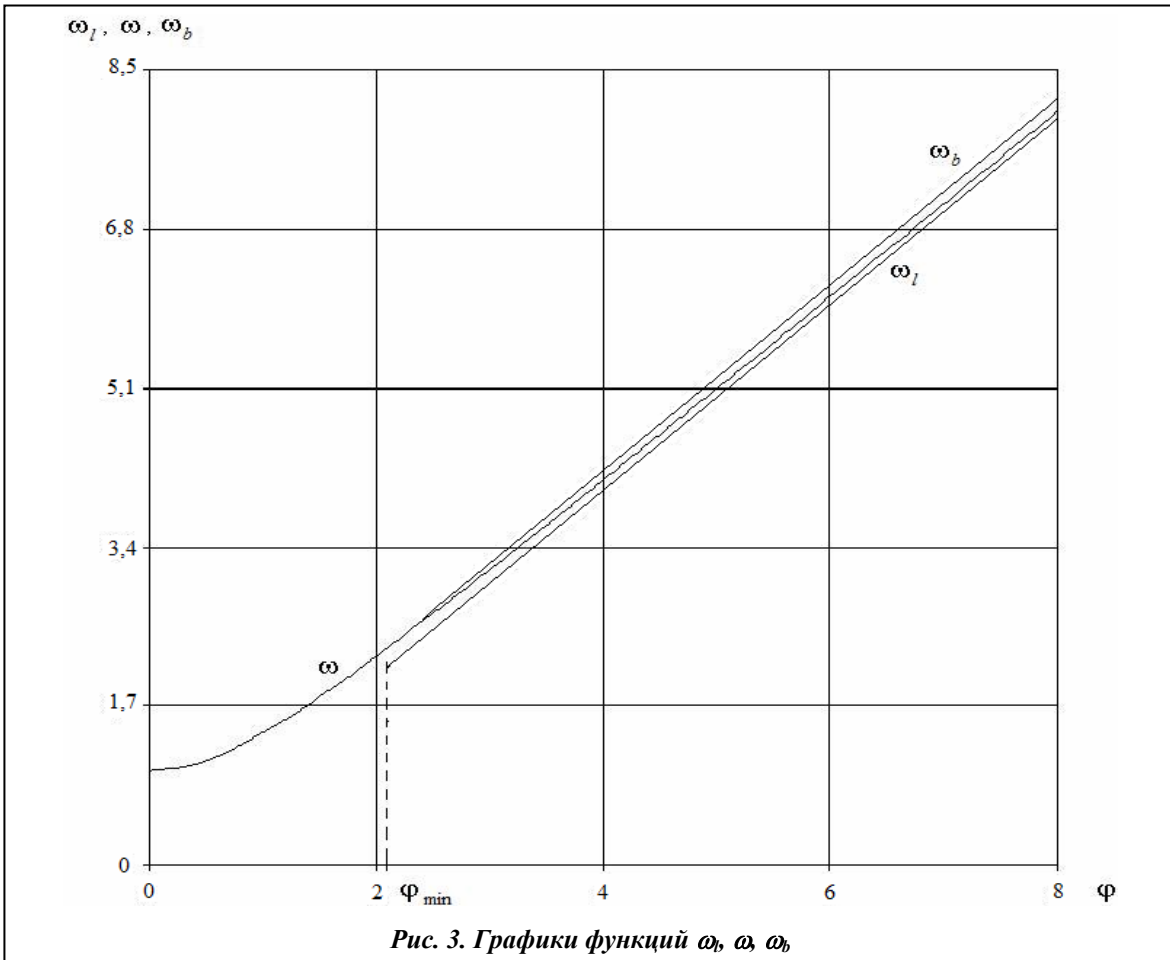


Рис. 3. Графики функций ω , ω_l , ω_b

На рис. 3 приведены подынтегральная кривая $\omega(\varphi)$ и кривые, представляющие её верхнюю $\omega_b(\varphi)$ и нижнюю $\omega_l(\varphi) = \varphi$ оценки на отрезке $[\varphi_{\min}, \varphi_{\max}]$ для значений $R = 150,0$ мм, $r_1 = 4,0$ мм. График функции $\omega_b(\varphi)$ представляет собой прямую линию, которая параллельна графику нижней оценки $\omega_l(\varphi)$ и проходит через точку $(\varphi_{\min}, \omega(\varphi_{\min}))$ подынтегральной кривой $\omega(\varphi)$.

В таблице приведены результаты сравнения длин плоской спирали Архимеда для $r_0 = 6$ мм, $r_1 = 45$ мм, посчитанных по приближённым формулам (3) и (4), со значениями, вычисленными по точной формуле (2), в зависимости от радиуса сферы R .

Длину винтовой линии на полусфере радиуса R с количеством витков n определим как половину длины винтовой линии с количеством витков $2n$ на сфере с тем же радиусом [1] $L_c \approx \frac{R}{2} \left[\pi^2 n + \frac{1,402964}{\sqrt{2n}} \right]$, но поскольку $\frac{1,402964}{\sqrt{2}} \approx 0,992045$, то, приняв эту дробь за единицу, можем окончательно записать

$$L_c \approx \frac{R}{2} \left[\pi^2 n + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]. \tag{5}$$

В итоге суммарная длина единой металлической трубки, из которой изготавливается трубчатый спирально-винтовой солнечный коллектор, с учётом формул (4) и (5) будет

$$L \approx \frac{\pi}{2r_0} (R^2 - r_1^2) + \left(\sqrt{1 + \pi^2 \frac{r_1^2}{r_0^2}} - \pi \frac{r_1}{r_0} \right) (R - r_1) + \frac{R}{2} \left[\pi^2 n + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]. \tag{6}$$

Сравнение значений длин спирали Архимеда, [мм]

Радиус сферы, R	по формуле (3) L_a^1	по точной формуле (2) L_a	по формуле (4) L_a^b
50	124,355	124,455	124,461
60	412,334	412,609	412,652
70	752,673	753,095	753,204
80	1145,372	1145,921	1146,115
90	1590,431	1591,093	1591,386
100	2087,850	2088,612	2089,017
120	3239,767	3240,703	3241,358
140	4601,124	4602,207	4603,139
160	6171,921	6173,131	6174,360
180	7952,156	7953,480	7955,020
200	9941,832	9943,256	9945,119
250	15832,312	15833,955	15836,666
300	23031,801	23033,612	23037,210
500	64919,703	64922,002	64929,354

Таким образом, получено аналитическое описание комбинированной кривой, состоящей из винтовой линии на полусфере и плоской спирали Архимеда в основании полусферы, которое в дальнейшем может быть использовано в геометрических расчётах при проектировании трубчатых спирально-винтовых солнечных коллекторов и вычислении потока воспринимаемой ими солнечной энергии.

Для вычисления общей длины металлической трубки спирально-винтового солнечного коллектора получена формула (6), которая будет использоваться при проведении практических теплофизических расчётов, конструировании, изготовлении и эксплуатации объёмных солнечных коллекторов.

Литература

1. *Мацевитый Ю. М.* К построению сферического солнечного коллектора / Ю. М. Мацевитый, А. И. Ценципер, Н. А. Сафонов, С. Ф. Лушпенко // Пробл. машиностроения. – 2011. – Т. 14, № 2. – С. 46–51.
2. *Пат. 57323* Україна. F24J 2/24. Сфероїдний сонячний колектор / А. І. Ценципер, Ю. М. Мацевитый, Н. А. Сафонов, С. Ф. Лушпенко. – Опубл. 25.02.11, Бюл. № 4.
3. *Фихтенгольц Г. М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления: В 2-х т. Т. 1 / Г. М. Фихтенгольц. – М.: Наука, 1962. – 607 с.
4. *Рашевский П. К.* Курс дифференциальной геометрии / П. К. Рашевский. – М., Л.: Гостехиздат, 1950. – 428 с.

Поступила в редакцию
27.07.11