

УДК 330.46

Є. В. Духота

## ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОЕТАПНОГО ТЕХНІЧНОГО ПЕРЕОСНАЩЕННЯ АСОЦІАЦІЇ ПРОМИСЛОВИХ ПІДПРИЄМСТВ ТЕХНОЛОГІЯМИ БАГАТОФУНКЦІОНАЛЬНОГО ПРИЗНАЧЕННЯ

*Обґрунтований підхід до вирішення проблеми поетапного технічного переоснащення асоціації промислових підприємств ресурсозбережними технологіями. Запропонована економіко-математична модель та алгоритм оптимізаційних розрахунків задачі поетапного переоснащення асоціації промислових підприємств техніко-технологічним устаткуванням багатофункціонального призначення.*

### **Постановка проблеми та аналіз останніх досліджень і публікацій.**

В умовах трансформаційної економіки України задачу поетапного технічного переоснащення промислових підприємств новітніми технологіями та ресурсозбережними технологіями доцільно розглядати для асоціації. Асоціація – це форма добровільного об'єднання (у даному випадку промислових підприємств), створеного з метою постійної координації господарської діяльності без надання об'єднанню права втручатися у виробничу і комерційну діяльність будь-кого з учасників [1]. Значні труднощі пов'язані з обґрунтуванням доцільності впровадження на підприємствах асоціації устаткування багатофункціонального призначення. Під устаткуванням варто розуміти матеріальні активи, які відповідно до класифікації основних засобів згідно П(С)БО 7 обліковуються на субрахунку 104 “Машини та обладнання” [2].

**Невирішені раніше проблеми.** Проведення такого напряму досліджень для асоціації промислових підприємств здійснюється вперше.

Кожне промислове підприємство, що входить до складу асоціації, у процесі обґрунтування подальшого успішного розвитку своєї виробничої та фінансово-господарської діяльності складає свій бізнес-план, який є невід'ємним документом для обґрунтування таких капіталомістких заходів, як переоснащення промислових підприємств технічним устаткуванням ефективних високотехнологічних виробництв, котрі забезпечують реалізацію технологій багатофункціонального призначення. Зазвичай такі заходи проводяться поетапно упродовж декількох років, до настання яких можуть змінитися як екзогенні, так і ендегенні фактори об'єктів інвестування. А тому фахівці з розробки проектів бізнес-планів стикаються зі значними труднощами при обґрунтуванні достовірності оптимальності або достатньої близькості до неї проектного рішення, отриманого з урахуванням усієї різноманітності взаємообумовлених факторів, що підлягають взаємоузгодженню.

**Постановка завдання.** В асоціаціях промислові підприємства можуть взаємно інвестувати одне одного для досягнення спільної мети або взаємовигідних результатів.

Змістовна постановка задачі оптимізації розвитку переоснащення асоціації промислових підприємств техніко-технологічним устаткуванням багатофункціонального призначення може бути сформульована наступним чином.

Для кожного фіксованого стану  $j = 1, 2, \dots, J$  року  $T$  – кінцевого року періоду планування необхідно визначити послідовність і терміни здійснення запланованих бізнес-планом змін параметрів промислового підприємства, що є оптимальними за критерієм мінімуму сумарних приведених до початкового моменту часу періоду планування витрат на здійснення комплексу робіт, визначених цим станом. Види робіт, визначені досліджуваним станом, дозволяють також обрахувати затрати на проведення цих робіт, розміри зростання обсягів випуску продукції промислового підприємства та очікуваний прибуток.

Отримані варіанти розвитку параметрів кожного промислового підприємства підлягають подальшій оцінці щодо їх ефективності для асоціації в цілому.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Асоціації промислових підприємств можуть мати спільне для підприємств техніко-технологічне устаткування багатофункціонального призначення.

Нехай обсяг робіт  $d$ -го виду ( $d = 1, 2, \dots, D$ ), що підлягають виконанню підприємствами асоціації в рік  $t \in (1, 2, \dots, T)$ , складає  $Q_{dt}$ . Роботи  $d$ -го виду можуть бути виконані декількома типами устаткування з наявного у розпорядженні асоціації  $n \in (1, 2, \dots, N)$ .

Позначимо через

$$y_{dn} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } d\text{-й вид роботи може бути виконаний } n\text{-м типом} \\ & \text{устаткування;} \\ 0 & \text{– у протилежному разі.} \end{cases}$$

Обсяг роботи  $d$ -го виду, що може бути виконаний устаткуванням  $n$ -го типу в рік  $t$ , розраховується згідно з формулою:

$$\Pi_{dnt} = U_{dn} Z_{nt} T_n y_{dn},$$

де  $U_{dn}$  – продуктивність устаткування  $n$ -го типу при виконанні  $d$ -го виду роботи;

$Z_{nt} T_n$  – бюджет часу в експлуатації  $Z_{nt}$  устаткування  $n$ -го типу в рік  $t$ .

Формула для розрахунку обсягу робіт  $d$ -го виду, що може бути виконаний устаткуванням, яке функціонує у рік  $t$ , має вигляд:

$$\Pi_{dt} = \sum_{n=1}^N \Pi_{dnt} \quad \forall d = \overline{1, D} .$$

Обсяг роботи  $d$ -го виду, що припадає в рік  $t$  на устаткування нових типів  $n = m + 1, m + 2, \dots, N$ , які введені в експлуатацію в період часу  $[1, T]$ , визначається згідно з формулою:

$$q_{dt} = Q_{dt} - \sum_{n=1}^m \Pi_{dnt}$$

за умови неубування обсягів відповідного виду робіт у процесі розвитку техніко-технологічного переоснащення підприємств асоціації відповідним устаткуванням:

$$q_{dt} \geq q_{d, t-1} .$$

Капіталовкладення асоціації промислових підприємств, здійснені в переоснащення техніко-технологічним устаткуванням ресурсозберезних технологій у рік  $t$  складуть:

$$K_t = \sum_{d=1}^D K_{dt}^{np} (q_{dt} - q_{d, t-1}) + \sum_{n=1}^N C_n (Z_{nt} - Z_{n, t-1}) ,$$

де  $K_{dt}^{np}$  – капіталовкладення в проектоване устаткування на одиницю виконаної роботи  $d$ -го виду в рік  $t$ ;

$C_n$  – ціна устаткування залежно від типу,  $n = 1, 2, \dots, N$ .

Експлуатаційні витрати на утримання устаткування в рік  $t$  складуть:

$$E_t = \sum_{d=1}^D E_{dt}^{np} (q_{dt} - q_{d, t-1}) + \sum_{n=1}^N \sum_{d=1}^D S_{dn} \Pi_{dnt} y_{dn} + \sum_{n=1}^m (R_n^{екс} T_n + R_n^{нрст} + R_n^{\text{доо}} + R_n^{\text{рем}}) Z_{nt} ,$$

де  $E_{dt}^{np}$  – експлуатаційні витрати проектованого устаткування на одиницю виконаної роботи  $d$ -го виду в рік  $t$ ;

$S_{dn}$  – собівартість виконання  $d$ -го виду робіт устаткуванням  $n$ -го типу;

$R_n^{екс}$  – витрати на утримання устаткування  $n$ -го типу в процесі експлуатації;

$T_n$  – час в експлуатації устаткування  $n$ -го типу;

$R_n^{нрст}$  – витрати на утримання устаткування  $n$ -го типу при непрацюючому стані;

$R_n^{\text{рем}}$  – витрати на ремонт устаткування  $n$ -го типу;

$R_n^{\text{доо}}$  – додаткові витрати, пов'язані з умовами утримання та експлуатації устаткування  $n$ -го типу.

Вибір типів устаткування та відповідної їх кількості при плануванні розвитку асоціації промислових підприємств, спрямованого на поетапне технічне переоснащення устаткуванням багатофункціонального призначення, доцільно здійснювати за критерієм мінімуму сумарних приведених витрат за весь досліджуваний період планування  $[1, T]$  згідно з формулою:

$$F_T = \sum_{t=1}^T (K_t + E_t) \eta_t \rightarrow \min ,$$

де  $\eta_t = (1 + E_{\text{нп}})^{-t}$  – коефіцієнт приведення розосереджених у часі витрат до початкового моменту часу періоду дослідження розвитку асоціації промислових підприємств;

$E_{\text{нп}}$  – нормативний коефіцієнт приведення [3].

Розподіл фінансових ресурсів інвестиційного призначення асоціації, при плануванні поетапного техніко-технологічного переоснащення підприємств устаткуванням відповідних типів, повинен відповідати економіч-

но доцільному співвідношенню обсягів застосування капіталовкладень на надходження устаткування та експлуатаційних витрат його утримання й експлуатації.

Побудова оптимальної етапності поповнення устаткування за роками розвитку  $t = 1, 2, \dots, T$  повинна проводитися при наступних обмеженнях:

– обов'язкове виконання планових завдань за обсягами кожного з  $d = 1, 2, \dots, D$  видів робіт:

$$P_{dt} \geq Q_{dt},$$

де  $Q_{dt}$  – плановані в рік  $t$  обсяги роботи  $d$ -го виду;

– обмеження на обсяги постачання устаткування різних типів:

$$\Delta Z_{nt} \leq Z_{nt}^* \quad \forall n = m + 1, \dots, N,$$

де  $\Delta Z_{nt} = Z_{nt} - Z_{n,t-1}$  – необхідна кількість устаткування  $n$ -го типу в рік  $t$ ;

$Z_{nt}^*$  – максимальна кількість устаткування  $n$ -го типу, що може бути придбане та введено в експлуатацію в рік  $t$ ;

– ліміт з капіталовкладень на переоснащення підприємств асоціації устаткуванням:

$$K_t \leq K_t^*,$$

де  $K_t^*$  – максимально можливий обсяг капіталовкладень, що може бути застосований для техніко-технологічного переоснащення підприємств асоціації в рік  $t = 1, 2, \dots, T$ .

Перспективне поетапне переоснащення устаткуванням асоціації промислових підприємств ставить перед необхідністю дослідження всіх можливих варіантів поповнення цього устаткування з урахуванням амортизації та вибуття за типами певної його кількості, що пов'язане з його фізичним спрацюванням та моральним зносом при економічно доцільному використанні кожного типу для виконання різних видів робіт.

Устаткування асоціації промислових підприємств розглядається як техніко-економічна система, стани якої визначаються кількістю устаткування кожного досліджуваного типу  $n = 1, \dots, N$ . Кількість станів системи залежить від максимально можливого сполучення досліджуваних параметрів – типів устаткування. Поетапно, у рамках планового горизонту, із кроком у 1 рік дослідженню підлягають усі стани системи, що справляються з плановим завданням з усіх видів робіт  $d = 1, \dots, D$ . Назвемо такі стани працездатними в досліджуваній рік. Кожен стан аналізуємо з позиції економічної доцільності виконання тих чи інших обсягів кожного виду робіт, кожним типом устаткування.

У процесі поетапного розвитку при зміні хоча б одного чисельного значення параметра стану, система переходить у відповідний новий стан. Правила переходу з одного стану в інший, що визначають допустимість переходу в даний рік  $t$ , повинні містити в собі наступні основні вимоги:

– стан, з якого відбувається перехід, повинен бути працездатним у минулий досліджуваний рік  $t - 1$ ;

– у наступний рік  $t + 1$  поповнення устаткування різних типів з урахуванням зносу його частини минулого стану повинно відповідати прийнятним обмеженням з поповнення устаткуванням кожного досліджуваного типу;

– сумарна ціна нового устаткування не повинна перевищувати відповідних обмежень з капіталовкладень.

Послідовність станів на обраному відрізку часу назвемо траєкторією розвитку системи. З множини параметрів працездатних станів року  $t - 1$  вилучаємо відповідну кількість устаткування визначених типів, що підлягають вибуттю в рік  $t - 1$ . Параметри станів, отриманих таким чином, будуть вихідними для побудови продовжених відрізків траєкторій від року  $t - 1$  до року  $t$ .

Переоснащення устаткуванням відповідних типів при переході від вихідних станів року  $t - 1$  до працездатних станів року  $t$  повинно відповідати наступним обмеженням:

– кількість додаткового устаткування відповідних типів не повинно перевищувати максимально можливої кількості надходження та введення в експлуатацію нового устаткування цього типу в досліджуваній рік;

– капіталовкладення, що необхідні для переходу системи з вихідних станів року  $t - 1$  до працездатного стану року  $t$  не повинні перевищувати максимально припустимої суми капіталовкладень, що можуть бути застосовані для переоснащення устаткуванням підприємств асоціації в рік  $t$ .

Задача оптимізації розвитку переоснащення асоціації промислових підприємств техніко-технологічним устаткуванням багатофункціонального призначення розглядається як визначення економічно раціональної послідовності станів системи, що приводить до мінімуму функцію-критерій.

Необхідно досліджувати всі припустимі з техніко-технологічних і економічних обмежень варіанти переходу з кожного працездатного стану системи досліджуваного року, у кожен працездатний стан наступного року, тобто аналізуються всі припустимі траєкторії розвитку системи.

Методика проведення оптимізаційних розрахунків з поетапного переоснащення асоціації промислових підприємств технологіями багатофункціонального призначення будується так, щоб розглянути всі припустимі траєкторії розвитку системи для визначення оптимальної. Однак не усі з них, по можливості, досліджуються до кінця, а виключаються ті, котрі з тих чи інших ознак не можуть бути оптимальними як для всієї системи в цілому, так і для фіксованого кінцевого стану.

Назвемо частково оптимальними відрізками траєкторій оптимізовану послідовність станів на початковому відрізку часу з загального періоду дослідження. Частково оптимальна траєкторія будується за алгоритмом, що забезпечує оптимальність даного відрізка при переході системи або з фіксованого початкового стану, або з будь-якого працездатного початкового

стану системи року  $t = 1$  і переводить систему за період часу  $[1, T]$  у фіксований припустимий стан року  $T$ .

Оптимальна траєкторія повинна розглядатися в сенсі визначення оптимальної тенденції розвитку переоснащення асоціації промислових підприємств устаткуванням багатофункціонального призначення на досить віддалену перспективу, у межах якої можна гарантувати реальність планових показників. Оптимальна тенденція визначає таку, згідно заданого критерію поведінку системи, яка не змінить траєкторію розвитку системи в початковий період часу при збільшенні періоду, усередині якого відбувається порівняння варіантів. Оптимальна поведінка системи розвитку техніко-технологічного переоснащення асоціації підприємств на відрізку часу  $[1, t]$ , де  $t \leq T$ , може не бути складовою частиною оптимальної траєкторії в цілому, тобто не кожен частково оптимальний відрізок входить складовою частиною в оптимальну траєкторію для економічної задачі [4].

Це може трактуватися в такий спосіб. Якщо деякий набір устаткування є оптимальним для даного фіксованого моменту часу, то це зовсім не означає, що саме стан, який відповідає цьому набору устаткування, повинен входити в послідовність станів, що визначають оптимальну траєкторію. Більш того, сполучення параметрів стану, що є набором устаткування та мають для заданих обсягів необхідних робіт деякий резерв можливості їх виконання й у силу цього досить значні капіталовкладення і експлуатаційні витрати в порівнянні зі станом, що не має такого резерву, може надати ввійти до послідовності станів оптимальної траєкторії.

З урахуванням розвитку системи устаткування багатофункціонального призначення на тривалому відрізку часу визначається економічно раціональне сполучення капіталовкладень і експлуатаційних витрат, здійснених у процесі впровадження й експлуатації устаткування нових типів.

У досліджуваному періоді передбачається наявність ситуації, коли деякий резерв можливості виконання обсягів необхідних видів робіт стану не вимагає в наступні роки додаткових капіталовкладень на поповнення устаткування, а зменшує цей резерв при збільшенні обсягів робіт при наступному розвитку системи.

Модель переоснащення техніко-технологічним устаткуванням асоціації промислових підприємств, ґрунтуючись на вищенаведеному, повинна будуватися на принципах динамічного програмування і визначати не тільки оптимальну тенденцію розвитку, але й оптимальні траєкторії за фіксованим кінцевим станом досліджуваної системи, а також близькі згідно величини критерію до траєкторії, що визначає оптимальну тенденцію розвитку. Модель повинна також дозволяти досліджувати вплив різних економічних факторів на вибір оптимального управління поведінкою системи.

Зазначеним вимогам відповідає метод послідовного аналізу варіантів [4] і його часткова чисельна схема рішення, що використовує основні влас-

тивості функції-критерію, а саме, його адитивність і монотонну рекурсивність.

Алгоритм проведення оптимізаційних розрахунків задачі поетапного переоснащення асоціації промислових підприємств техніко-технологічним устаткуванням багатофункціонального призначення відповідає описаній нижче методиці.

Для побудови алгоритму припустимо, що досліджувана система може знаходитися в  $M$  різних станах, обумовлених прийнятими параметрами – кількістю техніко-технологічного устаткування кожного досліджуваного типу. Нехай ці стани занумеровані в довільному порядку числами  $1, 2, \dots, M$ . Порядок нумерації станів значення не має, але, будучи один раз прийнятим, повинен зберігатися протягом усього процесу оптимізації.

Зміна стану системи, як правило, пов'язана з додатковими капіталовкладеннями, обсяги яких обчислюються в залежності від обсягів необхідних інвестицій у параметри стану, що зазнали змін, у процесі розвитку системи. Таким чином, відрізки траєкторії між двома суміжними станами відповідає певне правило обчислення функції-критерію.

Процес оптимізації відбувається в такий спосіб.

Послідовно будуються відрізки траєкторії зростаючої довжини; з них виключаються ті, котрі не є допустимими згідно техніко-технологічних вимог і економічних обмежень досліджуваного року; серед допустимих вибираються групи порівнянних, потім у кожній такій групі визначається найкращий відрізок траєкторії за заданим критерієм, який і залишається для подальшого продовження й аналізу.

Далі розглядаються продовження відрізків траєкторій – найкращих представників кожної групи, на наступній стадії оптимізаційних розрахунків вибираються найкращі відрізки траєкторій вже більшої довжини аж до одержання повного рішення.

На останньому кроці маємо  $V_T$  станів, для кожного з яких отримана оптимальна за заданим критерієм траєкторія розвитку структури техніко-технологічного устаткування. За фіксованими попередніми станами оптимізованих траєкторій легко можна відновити кожну, базуючись на фіксованому кінцевому стані, траєкторію розвитку системи.

Рішення задачі оптимізації розвитку переоснащення асоціації промислових підприємств техніко-технологічним устаткуванням багатофункціонального призначення методом послідовного аналізу варіантів дозволяє простежити хід розвитку системи в цілому як з якісного, так і з кількісного боку. Ця обставина дозволяє приймати рішення, що найбільш точно відповідають конкретним умовам їхньої реалізації.

Основна частина алгоритму може бути проілюстрована в такий спосіб.

Функція-критерій є адитивним монотонно-рекурсивним функціоналом, покорова оптимізація якого методом послідовного аналізу варіантів проводиться за правилом:

$$\min_{b_t \in B_t} F_t(b_t) = \min_{b_t \in B_t} \left\{ \min_{\substack{b_{t-1} \in B_{t-1} \\ \chi_{b_{t-1}b_t} \neq 0 \\ \chi_{b_t} \neq 0}} (F_{t-1}^*(b_{t-1}) + K_t(b_{t-1}, b_t) \chi_{b_{t-1}b_t} \eta_t) + E_t(b_t) \chi_{b_t} \eta_t \right\},$$

де  $B_t$  – область допустимих за плановими і техніко-економічними показниками станів  $b_t$  року  $t$ ;

$K_t(b_{t-1}, b_t)$  – капіталовкладення на перехід зі стану  $b_{t-1}$  у стан  $b_t$ ;

$\chi_{b_{t-1}b_t} = \{1, 0\}$  – булева змінна, що визначає допустимість суміжності за плановими техніко-економічними вимогами і обмеженнями станів  $b_{t-1}$  і  $b_t$ ;

$\chi_{b_t} = \{1, 0\}$  – булева змінна, що визначає приналежність стану  $b_t$  області допустимих станів  $B_t$ ;

$E_t(b_t)$  – експлуатаційні витрати по стану  $b_t$ ;

$F_{t-1}^*(b_{t-1})$  – мінімальне значення критерію на відрізку траєкторії, що закінчується станом  $b_{t-1}$  у році  $t - 1$ .

Для проведення розрахунків за алгоритмічною схемою необхідно, щоб у кожній розглянутий рік  $t$  хоча б один стан був допустимим, тобто

$$\sum_{b_t \in B_t} \chi_{b_t} \geq 1,$$

інакше процес рішення припиняється на  $(t - 1)$ -му кроці.

З математичного запису функції-критерію видно, що накопичення і мінімізація сумарних приведених витрат – капіталовкладень і експлуатаційних витрат – проводиться від року до року для кожного допустимого за плановими і техніко-економічними показниками стану і ґрунтується на мінімальній сумі приведених витрат послідовності станів, що закінчується розглянутим допустимим станом минулого досліджуваного року  $b_{t-1}$ , і капіталовкладеннях для переходу у відповідний допустимий стан дійсного досліджуваного року  $b_t$ , приведених до початкового моменту часу періоду дослідження розвитку переоснащення асоціації промислових підприємств техніко-технологічним устаткуванням багатофункціонального призначення. Додавання до цієї суми експлуатаційних витрат досліджуваного стану  $b_t \in B_t$  з дисконтом часу визначить приведені витрати, накопичені аж до стану  $b_t$ .

Таким чином, правила побудови допустимих варіантів, аналізу і вибірки неконкурентоспроможних з них засновані на використанні властивостей функції-критерію і дозволяють проаналізувати всі допустимі варіанти рішення, але не всі з них досліджувати до кінця, а відбракувати значну частину з них на перших же кроках процесу оптимізації.



У результаті з'являється можливість одержати не тільки глобальний оптимум, але і групу оптимізованих варіантів, близьких до оптимального за значенням критерію. Всі отримані в результаті рішення оптимізовані варіанти, що мають своєю траєкторією розвитку різні кінцеві стани  $b_T \in B_T$ , підлягають експертній оцінці уповноваженими фахівцями асоціації промислових підприємств [5].

**Висновки.** Обраний метод рішення задачі оптимізації розвитку переоснащення асоціації промислових підприємств техніко-технологічним устаткуванням багатофункціонального призначення відповідає всім пропонуваним до даної моделі вимогам, а саме, дозволяє:

– визначити економічно раціональний поетапний розвиток переоснащення асоціації промислових підприємств техніко-технологічним устаткуванням багатофункціонального призначення на тривалу перспективу у взаємозв'язку з ефективним його використанням при виконанні різних видів робіт;

– визначити не тільки оптимальні за критерієм мінімуму сумарних приведених витрат за весь термін порівняння варіанти розвитку переоснащення устаткуванням багатофункціонального призначення для асоціації промислових підприємств, але також варіанти, близькі до оптимального в деяких заданих межах розрахунків;

– широко варіювати вихідними даними, що взаємопов'язані з нормативними показниками;

– виявити ступінь впливу зміни нормативних показників на формування оптимальної тенденції розвитку переоснащення асоціації промислових підприємств техніко-технологічним устаткуванням багатофункціонального призначення.

### Література

1. Господарський кодекс України. – К. : Парламентське вид-во, 2003. – 212 с.
2. Положення (стандарт) бухгалтерського обліку 7 “Основні засоби” зі змінами і доповненнями, внесеними наказом Міністра фінансів України № 304 від 30.11.2000р., № 989 від 25.11.2002 р. // Бухгалтерський облік і аудит. – 2002. - №12. – с. 33-36.
3. Методы экономической оценки инвестиционных проектов на транспорте: Учеб.-метод. пособие / Сост. Ю.Ф. Кулаев. – К. : Транспорт України, 2001. – 182 с.
4. Беллман Р. Динамическое программирование. М. : ИЛ, 1960. – 400 с.
5. Бакаєв О.О., Гриценко В.І., Бажан Л.І., Бакаєв Л.О. Мікроекономічне моделювання і інформаційні технології. – К. : Наукова думка, 2003. – 180 с.