

PACS: 91.60.Ba

Ю.А. Костандов, Л.Я. Локшина

## ВЛИЯНИЕ КОНТАКТНОГО ТРЕНИЯ НА ПОЛОЖЕНИЕ ГРАНИЦЫ ЗОН ПОЛНОГО КОНТАКТА И ПРОСКАЛЬЗЫВАНИЯ ПРИ СЖАТИИ ОБРАЗЦОВ ИЗ ХРУПКИХ МАТЕРИАЛОВ

Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского

Статья поступила в редакцию 15 июля 2015 года

*На основании экспериментальных и теоретических исследований разрушения образцов при их одноосном сжатии в зависимости от контактных условий сделан вывод о том, что касательное напряжение на поверхности контакта может быть равно нулю на его внешних частях. Это позволяет предположить, что разрушение начинается на границе зон полного контакта и проскальзывания. Проведен анализ влияния коэффициента контактного трения на положение границы зон полного контакта и проскальзывания при сжатии образцов из хрупких материалов прямоугольной формы с различным соотношением ширины и высоты и различными значениями коэффициента Пуассона. При условии, что на поверхности приложения нагрузки применим закон трения Амонтона–Кулона, предложен способ определения границы зон полного контакта и проскальзывания для различных значений коэффициента контактного трения и коэффициента Пуассона. Установлено хорошее согласие полученных результатов с экспериментальными данными.*

**Ключевые слова:** сжатие, разрушение, хрупкий материал, поверхность приложения нагрузки, полный контакт, проскальзывание, коэффициент контактного трения, коэффициент Пуассона

*На підставі експериментальних і теоретичних досліджень руйнування зразків при їхньому одноосному стискуванні залежно від контактних умов зроблено висновок про те, що дотичне напруження на поверхні контакту може дорівнювати нулю на його зовнішніх частках. Це дозволяє припустити, що руйнування починається на межі зон повного контакту й прослизання. Проведений аналіз впливу коефіцієнта контактного тертя на положення межі зон повного контакту та прослизання при стискуванні зразків з крихких матеріалів прямокутної форми з різним співвідношенням ширини й висоти та різними значеннями коефіцієнта Пуассона. За умови, що на поверхні прикладення навантаження застосований закон тертя Амонтона–Кулона, запропоновано спосіб визначення межі зон повного контакту та прослизання для різних значень коефіцієнта контактного тертя й коефіцієнта Пуассона. Встановлено добре узгодження отриманих результатів з експериментальними даними.*

**Ключові слова:** стискування, руйнування, крихкий матеріал, поверхня прикладення навантаження, повний контакт, прослизання, коефіцієнт контактного тертя, коефіцієнт Пуассона

Решение проблемы разрушения хрупких и квазихрупких твердых тел и сред, которыми являются, например, многие горные породы, строительные материалы и изделия из них, – актуальная задача современной геомеханики и механики деформируемого твердого тела. Существующие модели разрушения [1–3] не учитывают в полной мере влияния внешнего (контактного) трения на формирование в материале напряженно-деформированного состояния, а следовательно, и на развитие в нем разрушения.

При экспериментальном исследовании [4] характера разрушения образцов из песчано-цементного материала (ПЦМ) в зависимости от величины контактного трения, возникающего на поверхности приложения нагрузки при одноосном сжатии, установлено, что разрушение образца может начинаться не от угла нагружаемой поверхности, как полагается во многих работах [5–8], а на некотором расстоянии от него (рис. 1).

При проведении экспериментов по разрушению образцов из ПЦМ, ослабленных сквозной трещиной, различно ориентированной по отношению к направлению действующей нагрузки [9], также оказалось, что разрушение образца начинается на некотором расстоянии от угла нагружаемой поверхности (рис. 2).

Аналогичный вывод следует и в результате аналитического рассмотрения сжатия образца между жесткими штампами [10].

В работе [11] при экспериментальном исследовании параметров предельного состояния образцов из ПЦМ, габбро (рис. 3) и гранита (рис. 4) установлено, что изменение контактных условий между плитами пресса и нагружаемыми гранями образцов от практически проскальзывания до их приклеивания приводит к повышению значений предельных напряжений сжатия  $\sigma^*$  и модулей упругости  $E$  испытываемых образцов.

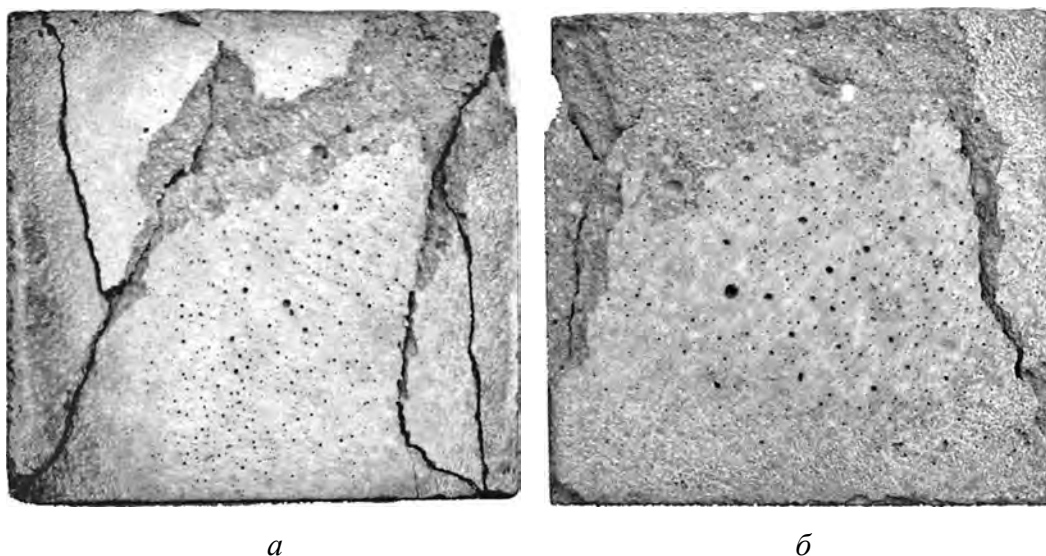
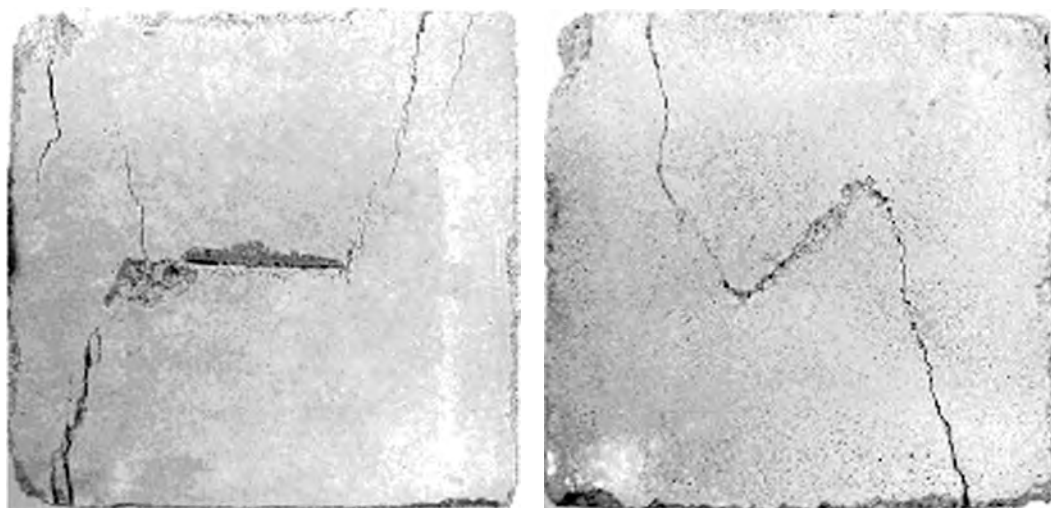


Рис. 1. Фотографии разрушенных образцов из ПЦМ размерами  $55 \times 55 \times 20$  mm при значениях коэффициента контактного трения  $k$ :  $a - 0.03$ ,  $б - 0.24$



*a*

*б*

**Рис. 2.** Развитие трещин в образцах из ПЦМ размерами  $55 \times 55 \times 20$  мм с различными углами наклона  $\alpha$  начальных сквозных трещин при их осевом сжатии: *a* –  $\alpha = 0$ , *б* –  $\pi/4$



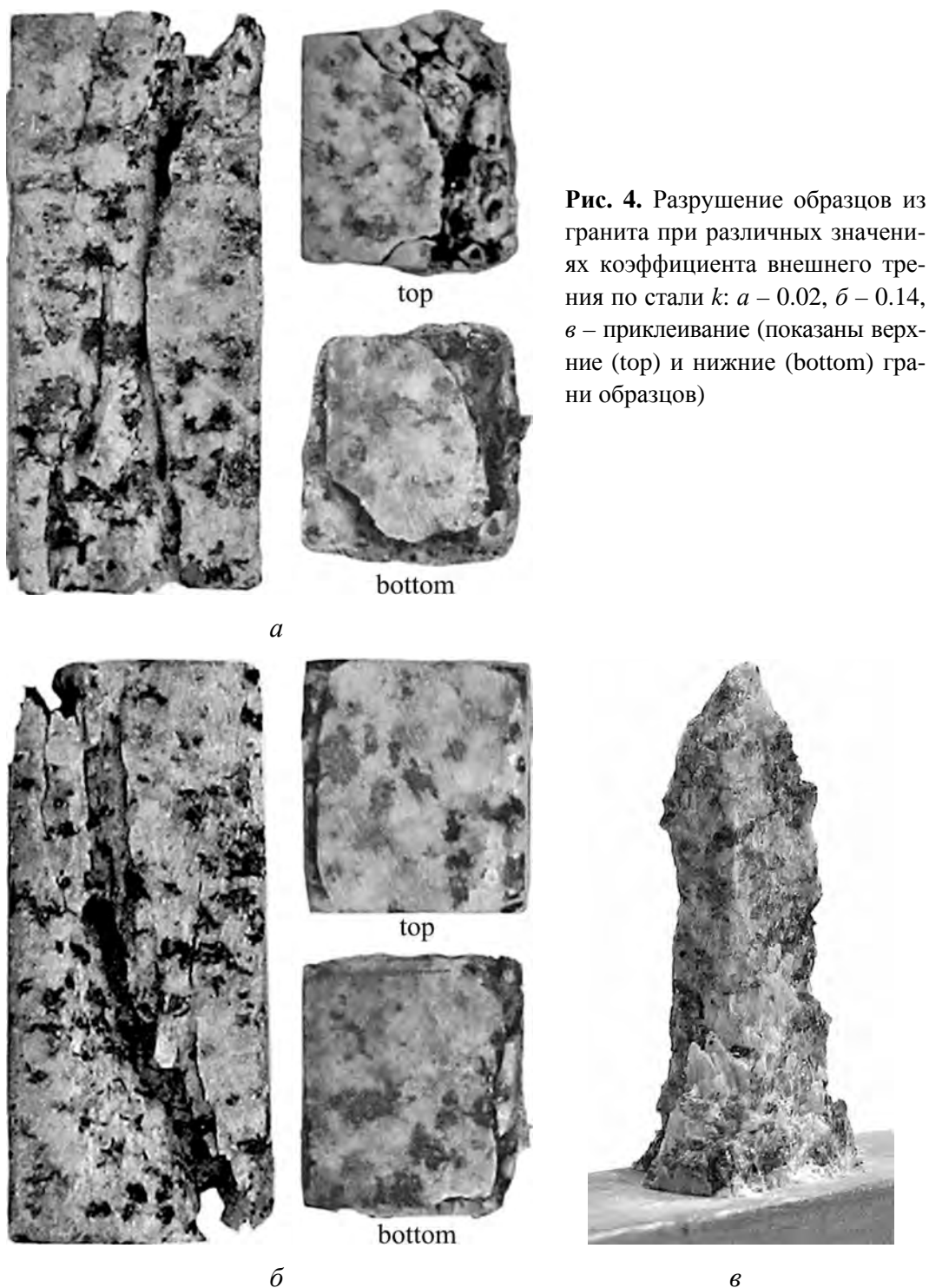
*a*

*б*



*в*

**Рис. 3.** Разрушение образцов из габбро при различных значениях коэффициента внешнего трения по стали *k*: *a* – 0.02, *б* – 0.11, *в* – 0.47 (приклеивание)



Необходимо отметить, что возрастание величин  $\sigma^*$  и  $E$  при повышении коэффициента контактного трения вплоть до приклеивания граней образцов к плитам прессы можно объяснить только тем, что в случае приклеивания нагружаемых граней образца к стальным плитам прессы на контактных поверхностях существует только одна зона полного контакта, находящаяся в их срединной части. При непосредственном же контакте нагружаемых гра-

ней образца со стальными плитами пресса без приклеивания на контактных поверхностях возникают две зоны: полного контакта и проскальзывания.

Из вышесказанного можно сделать вывод о том, что касательное напряжение на поверхности контакта не только не является постоянным вдоль нее (что следует также из работ [5,12,13]), но и может быть равно нулю на внешних частях поверхности контакта. Это позволяет предположить, что разрушение начнется именно на границе зон полного контакта и проскальзывания.

В данной работе рассматриваются контактные условия при одноосном сжатии между плитами пресса образца из хрупкого материала с учетом контактного трения на поверхности приложения нагрузки. Считается, что на поверхности приложения нагрузки применим закон трения Амонтона–Кулона:

$$\tau_k = k\sigma_y,$$

где  $\tau_k$  – контактное касательное напряжение,  $k$  – коэффициент внешнего (контактного) трения,  $\sigma_y$  – нормальное напряжение при одноосном сжатии.

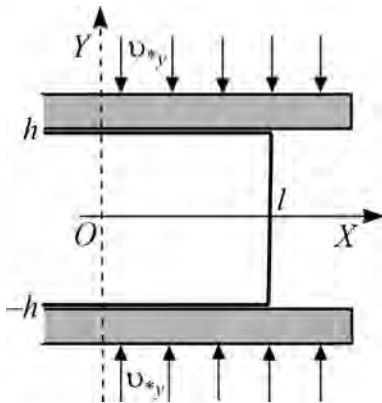


Рис. 5. Схема нагружения образца (его правой половины)

Рассмотрим образец из хрупкого материала шириной  $2l$  и высотой  $2h$  при одноосном сжатии вдоль оси  $OY$  между плитами пресса с заданным перемещением  $v_*$  (рис. 5).

Поскольку нагружение и деформирование образца симметричны относительно его продольной оси, рассматривается только правая половина образца.

Аналитическое решение данной задачи было получено в [14]. Из этого решения следует, что на поверхности контакта возникают две зоны: зона идеального контакта, примыкающая к оси  $OY$   $x = 0$ , и зона проскальзывания прилегающая к свободной

поверхности  $x = l$ . Граница раздела этих зон  $x = l_2$  может быть найдена из трансцендентного уравнения

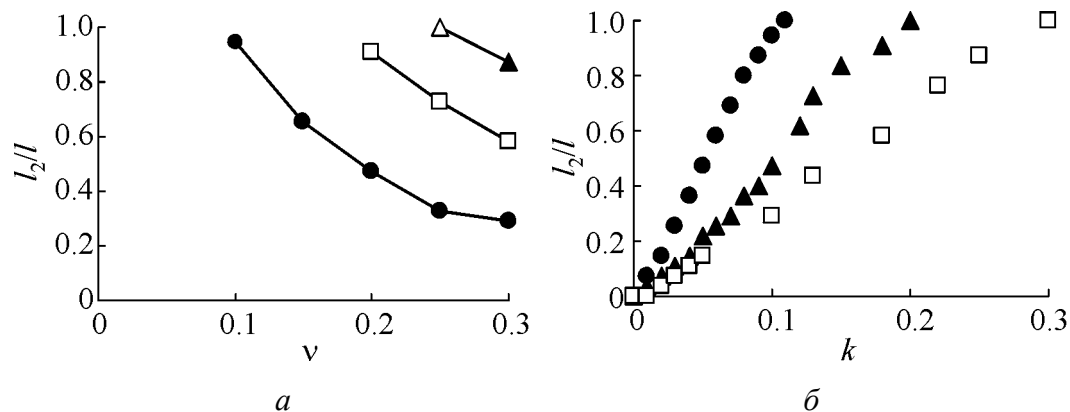
$$(1 - v_*^2) \exp\left(\frac{kv_*(l - l_2)}{h}\right) \left(\frac{kv_* \operatorname{cth}(\alpha l_2)}{h\alpha} + 1\right) = 1, \quad (1)$$

где  $v_* = \frac{v}{1 - v}$  ( $v$  – коэффициент Пуассона),  $\alpha = \frac{1}{h} \sqrt{\frac{3(1 - v)}{2}}$ .

В настоящей работе уравнение (1) решалось численно для различных значений коэффициента Пуассона и коэффициента контактного трения, а также для различных соотношений высоты  $2h$  и ширины  $2l$  образца.

Были рассмотрены образцы четырех видов: «квадрат» ( $l/h = 1$ ), «столбик» (0.5), «полоса» (2), «широкая полоса» (4). Коэффициент Пуассона изменялся от 0.09 до 0.3, коэффициент контактного трения – от 0 (полное проскальзывание) до 0.5 для «широкой полосы».

Для всех указанных случаев найдены границы зон полного контакта и проскальзывания. На рис. 6 для случая  $l = h$  приведены графики зависимостей относительной ширины зоны полного контакта  $l_2/l$  от коэффициента Пуассона и коэффициента контактного трения.



**Рис. 6.** Зависимости относительной ширины зоны полного контакта  $l_2/l$  от коэффициента Пуассона для различных значений коэффициента контактного трения (*а*: ● –  $k = 0.1$ , □ –  $0.2$ , ▲ –  $0.3$ ) и от коэффициента контактного трения  $k$  для различных значений коэффициентов Пуассона (*б*: ● –  $\nu = 0.1$ , ▲ –  $0.2$ , □ –  $0.3$ )

Из приведенных данных следует, что зона полного контакта уменьшается с ростом коэффициента Пуассона  $\nu$  и увеличивается с ростом коэффициента контактного трения  $k$ , а при  $k \geq k^*$  на контактных поверхностях существует одна зона – зона полного контакта. Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными [4,10,11] и данными о зависимости характера разрушения от контактного трения для образцов из габбро (см. рис. 4) и гранита (см. рис. 5).

Таким образом, можно сделать вывод о важности учета влияния внешнего (контактного) трения на формирование в хрупком материале напряженно-деформированного состояния и на развитие в нем разрушения, а также справедливости предположения о наличии на поверхности образца зон полного контакта и проскальзывания. Хорошее согласие полученных расчетов с экспериментальными данными позволяет применять описанный метод расчета для определения границы зон полного контакта и проскальзывания для образцов из хрупких материалов.

1. Л.М. Качанов, Основы механики разрушения, Наука, Москва (1974).
2. Л.И. Слепян, Механика трещин, Судостроение, Ленинград (1990).
3. Г.М. Бартенев, Прочность и механизм разрушения полимеров, Химия, Москва (1984).
4. Ю.А. Костандов, В.С. Медведев, Геотехническая механика: Межвед. сб. науч. тр., ИГТМ НАНУ, Днепрпетровск (2012), вып. 97, с. 231–240.

5. Л.М. Васильев, Д.Л. Васильев, Геотехническая механика: Межвед. сб. науч. тр., ИГТМ НАНУ, Днепропетровск (2003), вып. 42, с. 73–80.
6. Л.Я. Локшина, Ю.А. Костандов, Материалы XV Междунар. науч. конф. «Современные проблемы механики сплошной среды» 3–7 декабря 2011 г., Южный федеральный ун-т, Ростов-на-Дону (2011), с. 901–905.
7. М.В. Сторожев, Е.А. Попов, Теория обработки металлов давлением, Машиностроение, Москва (1977).
8. Л.М. Качанов, Основы теории пластичности, Наука, Москва (1969).
9. Ю.А. Костандов, П.В. Макаров, М.О. Еремин, И.Ю. Смолин, И.Е. Шиповский, Прикладная механика **49**, № 1, 113 (2013).
10. Л.Я. Локшина, Ю.А. Костандов, Физико-технические проблемы горного производства. Сб. науч. тр., Институт физики горных процессов НАНУ, Донецк (2013), вып. 16, с. 41–49.
11. Ю.А. Костандов, Материалы XXIII Международной научной школы им. акад. С.А. Христиановича, ТНУ, Симферополь (2013), с. 149–157.
12. Л.А. Галин, Контактные задачи теории упругости, Гостехиздат, Москва (1953).
13. С.П. Тимошенко, Курс теории упругости, Наукова думка, Киев (1972).
14. А.Е. Алексеев, ПМТФ **43**, № 4, 161 (2002).

Yu.A. Kostandov, L.Ya. Lokshyna

## EFFECT OF CONTACT FRICTION ON THE POSITION OF THE ZONE OF FULL CONTACT AND SLIPPAGE BOUNDARY AT COMPRESSION OF THE SAMPLES OF BRITTLE MATERIALS

With basing on the experimental and theoretical studies of the samples fracture at the monoaxial compression depending on contact conditions, the conclusion is made that the tangential stress on a surface of contact can be equal to zero on its external parts. This fact allows an assumption that the fracture begins at the boundary of the zones of full contact and a slippage. The effect of contact friction factor on the position of the boundary of the full contact zones and a slippage was tested under compression of rectangular shape samples of brittle materials with a varied ratio of width and height and different values of Poisson's ratio. Provided that on a loaded surface the Amonton–Coulomb friction law is valid, the method of definition of the boundary of zones of full contact and a slippage for different values of the contact friction factor and the Poisson's ratio is offered. The obtained results are in good agreement with the experimental data.

**Keywords:** compression, fracture, brittle material, loading surface, full contact, slippage, contact friction factor, Poisson's ratio

**Fig. 1.** Photos of the fractured samples of  $55 \times 55 \times 20$  mm in size at the contact friction coefficient  $k$ :  $a - 0.03$ ,  $b - 0.24$

**Fig. 2.** Crack evolution in the samples of  $55 \times 55 \times 20$  mm in size at the varied inclination angle  $\alpha$  of the initial through cracks under the axial compression:  $a - \alpha = 0$ ,  $b - \pi/4$

**Fig. 3.** Fracture of gabbro samples at the varied coefficient of contact friction on steel  $k$ :  $a - 0.02$ ,  $b - 0.11$ ,  $c - 0.47$  (gluing)

**Fig. 4.** Fracture of granite samples at the varied coefficient of contact friction on steel  $k$ :  $a - 0.02$ ,  $b - 0.14$ ,  $c -$  gluing (the top and bottom faces of the samples are demonstrated)

**Fig. 5.** Loading scheme (the right-hand part of the sample)

**Fig. 6.** The relative width of the full contact zone  $l_2/l$  vs the Poisson coefficient  $\nu$  at the varied contact friction ( $a$ :  $\bullet - k = 0.1$ ,  $\square - 0.2$ ,  $\blacktriangle - 0.3$ ) and vs the contact friction coefficient  $k$  at the varied Poisson coefficient ( $b$ :  $\bullet - \nu = 0.1$ ,  $\blacktriangle - 0.2$ ,  $\square - 0.3$ )