

ВЛИЯНИЕ ДЛИНЫ КОАКСИАЛЬНОЙ КАМЕРЫ ДРЕЙФА НА ПРЕДЕЛЬНЫЙ ТОК ЗАМАГНИЧЕННОГО РЕЛЯТИВИСТСКОГО ПУЧКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

Т.Ю. Яценко¹, Г.В. Сотников², К. Ильенко¹

¹Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины,

Харьков, Украина;

²Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт»,

Харьков, Украина

E-mail: t.dream@gmx.net

В приближении сильного магнитного поля рассчитан предельный ток замагниченного релятивистского осесимметричного пучка заряженных частиц в коаксиальной камере дрейфа конечной длины. Проведен сравнительный анализ полученных результатов с аналитическими оценками и численным моделированием предельного тока в камере дрейфа бесконечной длины.

ВВЕДЕНИЕ

Со времени основополагающей работы Богданкевича и Рухадзе [1] изучению предельных токов пучков заряженных частиц в неограниченных в продольном направлении камерах дрейфа круговой геометрии посвящено большое количество работ [2-23]. Гораздо в меньшей степени исследованы предельные токи пучков заряженных частиц в камерах дрейфа конечной длины как в цилиндрической [18, 24], так и в коаксиальной геометриях [25].

В работе Стефенса и Ордонеза [25] предложена следующая оценка сверху предельного тока I_{UB} замагниченного трубчатого пучка заряженных частиц в коаксиальной камере дрейфа конечной длины, не имеющего начальной поперечной компоненты скорости ($v_{\perp 0} = 0$):

$$|I_0| \leq |I_{UB}| = \frac{r_o^2 - r_i^2}{4} |\Lambda_0| (\gamma_0^{2/3} - 1)^{3/2}.$$

Здесь Λ_0 – минимальное собственное число некоторой линейной задачи на собственные значения, которая строится на основании нелинейной граничной задачи (1)-(7), сформулированной в следующем разделе; $\gamma_0 = (1 - v_0^2/c^2)^{-1/2}$ – релятивистский фактор пучка на влете в камеру дрейфа (v_0 – постоянная по сечению скорость пучка на влете в камеру дрейфа, c – скорость света в вакууме); r_o и r_i – радиусы внешней и внутренней границ замагниченного пучка. Отметим, что подобного типа оценка для предельного тока пучка заряженных частиц, полностью заполняющего односвязную камеру дрейфа произвольной формы, была впервые предложена в работе Воронина, Лебедева и Зозули [24]. Несмотря на универсальность подобного подхода (возможность его применения к камере дрейфа произвольной геометрии), этот метод имеет ряд существенных недостатков. Во-первых, он существенно завышает оценку предельного тока, так как слабо учитывает нелинейность уравнения (1). Во-вторых, позволяет получить аналитическую оценку предельного тока только в простейших случаях (например, бесконечная камера дрейфа с тонким пучком или полностью заполненная камера дрейфа), в более сложных слу-

чаях этот метод сводится к получению громоздкого дисперсионного уравнения, которое в дальнейшем необходимо решать численно. Кроме того следует отметить, что такой подход было бы сложно применить при наличии диэлектрика и/или потенциала, приложенного к внутреннему проводнику коаксиальной камеры дрейфа.

Поэтому в данной работе, после постановки задачи в разделе I, в разделе II проводится численный расчет распределения скалярного потенциала и предельного тока в коаксиальной камере дрейфа конечной длины в широких пределах отношений длина-радиус. Полученные результаты обсуждаются в Заключение.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В приближении сильного магнитного поля будем рассматривать осесимметричный трубчатый пучок заряженных частиц (замагниченный пучок), распространяющийся в коаксиальных ограниченных (конечной длины) и неограниченных камерах дрейфа.

Двумерное распределение потенциала такого пучка в конечной коаксиальной камере дрейфа описывается уравнением Пуассона для скалярного потенциала, так как в этом случае можно пренебречь как ларморовским вращением заряженных частиц пучка (считая, что они движутся вдоль силовых линий сильного магнитного поля), так и собственным магнитным полем пучка (определяемым векторным потенциалом):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = - \frac{4\pi}{c\beta_{\parallel} (r_o^2 - r_i^2)} \times \begin{cases} I_0, & r_i \leq r < r_o \\ 0, & r_1 \leq r < r_i, r_o \leq r \leq r_2. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь r_1 , r_2 – внутренний и внешний радиусы камеры дрейфа; r_i , r_o – внутренний и внешний радиусы пучка (Рис.1); β_{\parallel} – продольная безразмерная скорость пучка заряженных частиц; I_0 – ток инжекции (для электронов $I_0 < 0$); $\gamma_{\parallel 0} = \gamma_0 (1 + \gamma_0^2 \beta_{\perp 0}^2)^{-1/2}$ – безразмерная продольная кинетическая энергия

пучка на влете в камеру дрейфа; $\beta_{\perp 0} = v_{\perp 0} / c$, q и m_q – заряд и масса частиц соответственно.

$$\beta_{\parallel} = \left(1 - \frac{\gamma_0^2}{\gamma_{\parallel 0}^2} \left[\gamma_0 - \frac{q\phi}{m_q c^2} \right]^{-2} \right)^{1/2}. \quad (2)$$

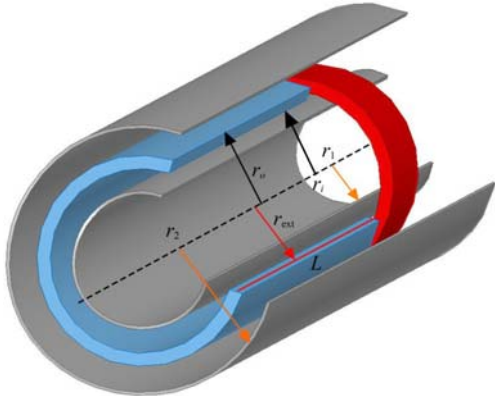


Рис.1. Геометрия задачи. r_1 , r_2 , r_i , r_o – внутренний и внешний радиусы камеры дрейфа, внутренний и внешний радиусы пучка соответственно; r_{ext} – радиальное положение, на котором достигается экстремум распределения скалярного потенциала в середине ограниченной камеры дрейфа (сечение $z = L/2$); L – длина камеры дрейфа

К нелинейному (в силу (2)) уравнению (1) необходимо добавить граничные условия:

$$\varphi(r_1, z) = 0, \quad \varphi(r_2, z) = 0, \quad (3)$$

$$\varphi(r, 0) = 0, \quad \varphi(r, L) = 0 \quad (4)$$

(L – длина камеры дрейфа); условия непрерывности скалярного потенциала и его первой производной на внутренней и внешней границах пучка:

$$\varphi(r_i - 0, z) = \varphi(r_i + 0), \quad \varphi(r_o - 0, z) = \varphi(r_o + 0), \quad (5)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi(r, z)}{\partial r} \right|_{r_i - 0} = \left. \frac{\partial \varphi(r, z)}{\partial r} \right|_{r_i + 0}, \quad (6)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi(r, z)}{\partial r} \right|_{r_o - 0} = \left. \frac{\partial \varphi(r, z)}{\partial r} \right|_{r_o + 0}. \quad (7)$$

2. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Нелинейное уравнение (1) с граничными условиями (3), (4) и условиями непрерывности (5)-(7) будем решать численно методом итераций по нелинейной правой части. На каждом итерационном шаге полученное разностное уравнение решается методом матричной прогонки. В численном моделировании предельным током, $I_{lim}^{coax(t)}$, пучка заряженных частиц в камере дрейфа конечной длины естественно называть такое значение тока инжекции I_0 , при котором еще существует решение $\varphi(r, z)$ уравнения (1). Данное определение наиболее полно учитывает как нелинейный характер уравнения (1), так и эффекты, связанные с ограниченностью камеры дрейфа (зависимость φ не только от r , но и от z).

На Рис.2 представлены двумерные распределения безразмерного скалярного потенциала $f(r, z) = q\varphi(r, z)/(m_q c^2)$, создаваемого пучком

электронов ($q = -|e|$ и $m_q = m_e$ – заряд и масса покоя электрона соответственно) в ограниченной коаксиальной камере дрейфа при различных значениях тока инжекции I_0 . $f(r, z)$ растет с ростом $|I_0|$, что, при некотором значении ($I_{lim}^{coax(t)}$) тока инжекции, и приведет к остановке заряженных частиц в камере дрейфа.

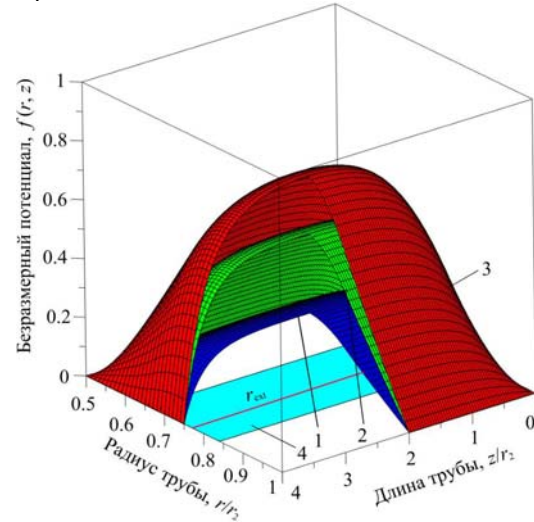


Рис.2. Безразмерный скалярный потенциал $f(r, z) = q\varphi(r, z)/(m_q c^2)$, создаваемый пучком электронов ($q = -|e|$, $m_q = m_e$), в ограниченной коаксиальной камере дрейфа ($r_1 = 1$ см, $r_2 = 10$ см; $r_i = 6,8$ см, $r_o = 8,4$ см; длина ограниченной камеры дрейфа $L = 2r_2$; $\gamma_0 = \gamma_{\parallel 0} = 2(\beta_{\perp 0} = 0)$):

1 – $|I_0| = 13$ кА; 2 – $|I_0| = 25$ кА; 3 – $|I_0| = 30,5$ кА;

4 – область пучка электронов; r_{ext} – радиальное положение, на котором достигается экстремум распределения скалярного потенциала в середине (сечение $z = L/2$) ограниченной камеры дрейфа

На Рис.3 приведены результаты численного расчета поперечных распределений безразмерных скалярного потенциала $f(r, z = L/2)$ и продольной скорости $v_{\parallel}(r, z = L/2)$ пучка электронов в плоскости $z = L/2$, а также продольных распределений в плоскости $r = r_{ext}$ ($r = r_{ext}$ – радиальное положение, на котором достигается экстремум распределения скалярного потенциала $\varphi(r, z)$ в камере дрейфа) нормированной скорости $v_{\parallel}(r = r_{ext}, z)/c$ и усредненной по поперечному сечению пучка нормированной скорости $\bar{v}_{\parallel}(z)/c$ для различных значений тока инжекции I_0 . С ростом $|I_0|$ во всех поперечных сечениях камеры дрейфа происходит уменьшение продольной скорости пучка электронов $v_{\parallel}(r, z)$, проявляющееся как, в среднем, для

$$\bar{v}_{\parallel}(z) = \frac{2}{r_o^2 - r_i^2} \int_{r_i}^{r_o} v_{\parallel}(r, z) r dr, \quad (8)$$

так и в наибольшей мере в “экстремальном” сечении $r = r_{ext}$.

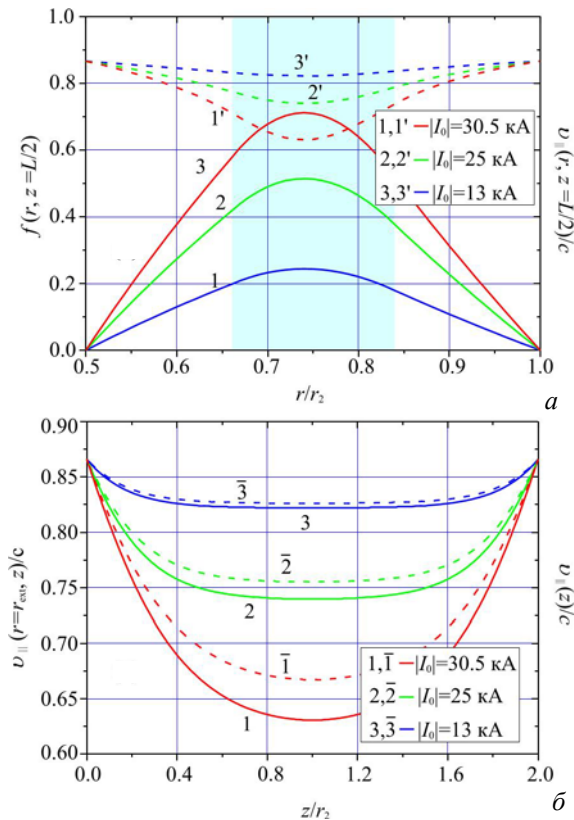


Рис.3. Безразмерный скалярный потенциал $f(r, z) = q\phi(r, z)/(m_e c^2)$ (сплошные кривые) и нормированная продольная скорость $v_{\parallel}(r, z=L/2)$ (штриховые кривые) пучка электронов ($q = -|e|$, $m_q = m_e$) в сечении $z = L/2$ в зависимости от нормированной поперечной координаты r/r_2 (а).

Нормированная продольная скорость пучка $v_{\parallel}(r = r_{\text{ext}}, z)/c$ в сечении $r = r_{\text{ext}}$ (сплошные кривые) и усредненная по поперечному сечению пучка нормированная продольная скорость $\bar{v}_{\parallel}(z)/c$ (штриховые кривые) в зависимости от нормированной продольной координаты z/r_2 ($r_1 = 5$ см, $r_2 = 10$ см, $r_i = 6,6$ см, $r_o = 8,4$ см; длина ограниченной камеры дрейфа $L = 2r_2$; $\gamma_0 = \gamma_{i0} = 2$ ($\beta_{\perp 0} = 0$)) (б)

На Рис.4 приведены результаты численного расчета пространственных распределений безразмерного скалярного потенциала в сечениях $z = L/2$ (Рис.4,а) и $r = r_{\text{ext}}$ (Рис.4,б) при токе инжекции $|I_0| = 13$ кА и различной длине ограниченной камеры дрейфа L . Уменьшение максимального значения безразмерного скалярного потенциала $f_{\text{ext}} = f(r = r_{\text{ext}}, z = L/2)$ (см. Рис.4) с уменьшением отношения L/r_2 при фиксированном r_2 свидетельствует о возможности прохождения больших токов в коротких камерах дрейфа.

Штриховая кривая на Рис.4,а соответствует аналитическому выражению для распределения потенциала в поперечном сечении неограниченной камеры дрейфа (ф-лы (3)-(5) работы [23] с $v_{\parallel} = v_{\parallel 0}$; (черная) кривая 1 нелинейный численный расчет для неограниченной камеры дрейфа [23].

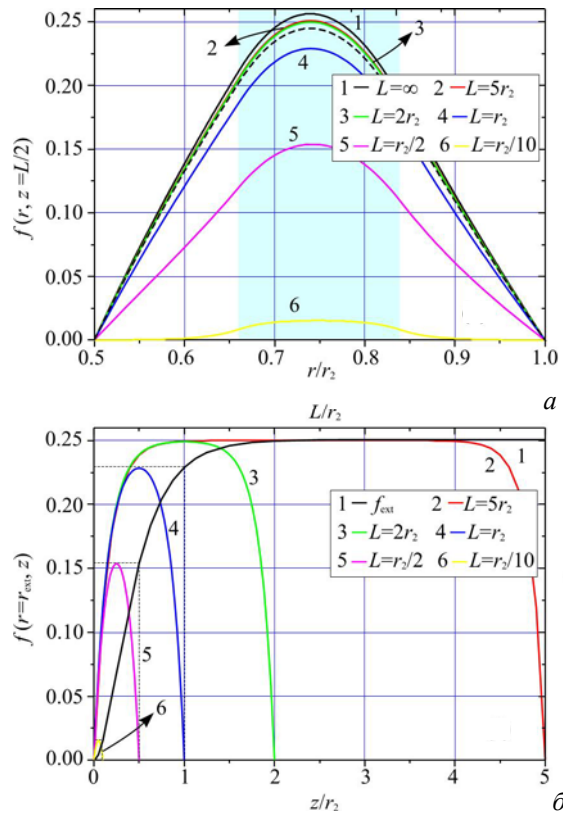


Рис.4. Безразмерный скалярный потенциал $f(r, z) = q\phi(r, z)/(m_e c^2)$ пучка электронов $q = -|e|$, $m_q = m_e$ в сечении $z = L/2$ в зависимости от нормированной поперечной координаты r/r_2 для различных длин ограниченной камеры дрейфа L (штриховая кривая и кривая 1 – аналитическое выражение и нелинейный численный расчет для неограниченной камеры дрейфа соответственно) (а). Безразмерный скалярный потенциал $f(r = r_{\text{ext}}, z)$ в сечении $r = r_{\text{ext}}$ в зависимости от нормированной продольной координаты z/r_2 для различных длин ограниченной камеры дрейфа L и экстремальное значение безразмерного скалярного потенциала f_{ext} (черная кривая 1) в зависимости от нормированной длины L/r_2 камеры дрейфа ($r_1 = 5$ см, $r_2 = 10$ см, $r_i = 6,6$ см, $r_o = 8,4$ см; $|I_0| = 13$ кА; $\gamma_0 = \gamma_{i0} = 2$ ($\beta_{\perp 0} = 0$)) (б)

На Рис.4,б при фиксированных значениях радиусов внутреннего и внешнего коаксиалов также построена (правая и верхняя оси) зависимость f_{ext} от длины камеры L (черная кривая 1).

Отметим, что при $L \geq 2r_2$ (и фиксированных r_1 и r_2) f_{ext} практически не зависит от L . На Рис.5 показаны результаты расчетов предельного тока пучка электронов, нормированного на альфвеновский ($|I_A| \approx 17,05$ кА), в зависимости от внешнего радиуса r_2 коаксиала (при фиксированных r_1 , r_i и r_o) для различных длин камеры дрейфа L . Штриховая и штрихпунктирная (черные) кривые – аналитическая оценка $I_{\text{lim}}^{\text{coax}}$ [23] и нелинейный численный расчет $I_{\text{lim}}^{\text{coax}(1)}$ [23] соответственно, для неограни-

ченной в продольном направлении камеры. Отметим, что предельный ток, рассчитанный для неограниченной камеры дрейфа при заданном значении r_2 , как аналитически, так и численно меньше соответствующего значения, полученного в численных расчетах, для ограниченной камеры дрейфа при любой длине L (различие тем больше, чем меньше отношение L/r_2).

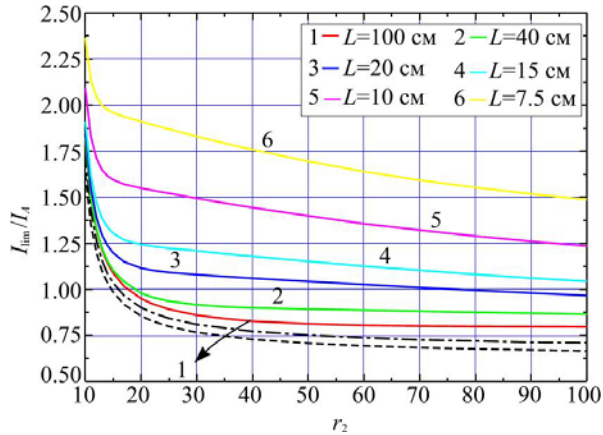


Рис.5. Нормированный предельный ток $I_{\text{lim}}^{\text{coax}} / I_A$ пучка электронов в зависимости от внешнего радиуса коаксиала r_2 для различных длин ограниченной камеры дрейфа L ($r_1 = 5$ см; $r_2 = 10$ см; $r_i = 6,6$ см; $r_o = 8,4$ см; $\gamma_0 = \gamma_{10} = 2$ ($\beta_{\perp 0} = 0$)).

Штриховая и штрихпунктирная (черные) кривые – аналитическая оценка $I_{\text{lim}}^{\text{coax}} / I_A$ [23] и нелинейный численный расчет $I_{\text{lim}}^{\text{coax}(t)} / I_A$ [23] соответственно для неограниченной в продольном направлении камеры; кривые 1-6 – нелинейный численный расчет

$I_{\text{lim}}^{\text{coax}(t)} / I_A$ нормированного предельного тока в ограниченной камере дрейфа: 1 – $L = 100$ см; 2 – $L = 40$ см; 3 – $L = 20$ см; 4 – $L = 15$ см; 5 – $L = 10$ см; 6 – $L = 7,5$ см

Результаты, представленные на Рис.5, также подтверждают справедливость использования при $L \geq 3 \dots 4r_2$ аналитических выражений, полученных для неограниченной камеры дрейфа [23], и дающих оценки предельного тока в камерах дрейфа конечной длины (сравните с [18]).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе численного моделирования сформулировано определение предельного тока $I_{\text{lim}}^{\text{coax}(t)}$ замагниченного пучка заряженных частиц, применимое и для конечных (в направлении распространения пучка) камер дрейфа. Показано, что коаксиальные камеры дрейфа конечной длины позволяют транспортировать большие токи, чем неограниченные в продольном направлении структуры. С увеличением длины предельные токи уменьшаются и, как показывают численные расчеты, уже при длине $L \geq 3 \dots 4r_2$ для оценки предельного тока в камерах дрейфа конечной длины можно пользоваться аналитическими выражениями [23], полученными для неограниченной камеры (сравните с [18]).

Работа частично поддержана (К. Ильенко) грантом Государственного фонда фундаментальных исследований Украины №Ф41/124-2011 в соответствии с «Договором о сотрудничестве между ГФФИ и Фондом фундаментальных исследований Республики Беларусь».

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Л.С. Богданкевич, А.А. Рухадзе. Устойчивость релятивистских электронных пучков в плазме и проблема критических токов // *УФН*. 1971, т.103, №4, с.609-640.
2. W.C. Baedke. Limiting current enhancements for a relativistic electron beam propagating through coaxial cylinders // *Phys. Plasmas*. 2009, v.16, №9, p.093116-1–093116-5.
3. W.C. Baedke. Investigation via numerical simulation of limiting currents in the presence of dielectric loads // *Phys. Plasmas*. 2009, v.16, №4, 043104-1–043104-5.
4. S. Liu, X. Yuan, D. Liu, Y. Yan, Y. Zhang, H. Li, R. Zhong. The coaxial gyrotron with two electron beams. II. Dual frequency operation // *Phys. Plasmas*. 2007, v.14, №10, p.103114-1–103114-6.
5. Е.Д. Донец, Е.Е. Донец, Е.М. Сыресин, А.Е. Дубинов, И.В. Макаров, С.А. Садовой, С.А. Сайков, В.П. Тараканов. Нелинейная динамика продольных структур в электронном облаке коаксиального электронно-струнного ионного источника // *ЖТФ*. 2011, т.81, в.5, с.103-110.
6. А.И. Павловский и др. Линейные индукционные ускорители для СВЧ-генераторов // *7-й семинар «Релятивистская высокочастотная электроника»*. Материалы конф. (Томск, 25-27 ноября 1991, Томск). Нижний Новгород, ИПФ РАН, 1992, с.81-103.
7. R.A. Correa, J.J. Barroso. Space charge effects of gyrotron electron beams in coaxial cavities // *Int. J. Electronics*. 1993, v.74, №1, p.131-136.
8. H.P. Freund. Nonlinear theory of slow-wave ubitrons/free electron lasers // *Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A* 1991, v.304, №1-3, p.555-558.
9. А.С. Шлапаковский. Сверхширокополостное усиление в диэлектрическом черенковском мазере коаксиальной конфигурации // *ЖТФ*. 1997, т.67, №5, с.566-76.
10. A. Hirata, Y. Yuse, T. Shiozava. Nonlinear characteristics of a cylindrical Cherenkov laser at millimeter wavelengths // *J. Appl. Phys.* 2002, v.91, №12, p.9471-9474.
11. A.J. Balkcum, D.B. McDermott, R.M. Phillips, N.C. Luhmann. High-power coaxial ubitron oscillator: theory and design // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 1998, v.26, №3, p.548-555.
12. I.V. Konoplev, A.W. Cross, A.D.R. Phelps, W. He, K. Roland, C.G. Whyte, C.W. Robertson, P. MacInnes, N.S. Ginzburg, N.Yu. Peskov, A.S. Sergeev, V.Yu. Zaslavsky, M. Thumm. Experimental and theoretical studies of a coaxial free-electron maser based on two-dimensional distributed feedback // *Phys. Rev. E*. 2007, v.76, p.056406-1–056406-12.

13. T.A. Spencer, C.E. Davis, K.J. Hendricks, F.J. Agee, R.M. Gilgenbach. Results from gyrotron backward wave oscillator experiments utilizing a high-current high-voltage annular electron beam // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 1996, v.24, №3, p.630-635.
14. С.В. Колосов, А.А. Кураев, А.А. Лавренов. Теория и расчет гиро-ЛБВ на нерегулярном коаксиальном волноводе // *Доклады БГУИР.* 2005, №3(11), с.87-93.
15. D.A. Hammer, N. Rostoker. Propagation of High current relativistic electron beams // *Phys. Fluids.* 1970, v.13, №7, p.1831-1850.
16. M. Reiser. Laminar-flow equilibria and limiting currents in magnetically focused relativistic beams // *Phys. Fluids.* 1977, v.20, №3, p.477-486.
17. H.S. Uhm. A theory of space-charge limiting current for a relativistic electron beam // *Phys. Fluids B.* 1993, v.5, №6, p.1919-1921.
18. R.B. Miller, D.C. Straw. Propagation of an unneutralized intense relativistic electron beam in a magnetic field // *J. Appl. Phys.* 1977, v.48, №3, p.1061-1069.
19. L.E. Thode, B.B. Godfrey, W.R. Shanahan. Vacuum propagation of solid relativistic electron beams // *Phys. Fluids.* 1979, v.22, №4, p.747-763.
20. P.G. O'Shea, D. Welsh, W.W. Destler, C.D. Striffler. Intense relativistic electron beam propagation in evacuated drift tube // *J. Appl. Phys.* 1984, v.55, №11, p.3934-3939.
21. T.C. Genoni, W.A. Proctor. Upper bound for the space-charge limiting current of annular electron beams // *J. Plasma Phys.* 1980, v.23, №1, p.129-139.
22. T. Yatsenko, G.V. Sotnikov, K. Ilyenko. Control of limiting currents of two charged-particle beams in coaxial drift tube // *Proceedings of 21-st International Crimean Conference "Microwave & Telecommunication Technology" 12-16 September Sebastopol, Ukraine, 2011.* p.279-280.
23. Г.В. Сотников, Т.Ю. Яценко. Предельный ток нескомпенсированного электронного пучка, транспортируемого в коаксиальной камере дрейфа // *ЖТФ.* 2002, т.72, №5, с.22-25.
24. В.С. Воронин, Ю.Т. Зозуля, А.Н. Лебедев. Само согласованные стационарные состояния потока релятивистских электронов // *ЖТФ.* 1972, т.42, №3, с.546-553.
25. K.F. Stephens, C.A. Ordonez. Upper bound for the space-charge limited current of relativistic electron beams in finite-length coaxial drift tubes // *Phys. Plasmas.* 2000, v.7, №7, p.3108-3111.

Статья поступила в редакцию 14.03.2012 г.

LENGTH EFFECT OF COAXIAL DRIFT TUBE ON THE SPACE-CHARGE LIMITED CURRENT OF RELATIVISTIC CHARGED-PARTICLE BEAM IN THE STRONG MAGNETIC FIELD

T.Yu. Yatsenko, G.V. Sotnikov, K. Ilyenko

In the strong magnetic field approximation, we calculate the space-charge limited current of axisymmetric relativistic charged-particle beam in a coaxial drift tube of finite length. The comparative analysis of the received results with analytical estimates and numerical simulations of space-charge limited current in the drift tube of infinite length is provided.

ВПЛИВ ДОВЖИНИ КОАКСІАЛЬНОЇ КАМЕРИ ДРЕЙФА НА ГРАНИЧНИЙ СТРУМ ЗАМАГНІЧЕНОГО РЕЛЯТИВІСТСЬКОГО ПУЧКА ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТИНОК

Т.Ю. Яценко, Г.В. Сотніков, К. Ільєнко

В наближенні сильного магнітного поля знайдено граничний струм замагніченого релятивістського вісіметричного пучка заряджених частинок у коаксіальній камері дрейфу скінченної довжини. Проведено порівняльний аналіз отриманих результатів з аналітичними оцінками та чисельним моделюванням граничного струму у камері дрейфу нескінченної довжини.