ротких подшипников скольжения / И. Б. Каринцев, Н. Г. Шульженко // Динамика и прочность машин. – 1972. – Вып. 16. – С. 14–18.

5. *Темис М. Ю.* Расчет статических и динамических коэффициентов подшипника скольжения с учетом деформативности его рабочих поверхностей // Вестн. Гомель. техн. ун-та им. П. О. Сухого. – 2004. – № 4. – С. 25–32.
6. *Зинкевич О.* Конечные элементы и аппроксимация / О. Зинкевич, К. Морган. – М.: Мир, – 1986. – 318 с.
7. *Коннор Дж.* Метод конечных элементов в механике жидкости / Дж. Коннор, К. Бреббиа. – Л.: Судостроение, 1979. – 264 с.
8. *Аврамов К. В*. Нелинейные нормальные формы автоколебаний однодискового несимметричного ротора в двух коротких подшипниках скольжения // Пробл. прочности. – 2010. – № 4. – С. 130–144.
9. *Аврамов К. В.* Нелинейная динамика упругих систем. Т.1. Модели, методы, явления / К. В. Аврамов, Ю. В. Михлин. – М.; Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Ин-т компьютер. исследований, 2010. – 704 с.

Поступила в редакцию
27.05.11

УДК 621.031.50

А. Е. Божко, чл.-кор. НАН Украины
К. Б. Мягкохлеб, канд. техн. наук

Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины
(г. Харьков, e-mail: bozhko@ipmach.kharkov.ua**)**

ФОРМИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ВИБРАЦИЙ НА ОСНОВЕ СОВМЕСТНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ОБОБЩЕННОГО РЯДА ФУРЬЕ И РЯДА КОТЕЛЬНИКОВА

Предлагается метод определения случайной функции вибрации на основе совместного использования для ее представления обобщенного ряда Фурье и ряда Котельникова. Метод основан на соединении приближений имитационных вибраций к эксплуатационным по плотности вероятностей амплитуд ускорений и по спектральной плотности.

Пропонується метод визначення випадкової функції вібрації на основі спільного використання для її подання узагальненого ряду Фур'є та ряду Котельникова. Метод ґрунтується на з'єднанні наближень імітаційних вібрацій до експлуатаційних по щільності ймовірностей амплітуд прискорень і по спектральній щільності.

Введение

В практике вибрационных испытаний машин и приборов большое внимание уделяется созданию индивидуальных условий испытания, соответствующих конкретному назначению работы испытываемого объекта. В этом случае хорошо может себя зарекомендовать метод воспроизведения кривых записей эксплуатационных вибраций, который включает соединение приближений имитационных вибраций к эксплуатационным по плотности вероятностей амплитуд ускорений и по спектральной плотности.

Основная часть

Для воспроизведения случайных вибраций в задачах вибрационных испытаний объектов необходимо сформировать реализации случайных управлений вибровозбудителями испытательных стендов в виде определенных детерминированных совокупностей случайных величин. Получение случайных функций управления вибровозбудителями базируется на использовании различных представлений случайных функций, например, в виде обобщенных рядов Фурье [1] и рядов Котельникова [2]. В работе [3] эти представления рассмотрены индивидуально. Однако можно рассмотреть их в некоторой связи, что более четко позволит определить конкретные реализации случайных функций управления вибровозбудителями и, кроме того, уменьшить громоздкость математических вычислений.

Особенности такого комбинированного метода в последующем рассматриваются в данной статье. Известно, что эксплуатационные вибрации являются центрированными процессами с математическим ожиданием, равным нулю [3]. Будем считать также случайной вибрацию, описываемую стационарной функцией $X(t)$. Тогда эту функцию $X_k(t) = x_k(t)$, где $x_k(t)$, $k = 1, 2, \ldots, N$ – реализация случайной вибрации, можно представить в виде обобщенного ряда Фурье [1]

$$X_k(t) = \sum_{i=1}^{l} \lambda_{ik} \Psi_{ik}(t), \tag{1}$$

где $\Psi_{ik}(t)$, $i = 1, 2, \ldots, \infty$ – детерминированные функции, ортогональные в интервале $0–T$ по весу $\mu(t) \geq 0$, то есть для $\Psi_{ik}(t)$ справедливы соотношения

$$\int_0^T \Psi_i(t)\Psi_j(t)\mu_k(t)dt = \begin{cases} C_i^2 & \text{при} \quad i = j, \\ 0 & \text{при} \quad i \neq j, \end{cases} \tag{2}$$

λ_{ik} – случайные величины, определяемые выражением

$$\lambda_{ik} = \frac{1}{C_{ik}^2} = \int_0^T x_k(t)\Psi_{ik}(t)\mu_k(t)dt, \tag{3}$$

$C_{ik} = \text{const}$.

Согласно [1] отметим, что выражение (1) справедливо для случайных функций, удовлетворяющих условию

$$\int_0^T x_k^2 \mu_k(t)dt = C_{xk}, \tag{4}$$

где C_{xk} – постоянная величина, соответствующая каждой реализации $x_k(t)$.

Функции $\Psi_{ik}(t)$ и $\mu_k(t)$ выбираются из условия максимального приближения ряда Фурье (1) к реализации $x_k(t)$ в среднеквадратичном отношении, то есть должно удовлетворяться выражение

$$I = \int_0^T \left[x_k(t) - \sum_{i=1}^{l} \lambda_{ik} \Psi_{ik}(t) \right]^2 \mu_k(t)dt = 0. \tag{5}$$

Согласно работе [2] реализация случайной функции $x_k(t)$ с граничными верхними частотами $\omega \leq \omega_{\max}$ (при $\omega_k \geq \omega_{\max}$ спектр $S_x(ij) = 0$) может быть представлена рядом Котельникова

$$x_k(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} x_k(nT_k) \frac{\sin \omega_k (t - nT_k)}{\omega_k (t - nT_k)}, \tag{6}$$

где $x_k(nT_k)$ – значения функции $X_k(t)$ в дискретные моменты времени nT_k, $T_k \leq \pi/\omega_k$.

Реально при получении численных значений $X_k(t)$ должна использоваться конечная сумма

$$x_{ks}(t) = \sum_{n=-s}^{s} x_k(nT_k) \frac{\sin \omega_k (t - nT_k)}{\omega_k (t - nT_k)}, \qquad t = 1, 2, \ldots, N. \tag{7}$$

Далее, подставляя выражение (7) в (1), (5) с учетом (3), получим

$$x_k(t) = \sum_{i=1}^{l} \frac{1}{C_{ik}^2} \int_0^T \left[\sum_{n=-s}^{s} x_k(nT_k) \frac{\sin \omega_k (t - nT_k)}{\omega_k (t - nT_k)} \right] \Psi_{ik}^2(t)\mu_k(t)dt, \tag{8}$$

 ISSN 0131–2928. Пробл. машиностроения, 2011, Т. 14, № 3

$$I=\int_0^T\left[\sum_{n=-s}^{s}x_k(nT_k)\frac{\sin\omega_k\left(t-nT_k\right)}{\omega_k\left(t-nT_k\right)}\right]-\sum_{i=1}^{l}\frac{1}{C_{ik}^2}\int_0^T\left[\sum_{n=-s}^{s}x_k(nT_k)\frac{\sin\omega_k\left(t-nT_k\right)}{\omega_k\left(t-nT_k\right)}\right]\Psi_{ik}^2(t)\mu_k(t)dt=0\,. \quad (9)$$

С учетом (7) и (4) имеем

$$\int_0^T\left[\sum_{n=-s}^{s}x_k(nT_k)\frac{\sin\omega_k\left(t-nT_k\right)}{\omega_k\left(t-nT_k\right)}\right]^2\mu_k(t)dt=0\,. \quad (10)$$

Из соотношения (10) можно получить функцию $\mu_k(t)$, а из (9) – функцию $\Psi_k(t)$, а затем функцию $X_k(t)$ в виде (1) с учетом (2), (3), (8).

В данном решении имеется погрешность, связанная с преобразованием ряда (6) до ряда (7). На основании работы [3] (см. 2.303) эта погрешность будет следующей:

$$\left|e_k(t)\right|\le\frac{\left|\sin\omega_k(t)\right|}{\omega_k}\sum_{|n|>k}\frac{\left|x_k\left(nT_k\right)\right|}{\left|t-nT_k\right|}\,. \quad (11)$$

Заключение

Таким образом, вычисление функций $X_i(t)$ представленным способом сокращает процесс ее определения по сравнению с методом, предложенным в работе [3].

Литература

1. *Чернецкий В. И.* Анализ точности нелинейных систем управления / В. И. Чернецкий. – М.: Машиностроение, 1968. – 247 с.
2. *Котельников В. А.* О пропускной способности «эфира», проволоки и электросвязи / В. А. Котельников // Материалы к 1-му Всемир. съезду, Всемир. электротехн. конгресс. – М., 1933. – С. 37–43.
3. *Божко А. Е.* Воспроизведение случайных вибраций / А. Е. Божко. – Киев: Наук. думка, 1984. – 216 с.

Поступила в редакцию
04.04.10