

УДК 523.9;523.62-726;523.4-854;524.5;551.510.537;533.951

П. П. Маловичко

Главная астрономическая обсерватория Национальной академии наук Украины
ул. Академика Заболотного 27, Киев, 03680
malovich@mao.kiev.ua

Свойства диспергирующих альвеновских волн. 4. Гидродинамика (плазма конечного и высокого давлений)

В гидродинамическом приближении исследуется поведение диспергирующих альвеновских волн (ДАВ) в до сих пор не исследованных областях — астрофизической плазме конечного и высокого давлений. Проведен анализ и сравнение результатов с кинетическим подходом. Показано, что в рамках гидродинамического подхода, в отличие от кинетического, для плазмы конечного и высокого давлений удастся получить одно общее решение для ДАВ. В области слабого затухания волн кинетические и гидродинамические решения согласуются очень хорошо, однако есть области параметров, где решения существенным образом отличаются, особенно это касается плазмы высокого давления. Проанализировано влияние параметров астрофизической среды на поведение и свойства ДАВ. Получены все основные характеристики волн — дисперсия, затухание, поляризация, возмущения плотности, возмущения плотности заряда. Так как плазма конечного давления является одним из наиболее распространенных состояний астрофизической плазмы, учет особенности поведения таких волн очень важен для наблюдения и регистрации таких волн, а также для более правильного понимания поведения и роли таких волн в различных астрофизических процессах, протекающих в космической среде.

ВЛАСТИВОСТІ ДИСПЕРСИВНИХ АЛЬВЕНІВСЬКИХ ХВИЛЬ. 4. ГІДРОДИНАМІКА (ПЛАЗМА КІНЦЕВОГО ТА ВИСОКОГО ТИСКУ), Маловичко П. П. — У гідродинамічному наближенні досліджується поведінка дисперсивних альвенівських хвиль (ДАХ) у областях, які досі не досліджені — астрофізичній плазмі кінцевого та високого тиску. Проведено аналіз та порівняння результатів з кінетичним підходом. Показано, що в рамках гідродинамічного підходу, на відміну від кінетичного, для плазми кінцевого та високого тиску вдається отримати один повний розв'язок для ДАВ. В області слабого затухання хвиль

кінетичні та гідродинамічні рішення узгоджуються дуже добре, однак є області параметрів, де розв'язки суттєвим чином різняться, особливо це стосується плазми високого тиску. Проаналізовано вплив параметрів астрофізичного середовища на поведінку та властивості ДАХ. Отримано усі основні характеристики хвиль — дисперсію, затухання, поляризацію, збурення густини, збурення густини заряду. Через те що плазма кінцевого тиску є одним із найбільш поширених станів астрофізичної плазми, врахування особливостей поведінки таких хвиль дуже важливе для спостереження та реєстрації таких хвиль, а також для більш адекватного розуміння поведінки та ролі таких хвиль у різноманітних астрофізичних процесах, що відбуваються у космічному середовищі.

SOME PROPERTIES OF DISPERSIVE ALFVEN WAVES. 4. HYDRODYNAMICS (FINITE AND HIGH PRESSURE PLASMA), by Malovichko P. P. — The behaviour of dispersive Alfvén waves (DAW) for some unstudied regions like finite and high pressure astrophysical plasma is investigated in hydrodynamic approximation. Our results are analyzed and compared with ones obtained for the kinetic approach. It is shown that in the framework of the hydrodynamic approach, as opposed to the kinetic approach, one general solution for DAW can be obtained in a finite and high pressure plasma. In a very low damping region, the kinetic and hydrodynamic solutions agreed very well, but there exist parameter regions where the solutions are essentially different, especially for high pressure plasma. The influence of astrophysical environment parameters on the DAW behaviour and properties is analyzed. All of the main wave characteristics, namely, dispersion, damping, polarization, density perturbation, and charge density perturbation, are obtained. Since a finite pressure plasma is one of most abundant among astrophysical plasma conditions, consideration of behaviour features of such waves is very important for their observations and detection as well as for more correct understanding of the behaviour and role of such waves in various astrophysical processes of cosmic environment.

ВВЕДЕНИЕ

Среди низкочастотных волн следует особо выделить диспергирующие альвеновские волны (ДАВ) [2, 3, 5, 8, 11]. Такие волны обладают рядом свойств, которые позволяют им принимать активное участие во многих процессах и явлениях, протекающих в астрофизической плазме.

Отметим некоторые из наиболее важных свойств диспергирующих альвеновских волн. Прежде всего, ДАВ могут легко генерироваться в различных неравновесных ситуациях, которые часто возникают в магнитосфере Земли и планет, на Солнце, звездах, ядрах галактик, межзвездной среде, так как хорошо взаимодействуют с частица-

ми плазмы. Поэтому, например, в областях магнитосферы Земли, где наблюдаются пучки протонов или электронов, можно ожидать наличия диспергирующих альвеновских волн (границы магнитосферы, передний фронт головной ударной волны, каспы, плазменный слой хвоста). Кроме того, ДАВ могут генерироваться при возникновении асимметрии продольного и поперечного давления плазмы [16, 17], неоднородностей температуры [5], а также при наличии небольших продольных токов [1, 15] (границы магнитосферы, плазмосфера, плазменный слой хвоста и т. д.).

В отличие от «обычных» альвеновских волн, у ДАВ есть продольное электрическое поле, поэтому они, как и магнитозвуковые волны, могут эффективно ускорять заряженные частицы [9, 10, 14, 19, 20, 22]. Фазовая скорость ДАВ существенно зависит от поперечных масштабов волны и может изменяться в широком диапазоне от альвеновской скорости вплоть до тепловой скорости электронов, поэтому ДАВ способны ускорять широкий спектр частиц до достаточно больших скоростей.

Диспергирующие альвеновские волны хорошо взаимодействуют с тепловыми частицами, затухая и передавая им свою энергию, поэтому в процессе распространения вдоль силовых линий могут прогревать разнообразные магнитные структуры, их оболочки и центральные части, такие как солнечные магнитные петли [6, 7, 12, 13, 18, 21, 23].

Учитывая особую роль, которую могут играть ДАВ в разнообразных астрофизических процессах, есть острая необходимость подробно исследовать поведение и свойства этих волн в конкретных астрофизических условиях, особенно в плазме конечного давления, которая является, наряду с плазмой низкого давления, одним из наиболее распространенных состояний космической среды (некоторые области Солнечной атмосферы, межзвездной среды и звезд, солнечный ветер вблизи и за орбитой Земли, плазменный слой хвоста магнитосферы Земли и т. д.).

В работе [3] в кинетическом приближении исследовано поведение и свойства диспергирующих альвеновских волн, в ранее не исследованных областях астрофизической среды — плазме конечного и высокого давлений. Гидродинамические модели широко используются при анализе волновых процессов, а также при моделировании различных астрофизических явлений. Как отмечалось в работе [2], кроме хорошего совпадения результатов гидродинамического и кинетического подходов для плазмы очень низкого, промежуточного и низкого давлений, есть и существенные отличия. Учитывая особую роль и важность гидродинамических моделей при моделировании различных астрофизических процессов, представляется весьма актуальным и интересным сравнить результаты теоретических расчетов свойств диспергирующих альвеновских волн, получаемые при гидродинамическом подходе и более точном кинетическом подходе, также и для космической плазмы конечного и высокого давлений.

Данная работа посвящена подробному исследованию свойств диспергирующих альвеновских волн в астрофизической плазме конечного и высокого давлений с использованием гидродинамических уравнений. В работе охвачены практически все возможные случаи, когда поведение альвеновских волн может отличаться от «классического». Особо отметим, что при вычислениях не используется двухпотенциальное приближение, которое является не достаточно обоснованным и часто используется для облегчения вычислений, также не используется иногда применяемое условие нейтральности плазмы. Для получения результатов в использование этих приближений и упрощений нет необходимости.

СВОЙСТВА ДИСПЕРГИРУЮЩИХ АЛЬВЕНОВСКИХ ВОЛН

В плазме конечного давления, где $\beta_i \sim (v_{Ti}/v_A)^2 \sim 1$ (β_i — отношение газокINETического давления ионов к давлению магнитного поля, v_{Ti} — тепловая скорость ионов, v_A — альвеновская скорость), и в плазме высокого давления ($\beta_i \gg 1$) альвеновская скорость равна или меньше тепловой скорости ионов, поэтому для нерелятивистской плазмы отношение v_A/c (c — скорость света) очень малая величина ($v_A/c < v_{Ti}/c \ll 1$), которая, как показывает анализ решений, не влияет на поведение ДАВ. Для того чтобы упростить и без того громоздкие выражения, величиной v_A/c будем сразу пренебрегать.

При вычислении основных характеристик волн будем использовать общие выражения для поляризации электрического и магнитного полей, возмущений плотности, возмущений плотности заряда и тензора диэлектрической проницаемости, полученные в работе [4].

Отметим, что для двукомпонентной протонно-электронной плазмы конечного и высокого давлений общее дисперсионное уравнение упростить не удастся, поэтому для получения дисперсии ДАВ будем использовать полное дисперсионное уравнение [2]:

$$\begin{aligned} & \left\{ [(k_z c)^2 \epsilon_{zz} - (k_x c)^2 \epsilon_{xx} - 2(k_x k_z c)^2 \epsilon_{xz}] [(kc)^2 \epsilon_{yy} - \omega^2] \right. \\ & \left. [k_z c \epsilon_{yz} - k_x c \epsilon_{xy}]^2 \right\} / \left\{ [\epsilon_{xx} \epsilon_{zz} - \epsilon_{xz}^2] [(kc)^2 \epsilon_{yy} - \omega^2] - \epsilon_{xx} (\epsilon_{yz})^2 \right. \\ & \left. - \epsilon_{zz} (\epsilon_{xy})^2 - 2 \epsilon_{xy} \epsilon_{xz} \epsilon_{yz} \right\}, \end{aligned} \quad (1)$$

где k, k_z, k_x ($k_z = k_{\parallel}, k_x = k_{\perp}$) — модуль и проекции волнового вектора на направления вдоль и поперек магнитного поля (волновой вектор лежит в плоскости xz), ω — частота волны, ϵ_{ij} — тензор диэлектрической проницаемости, c — скорость света.

Изучение свойств кинетических альвеновских волн (плазма низкого давления) показало, что к кинетическим альвеновским волнам (КАВ), прежде всего, следует отнести ту часть альвеновской ветви, для которой параметр кинетичности альвеновской волны $z_i^{1/2} = L_i / v_{Ti}$ (L_i — ларморовский радиус протонов, v_{Ti} — поперечная по отноше-

нию к магнитному полю длина волны) порядка или значительно больше единицы. Из этого следует, что ω_{Li} , т. е. наиболее ярко свойства КАВ проявляются для волн, у которых поперечная длина волны порядка либо меньше ларморовского радиуса.

Отметим также, что продольная длина альвеновской волны λ_{\parallel} не может быть порядка ларморовского радиуса, так как в этом случае нарушится основное неравенство, используемое при получении дисперсии альвеновских волн — неравенство низкочастотности альвеновских волн $\omega \ll \omega_{Bi}$ (ω_{Bi} — циклотронная частота). Это означает, что КАВ можно считать практически поперечными альвеновскими волнами, т. е. $k_{\perp} \gg k_z$ (k_{\perp}, k_z — соответственно поперечный и продольный по отношению к магнитному полю волновые векторы). Это также касается и ДАВ в плазме конечного и высокого давлений. Поэтому в дальнейшем для получения более простых выражений будем рассматривать именно такие волны. Как показывает детальный анализ, такой подход значительно упрощает вычисления, и члены, которыми мы пренебрегаем, оказываются несущественными и практически не влияют на изменения свойств диспергирующих альвеновских волн.

В отличие от кинетического подхода [3], в рамках которого для каждой области параметра β_i приходится получать свое решение (что связано с наличием затухания Ландау и вследствие этого сложного поведения основных функций, содержащих частоту), при гидродинамическом подходе удастся получить общее решение для плазмы конечного и высокого давлений.

Сравнение результатов гидродинамического и кинетического подходов удобно проводить для каждой области параметра β_i отдельно, поэтому сначала получим общее решение, а затем перейдем к сравнению результатов и получению более простых приближенных выражений для плазмы конечного и высокого давлений.

ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ ДЛЯ ПЛАЗМЫ КОНЕЧНОГО И ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЙ

Дисперсия волн. В отличие от кинетического подхода [3], где при конечной и малой неизотермичности $T_e/T_i \gg 1$ (T_e — температура электронов, T_i — температура протонов) ионо-звуковые волны практически отсутствуют и не сказываются на дисперсии ДАВ, в гидродинамическом подходе ионно-звуковые волны могут существенно влиять на дисперсию, поэтому в гидродинамическом подходе вместо квадратного уравнения в общем случае получаем биквадратное уравнение относительно частоты. В результате, подставляя компоненты тензора диэлектрической проницаемости [4] в дисперсионное уравнение (1), получаем два решения, одно из которых описывает поведение ДАВ, а другое — ионно-звуковые волны:

$$(k_z v_A)^2 \frac{B \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}, \quad (2)$$

где

$$A = \frac{v_A^2}{v_{Ti}^2} \left(1 + \frac{T_e}{T_i} \left(1 + \frac{T_e}{T_i} z_i \frac{v_A}{v_{Te}} \right)^2 \left(1 + \frac{T_e}{T_i} z_i \frac{v_A}{v_{Te}} \right)^2 \right),$$

$$B = \left(1 + \frac{T_e}{T_i} \right) \left(2 + z_i \frac{v_A}{v_{Ti}} \right)^2 - \frac{v_A^2}{v_{Ti}^2},$$

$$C = \left(1 + \frac{T_e}{T_i} \right)^2,$$

где v_{Te} — тепловая скорость электронов, $z_i = (k_z v_{Ti} / \omega_{Bi})^2$, ω_{Bi} — циклотронная частота протонов.

Отметим, что решение со знаком плюс описывает дисперсию диспергирующих альвеновских волн, поэтому в дальнейшем будем анализировать именно это решение.

Для некоторых областей параметра из выражения (2) можно получить более простые, приближенные выражения.

Для $z_i = 0$ из (2) легко получаем дисперсию «обычных» альвеновских волн:

$$k_z v_A. \quad (3)$$

Для $z_i \gg (v_{Ti}/v_A)^2$ из (2) получаем

$$(k_z v_A)^2 z_i \frac{v_A}{v_{Ti}} \left(1 + \frac{T_e}{T_i} \frac{v_A}{v_{Ti}} \right)^2 \left(1 + \frac{T_e}{T_i} \frac{v_A}{v_{Te}} \right)^2 \left(1 + z_i \frac{T_e}{T_i} \frac{v_A}{v_{Te}} \right)^2. \quad (4)$$

Для асимптотического решения при z_i из выражения (4) получаем

$$(k_z v_{Te})^2 / z_e. \quad (5)$$

Из (5) следует одно из наиболее существенных отличий гидродинамического подхода от кинетического. В кинетическом подходе продольная фазовая скорость ДАВ с увеличением z_i стремится к тепловой скорости электронов v_{Te} , при достижении которой волны становятся фактически не волнами, а аperiодически затухающими возмущениями. Поэтому можно считать, что кинетические волновые решения существуют только для z_i , меньших некоторого максимального значения $z_{i \max}$. В гидродинамическом подходе затухания волн нет, поэтому

решения существуют и при $z_i > z_{i\max}$, и фазовая скорость не ограничена тепловой скоростью электронов, а с увеличением z_i (z_i — сначала увеличивается до своего максимального значения $v/k_z \sim v_A (v_{Te}/v_{Ti})$, а затем уменьшается и стремится к нулю, это видно из формулы (5).

Групповая скорость. Рассмотрим скорость, с которой распространяется волна. Используя определение групповой скорости волны $v_{\text{Гр}} = \frac{d\omega}{dk}$, из дисперсии (2) легко получаем продольную относительно магнитного поля групповую скорость:

$$v_{\text{Гр}\parallel} = \frac{d\omega}{dk_z}, \quad (6)$$

которая полностью совпадает, как и в кинетическом подходе, с продольной фазовой скоростью.

Для поперечной групповой скорости получается довольно громоздкое выражение, поэтому анализ и оценки поперечной групповой скорости будем проводить для каждой области изменения параметра z_i отдельно.

Поляризация волн. В общем случае для всей области изменения параметра z_i , выражения для поляризации, в отличие от кинетического подхода [3], получаются очень громоздкими, поэтому приведем выражения для поляризации для наиболее важной области изменения параметра z_i , включающей область, где фазовая скорость диспергирующих альвеновских волн больше тепловой скорости протонов.

Из общего выражения для поляризации электрического поля [4] при $(k_z v_{Ti})^2 \ll (1 + z_i)^2$ получаем

$$E_y = i \frac{1}{B_i} \frac{1}{z_i} \left(1 - \frac{T_i}{T_e} z_e - \frac{k_z v_A}{v_{Ti}} \right)^2 \frac{T_e}{T_i} z_i E_x, \quad (7)$$

$$E_z = \frac{k_z}{k} \frac{T_e}{T_i} E_x.$$

Из (7) можно показать, что $E_x \gg E_y, E_z$. Таким образом, для ДАВ в плазме конечного и высокого давлений основной составляющей электрического поля является составляющая E_x .

Используя формулы для поляризации магнитного [4] и электрического полей (7), для диспергирующих альвеновских волн в плазме конечного и высокого давлений, для $(k_z v_{Ti})^2 \ll (1 + z_i)^2$ получаем

$$B_x = i \frac{1}{B_i} \frac{1}{z_i} \frac{(1 - T_i/T_e)z_e - (k_z v_A/v_{Ti})^2 (1 - T_e/T_i)z_i}{(1 - T_e/T_i)} B_y,$$

$$B_y = \frac{\mu_0}{B_i} \frac{k_z v_A}{v_{Ti}} \left(1 - \frac{T_e}{T_i} \right) E_x, \quad (8)$$

$$B_z = i \frac{1}{B_i} \frac{k}{k_z} \frac{v_A}{v_{Ti}} z_i^{1/2} \frac{1 - (1 - T_i/T_e)z_e - (k_z v_A/v_{Ti})^2 (1 - T_e/T_i)z_i}{1 - T_e/T_i} B_y.$$

Из (8) можно показать, что $B_y \gg B_x, B_z$. Таким образом, для ДАВ в плазме конечного и высокого давлений основной составляющей магнитного поля является составляющая B_y .

Возмущения плотности. В общем случае для всей области изменения параметра z_i , выражения для возмущений плотности, в отличие от кинетического подхода [3], получаются очень громоздкими, поэтому приведем выражения для возмущений плотности для наиболее важной области изменения параметра z_i , включающей область, где фазовая скорость диспергирующих альвеновских волн больше тепловой скорости протонов.

Для возмущений плотности протонов и электронов из общего выражения для возмущения плотности [4], используя поляризацию электрического (7) и магнитного (8) полей, при $(k_z v_{Ti})^2 \ll (1 + z_i)^2$ получаем

$$\frac{n_i}{n_{0i}} - \frac{n_e}{n_{0e}} = i \frac{v_A}{v_{Ti}} \frac{1}{k_z v_A} z_i^{1/2} \left(1 - \frac{T_e}{T_i} \right) \frac{B_y}{B_0}. \quad (9)$$

Анализ выражения (9) и сравнение с кинетическим подходом проведем для каждой области параметра z_i отдельно.

Возмущения плотности заряда. В общем случае для всей области изменения параметра z_i выражения для возмущений плотности заряда (в отличие от кинетического подхода [3]) получаются очень громоздкими, поэтому приведем выражения для возмущений плотности для наиболее важной области изменения параметра z_i , включающей область, где фазовая скорость диспергирующих альвеновских волн больше тепловой скорости протонов.

При вычислении плотности электронов и протонов (9) величина v_A / c считалась пренебрежимо малой, в результате этого плотности протонов и электронов оказались равными друг другу, и выражение для возмущений плотности заряда волны из возмущений плотности (9) получить нельзя (в этом случае $n_i + n_e = 0$). Поэтому выражение для возмущений плотности заряда получим из общей формулы [4] при $(k_z v_{Ti})^2 \ll (1 + z_i)^2$:

$$\frac{n_i + n_e}{n_{0i} + n_{0e}} = i \frac{v_A}{v_{Ti}} \frac{v_A}{c} z_i^{1/2} \frac{1}{k_z v_A} \left(1 - \frac{T_e}{T_i} \right) \frac{B_y}{B_0}. \quad (10)$$

Перейдем к вычислению свойств диспергирующих альвеновских волн в плазме конечного и высокого давлений и сравнению результатов кинетического и гидродинамического подходов.

ПЛАЗМА КОНЕЧНОГО ДАВЛЕНИЯ

Отметим, что плазма конечного давления ($z_i \sim 1$, т. е. $v_A \sim v_{Ti}$, $T_i/T_e \sim 1$), — достаточно распространенное состояние космической среды. В области гелиосферы в таком состоянии находятся некоторые

области хромосферы и короны Солнца, солнечного ветра (за орбитой Земли), плазменный слой хвоста магнитосферы Земли. Плазма низкого давления и плазма конечного давления — это два основных состояния, в котором находится космическая плазма.

Дисперсия волн. Полное решение для дисперсии ДАВ в плазме конечного давления описывается формулой (2). Для того чтобы сравнить гидродинамический и кинетический подходы [3], сделаем соответствующие упрощения.

Для $z_i = 0$ из (3) легко получаем выражение для дисперсии «обычных» альвеновских волн:

$$k_z v_A, \quad (11)$$

которое полностью совпадает с кинетическим решением [3].

Для $z_i \gg 1$, учитывая, что в кинетическом подходе для слабозатухающих решений необходимо наложить дополнительное ограничение $z_i \ll m_i / m_e$, из (4) получаем

$$(k_z v_A)^2 z_i \frac{v_A}{v_{Ti}} \frac{1 - T_e / T_i}{(v_A / v_{Ti})^2 (1 - T_e / T_i)}. \quad (12)$$

Сравнивая (12) с соответствующим решением кинетического подхода [3], видим полное совпадение результатов.

Основные различия решений видны в области $z_i \sim 1$ и $z_i > m_i / m_e$. При конечной неизотермичности ($T_e / T_i \neq 1$), в отличие от кинетического подхода, в гидродинамическом подходе существуют ионно-звуковые волны, что сказывается на решении, поэтому гидродинамическое решение (2) при конечных $z_i \sim 1$ имеет более сложный вид, чем в кинетическом подходе [3]. Для $z_i > m_i / m_e$ в кинетическом подходе ДАВ практически аperiодически затухают, поэтому можно считать, что таких волн не существует. В гидродинамическом подходе затухания нет, поэтому решение (4) существует и при $z_i > m_i / m_e$.

Из решений следуют также существенные различия поведения продольной фазовой скорости ω / k_z диспергирующих альвеновских волн. В кинетическом подходе продольная фазовая скорость монотонно увеличивается от альвеновской скорости v_A до тепловой скорости электронов v_{Te} , и волны становятся практически аperiодически затухающими. В гидродинамическом подходе продольная фазовая скорость ДАВ монотонно увеличивается от альвеновской скорости до тепловой скорости электронов, а затем, с увеличением поперечных масштабов длин волн и соответственно увеличением z_i , уменьшается до нуля.

Групповая скорость. Как и в кинетическом подходе, продольная групповая скорость совпадает с продольной фазовой скоростью:

$$v_{Гр\parallel} = \omega / k_z, \quad (13)$$

Для того чтобы не выписывать громоздкое выражение, для поперечной составляющей групповой скорости приведем оценку

$$v_{Гр\perp} / v_{Гр\parallel} < \omega / v_{Bi}. \quad (14)$$

Поскольку для низкочастотных волн $k_z v_A / \omega_{Bi} \ll 1$, поперечная групповая скорость ДАВ, как и в кинетическом подходе, значительно меньше продольной групповой скорости, при этом оценки поперечной групповой скорости полностью совпадают [3]. Следует отметить, что в плазме низкого давления, а тем более в плазме очень низкого давления, ограничения на максимальное значение поперечной групповой скорости более жесткие.

Таким образом, ДАВ в плазме конечного давления, как и в плазме очень низкого, промежуточного и низкого давлений, распространяются практически вдоль магнитного поля.

Поляризация волн. Как уже отмечалось выше, в гидродинамическом подходе общие выражения для поляризации электрического и магнитного полей из-за наличия ионно-звуковых волн имеют очень громоздкий вид. Для $z_i \gg 1$ поляризации электрического и магнитного поля описываются формулами (7), (8).

Для того чтобы сравнить с результатами кинетического подхода, получим более простые выражения в области $1 \ll z_i \ll m_i / m_e$, где выражения не настолько громоздки и где существуют слабо затухающие кинетические решения.

Для $1 \ll z_i \ll m_i / m_e$ из (7) для поляризации электрического поля получаем

$$\begin{aligned} E_y &= i \frac{1}{\omega_{Bi} z_i} \left[1 - \frac{k_z v_A}{\omega} \right]^2 \frac{T_e}{T_i} z_i E_x, \\ E_z &= \frac{k_z}{k} \frac{T_e}{T_i} E_x. \end{aligned} \quad (15)$$

Из (15) можно показать, что $E_x \gg E_y, E_z$. Таким образом, для ДАВ в плазме конечного давления, как и в плазме очень низкого, промежуточного и низкого давлений, основной составляющей электрического поля является E_x .

Сравнивая с выражениями для поляризации, полученными в кинетическом подходе [3], предварительно упростив их в приближении $z_i \gg 1$, видим, что результаты обоих подходов полностью совпадают в наиболее важной области ДАВ ($1 \ll z_i \ll m_i / m_e$), где происходит наиболее существенное изменение их поведения и где существуют кинетические решения.

При $1 \ll z_i \ll m_i / m_e$ для поляризации магнитного поля из (8) получаем

$$\begin{aligned} B_x &= i \frac{1}{\omega_{Bi} z_i} \frac{1 - (k_z v_A / \omega)^2 (1 - T_e / T_i) z_i}{(1 - T_e / T_i)} B_y, \\ B_y &= \frac{\rho_i}{\omega_{Bi}} \frac{k_z v_A}{\omega} \left[1 - \frac{T_e}{T_i} \right] E_x, \\ B_z &= i \frac{k}{\omega_{Bi}} \frac{v_A}{k_z v_{Ti}} z_i^{1/2} \frac{1 - (k_z v_A / \omega)^2 (1 - T_e / T_i) z_i}{1 - T_e / T_i} B_y. \end{aligned} \quad (16)$$

Из (16) можно показать, что $B_y \gg B_x$. В то же время для конечных и больших $z_i \gg 1$ составляющая B_z магнитного поля по порядку величины равна основной составляющей B_y .

Таким образом, в отличие от плазмы очень низкого, промежуточного и низкого давлений, в плазме конечного давления при $z_i \gg 1$ в ДАВ должны наблюдаться существенные сжатия магнитного поля. Сравнивая с выражениями [3], видим, что результаты обоих подходов, как и для поляризации электрического поля, полностью совпадают в наиболее важной области ДАВ ($1 \ll z_i \ll m_i / m_e$) и где существуют кинетические решения.

Возмущения плотности. Как уже отмечалось выше, в общем случае выражения для возмущений плотности получаются очень громоздкими. В плазме конечного давления приближение $(k_z v_{Ti})^2 \ll (1 + z_i)^2$ можно уточнить, его можно свести к $z_i \gg 1$, поэтому в плазме конечного давления при $z_i \gg 1$ возмущения плотности протонов и электронов полностью описываются достаточно простой формулой (9).

Сравним результаты с результатами, полученными в кинетическом приближении. Из выражения, полученного в кинетическом подходе [3], в приближении $1 \ll z_i \ll m_i / m_e$ имеем

$$\frac{n_i}{n_{0i}} = \frac{n_e}{n_{0e}} i \frac{v_A}{v_{Ti}} \frac{1}{k_z v_A} z_i^{1/2} \left(1 - \frac{T_e}{T_i} \right) \frac{B_y}{B_0}. \quad (17)$$

Из (17) и (9) видно, что, выражения для возмущений плотности протонов и электронов диспергирующих альвеновских волн в плазме конечного давления (при $1 \ll z_i \ll m_i / m_e$) в гидродинамическом и кинетическом подходах полностью совпадают.

Из (9) следует, что возмущения плотности в ДАВ достаточно большие и оказываются уже существенными для $z_i \gg 1$. Следует отметить, что возмущения плотности ДАВ в плазме конечного давления значительно меньше, чем в плазме низкого, а тем более очень низкого давлений.

Возмущения плотности заряда. Как и для возмущений плотности, в общем случае выражения для возмущений плотности заряда получаются очень громоздкими. В плазме конечного давления для $z_i \gg 1$ выражения для возмущений плотности заряда полностью описываются достаточно простой формулой (10).

Сравним результаты с результатами, полученными в кинетическом приближении. Из выражения [3] в приближении $1 \ll z_i \ll m_i / m_e$ получаем

$$\frac{\rho}{\rho_0} = i \frac{v_A}{v_{Ti}} \frac{v_A}{c} z_i^{1/2} \frac{1}{k_z v_A} \left(1 - \frac{T_e}{T_i} \right) \frac{B_y}{B_0}. \quad (18)$$

Из (18) и (10) видно, что выражения для возмущений плотности протонов и электронов диспергирующих альвеновских волн в плазме

конечного давления (при $1 \ll z_i \ll m_i / m_e$) в гидродинамическом и кинетическом подходах полностью совпадают.

Из-за того что для нерелятивистской плазмы конечного давления величина v_A / c очень мала ($v_A / c \ll (m_e / m_i)^{1/2}$), возмущения плотности заряда ДАВ в плазме конечного давления малы.

Отметим, что наличие в ДАВ возмущений плотности и сжатия магнитного поля может значительно облегчить выявлению таких волн в космической среде. Кроме того, в плазме конечного давления, как и в плазме низкого давления, скорость альвеновских волн увеличивается с увеличением поперечных масштабов длин волн и может значительно превышать альвеновскую скорость, при этом волны двигаются практически вдоль магнитного поля, что также может помочь в регистрации таких волн.

ПЛАЗМА ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ

Плазма высокого давления ($z_i \gg 1$, т. е. $v_A \ll v_{Ti}$, $T_i/T_e \ll 1$), в отличие от плазмы конечного и низкого давлений, по-видимому, достаточно редкое явление в астрофизической плазме. Привести пример такого состояния среды в области ближнего космоса, гелиосферы или Солнца сложно. Возможно, такие состояния наблюдаются в межзвездной или межгалактической среде, либо в астрофизических объектах с очень малым магнитным полем и большой плотностью частиц.

Сразу отметим, что плазма конечного давления, несмотря на малость параметра $v_A / v_{Ti} \ll 1$, является наиболее сложной областью для анализа результатов и сравнению гидродинамического и кинетического подходов. Как будет показано ниже, решения гидродинамического и кинетического подходов дают довольно существенные отличия в поведении диспергирующих альвеновских волн.

Дисперсия волн. Полное решение для дисперсии ДАВ в плазме конечного давления описывается формулой (2), а при больших $z_i \gg \gg (v_{Ti} / v_A)^2$ — приближенной формулой (4), которую в плазме высокого давления, учитывая малость параметра v_A/v_{Ti} , можно записать в виде

$$2 \quad (k_z v_A)^2 z_i \frac{v_A^2}{v_{Ti}^2} \frac{1}{[1 - z_i (T_e / T_i) (v_A / v_{Te})^2]^2}. \quad (19)$$

В кинетическом подходе [3] общее решение для всей области изменения параметра найти сложно, поэтому аналитические решения были получены для трех участков изменения параметра z_i . Для того чтобы сравнить гидродинамический и кинетический подходы [3], рассмотрим поведение дисперсии для тех же значений параметра z_i , что и в кинетическом подходе.

1. В случае $z_i \ll v_A/v_{Ti} \ll 1$ из (2) получаем выражение

$$2 \quad (k_z v_A)^2, \quad (20)$$

которое соответствует дисперсии «классических» альвеновских волн и полностью совпадает с кинетическим решением [3].

2. Случай $z_{ivi} \gg z_i \gg v_A/v_{Ti}$ (z_{ivi} — значение z_i , при которых продольная скорость волны равна тепловой скорости ионов $v/k_z = v_{Ti}$, для грубой оценки $z_{ivi} \sim (v_{Ti}/v_A)^4$). Для $z_{ivi} \gg z_i \gg v_A/v_{Ti}$ решения в гидродинамическом подходе существуют, и поведение волн описывается формулой (2), а для $z_i \gg (v_{Ti}/v_A)^2$ — приближенной формулой (20). В кинетическом подходе в этой области имеем аperiodически затухающие решения [3].

3. Случай $m_i/m_e \gg z_i > z_{ivi} \gg 1$ ($z_e \ll 1$). Для этого случая из (20) получаем выражение

$$(k_z v_A)^2 z_i \frac{v_A^2}{v_{Ti}}, \quad (21)$$

которое полностью совпадает с кинетическим решением [3], если в нем сделать приближение $z_e \ll 1$.

Для $z_i > m_i/m_e$ в гидродинамическом подходе решение описывается формулой (20), которая дает совершенно другой результат, чем в кинетическом подходе [3].

Анализ и сравнение решений удобно провести для продольной фазовой скорости ДАВ v/k_z . В гидродинамическом подходе продольная фазовая скорость с увеличением z_i монотонно увеличивается от альвеновской скорости v_A до своего максимального значения $v/k_z \sim v_A (v_{Te}/v_{Ti})$, а затем монотонно убывает до нуля, причем решения существуют для всей области изменения параметра z_i . В кинетическом подходе альвеновские волны с очень маленькими $z_i \ll v_A/v_{Ti}$ распространяются с альвеновской скоростью, затем с увеличением z_i становятся практически аperiodически затухающими, затем с дальнейшим увеличением z_i снова появляются слабозатухающие волны, продольная фазовая скорость которых увеличивается от тепловой скорости протонов до тепловой скорости электронов. При достижении тепловой скорости электронов диспергирующие альвеновские волны становятся опять практически аperiodически затухающими. Таким образом, в кинетическом подходе есть области, где ДАВ становятся не волнами, а фактически аperiodическими возмущениями, в то же время в гидродинамическом подходе затухания нет, и поэтому в этих областях волны существуют.

Из поведения продольной фазовой скорости ДАВ следует, что максимальным значением продольной фазовой скорости в гидродинамическом подходе является не тепловая скорость электронов v_{Te} , а скорость, которая значительно меньше $v/k_z \sim v_{Te}(v_A/v_{Ti})$, поэтому решений гидродинамики, описывающих распространение волн с продольными фазовыми скоростями в пределе $v_{Te}(v_A/v_{Ti}) < v/k_z < v_{Te}$, в отличие от кинетического подхода, не будет. Особо отметим, что в плазме очень высокого давления ($(v_A/v_{Ti})^2 < m_e/m_i$) гидродина-

мические и кинетические решения будут совпадать лишь для очень малых $z_i \ll v_A / v_{Ti}$, т. е. для «классических» альвеновских волн, так как гидродинамических решений, распространяющихся со скоростью, большей тепловой скорости протонов v_{Ti} , в плазме очень высокого давления нет.

Таким образом, можно выделить области изменения параметра z_i , в которых кинетический и гидродинамический подходы дают совершенно разные решения, в отличие от плазмы очень низкого, промежуточного, низкого и конечного давлений.

Групповая скорость. Как и в кинетическом подходе, продольная групповая скорость совпадает с продольной фазовой скоростью

$$v_{\text{Гр}} = v / k_z, \quad (22)$$

Для того чтобы не выписывать громоздкое выражение, для поперечной составляющей групповой скорости приведем оценку

$$v_{\text{Гр}} / v_{\text{Гр}} < v / v_{Bi}, \quad (23)$$

которая полностью совпадает с выражением, полученным в кинетическом подходе [3], и плазмой конечного давления.

Следует отметить, что в плазме высокого давления ограничение на максимальное значение поперечной групповой скорости такие же, как и в плазме конечного давления.

Поляризация волн. Общие выражения для поляризации электрического и магнитного полей имеют очень громоздкий вид.

Для $(k_z v_{Ti})^2 \ll (1 + z_i)^2$ поляризации электрического и магнитного поля описываются формулами (7), (8).

Для того чтобы сравнить с результатами кинетического подхода, получим более простые выражения в области параметра $m_i / m_e \gg z_i \gg z_{ivi}$, где выражения не настолько громоздки и где существуют слабо затухающие диспергирующие альвеновские волны, и дисперсии волн в обоих подходах совпадают.

Используя формулу для поляризации электрического поля (7), для альвеновских волн $m_i / m_e \gg z_i \gg z_{ivi} \sim (v_{Ti}/v_A)^4 (z_e \ll 1)$ получаем

$$E_y = i \frac{k_z v_A}{v_{Bi}} \left(1 - \frac{T_e}{T_i} \frac{1}{k_z v_A} \frac{1}{z_i} \right) E_x, \\ E_z = \frac{k_z}{k} \frac{T_e}{T_i} E_x, \quad (24)$$

Сравнивая с результатами, полученными в кинетическом подходе [3], предварительно упростив их для $z_e \ll 1$, получаем полное совпадение результатов.

Из (24) легко показать, что как и в плазме с другими значениями параметра z_i , основной составляющей электрического поля ДАВ в плазме высокого давления является E_x .

Используя формулу для поляризации электрического поля (8), для альвеновских волн $m_i / m_e \gg z_i \gg z_{ivi} \sim (v_{Ti}/v_A)^4 (z_e \ll 1)$ получаем

$$\begin{aligned}
 B_x &= i \frac{k_z v_A}{v_{Ti}} \frac{k_z v_A}{v_{Ti}} \frac{1}{1} \frac{T_e / T_i}{1} \frac{[/ (k_z v_A)]^2 / z_i}{T_e / T_i} B_y, \\
 B_y &= \frac{P_i}{v_{Ti}} \frac{k_z v_A}{v_{Ti}} \frac{1}{1} \frac{T_e}{T_i} E_x, \\
 B_z &= i \frac{v_A}{v_{Ti}} \frac{k_z v_A}{v_{Ti}} z_i^{1/2} \frac{1}{1} \frac{T_e / T_i}{1} \frac{[/ (k_z v_A)]^2 / z_i}{T_e / T_i} B_y.
 \end{aligned} \tag{25}$$

Сравнивая с результатами, полученными в кинетическом подходе [3], предварительно упростив их для $z_e \ll 1$, получаем полное совпадение результатов. Из (25) можно показать, что $B_y \gg B_x, B_z$.

Таким образом, в плазме высокого давления, так же как и в плазме очень низкого, промежуточного и низкого давлений, основной составляющей магнитного поля ДАВ является B_y .

Возмущения плотности. Общие выражения для возмущений плотности протонов и электронов достаточно громоздки. Для $(k_z v_{Ti})^2 \ll (1 + z_i)^2$ возмущения плотности описываются формулой (9). Сравнивая выражение (9) с аналогичным выражением [3] в области z_i , где согласно кинетическому подходу существуют слабозатухающие диспергирующие альвеновские волны [3], и где дисперсии волн в обоих подходах совпадают ($m_i / m_e \gg z_i \gg z_{ivi} \sim (v_{Ti}/v_A)^4$), получаем полное совпадение результатов двух подходов. Из (9) можно показать, что возмущения плотности слабозатухающих ДАВ в плазме высокого давления, в отличие от плазмы с другими параметрами i , маленькие.

Возмущения плотности заряда. Общие выражения для возмущений плотности заряда, как и для возмущений плотности протонов и электронов, очень громоздки. Для $(k_z v_{Ti})^2 \ll (1 + z_i)^2$ возмущения плотности заряда описываются формулой (10). Сравнивая (10) с аналогичным выражением [3] в области $m_i / m_e \gg z_i \gg z_{ivi}$, где согласно кинетическому подходу существуют слабозатухающие диспергирующие альвеновские волны, и где дисперсии волн в обоих подходах совпадают, получаем совпадение результатов двух подходов.

Из-за того что для нерелятивистской плазмы высокого давления величина v_A / c очень маленькая, так как соблюдается соотношение $v_A \ll v_{Ti} \ll v_{Te} \ll c$, возмущения плотности заряда ДАВ в плазме высокого давления очень малы.

Отметим, что отсутствие в ДАВ в плазме высокого давления возмущений плотности, плотности заряда и сжатия магнитного поля может существенно затруднить обнаружение таких волн в космической среде. Отличительной особенностью наличия таких волн в астрофизической плазме высокого давления будет являться, прежде всего, наличие в среде изгибов магнитного поля, распространяющихся вдоль однородного магнитного поля со скоростями, значительно превышающими альвеновскую скорость.

ВЫВОДЫ

В отличие от плазмы очень низкого, промежуточного и низкого давлений, где результаты кинетического и гидродинамического подходов практически полное совпадают в области, где существуют слабозатухающие кинетические решения [3], для плазмы конечного и высокого давления видны существенные отличия и для слабозатухающих решений. Действительно, в гидродинамическом подходе, в отличие от кинетического подхода, ионно-звуковые волны существуют и при конечной неизотермичности, поэтому для дисперсии ДАВ в области значений z_i , где фазовая скорость ДАВ близка к фазовой скорости ионно-звуковых волн, получаем сложное биквадратное уравнение и соответственно более сложное решение (2), чем в кинетическом подходе. В то же время в области, где диспергирующие альвеновские волны, согласно кинетическому подходу, затухают слабо, и фазовая скорость не близка к фазовой скорости ионно-звуковых волн, получаем практически полное совпадение результатов кинетического и гидродинамического подходов. Следует обратить внимание на то, что в плазме высокого давления в рамках кинетического подхода волны аperiодически затухают не только при больших значениях z_i , когда фазовая скорость ДАВ становится порядка или больше тепловой скорости электронов, но и для промежуточных значений $z_{ivi} \gg z_i \gg v_A/v_{Te}$. В то же время в гидродинамическом подходе затухания нет, и гидродинамические решения существуют для всех значений параметра.

Таким образом, различия кинетического и гидродинамического подходов для плазмы конечного и высокого давления более существенные, чем для плазмы очень низкого, промежуточного и низкого давления [4].

1. Маловичко П. П. Генерация альвеновских волн в плазменном слое хвоста магнитосферы Земли // *Космічна наука і технологія*.—2012.—**18**, № 5.— С. 41—47.
2. Маловичко П. П. Свойства диспергирующих альвеновских волн. 1. Кинетика (плазма очень низкого, промежуточного и низкого давлений) // *Кинематика и физика небес. тел.*—2013.—**29**, № 6.—С. 20—44.
3. Маловичко П. П. Свойства диспергирующих альвеновских волн. 2. Кинетика (плазма конечного и высокого давлений) // *Кинематика и физика небес. тел.*—2014.—**30**, № 1.—С. 33—49.
4. Маловичко П. П. Свойства диспергирующих альвеновских волн. 3. Гидродинамика (плазма очень низкого, промежуточного и низкого давлений) // *Кинематика и физика небес. тел.*—2014.—**30**, № 4.—С. 58—80.
5. Маловичко П. П., Кришталь А. Н., Юхимук А. К. Влияние неоднородностей температуры на генерацию кинетических альвеновских волн в магнитосфере Земли // *Кинематика и физика небес. тел.*—2006.—**22**, № 1.—С. 58—64.
6. Chandran B. D. G., Quataert E., Howes G. G., et al. Constraining low-frequency Alfvénic turbulence in the solar wind using density-fluctuation measurements // *Astrophys. J.*—2009.—**707**, N 2.—P. 1668—1675.
7. Chen L., Wu D. J. Kinetic Alfvén wave instability driven by field-aligned currents in solar coronal loops // *Astrophys. J.*—2012.—**754**, N 2.—P. 123.

8. *Cramer N. F.* The physics of Alfvén waves. — Wiley, 2001.—298 p.
9. *Farrell W., Curtis S., Desch M., et al.* A theory for narrow-banded radio bursts at Uranus: MHD surface waves as an energy driver // *J. Geophys. Res.*—1992.—**97A**, N 4.—P. 4133—4141.
10. *Hanasz J., de Feraudy H., Schreiber R., et al.* Pulsations of the auroral kilometric radiation // *J. Geophys. Res.*—2006.—**111A**, N 3.—P. A03209.
11. *Hollweg J. V.* Kinetic Alfvén wave revisited // *J. Geophys. Res.*—1999.—**104A**, N 7.—P. 14811—14819.
12. *Lehe R., Parrish I. J., Quataert E.* The heating of test particles in numerical simulations of Alfvénic turbulence // *Astrophys. J.*—2009.—**707**, N 1.—P. 404—419.
13. *Lin Y., Johnson J. R., Wang X. Y.* Hybrid simulation of mode conversion at the magnetopause // *J. Geophys. Res.*—2010.—**115A**, N 4.—P. A04208.
14. *Malik M., Sharma R. P., Singh H. D.* Ion-acoustic wave generation by two kinetic Alfvén waves and particle heating // *Solar Phys.*—2007.—**241**, N 2.—P. 317—328.
15. *Malovichko P. P.* Correlation of longitudinal currents with Alfvén wave generation in the solar atmosphere // *Kinematics and Physics of Celestial Bodies.*—2007.—**23**, N 5.—P. 185—190.
16. *Malovichko P. P.* Stability of magnetic configurations in the solar atmosphere under temperature anisotropy conditions // *Kinematics and Physics of Celestial Bodies.*—2008.—**24**, N 5.—P. 236—241.
17. *Malovichko P. P.* Generation of low-frequency magnetic field disturbances in coronal loops by proton and electron beams // *Kinematics and Physics of Celestial Bodies.*—2010.—**26**, N 2.—P. 62—70.
18. *Sharma R. P., Kumar S.* Nonlinear excitation of fast waves by dispersive Alfvén waves and solar coronal heating // *Solar Phys.*—2010.—**267**, N 1.—P. 141—151.
19. *Sharma R. P., Malik M.* Non-linear interaction of the kinetic Alfvén waves and the filamentation process in the solar wind plasma // *Astron. and Astrophys.*—2006.—**457**, N 2.—P. 675—680.
20. *Su Y., Ergun R. E., Jones S. T., et al.* Generation of short-burst radiation through Alfvénic acceleration of auroral electrons // *J. Geophys. Res.*—2007.—**112A**, N 6.—P. A06209.
21. *Whitelam S., Ashbourn J. M. A., Bingham R., et al.* Alfvén wave heating and acceleration of plasmas in the solar transition region producing jet-like eruptive activity // *Solar Phys.*—2002.—**211**, N 1-2.—P. 199—219.
22. *Wu D. J.* Dissipative solitary kinetic Alfvén waves and electron acceleration in the solar corona // *Space Sci. Rev.*—2005.—**121**, N 1—4.—P. 333—342.
23. *Wu D. J., Fang C.* Sunspot chromospheric heating by kinetic Alfvén waves // *Astrophys. J.*—2007.—**659**, N 2.—P. L181—184.

Статья поступила в редакцию 06.12.12