

МНОГОМОДОВЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ГДИ

К. А. Лукин, Э. М. Хуторян, А. И. Цвык

*Институт радиопрофики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины
12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина
E-mail: LNDES@ire.kharkov.ua*

Рассматривается теория колебания в генераторах дифракционного излучения (ГДИ) с открытым резонатором (ОР), имеющим в спектре основную и высшую моды, близкие по собственным частотам. Исследуются стационарные и переходные режимы. Получены решения, описывающие устойчивый режим двухмодовой генерации при взаимодействии электронного потока (ЭП) с основной и высшей модами. Физические особенности взаимодействия ЭП потока с полем мод ОР ГДИ анализируются с помощью фазового портрета ансамбля крупных частиц. Полученные результаты сравниваются с экспериментом. Ил. 11. Библиогр.: 29 назв.

Ключевые слова: ГДИ, многомодовая генерация, открытый резонатор, электронный поток.

Используемые в ГДИ открытые резонансные системы обладают достаточно разряженным спектром собственных частот в длинноволновой и средней части мм диапазона длин волн [1]. Продвижение в коротковолновую часть мм и субмм диапазонов заставляет разработчиков ГДИ использовать конструкции ОР с более густым спектром, в которых возможна конкуренция колебаний. Взаимодействие мод обусловлено тем, что при определенных условиях у электронов пучка появляется возможность взаимодействовать с несколькими модами одновременно. Поэтому при создании мощных ГДИ мм и субмм диапазонов возникает необходимость изучения конкуренции мод в ГДИ.

Вопросам конкуренции мод в резонансных автогенераторах СВЧ, к которым относится и ГДИ, посвящены работы [2-15]. Известно, что в мягком режиме самовозбуждения колебаний в вакуумных резонансных генераторах многочастотный режим неустойчивый: из-за конкуренции мод возбуждается мода с большим инкрементом нарастания [2-10]. Однако в тех случаях, когда каждая мода взаимодействует со своей частью ЭП (частью в пространстве координат или частью в пространстве скоростей), возможна независимая генерация мод [8]. Кроме того, в общем случае многочастотная генерация может наблюдаться и в жестком режиме самовозбуждения колебаний [2].

К настоящему времени наиболее детально вопросы взаимодействия мод в резонансных автогенераторах изучены применительно к гиротронам [4, 7, 8, 10]. В частности, показано, что в этих приборах взаимодействие мод может приводить к тому, что в зависимости от величины тока ЭП возможны одночастотный, многочастотный и стохастический режимы генерации. При этом существуют режимы, когда КПД двухмодового

режима колебаний намного выше КПД одномодового. Также возможно установление одночастотных колебаний на моде, самовозбуждение которой в отсутствие других мод было бы невозможным [8]. КПД этой моды в несколько раз больше максимального КПД единственной самовозбуждающейся моды.

Выявленные закономерности взаимодействия мод в гиротронах могут иметь место и в других резонансных автогенераторах, в частности, в ГДИ. Однако подтверждение этих закономерностей и выявления новых требует отдельных исследований. Генерации многомодовых колебаний в ГДИ посвящены работы [5, 6, 9, 11-15]. Существование в ОР высших мод с двумя и более вариациями поля вдоль движения электронов [16, 17] обеспечивает особенно благоприятные условия для таких режимов. В работе [9] рассматривался случай конкуренции двух мод ГДИ с одинаковым однородным пространственным распределением, а также конкуренции мод ГДИ и резонатора поверхностной волны в режиме мягкого возбуждения. Было показано, что в этом случае двухчастотный режим неустойчивый. Численные расчеты, выполненные в работе [11], показали возможность одновременной генерации нескольких частот в оротроне, однако эти вопросы были изучены не в полной мере. Экспериментально двухчастотная генерация наблюдалась в ГДИ в работах [12-14]. При этом обнаружено явление затягивания частоты в двухчастотном режиме с существенно улучшенным качеством спектра в этой области. В работе [13] при экспериментальном исследовании импульсных ГДИ было обнаружено увеличение времени переходных процессов в двухмодовом генераторе по сравнению с одномодовым, что ограничивает длительность импульсов генерации. В случае, когда частоты мод настолько

близки, что в полосы резонансных кривых этих мод попадают несколько комбинационных частот, наблюдалась многочастотная генерация [15].

В нашей работе теоретически рассматриваются колебания в ГДИ с ОР, имеющим в спектре основную и высшую моды, близкие по собственным частотам. Исследуются стационарные и переходные режимы. Получена система интегродифференциальных уравнений, описывающая двухмодовую генерацию в случае, когда разность частот мод может быть сравнима с шириной резонансной кривой колебаний. При этом предположение о малом изменении амплитуды поля за время жизни электронов может не выполняться, и для численного решения используется метод, предложенный в работе [18], который позволяет учитывать изменение поля за время пролета электронов через ОР. Получены решения, описывающие устойчивый режим двухмодовой генерации при взаимодействии ЭП с основной и высшей модами. При этом возможность существования многочастотных колебаний зависит от величины тока ЭП, соотношения ширины резонансных кривых и разности частот колебаний, а также пространственного распределения поля мод ОР. Численными методами построены зоны генерации двухмодовых режимов и фазовая плоскость автоколебаний в случае взаимодействия двух мод ОР. Показано, что наличие дополнительной моды может как увеличивать, так и уменьшать мощность взаимодействия. Физические особенности взаимодействия ЭП с полем мод ОР ГДИ анализируются с помощью фазового портрета ансамбля крупных частиц, взаимодействующих с полями этих мод. Полученные численные решения сравниваются с экспериментальными данными [12, 13]. В частности, объясняются эффекты гистерезиса, увеличения времени переходных процессов и затягивания частоты.

1. Уравнения возбуждения открытого резонатора в многочастотном режиме. В работах [2-11] построена теория многочастотных режимов в резонансных автогенераторах СВЧ с использованием разложений токов и полей в ряд Фурье вблизи основных и комбинационных частот. При нестационарных процессах разделение на отдельные частотные составляющие, когда ширина резонансных кривых колебаний $\Delta\omega_1$, $\Delta\omega_2$ сравнима с разностной частотой (частичное перекрытие резонансных кривых), становится неоднозначным. Здесь поля и токи удобно представить в виде гармонических колебаний со средней частотой ω_0 ($\omega_2 < \omega_0 < \omega_1$) и медленно меняющейся амплитудой и фазой колебаний [2].

Описание возбуждения колебаний в ОР отличается от случая объемных резонаторов, в котором применимо разложение по нормальным

модам резонатора (пренебрегая потерями в стенках резонатора), что позволяет ограничиться анализом эволюции отдельных резонансных мод и существенно упрощает решение задачи. Однако для ОР такое разложение в общем случае неприменимо. Для решения задачи возбуждения поля в ОР в работе [19] предложено разложение по так называемым собственным функциям непрерывного спектра. Но построение самих функций непрерывного спектра для реальных ОР затруднительно, что уменьшает ценность предложенного подхода. Значительно позднее в работах [20, 21] предложен другой подход к построению теории возбуждения полей в ОР, использующий представление возбуждаемых полей с помощью функции Грина для исследуемого ОР. Эта функция, в свою очередь, строится с помощью методов теории дифракции волн на незамкнутых экранах [22]. При анализе общей структуры функции Грина и связи ее полюсов с резонансами в ОР существенно используется спектральная теория ОР, предложенная и развитая в школе В. П. Шестопалова [23, 24].

В работах [20, 21] показано, что функция Грина ОР может быть представлена в виде суммы резонансных слагаемых, каждое из которых отвечает собственной частоте ОР, и интегрального члена, который вместе с функцией Грина свободного пространства описывает нерезонансное излучение

$$G(\omega, r, r_0) = G_0(\omega, r, r_0) + \sum_{s=1}^M \frac{g_s(r, \omega_s) g_s(r_0, \omega_s)}{\omega - \omega_s} + \mathcal{G}(\omega, r, r_0), \quad (1, a)$$

где $G_0(\omega, r, r_0)$ – функция Грина для свободного пространства; $\mathcal{G}(\omega, r, r_0)$ – нерезонансное слагаемое; r, r_0 – точка наблюдения и точка нахождения источника; M – количество полюсов функции $G(\omega, r, r_0)$ в пределах полосы излучения источника. В частном случае возбуждения двух резонансных мод ОР с частотами ω_1, ω_2 поле в ОР на средней частоте ω удобно представить в виде

$$E(r, \omega) = g_1(r, \omega_1) \int_{V_0} \frac{g_1(r_0, \omega_1)}{\omega - \omega_1} j(r_0, \omega) dr_0 + g_2(r, \omega) \int_{V_0} \frac{g_2(r_0, \omega_2)}{\omega - \omega_2} j(r_0, \omega) dr_0 + \mathcal{E}(\omega, r, r_0) + E_0(\omega, r, r_0) = A_1(\omega) g_1(r) + A_2(\omega) g_2(r) + \mathcal{E}(\omega, r, r_0) + E_0,$$

где амплитуды резонансных мод ОР:

$$A_1(\omega) = \int_{V_0} \frac{g_1(r_0, \omega_1)}{\omega - \omega_1} j(r_0, \omega) dr_0;$$

$$A_2(\omega) = \int_{v_0} g_2(r_0, \omega_2) j(r_0, \omega) dr_0.$$

Слагаемое E_0 соответствует полю, излучаемому источником в свободное пространство, а слагаемое $\mathcal{E}(\omega, r, r_0)$ – сумма нерезонансных мод ОР. Собственные функции ОР $g_s(r, \omega_s)$ соответствуют собственным значениям ω_s и описывают резонансную часть поля во всем пространстве. Если в реальной системе происходит эффективное преобразование энергии источника в энергию резонансных колебаний, то энергией нерезонансного излучения можно пренебречь. В нашей работе мы считаем, что реализовано достаточно эффективное преобразование энергии, позволяющее не учитывать нерезонансное излучение источника из ОР, поэтому в дальнейшем слагаемые $\mathcal{E}(\omega, r, r_0)$ и E_0 не рассматриваются. В этом случае уравнения (1, б) формально совпадают с уравнениями для полей резонансных мод в объемных резонаторах. Однако пространственная структура полей резонансных мод и их резонансные частоты определяются соответствующими решениями спектральной задачи.

Для изучения медленно меняющихся нестационарных и многочастотных процессов можно получить нестационарные уравнения для комплексных амплитуд резонансных мод с помощью известной методики, использующей обратное преобразование Фурье по частотной добавке [25]. В результате приходим к системе уравнений для медленно меняющихся амплитуд [18, 20]

$$\begin{cases} \frac{dA_1}{dt}(\omega_0, t) - i(\omega_0 - \omega_1)A_1(\omega_0, t) = \\ = \int_{v_0} g_1(r_0, \omega_1) j(r_0, \omega_0, t) dr_0; \\ \frac{dA_2}{dt}(\omega_0, t) - i(\omega_0 - \omega_2)A_2(\omega_0, t) = \\ = \int_{v_0} g_2(r_0, \omega_2) j(r_0, \omega_0, t) dr_0, \end{cases} \quad (2, a)$$

где $j(r_0, \omega_0, t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} j(r_0, t) e^{i\omega_0 t} d\omega_0 t$ – основная гармоника ВЧ тока ЭП, и резонансная часть поля двухмодового колебания представляется в виде

$$E(y, t) = \text{Re} \left[A_1(t) g_1(y) + A_2(t) g_2(y) \right] e^{-i\omega_0 t}.$$

При стационарных двухчастотных колебаниях на частотах $\tilde{\omega}_1, \tilde{\omega}_2$ коэффициенты $A_1(t), A_2(t)$ имеют вид

$$\begin{aligned} A_1(t) &= A_{11} e^{-i(\tilde{\omega}_1 - \omega_0)t} + A_{12} e^{-i(\tilde{\omega}_2 - \omega_0)t}; \\ A_2(t) &= A_{21} e^{-i(\tilde{\omega}_1 - \omega_0)t} + A_{22} e^{-i(\tilde{\omega}_2 - \omega_0)t}. \end{aligned}$$

Когда резонансные кривые мод не перекрываются, A_{12} и A_{21} равны нулю.

2. Уравнения движения ЭП. Амплитуда ВЧ тока определяется из уравнений движения электронов в поле мод ОР. В одномерном случае, при движении ЭП вдоль оси Oy , уравнение движения запишем в переменных Лагранжа, где независимой переменной выступает время t [25, 26]

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} = \left(1 + \frac{1}{\Phi} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right)^3 \text{Re} \left[E_a(\xi, t) e^{-i\theta} + F \right]; \\ F = \text{Im} \left\{ \frac{\omega_p^2}{\pi \omega^2} e^{-i(\theta + \varphi_0)} \int_0^{2\pi} e^{i(\theta + \varphi_0)} d\varphi_0 \right\}; \\ \theta|_{t=t_0; \xi=0} = \theta'_\xi|_{t=t_0; \xi=0} = 0, \end{cases} \quad (2, б)$$

где $E_a(\xi, t) = [A_1(t)g_1(\xi) + A_2(t)g_2(\xi)] e^{-i\Phi\xi}$ – медленно меняющееся суммарное поле синхронных гармоник резонансных мод ОР; $\Phi = \frac{\omega_0 L}{v_0}$;

$\varphi_0 = \omega t_0$; $\theta = \omega_0(t - t_0) - \frac{\omega_0}{v_0} y$ – безразмерная

фаза электрона, влетевшего в пространство взаимодействия в момент t_0 ; v_0 – скорость ЭП на входе в пространство взаимодействия; $\xi = y/L$ – безразмерная продольная координата; L – длина пространства взаимодействия; ω_p – плазменная частота; F – сила пространственного заряда. Уравнения (2) образуют самосогласованную систему интегро-дифференциальных уравнений, которую следует дополнить начальными условиями для амплитуд и фаз резонансных мод, а также начальных фаз влета и начальных скоростей электронов пучка. Нулевые начальные условия для производной от фазы электронов означают, что на вход поступает немодулированный ЭП.

В уравнении (2, а) производится усреднение по периоду частоты ω_0 ($\omega_2 < \omega_0 < \omega_1$), что справедливо в случае близких собственных частот ($\omega_2 - \omega_1 = \Delta\omega \ll \omega$), таких, что резонансные слагаемые в (1, б) гораздо больше нерезонансных. При увеличении $\Delta\omega$ в уравнении (1, б) ток следует раскладывать в ряд Фурье вблизи основных и комбинационных частот [6]

$$\begin{aligned} j(\omega, r_0, t) &= \sum_i j_i(r_0, t) e^{-i\omega_i t} \\ j_i(r_0, t) &= \int_{t_0}^{t_0+T} j(r_0, t) e^{i\omega_i t} dt, \end{aligned}$$

где $T = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$ – период разностной частоты;

$$\omega_i = \sum_{m=1}^2 K_m^{(i)} \omega_m; \quad K_m^{(i)} - i\text{-й набор целых чисел;}$$

при этом уравнения возбуждения сводятся к системе, описанной в работе [5].

3. Численное моделирование системы уравнений (2). Для получения решений системы уравнений требуется знание собственных функций $g_s(r, \omega_s)$. В общем случае собственные функции строятся с помощью численных методов [23]. Для квазиоптических ОР собственные функции ОР могут быть получены в приближении Кирхгофа [27, 28]. В этом случае можно использовать выражение для собственных функций, полученное методом параболического уравнения [19]. В данном приближении, в полусферическом ОР, поля собственных колебаний описываются с помощью функций Гаусса-Эрмита [1, 19, 27]:

$$g_i(x, y) = A_{n,m} H_n(x) e^{-\frac{x^2}{2}} H_m(y) e^{-\frac{y^2}{2}},$$

где индексы n, m указывают на количество вариаций поля вдоль соответствующей координаты.

Рассмотрим случай конкуренции основной TEM_{20q} и высшей TEM_{21q} мод ОР ГДИ:

$$\begin{aligned} TEM_{20q} &\rightarrow g_1(y) = \frac{1}{\pi^{1/4}} \exp\left\{-\left(\frac{y}{r}\right)^2 / 2\right\}; \\ TEM_{21q} &\rightarrow g_2(y) = \frac{\sqrt{2}}{\pi^{1/4}} y \exp\left\{-\left(\frac{y}{r}\right)^2 / 2\right\}. \end{aligned} \quad (3)$$

Уравнения (2) с учетом выражений для полей основной и высшей мод ОР ГДИ (3) решались численно с помощью метода крупных частиц [5]. Так как при интерференции мод поле на решетке может существенно изменяться за время жизни электронов t_f , шаг интегрирования системы уравнений (2) должен быть меньше t_f . При этом число крупных частиц возрастает по сравнению с одномодовым случаем в M раз, где $1 \leq M \leq N_d$, N_d – количество периодов решетки [18]. В расчетах принималось $M = 5$, что обеспечи-

вало $\frac{t_f}{M} \ll \frac{T}{4}$. Устойчивость стационарных режимов анализировалась с помощью теории устойчивости решений дифференциальных уравнений [29].

Расчеты выполнены для следующих значений основных параметров:

– добротности мод $Q_1 = 2500$, $Q_2 = 3200$;

– разность частот колебаний $\frac{\Delta\omega}{\omega} = 0,0012$ (что на частоте 75 ГГц соответствует 90 МГц);

– время пролета электронами пространства взаимодействия $t_f = 10^{-10}$ s.

Зависимость мощности взаимодействия ЭП отдельно с основной и высшей модой от рассинхронизма в линейном режиме показана на рис. 1.

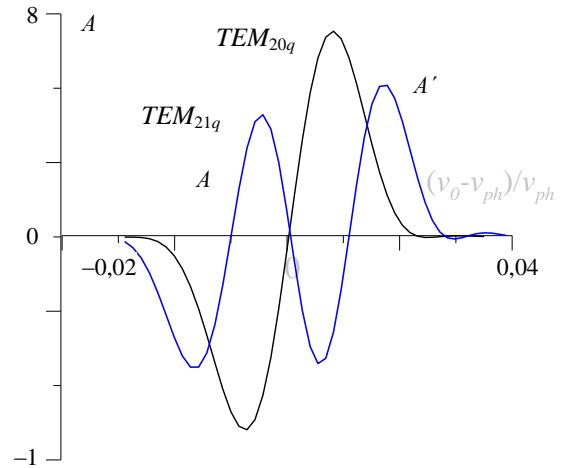


Рис. 1. Активная мощность взаимодействия с основной и высшей модами ОР

Зоны одномодовой генерации для основной и высшей мод ГДИ показаны на рис. 2.

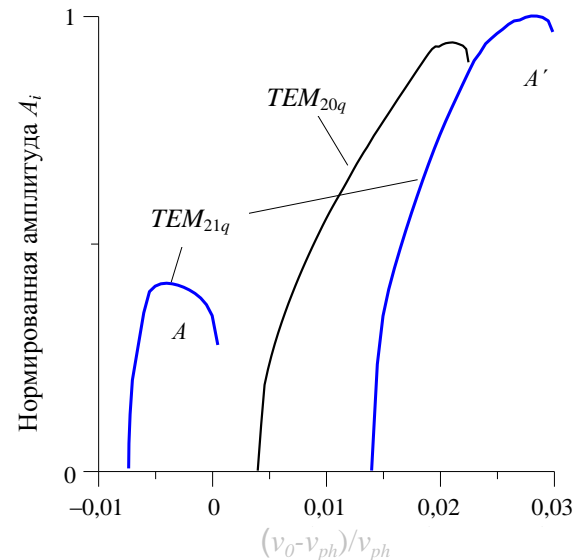


Рис. 2. Зоны генерации ГДИ на основной и высшей модах ОР

Особенностью взаимодействия на высшей моде является наличие двух зон генерации (зоны A и A') [16, 17]. Зона A появляется при отрицательном значении параметра рассинхронизма, в то время как на основной моде здесь

имеет место поглощение энергии поля ОР пучком. Как видно из рис. 2, при близких частотах основного и высшего типов колебаний происходит перекрытие зоны генерации основного типа и зоны A' высшего типа, что обуславливает возможность взаимодействия мод.

Зависимости амплитуд мод ОР ГДИ и частот автоколебаний от времени, а также Фурье спектры установившихся двухмодовых колебаний показаны на рис. 3-5 для различных значений параметра рассинхронизма и начальных условий.

Из рис. 3, а видно, что при параметре рассинхронизма $b = \frac{v_0 - v_{ph}}{v_0} = 0,009$ и нулевых

начальных условиях для амплитуд реализуется случай одночастотной генерации, при этом амплитуда высшей моды не равна нулю, так как происходит частичное перекрытие резонансных кривых колебаний ($\frac{\omega_i''}{\Delta\omega} \approx 0,1$; ω_i'' – мнимая часть собственной частоты). При увеличении рассинхронизма до значения $b = 0,011$ для различных начальных условий существует один режим двухчастотной генерации (рис. 3, б, в), а при дальнейшем увеличении до $b = 0,019$ (рис. 4, 5) существуют два режима двухчастотной генерации: один – при доминировании высшей моды (рис. 4), второй – при доминировании основной моды (рис. 5). Причина осцилляций для амплитуд установившихся колебаний заключается также в частичном перекрытии резонансных кривых колебаний.

Расчеты показали, что время установления колебаний при конкуренции мод, как правило, возрастает по сравнению с одномодовым режимом, что экспериментально наблюдалось в импульсном ГДИ [13]. Это связано с тем, что амплитуда колебаний устанавливается не монотонно, как в одномодовом режиме, а более сложным образом (рис. 3, в).

Для качественного анализа процессов установления двухмодового режима запишем уравнения для амплитуд мод в приближении, что резонансные кривые не перекрываются ($A_1(t) = A_{11}e^{-i(\tilde{\omega}_1 - \omega_0)t}$; $A_2(t) = A_{22}e^{-i(\tilde{\omega}_2 - \omega_0)t}$)

$$\begin{cases} \frac{d|A_{11}|}{dt} = P_1 / |A_{11}| - \omega_1'' |A_{11}| \mp M \sqrt{|A_{11}| |A_{22}|} \\ \frac{d|A_{22}|}{dt} = P_2 / |A_{22}| - \omega_2'' |A_{22}| \mp N \sqrt{|A_{11}| |A_{22}|} \end{cases} \quad (4)$$

где $P_i = P_i \sqrt{|A_{11}| |A_{22}|}$ – средние мощности взаимодействия на частотах ω_1 , и ω_2 (без учета возбуждения колебаний с комбинационными частотами в ОР).

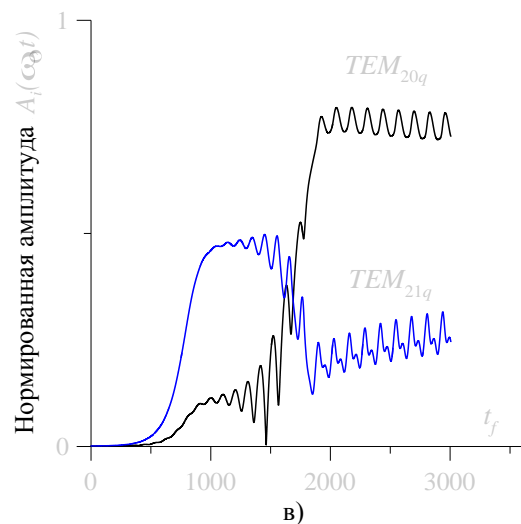
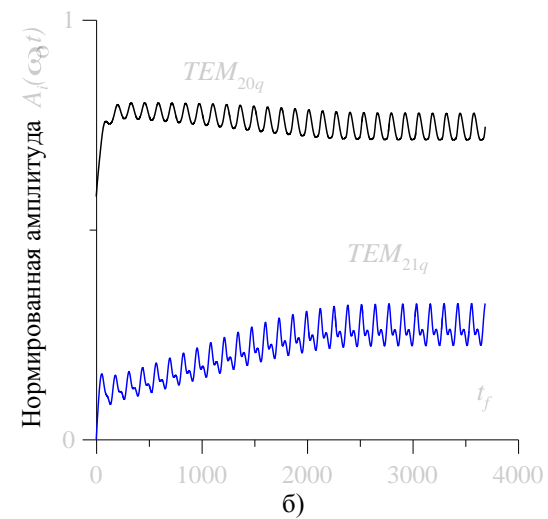
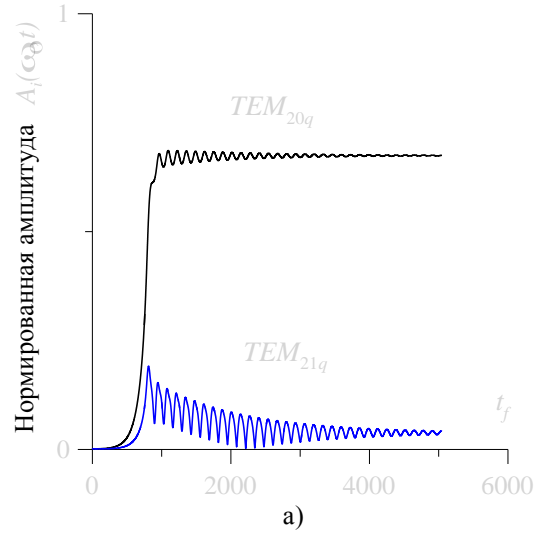


Рис. 3. Зависимость амплитуды основной и высшей моды от времени при различных значениях параметра рассинхронизма и начальных условиях: а) – $b = 0,009$; $|A_1| = |A_2| = 0,001$; б) – $b = 0,011$; $|A_1| = 0,7, |A_2| = 0$; в) – $b = 0,011$; $|A_1| = |A_2| = 0,001$

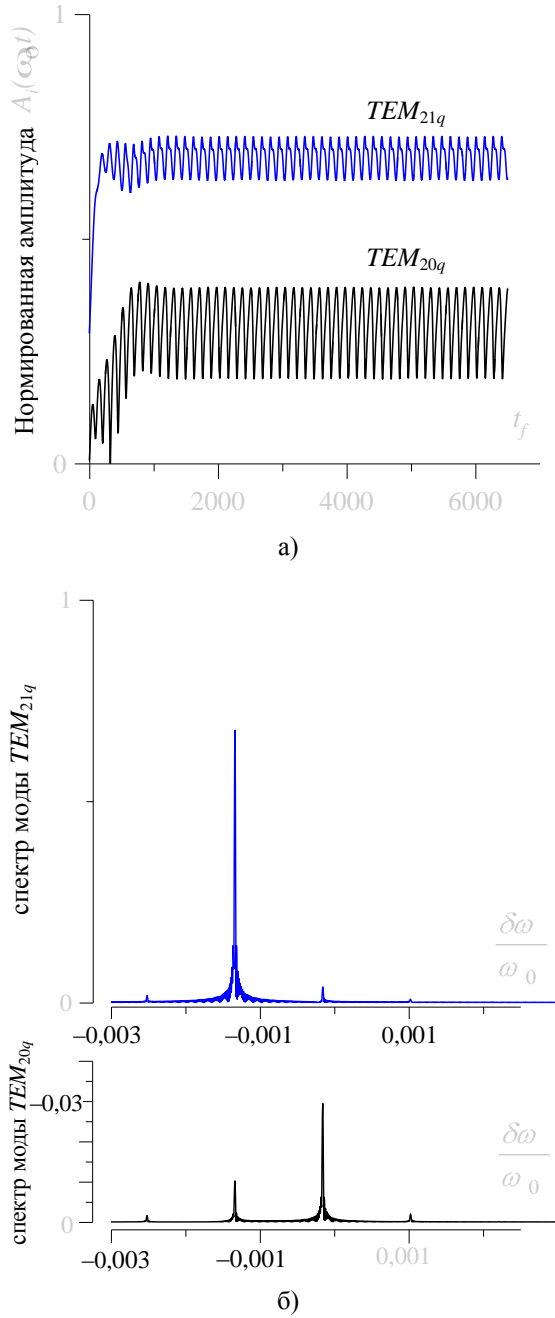


Рис. 4. Зависимость амплитуды основной и высшей мод от времени (а) и их Фурье спектры (б) при начальных условиях $|A_1| = 0,001, |A_2| = 0,35$

Следует отметить, что в этом случае осцилляции амплитуд отсутствуют, так как их причина в перекрытии резонансных кривых.

$$P_i = \text{Re} \left\{ \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \int_0^L E_i(y, t) j(y, t) dy dt \right\};$$

$$E_i(y, t) = |A_{ii}| g_i(y) \cos \omega_i t; \quad i = 1, 2.$$

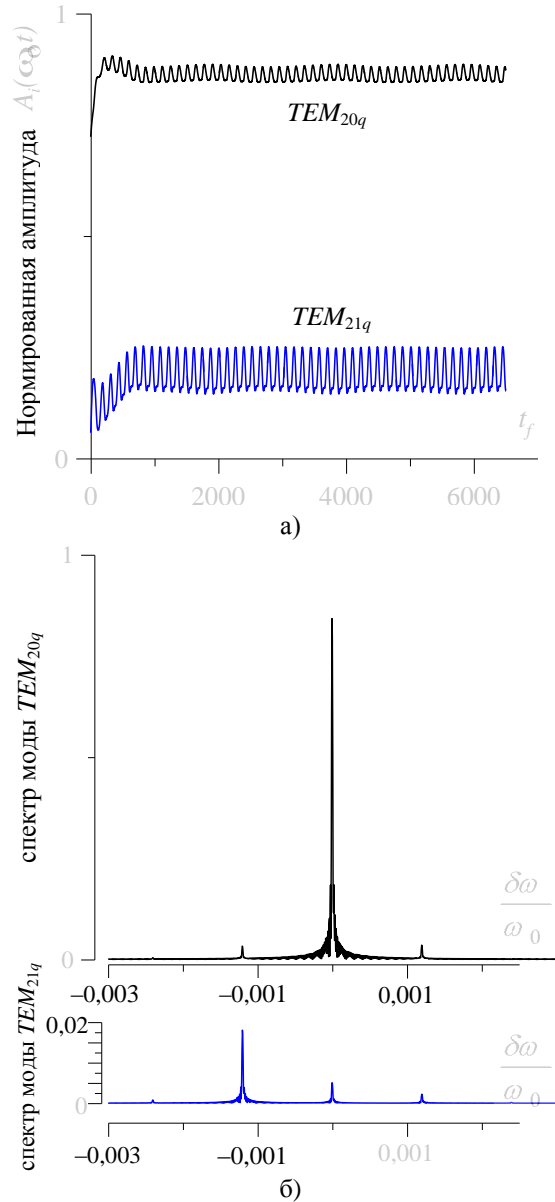


Рис. 5. Зависимость амплитуды основной и высшей мод от времени (а) и их Фурье спектры (б) при начальных условиях $|A_1| = 0,7, |A_2| = 0,001$

Особые точки на фазовой плоскости $|A_{11}|, |A_{22}|$ уравнения (4) (состояния равновесия) определяются уравнениями

$$\begin{cases} M(|A_{11}|, |A_{22}|) = 0, \\ N(|A_{11}|, |A_{22}|) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

и могут рассматриваться как точки пересечения кривых (5) на фазовой плоскости. Согласно [29] теории устойчивости Ляпунова вид особой точки определяется знаками величин

$$\Delta = AD - BC; \sigma = -(A + D),$$

где $A = \frac{\partial M}{\partial |A_{11}|} \Big|_{x_0, y_0}; B = \frac{\partial M}{\partial |A_{22}|} \Big|_{x_0, y_0}; C = \frac{\partial N}{\partial |A_{11}|} \Big|_{x_0, y_0};$

$$D = \frac{\partial N}{\partial |A_{22}|} \Big|_{x_0, y_0}, \quad x_0, y_0 - \text{решения (5)}.$$

Фазовые портреты системы взаимодействующих мод при значениях $b = 0,0145$ и $b = 0,019$ показаны на рис. 6. Точки соответствуют устойчивым решениям (устойчивые узлы): 1 – режим генерации основной моды; 2 – двухмодовый режим с доминированием основной моды; 3 – двухмодовый режим с доминированием высшей моды; 4 – режим генерации высшей моды с повышенной мощностью. При этом в одномодовом режиме при непрерывной перестройке по напряжению наблюдается колебание с меньшей мощностью [16, 17]. Наличие нескольких устойчивых состояний указывает на существование гистерезиса при перестройке по напряжению.

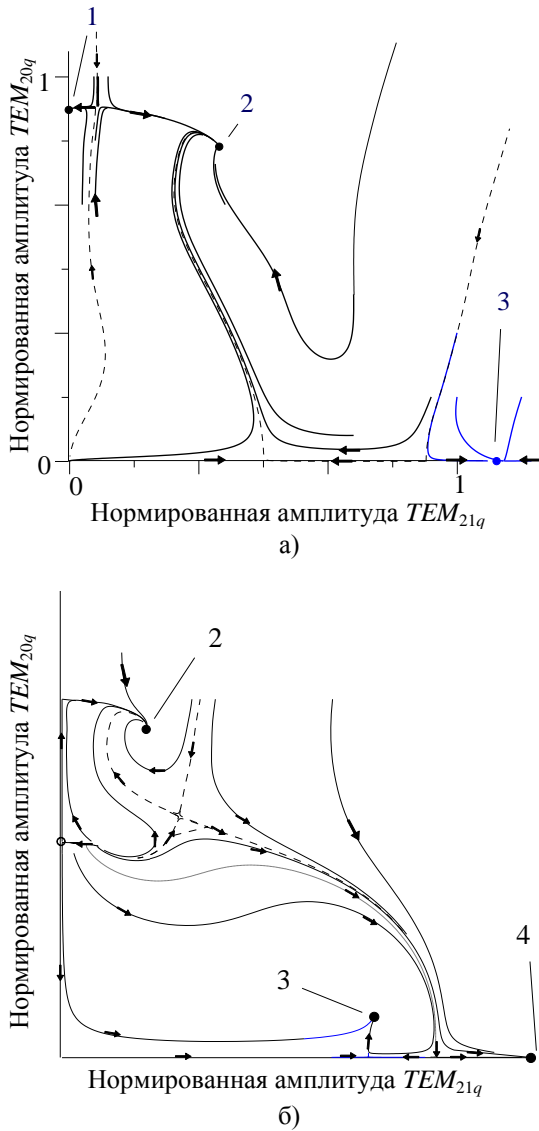


Рис. 6. Фазовый портрет системы при: а) – $b = 0,0145$; б) – $b = 0,019$

Для анализа процессов взаимодействия ЭП с полями мод исследуем динамику движения электронов за время одного периода разностной частоты T . На рис. 7 показаны изменения амплитуд мод и средней скорости ЭП на выходе из пространства взаимодействия за время T для случая доминирования высшей моды при установившейся генерации. Исследуем фазовую плоскость уравнения движения (2, б), на осях которой отложены безразмерная скорость $v = (v_e - v_0)/v_{ph}$ и безразмерная координата $\xi = \frac{\omega_0}{v_0} y - \omega_0(t - t_0)$ электрона.

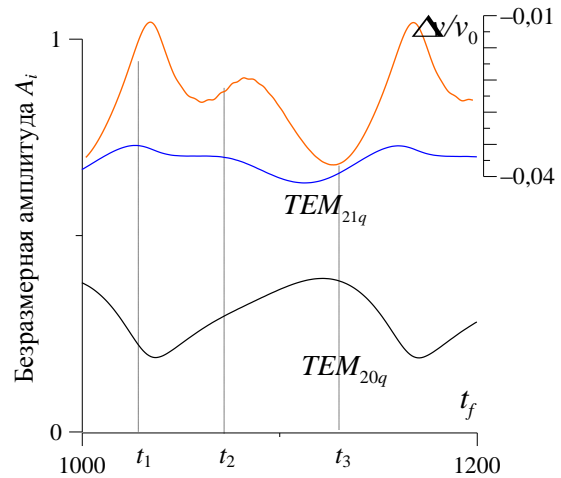


Рис. 7. Изменения амплитуд мод и средней скорости ЭП на выходе из пространства взаимодействия в течение периода разностной частоты при доминировании высшей моды

Изменения характера фазовых траекторий движения электронов и распределения амплитуды ($|E(y)| = |A_1(t_i)g_1(y) + A_2(t_i)g_2(y)|$) и фазы поля в течение периода T показаны на рис. 8. Времена t_i начала слежения за частицами соответствуют временам t_i на рис. 7. Черные кружки – положение электронов на фазовой плоскости в момент прохождения середины, а пустые кружки в конце пространства взаимодействия. Как видно, за период разностной частоты меняется как амплитуда, так и фаза поля; при разных фазовых соотношениях обеих мод меняются условия взаимодействия ЭП с каждой модой и изменяется энергия ЭП на выходе из пространства взаимодействия. Для одновременной генерации обеих мод необходимо, чтобы в среднем за время T ЭП отдавал энергию обеим модам. Когда амплитуда первого пята больше (рис. 8, б), количество захваченных частиц увеличивается, и они эффективно тормозятся, отдавая энергию обеим модам, а к моменту введения скачка фазы собираются в сгусток с большим разбросом скоростей.

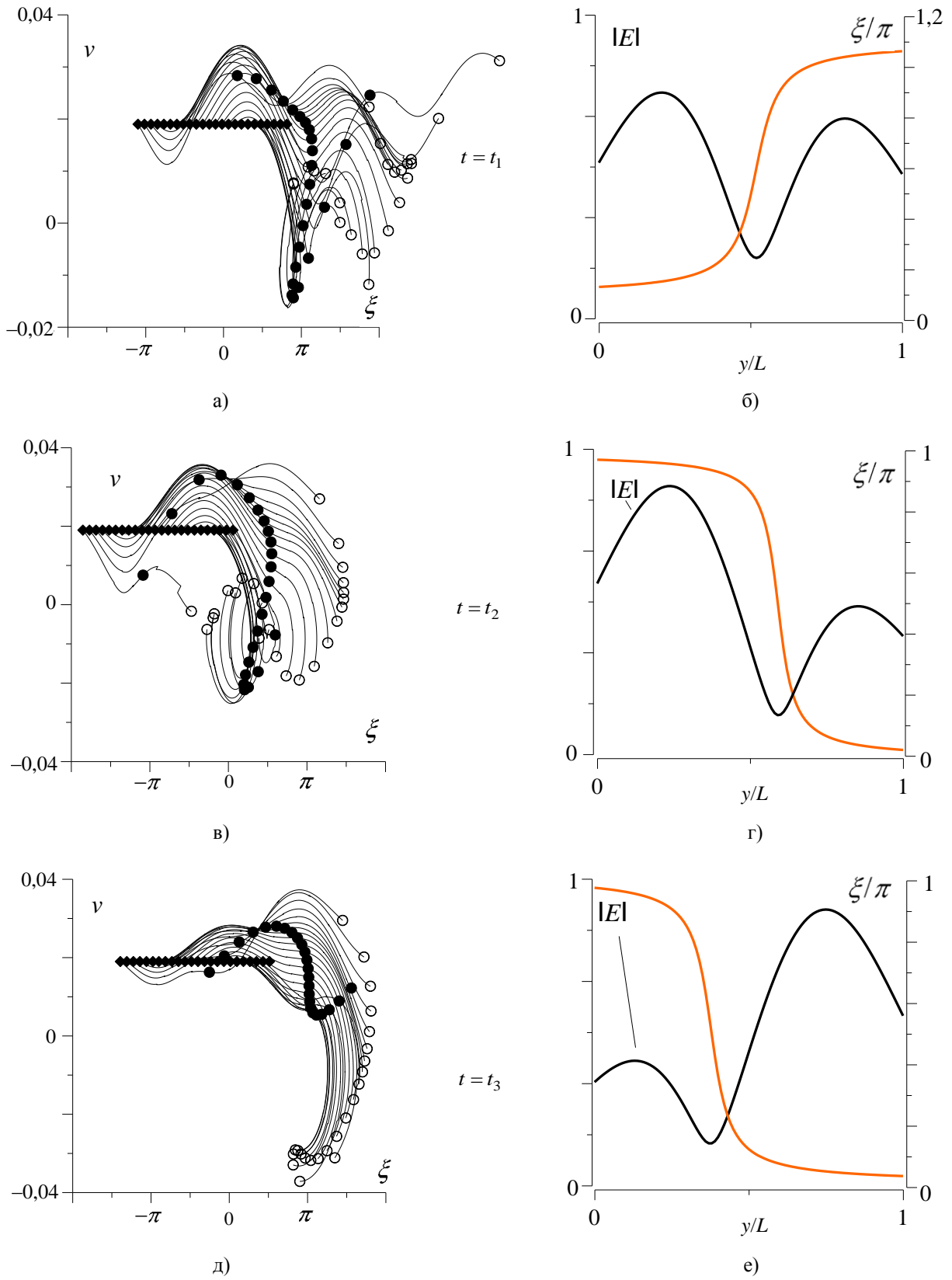


Рис. 8. Фазовые траектории движения частиц (а, в, д) и распределение электрического поля (б, г, е) для двухчастотного режима при доминировании высшей моды

В результате во второй половине пространства взаимодействия медленные электроны ускоряются, а быстрые тормозятся (рис. 8, а). При большом разбросе скоростей в центре решетки (рис. 8, в, г) в область захвата попадает малая часть электронов, и отбор энергии во второй половине решетки незначителен. Из рис. 8, д, е видно, что при данном распределении поля в начале все частицы являются пролетными и к месту введения скачка фазы собираются в сгусток с малым разбросом скоростей, максимальная плотность которого находится в фазе $\xi = \pi$. Далее все электроны попадают в область захвата и эффективно тормозятся, отдавая энергию обоим модам. При этом потеря кинетической энергии ЭП максимальна (рис. 7). Из-за интерференции мод в некоторые моменты времени (например $t = t_3$) реализуются такие распределения ВЧ поля на решетке, которые энергетически более выгодны, чем в случае распределения одной высшей моды [16, 17], вследствие чего ЭП отдает энергию обоим модам, что и является причиной двухмодовой генерации. Здесь проявляется кооперативное взаимодействие мод: при отсутствии высшей моды все частицы для основной моды пролетные. При наличии высшей моды увеличивается число захваченных частиц, и они начинают взаимодействовать с основной модой. В свою очередь, основная мода способствует более эффективной группировке ЭП (рис. 8, д) и увеличению энергии высшей моды. В результате состояние с нулевой амплитудой основной моды неустойчиво (на фазовой плоскости взаимодействующих мод име-

$$B = \frac{\partial M}{\partial |A_{22}|} \Big|_{A_{11}=0; A_{22}} > 0; \quad C = \frac{\partial N}{\partial |A_{11}|} \Big|_{A_{11}=0; A_{22}} > 0,$$

($\Delta < 0$) – особая точка типа седло (рис. 6, б) и устанавливается состояние, соответствующее двухмодовой генерации (точка с $B = \frac{\partial M}{\partial |A_{22}|} \Big|_{A_{11}; A_{22}} < 0$ и

$$C = \frac{\partial N}{\partial |A_{11}|} \Big|_{A_{11}; A_{22}} > 0, \quad \Delta > 0, \quad \sigma > 0 \text{ – устойчивый узел).$$

Зоны генерации в двухмодовом режиме при увеличении и уменьшении параметра рассинхронизма показаны на рис. 9-11, где $\delta\omega$ – электронное смещение частоты. Видно, что при наличии высшей моды существуют колебания основной моды при скоростях ЭП, при которых основная мода при отсутствии высшей не возбуждается – количество захваченных частиц для основной моды при данной амплитуде увеличивается при взаимодействии ЭП с высшей модой. В зависимости от параметра рассинхронизма возможны следующие ситуации: наличие одночастотного режима, наличие одного двухчастотного режима и наличие двух двухчастотных режимов.

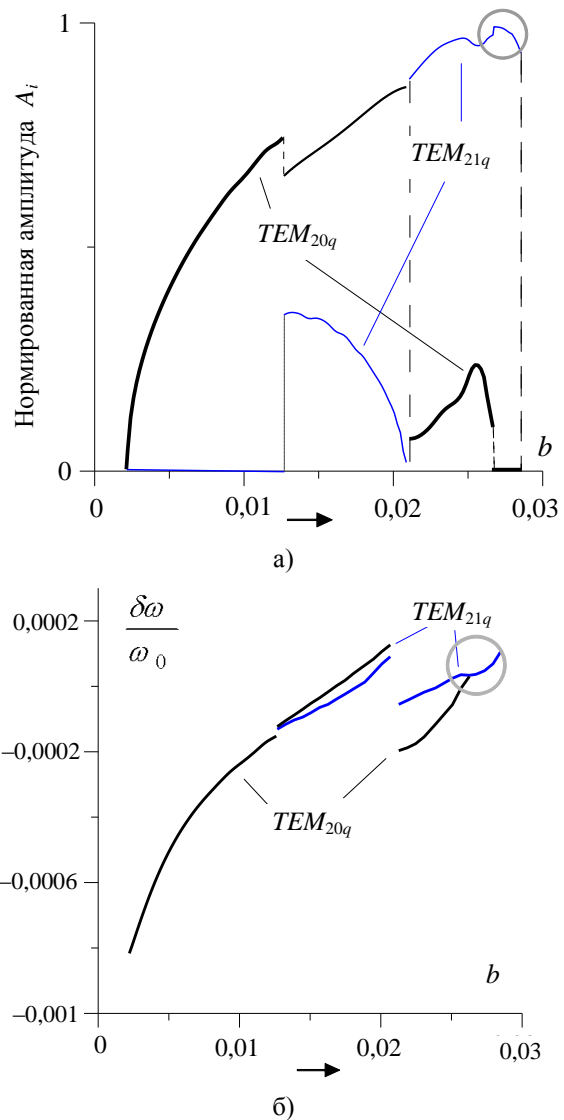


Рис. 9. Зоны генерации в двухчастотном режиме при прямом обходе по напряжению: а) – амплитуда; б) – частота генерации

Реализация конкретного режима зависит от направления хода напряжения, что свидетельствует о наличии гистерезиса, связанного с наличием нескольких устойчивых состояний. Состояние при данном напряжении зависит от предыстории. Так, в области, обведенной на рис. 9 и увеличенной на рис. 11 существуют следующие устойчивые состояния:

- состояние с нулевыми амплитудами мод, существующее при обратном ходе напряжения после срыва генерации (рис. 9, б);
- одночастотной генерации высшей моды, существующее при обратном ходе напряжения после срыва двухчастотной генерации, но без срыва одночастотной генерации;
- двухчастотной генерации с доминированием высшей моды при прямом ходе напряжения.

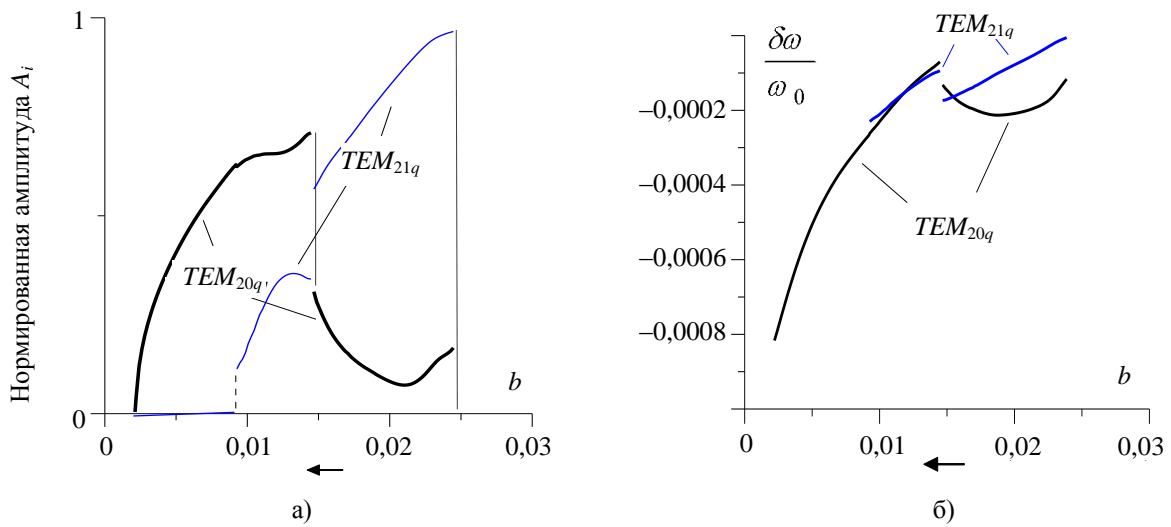


Рис. 10. Зоны генерации в двухчастотном режиме при обратном обходе после срыва генерации: а) – амплитуда; б) – частота генерации

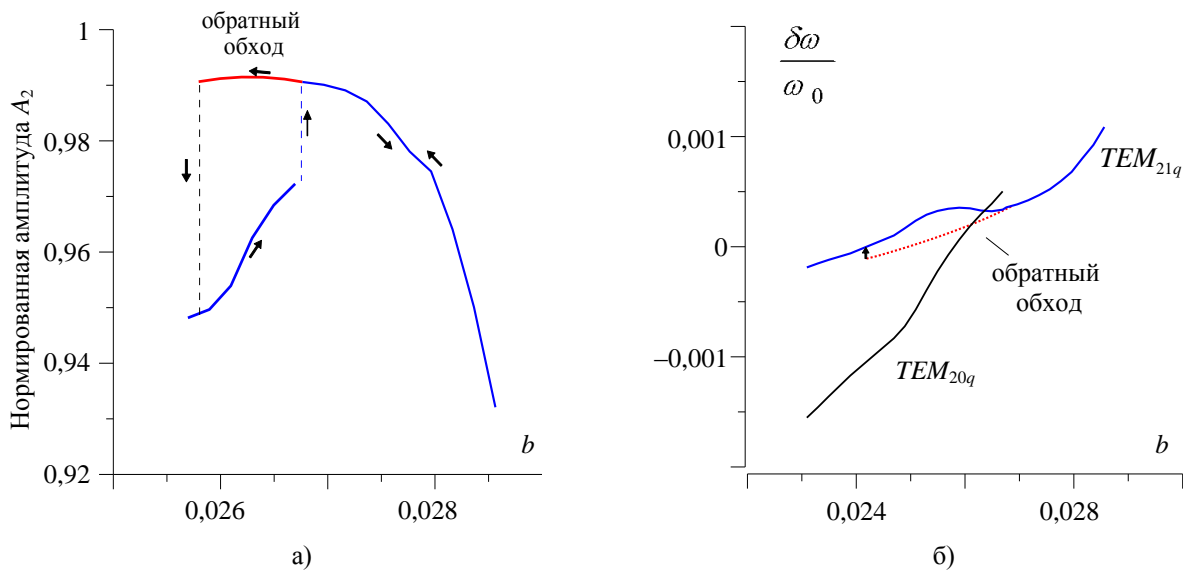


Рис. 11. Фрагмент зоны генерации: увеличенный фрагмент рис. 9 при обратном ходе напряжения после срыва двухчастотной генерации, но без срыва одночастотной генерации: а) – амплитуда; б) – частота генерации

Из рис. 9, б и 10, б видно, что крутизна частотной характеристики меняет знак в точке $\frac{d(\delta\omega)}{db} = 0$, где колебание имеет повышенную стабильность частоты. Такие явления наблюдались экспериментально [12, 15]: при появлении двухмодовой генерации существовали участки с малой частотной крутизной и улучшенным спектром выходного сигнала.

Выводы. Таким образом, рассмотрены процессы возбуждения колебаний в ГДИ с ОР, имеющим близкие резонансные частоты. Получена система интегро-дифференциальных уравнений, описывающая двухмодовую генерацию в случае,

когда разность частот мод может быть сравнима с шириной резонансной кривой. Показано, что при взаимодействии основной и высшей мод возможна устойчивая двухчастотная генерация. Рассмотрены процессы установления колебаний. Обнаружено увеличение времени переходных процессов в двухмодовом ГДИ по сравнению с одномодовым. На фазовой плоскости системы взаимодействующих мод показано существование нескольких устойчивых режимов генерации при одной и той же скорости ЭП, и следовательно, существование гистерезиса при перестройке по напряжению. Построены зоны генерации в двухчастотном режиме при разных направлениях хода напряжения. С по-

мощью фазовой плоскости уравнения движения электронов проведен анализ физических процессов взаимодействия ЭП с полем двухмодового ОР. При самосинхронизации мод найдены режимы с повышенной стабильностью частоты, что делает их перспективными для приложений, требующих высокое качество спектра. Полученные численные результаты качественно согласуются с известными экспериментальными.

1. Шестопалов В. П., Вертий А. А., Ермак Г. П. и др. Генераторы дифракционного излучения. – Киев: Наук. думка, 1991. – 317 с.
2. Вайнштейн Л. А. Общая теория электронных автогенераторов // Электроника больших мощностей. – 1968. – № 6. – С. 84-129.
3. Воробейчик Э. С., Пойзнер Б. Н. Конкуренция колебаний в «классических» СВЧ генераторах: Лекции по электронике СВЧ. – Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 1978. – Кн. 3. – С. 139-162.
4. Нусинович Г. С. Взаимодействие мод в МЦР генераторах: Лекции по электронике СВЧ. – Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 1978. – Кн. 3. – С. 163-198.
5. Лукин К. А. Нелинейная теория ГДИ: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Харьков, 1979. – 19 с.
6. Лукин К. А. О двух методах анализа многочастотных режимов усилителей СВЧ // Радиотехника и электрон. – 1982. – 27, № 9. – С. 1813-1816.
7. Запелов В. Е., Нусинович Г. С. Установление колебаний в двухмодовом гиротроне // Изв. вузов. Радиофизика. – 1984. – 7, № 11. – С. 117-120.
8. Гинзбург Н. С., Ковалев Н. Ф., Петелин М. И. Конкуренция и кооперация мод в электронных СВЧ генераторах с пространственно развитыми электродинамическими системами // В кн.: Генераторы и усилители на релятивистских электронных потоках. – М.: Изд-во МГУ. – 1987. – С. 142-153.
9. Ермак Г. П., Лукин К. А., Шестопалов В. П. Взаимодействие мод в генераторе дифракционного излучения // Изв. вузов. Радиофизика. – 1986. – 289, № 5. – С. 610-617.
10. Nusinovich G. S. Review of the theory of mode interaction in gyrodevices // IEEE Transactions on Plasma Science. – 1999. – 27, No. 2. – P. 313-326.
11. Lutger S. Mode competition in orotron // Int. Journal of Infrared and Millimeter waves. – 1992. – 13, No. 1. – P. 71-90.
12. Vorob'ev G. S., Tsvyk A. I. Experimental investigation of hysteresis phenomena in a generator of diffraction radiation // Radio-physics and Quantum Electronics. – 1982. – 25, No. 9. – P. 764-768.
13. Цвык А. И., Шестопалов В. П. Процессы установления одно- и многомодовых колебаний в импульсном ГДИ // Изв. вузов. Радиофизика. – 1983. – 29. – С. 330-336.
14. Мирошниченко В. С. Конкуренция и кооперация мод в малообъемном ГДИ с периодической структурой из связанных желобковых волноводов // Радиофизика и электроника. – Харьков: Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины. – 2008. – 13, № 1. – С. 71-78.
15. Курин В. Г. Получение многочастотных сигналов в генераторах дифракционного излучения // Там же. – С. 110-113.
16. Евдокименко Ю. И., Лукин К. А., Ревин И. Д. и др. О новом механизме возбуждения генератора дифракционного излучения на свободных электронах // Докл. АН СССР. – 1982. – 265, № 2. – С. 318-321.
17. Евдокименко Ю. И., Лукин К. А., Ревин И. Д. и др. Об одной особенности преобразования энергии в генераторах дифракционного излучения – лазерах на свободных электронах // Докл. АН СССР. – 1983. – 268, № 4. – С. 853-856.
18. Лукин К. А., Якубенко И. В. Теория нестационарных процессов в генераторах дифракционного излучения при существенном изменении характеристик поля за время жизни электронов // Радиотехника и электрон. – 1988. – № 4. – С. 830-837.
19. Вайнштейн Л. А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. – М.: Сов. радио, 1966. – 475 с.
20. Лукин К. А., Поединчук А. Е., Шестопалов В. П. К теории возбуждения открытых резонаторов нелинейными токами. – Харьков, 1984. – 29 с. – (Препр./АН УССР. Ин-т радиофизики и электрон.; № 262)
21. Лукин К. А., Поединчук А. Е., Шестопалов В. П. Теория возбуждения открытых резонаторов нелинейными токами // Докл. АН СССР. – 1986. – 286, № 3. – С. 625-629.
22. Шестопалов В. П. Сумматорные уравнения в современной теории дифракции. – Киев: Наук. думка, 1983. – 251 с.
23. Шестопалов В. П. Спектральная теория и возбуждение открытых структур. – Киев: Наук. думка, 1987. – 252 с.
24. Кошаренко В. Н., Мележик П. Н., Поединчук А. Е., Шестопалов В. П. Численный алгоритм расчета точечного спектра одного класса открытых цилиндрических структур // Докл. АН УССР. Сер. А. – 1983. – № 2. – С. 55-58.
25. Вайнштейн Л. А., Солнцев В. А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. – М.: Сов. радио, 1973. – 400 с.
26. Шевчик В. Н., Трубецков Д. И. Аналитические методы в электронике СВЧ. – М.: Сов. радио, 1970. – 584 с.
27. Fox A. G., Li T. Resonant modes in a maser interferometer // Bell. Syst. Journal. – 1961. – 10, No. 2. – P. 453-488.
28. Будырев В. С., Фрадкин Э. Е. Интегральные уравнения открытых резонаторов // Оптика и спектроскопия. – 1964. – 24, № 4. – С. 583-596.
29. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. – М.: Физматгиз, 1959. – 915 с.

MULTI-MODE OSCILLATIONS IN DRO

K. A. Lukin, E. M. Khutoryan, A. I. Tsvyk

The theory of oscillations in DRO with open resonator having fundamental and higher modes with close frequencies has been considered. The stationary and transient regimes have been studied. The solution describing the stable two-mode oscillations during electron beam interaction with fundamental and higher modes has been obtained. The physical features of interaction of electron beam with mode fields of DRO open resonator have been studied using large particles ensemble phase plane. The obtained results have been compared with experiment.

Key words: DRO, multi-mode oscillation, open resonator, electron beam.

БАГАТОМОДОВІ КОЛИВАННЯ В ГДВ

К. О. Лукін, Е. М. Хуторян, О. І. Цвик

Розглянуто теорію коливань в генераторах дифракційного випромінювання (ГДВ) з відкритим резонатором (ВР), у спектрі якого основна та вища моди мають близькі частоти. Досліджуються стаціонарні та перехідні режими. Отримані рішення для сталого двохмодового режиму генерації при взаємодії електронного потоку (ЕП) з основною та вищою модами. Фізичні особливості взаємодії ЕП з полем мод ВР ГДВ аналізуються за допомогою фазового портрету ансамбля великих часток. Отримані результати порівнюються з експериментом.

Ключові слова: ГДВ, багатомодова генерація, відкритий резонатор, електронний потік.

Рукопись поступила 19 октября 2008 г.