Після оцінки пошкодження за час діагностування необхідна інформація фіксується і потім використовується у разі наступного діагностування.

Заключення

Запропонована методика розрахункового визначення пошкодження металу від малоциклової втоми і повзучості є прийнятною для використання в умовах експлуатації парових турбін у формі лічильника спрацювання ресурсу. Методика передбачає автоматизоване використання даних про фактичні режими роботи і температурні навантаження їх елементів, що підвищує якість оцінки спрацювання ресурсу, особливо на режимах експлуатації, які не відповідають інструкційним.

Література

1. *Визначення* теплового та термонапруженого станів ротора турбіни в лічильнику ресурсу / М. Г. Шульженко, П. П. Гонтаровський, В. П. Гонтаровський, М. В. Лихвар, Н. Г. Гармаш // Пробл. машиностроения. – 2011. – Т. 14, № 4. – С. 54–62.
2. *Гонтаровський В. П.* Автоматизація визначення режимів роботи турбіни Т-250/300-240 за даними АСУ ТП / В. П. Гонтаровський, Ю. Г. Єфремов, Н. Г. Гармаш // Десятий міжнародний симпозіум українських інженерів-механіків у Львові: Пр. – Львів: КІНПАТРІ ЛТД. – 2011. – С. 32–34.
3. *Шульженко Н. Г.* Задачи термопрочности, вибродиагностики и ресурса энергетических агрегатов: монография / Н. Г. Шульженко, П. П. Гонтаровский, Б. Ф. Зайцев. – Харьков: Харьк. нац. автодор. ун-т, 2011. – 444 с.
4. *Детали* паровых стационарных турбин. Расчет на малоцикловую усталость: РТМ 108.021.103–85. – Взамен РТМ 108.021.103–76; введ. 01.07.86. – Л.: НПО Центр. котлотурбин. ин-т, 1986. – 48 с.
5. *Расчетная* оценка остаточного ресурса роторов и корпусов паровых турбин / Н. Г. Шульженко, П. П. Гонтаровский, А. В. Пожидаев, Н. И Мамонтов // Енергетика та електрифікація. – 2006. – № 12. – С. 41–51.
6. *Шульженко Н. Г.* Оперативная оценка теплового и напряженного состояний и выработки ресурса основных элементов паровых турбин / Н. Г. Шульженко, А. В. Пожидаев // Пробл. машиностроения. – 2007. – Т. 10, № 3. – С. 38–49.
7. Визначення розрахункового ресурсу та оцінка живучості роторів і корпусних деталей турбін. Методичні вказівки: СОУ-Н МЕВ 40.1-21677681-52:2011.- К.: ОЕП "ГРІФРЕ": М-во енергетики та вугільної промисловості України, 2011. – 48 с.
8. *Коллинз Дж.* Повреждение материалов в конструкциях. Анализ, предсказание, предотвращение. / Дж. Коллинз. – М.: Мир, 1984.– 624 с.
9. *Костюк А. Г.* Динамика и прочность турбомашин / А. Г. Костюк. – М.: Машиностроение, 1982. – 264 с.
10. *Резинских В. Ф.* Увеличение ресурса длительно работающих паровых турбин / В. Ф. Резинских, В. И. Гладштейн, Г. Д. Авруцкий. – Изд. дом Москов. энерг. ин-та, 2007. – 296 с.

Надійшла до редакції
05.09.11

УДК 621.01:539.4

А. Е. Божко, член-кор. НАН Украины

Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины
(г. Харьков, e-mail: bozhko@ipmach.kharkov.ua)

СТРУКТУРНО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЗОНАНСНЫХ ЧАСТОТ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Предложен новый метод определения резонансных (собственных) частот колебательных систем. Показано, что данный метод позволяет определять резонансные частоты для колебательных систем с любым числом степеней свободы. В этом методе не используются численные решения, он аналитически точен.

Запропоновано новий метод визначення резонансних (власних) частот коливальних систем. Показано, що даний метод дозволяє визначати резонансні частоти для коливальних систем з будь-яким числом ступенів свободи. У цьому методі не використовуються чисельні розв'язки, він є аналітично точним.

Введение

Среди методов определения резонансных частот колебательных систем (КС) [1, 2] не был изложен предлагаемый структурно-аналитический метод, базирующийся на принципах теории автоматического управления с использованием в описании отдельных звеньев преобразования Фурье [3]. Предлагаемый метод будет изложен применительно к линейным КС с любым числом степеней свободы (n) как к консервативным, так и диссипативным. Заметим, что в известной литературе авторы ограничиваются определением резонансных частот консервативными КС, хотя в реальности наиболее часто встречаются диссипативные. Рассмотрение данного метода будем осуществлять последовательно от простой КС к более сложной. Наиболее простой КС является консервативная КС с одной степенью свободы. Ее дифференциальное уравнение следующее:

$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2}+cx(t)=F(t)\,, \tag{1}$$

где m – масса; $x(t)$ – перемещение; t – время; c – коэффициент жесткости (упругости); $F(t)$ – внешнее воздействие.

С использованием оператора Лапласа $\left(p=\dfrac{d}{dt}\right)$ [3] уравнение (1) принимает вид

$$x(p)=\frac{F(p)}{mp^2+c}\,, \tag{2}$$

где $x(p)$, $F(p)$ – изображение Лапласа оригиналов $x(t)$, $F(t)$ соответственно.

Представим (2) в преобразованиях Фурье [3], заменив p на $j\omega$. Тогда (2) будет таким:

$$x(j\omega)=\frac{F(j\omega)}{c-m\omega^2}\,. \tag{3}$$

Физически известно, что в режиме резонанса амплитуда колебаний КС максимальна по сравнению с амплитудами колебаний вне точки резонанса. Из (3) видно, что максимум $x(j\omega)$ при неизменном на всех режимах колебаний КС $F(j\omega)$ будет при $c-m\omega^2=0$, откуда для данной КС резонансная частота $\omega_p=\sqrt{\dfrac{c}{m}}$, равная собственной частоте. Если КС с одной степенью свободы является диссипативной, то ее дифференциальное уравнение следующее:

$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2}+b\frac{dx(t)}{dt}+cx(t)=F(t)\,, \tag{4}$$

где b – коэффициент диссипации.

Здесь

$$x(j\omega)=F(j\omega)\frac{1}{c-m\omega^2+jb\omega}\,. \tag{5}$$

Максимум $x(j\omega)$ при неизменном по величине $F(j\omega)$ будет при

$$c-m\omega^2+jb\omega=0, \tag{6}$$

Известно [3], что если комплексное число равно нулю, то равны нулю действительная и мнимая части соответственно. Частоты ω, так же, как собственные частоты, являются действительными. Поэтому будем пользоваться выражением $c-m\omega^2=0$, откуда собственная частота системы (4) $\omega_0 = \sqrt{c/m}$. Однако понятно, что при наличии диссипации резонансная частота ω_p несколько отличается от ω_0. Но из выражения (6) влияние диссипации на ω_0 мы не получили. Для выявления связи между c, m и b в определении резонансной частоты ω_p представим (5) в виде

$$x(j\omega) = \frac{F(j\omega)}{\left(c - m\omega^2\right)^2 + (b\omega)^2}\left(c - m\omega^2 - jb\omega\right), \tag{7}$$

где $j = \sqrt{-1}$.

Еще раз заметим, что во всех решениях будем считать, что на всем частотном диапазоне колебаний любой КС величина $F(j\omega)$ не изменяется. Тогда из (7) видно, что максимум $x(j\omega)$ будет при соблюдении равенства $(c - m\omega^2)^2 + (b\omega)^2 = 0$ или

$$m^2\omega^4 + (b^2 - 2mc)\omega^2 + c^2 = 0. \tag{8}$$

Из (8) определим резонансную частоту ω_p диссипативной КС. Уравнение (8) является биквадратным. Обозначим $\omega^2 = \gamma^2$. Тогда (8) примет вид $m^2\gamma^4 + (b^2 - 2mc)\gamma + c^2 = 0$, корни которого

$$\gamma_{1,2} \leq \frac{2mc - b^2 \pm \sqrt{\left(2mc - b^2\right)^2 - 4m^2c^2}}{2m^2} = \frac{c}{m} \pm \frac{b}{2m^2}\sqrt{b^2 - 4mc},$$

и тогда

$$\omega_{p(1,2)} = \sqrt{\gamma_{1,2}} = \sqrt{\frac{c}{m} \pm \frac{b}{2m^2}\sqrt{b^2 - 4mc}}. \tag{9}$$

Как видим, из выражения (9) следует, что диссипативная КС с одной степенью свободы может резонировать на двух частотах $\omega_{1p} = \sqrt{\frac{c}{m} + \frac{b}{2m^2}\sqrt{b^2 - 4mc}}$, $\omega_{2p} = \sqrt{\frac{c}{m} - \frac{b}{2m^2}\sqrt{b^2 - 4mc}}$. Так как собственные (резонансные) частоты – действительные числа, то если дискриминант $b^2 - 4mc < 0$, то $\omega_{1p} = \omega_{2p} = \sqrt{c/m}$, то есть это собственная частота КС с одной степенью свободы. Если $b^2 - 4mc > 0$, то резонансных частот в данной КС две ω_{1p} и ω_{2p}.

Кстати, в эксперименте с диссипативной КС при работе ее в определенном частотном диапазоне наблюдается наличие двух резонансов. При $b^2 >> 4mc$ $\omega_{1p} = \sqrt{\frac{c}{m} + \left(\frac{b}{2m}\right)^2}$; $\omega_{2p} = \sqrt{\frac{c}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}$. Обычно в литературе по колебаниям встречается $\omega_{1p} = \sqrt{\frac{c}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}$, однако, как видно из данного решения, имеется частота ω_{2p}.

Далее перейдем к КС с двумя степенями свободы. Механическая схема такой КС приведена на рис. 1, где m_1, m_n – массы; Пр1, ПР2 – пружины; Д1, Д2 – демпферы; x_1, x_2 – перемещения масс m_1, m_2 соответственно; F – внешнее воздействие.

Уравнения ее следующие:

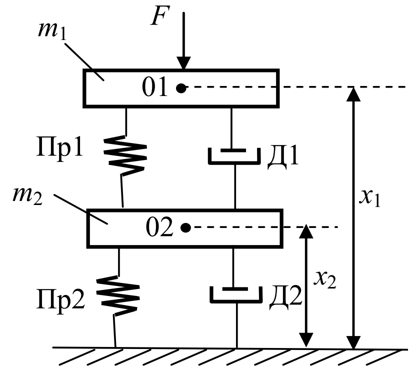

Рис. 1. Механаческая КС с двумя степенями свободы

$$\begin{cases} m_1 \dfrac{d^2 x_1}{dt^2} + b_1 \dfrac{dx_1}{dt} + c_1 x_1 = F + c_1 x_2 + b_1 \dfrac{dx_2}{dt}, \\ m_2 \dfrac{d^2 x_2}{dt^2} + (b_1 + b_2) \dfrac{dx_2}{dt} + (c_1 + c_2) x_2 = c_1 x_1 + b_1 \dfrac{dx_1}{dt}, \end{cases} \tag{10}$$

где c_1, c_2, b_1, b_2 – коэффициенты жесткости (упругости) и диссипации соответственно.

Из (10) получаем структурную схему данной КС, изображенную на рис. 2, где $F = F(j\omega)$, $x_1 = x_1(j\omega)$, $x_2 = x_2(j\omega)$, $W_1 = W_1(j\omega)$, $W_2 = W_2(j\omega)$, $W_{11} = W_{11}(j\omega)$ – передаточные функции (в изображениях Фурье), то есть

$$W_1(j\omega) = \frac{1}{c_1 - m_1\omega^2 + jb_1\omega}; \qquad W_{11}(j\omega) = c_1 + jb_1\omega; \qquad W_2(j\omega) = \frac{1}{c_1 + c_2 - m_2\omega^2 + j\omega(b_1 + b_2)}.$$

Общие передаточные функции системы (10) относительно $x_1 = x_1(j\omega)$ и $x_2 = x_2(j\omega)$ имеют соответственно вид

$$\begin{cases} W_{\text{II}x1}(j\omega) = \dfrac{W_1(j\omega)}{1 - W_1(j\omega) W_{11}^2(j\omega) W_2(j\omega)}, \\ W_{\text{II}x2}(j\omega) = \dfrac{W_1(j\omega) W_{11}(j\omega) W_2(j\omega)}{1 - W_1(j\omega) W_{11}^2(j\omega) W_2(j\omega)}. \end{cases} \tag{11}$$

Вначале рассмотрим консервативную КС с двумя степенями свободы. Тогда $W_1(\omega) = \dfrac{1}{c - m_1\omega^2}$; $W_{11}(\omega) = c_1$; $W_2(\omega) = \dfrac{1}{c_1 + c_2 - m_2\omega^2}$.

Подставим значения $W_1(j\omega)$, $W_{11}(j\omega)$, $W_2(j\omega)$ в выражение $x_1(j\omega) = F(j\omega) W_{\text{II}x1}(j\omega)$, $x_2(j\omega) = F(j\omega) W_{\text{II}x2}(j\omega)$. Тогда имеем

$$\begin{cases} x_1(j\omega) = \dfrac{(c_1 + c_2 - m_2\omega^2) F(j\omega)}{(c_1 - m_1\omega^2)(c_1 + c_2 - m_2\omega^2) - c_1^2}, \\ x_2(j\omega) = \dfrac{c_1 F(j\omega)}{(c_1 - m_1\omega^2)(c_1 + c_2 - m_2\omega^2) - c_1^2}. \end{cases} \tag{12}$$

Из (12) $x_1(j\omega) = \max$, $x_2(j\omega) = \max$ при

$$(c_1 - m_1\omega^2)(c_1 + c_2 - m_2\omega^2) - c_1^2 = 0. \tag{13}$$

Раскрывая скобки в (13), получим уравнение

$$\omega^4 - \left(\frac{c_1 + c_2}{m_2} + \frac{c_1}{m_1} \right) \omega^2 + \frac{c_1 c_2}{m_1 m_2} = 0. \tag{14}$$

Уравнение (14) полностью соответствует известному частотному уравнению для консервативной КС [1]. Его корни, соответствующие резонансным частотам, следующие:

$$\omega_{p1,2} = \left[\frac{1}{2} \left(\frac{c_1 + c_2}{m_2} + \frac{c_1}{m_1} \right) \mp \sqrt{ \frac{1}{4} \left(\frac{c_1 + c_2}{m_2} + \frac{c_1}{m_1} \right)^2 - \frac{c_1 c_2}{m_1 m_2} } \right]^{\frac{1}{2}}. \tag{15}$$

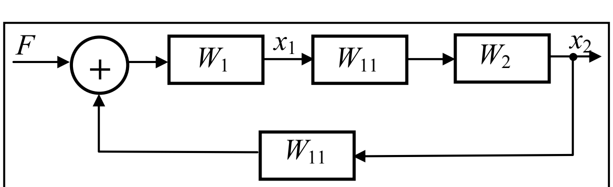

Рис. 2. Структурная схема механической КС с двумя степенями свободы

Как видно из (15), частоты $\omega_{p1,2}$ – это собственные частоты консервативной КС с двумя степенями свободы [1, 4]. Заметим, что уравнение (13) с обоснованием его получения на основе определения амплитуд колебаний x_1 и x_2 приведено в работе [5].

Далее перейдем к рассмотрению

диссипативной КС с двумя степенями свободы. В этом случае

$$x_1(j\omega) = \frac{\left[c_1 + c_2 - m_2\omega^2 + j(b_1 + b_2)\omega\right]F(j\omega)}{\left(c_1 - m_1\omega^2 + jb_1\omega\right)\left[c_1 + c_2 - m_2\omega^2 + j\omega(b_1 + b_2)\right] - \left(jb_1\omega + c_1\right)^2}, \tag{16}$$

$$x_2(j\omega) = \frac{\left(jb_1\omega + c_1\right)F(j\omega)}{\left(c_1 - m_1\omega^2 + jb_1\omega\right)\left[c_1 + c_2 - m_2\omega^2 + j\omega(b_1 + b_2)\right] - \left(jb_1\omega + c_1\right)^2}. \tag{17}$$

Как видно из (16) и (17), максимальные значения $x_1(j\omega)$ и $x_2(j\omega)$ будут при

$$(c_1 - m_1\omega^2 + jb_1\omega)[c_1 + c_2 - m_2\omega^2 + j\omega(b_1 + b_2)] - (jb_1\omega + c_1)^2 = 0. \tag{18}$$

Так как собственные (резонансные) частоты являются действительными, то при раскрытии скобок в (18) учтем только вещественную часть общего комплексного выражения. В этом случае имеем уравнения

$$\omega^4 - \left(\frac{c_1 + c_2}{m_2} + \frac{c_1}{m_1} - \frac{b_1 b_2}{m_1 m_2}\right)\omega^2 + \frac{c_1 c_2}{m_1 m_2} = 0, \tag{19}$$

$$\omega^2(b_1 m_1 + b_1 m_2 + b_2 m_1) - b_2 c_1 - b_1 c_2 = 0. \tag{20}$$

Сравнивая первое уравнение (14) и (19), видим их подобие за исключением слагаемого $-\frac{b_1 b_2}{m_1 m_2}$, стоящего перед ω^2. Это слагаемое и является влиянием диссипации на собственные частоты КС с двумя степенями свободы. Резонансные частоты диссипативной КС с двумя степенями свободы с учетом (19) записываются выражениями

$$\omega_{p1,2} = \left[\frac{1}{2}\left(\frac{c_1 + c_2}{m_2} + \frac{c_1}{m_1} - \frac{b_1 b_2}{m_1 m_2}\right) \pm \pm \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{c_1 + c_2}{m_2} + \frac{c_1}{m_1} - \frac{b_1 b_2}{m_1 m_2}\right)^2 - \frac{c_1 c_2}{m_1 m_2}}\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{21}$$

Из уравнения (20) резонансная частота

$$\omega_{p3} = \left[\frac{b_2 c_1 + b_1 c_2}{b_1 m_1 + b_1 m_2 + b_2 m_1}\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{22}$$

Как видно из (22), это зависимость еще одной частоты ω_p от всех параметров диссипативной КС с двумя степенями свободы. Выражения (21), (22) являются результатом аналитических решений. Эксперимент может подтвердить наличие этих частот.

Далее рассмотрим линейную диссипативную колебательную системы с n степенями свободы. Механическая схема ее изображена на рис. 3, где $\overline{m_1, m_n}$ – массы; $\overline{c_1, c_n}$, $\overline{b_1, b_n}$ – коэффициенты жесткости и диссипации соответственно; $\overline{x_1, x_n}$ – перемещение; F – вынуждающая сила.

Дифференциальные уравнения такой КС имеют вид

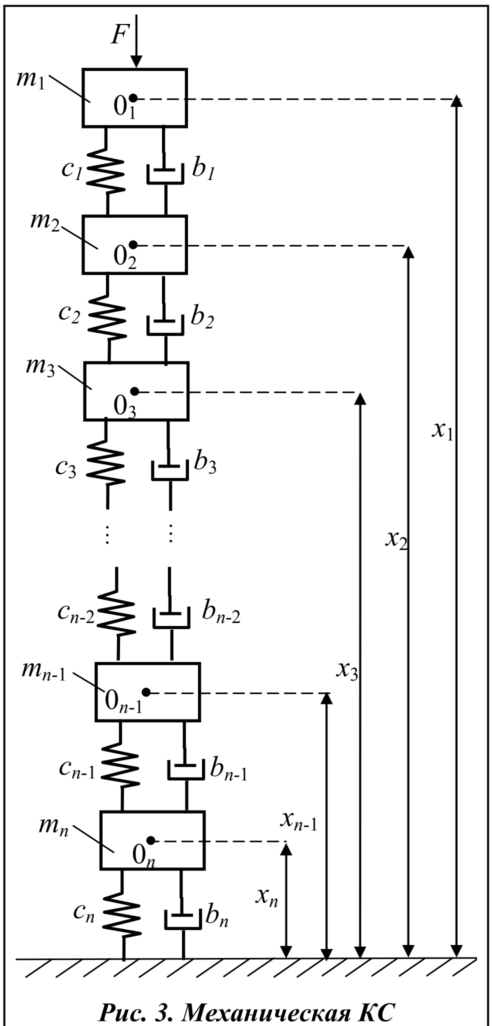

Рис. 3. Механическая КС с n степенями свободы

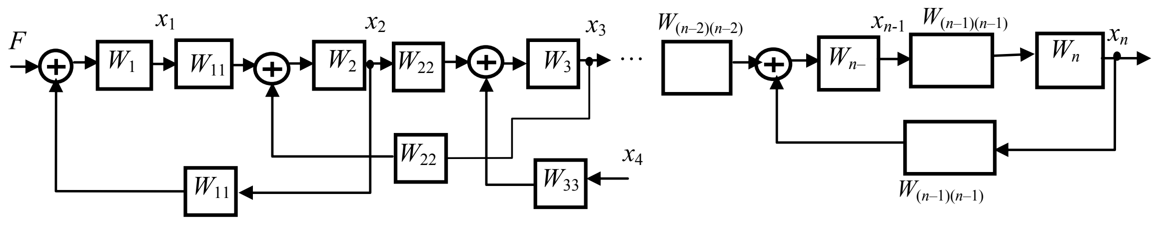

Рис. 4. Структурная схема механической КС с n степенями свободы

$$\left.\begin{aligned}
&m_1\ddot{x}_1 + b_1\dot{x}_1 + c_1x_1 = F + b_1\dot{x}_2 + c_1x_2;\\
&m_2\ddot{x}_2 + (b_1+b_2)\dot{x}_2 + (c_1+c_2)x_2 = b_1\dot{x}_1 + c_1x_1 + b_2\dot{x}_3 + c_2x_3;\\
&m_3\ddot{x}_3 + (b_2+b_3)\dot{x}_3 + (c_2+c_3)x_3 = b_2\dot{x}_2 + c_2x_2 + b_3\dot{x}_4 + c_3x_4;\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&m_{n-1}\ddot{x}_{n-1} + (b_{n-2}+b_{n-1})\dot{x}_{n-1} + (c_{n-2}+c_{n-1})x_{n-1} = b_{n-2}\dot{x}_{n-2} +\\
&+ c_{n-2}x_{n-2} + b_{n-1}\dot{x}_n + c_{n-1}x_n;\\
&m_n\ddot{x}_n + (b_{n-1}+b_n)\dot{x}_n + (c_{n-1}+c_n)x_n = b_{n-1}\dot{x}_{n-1} + c_{n-1}x_{n-1}
\end{aligned}\right\}. \qquad (23)$$

На основании системы уравнений (23) представим структурную схему КС с n степенями свободы, изображенную на рис. 4, где F – внешнее воздействие; $\overline{x_1, x_n}$ – перемещение; $\oplus$ – сумматоры; $(W_1, W_n),\left(\overline{W_{11}, W_{(n-1)(n-1)}}\right)$ – передаточные функции вида

$$W_1(j\omega) = \frac{1}{c_1 - m_1\omega^2 + j\omega b_1}; \qquad W_k(j\omega) = \frac{1}{c_{k-1} + c_k - m_k\omega^2 + j\omega(b_{k-1} + b_k)};$$

$$k = \overline{2, n}; \qquad w_{kk}(j\omega) = j\omega b_k + c_k; \qquad k = 1, 2, \ldots, n-1.$$

Как видно из рис. 4, попарно перемещения x_k, x_{k+1} формируются общими передаточными функциями $W_{\text{II}k}(j\omega)$, $W_{\text{II}(k+1)}(j\omega)$ аналогичными выражениями (11). В нашем случае передаточные функции попарных КС с (x_k, x_{k+1}) имеют вид

$$W_{kn}(j\omega) = \frac{W_k(j\omega)}{1 - W_k(j\omega)W_{kk}^2(j\omega)W_{(k+1)}(j\omega)}, \qquad W_{(k+1)n}(j\omega) = \frac{W_k(j\omega)W_{kk}(j\omega)W_{(k+1)}(j\omega)}{1 - W_k(j\omega)W_{kk}^2(j\omega)W_{(k+1)}(j\omega)}. \quad (24)$$

Пары перемещений x_k, x_{k+1} следующие: (x_1, x_2), (x_2, x_3), (x_3, x_4), $\ldots$, (x_{n-2}, x_{n-1}), (x_{n-1}, x_n). Поэтому передаточных функций (24) для каждого перемещения $\overline{x_2, x_{(n-1)}}$ будет две, а для x_1 – одна $W_1(j\omega) = \dfrac{W_1(j\omega)}{1 - W_1(j\omega)W_{11}^2(j\omega)W_2(j\omega)}$, для x_n будет передаточная функция $W_{(n)n}(j\omega) = \dfrac{x_n(j\omega)}{x_{(n-1)}(j\omega)} = W_{(n-1)(n-1)}W_n$.

Сравнивая (11) и (24), видим их общую математическую аналогию. Это означает, что КС с n степенями свободы образуется попарными КС с двумя степенями свободы. Максимальные значения перемещений $x_k(j\omega)$, $k = 1, 2, \ldots, n$ возникают при знаменателе в (24), равном нулю. Резонансные (собственные) частоты определяются из знаменателя в (24), приравненного к нулю. Здесь образуются уравнения

$$\omega^4 - \left[\frac{c_k + c_{(k+1)}}{m_{(k+1)}} + \frac{c_k}{m_k} - \frac{b_k b_{(k+1)}}{m_k m_{(k+1)}}\right] + \frac{c_k c_{(k+1)}}{m_k m_{(k+1)}} = 0, \qquad k = 1, 2, \ldots, n, \quad (25)$$

$$\omega^2[b_k m_k + b_k m_{(k+1)} + b_{(k+1)} m_k] - b_{(k+1)} c_k - b_k c_{(k+1)} = 0. \quad (26)$$

Из уравнения (25) определяются резонансные частоты каждой пары (x_k, x_{k+1}), входящую в КС с двумя степенями свободы. Эти частоты записываются выражением

$$\omega_{pk(1,2)} = \left\langle \frac{1}{2}\left[\frac{c_k + c_{(k+1)}}{m_{(k+1)}} + \frac{c_k}{m_k} - \frac{b_k b_{(k+1)}}{m_k m_{(k+1)}}\right] \pm \left\{\frac{1}{4}\left[\frac{c_k c_{(k+1)}}{m_k m_{(k+1)}} + \frac{c_k}{m_k} - \frac{b_k b_{(k+1)}}{m_k m_{(k+1)}}\right]^2 - \frac{c_k c_{(k+1)}}{m_k m_{(k+1)}}\right\}^{\frac{1}{2}} \right\rangle^{\frac{1}{2}}. \quad (27)$$

Заметим, что выражение (24) и (20) математически аналогичны. Для перемещения x_n, кроме (27), имеются еще резонансные частоты, вид которых был определен для диссипативной КС с одной степенью свободы выражением (7). В нашем случае

$$\omega_{pn(1,2)} = \left(\frac{c_n}{m_n} \pm \frac{b_n}{2m_n^2}\sqrt{b_n^2 - 4m_n c_n}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (28)$$

Особенности анализа (28) приведены при анализе (7). Из уравнения (26) имеем еще одну резонансную частоту

$$\omega_{pk(3)} = \left[\frac{b_{(k+1)}c_k + b_k c_{(k+1)}}{b_k m_k + b_k m_{(k+1)} + b_{(k+1)} m_k}\right]^{\frac{1}{2}},$$

которая является функцией от параметров b_k, $b_{(k+1)}$, c_k, $c_{(k+1)}$, m_k, $m_{(k+1)}$.

Заключение

Таким образом, располагая параметрами КС или задаваясь ими и предусматривая связь в виде, изображенном на рис. 3, строится структурная схема КС с n степенями свободы, а затем в соответствии с предложенным методом расчетным путем в замкнутой форме определяются все собственные (резонансные) частоты данной КС. В данном методе не используются численные решения, он аналитически точен.

Литература

1. *Бабаков И. М.* Теория колебаний / И. М. Бабаков. – М.: Наука, 1965. – 560 с.
2. *Вибрации* в технике: В 6-ти т. Колебания линейных систем / Под ред. В. В. Болотина. – М.: Машиностроение, 1978. – Т. 1. – 352 с.
3. *Анго Андре.* Математика для электро- и радиоинженеров / Андре Анго. – М.: Наука, 1965. – 780 с.
4. *Божко А. Е.* Динамико-энергетические связи колебательных систем / А. Е. Божко, Н. М. Голуб. – Киев: Наук. думка, 1980. – 188 с.
5. *Пановко Я. Г.* Устойчивость и колебания упругих систем / Я. Г. Пановко, Н. И. Губанова. – М.: Наука, 1979. – 384 с.

Поступила в редакцию
11.01.11

УДК 621.452.3.002.3:669.295:621.787

В. Н. Павленко, канд. техн. наук

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского
«Харьковский авиационный институт»
(Украина, г. Харьков, e-mail: v.pavlenko@khai.edu)

УЧЕТ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ПОВЕРХНОСТНОМ УПРОЧНЕНИИ ТИТАНОВЫХ СПЛАВОВ

Проведены исследования остаточных напряжений, сформированных в поверхностных слоях образцов из титановых сплавов, прошедших отжиг, обработку виброполированием и упрочненных шариками с различной интенсивностью на ультразвуковой установке. Установлены закономерности поверхностного упрочнения наклепом сплава ВТ 8 в связи с устойчивостью остаточных напряжений.