

УДК 523.9-72

**Ю. И. Федоров**

Главная астрономическая обсерватория Национальной академии наук Украины  
ул. Академика Зabolотного 27, Киев, 03680  
fedorov@mao.kiev.ua

## **Ускорение заряженных частиц на фронте ударной волны, ограничивающей сверхзвуковой солнечный ветер**

*Рассмотрен процесс ускорения заряженных частиц на фронте сферической ударной волны, ограничивающей сверхзвуковой солнечный ветер. На основе полученного аналитического решения уравнения переноса исследуется пространственно-энергетическое распределение интенсивности и анизотропии космических лучей. Показано, что форма спектра ускоренных частиц определяется степенью сжатия среды на фронте ударной волны и параметрами модуляции космических лучей.*

*ПРИСКОРЕННЯ ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТИНОК НА ФРОНТІ УДАРНОЇ ХВИЛІ, ЩО ОБМЕЖУЄ НАДЗВУКОВИЙ СОНЯЧНИЙ ВІТЕР, Федоров Ю. І. — Розглянуто процес прискорення заряджених частинок на фронті сферичної ударної хвилі, що обмежує надзвуковий сонячний вітер. На основі одержаного аналітичного розв'язку рівняння переносу досліджується просторово-енергетичний розподіл інтенсивності і анізотропії космічних променів. Показано, що форма спектру прискорених частинок визначається ступенем стисливості середовища на фронті ударної хвилі і параметрами модуляції космічних променів.*

*CHARGED PARTICLE ACCELERATION IN THE FRONT OF THE SHOCK WAVE BOUNDING SUPERSONIC SOLAR WIND, by Fedorov Yu. I. The process of cosmic ray acceleration in the front of the spherical shock wave bounding the supersonic solar wind is studied. On the basis of our analytical solution of the transport equation, the energy and spatial distributions of cosmic ray intensity and anisotropy are investigated. It is shown that the shape of accelerated particle spectrum is determined by the*

*medium compressibility at the shock front and by cosmic ray modulation parameters.*

## ВВЕДЕНИЕ

Ударные волны, распространяющиеся в космической плазме, наблюдаются в различных астрофизических объектах [1, 9, 20, 31]. Примерами таких процессов являются, например, ударные волны от солнечных вспышек и вспышек сверхновых, межпланетные ударные волны, головные ударные волны магнитосферы Земли и планет, ударные волны, ограничивающие звездные ветры [1, 9, 33, 38, 40]. Известно, что ударные волны, распространяющиеся в космической среде, являются эффективными ускорителями заряженных частиц [5, 12, 13, 15]. В результате многократного пересечения частицами фронта плоской ударной волны формируется степенной спектр космических лучей (КЛ). При этом показатель спектра ускоренных частиц определяется единственным параметром — коэффициентом сжатия ударной волны [1, 5, 12, 13, 15, 20, 31]. Ускорение частиц на фронте сферической ударной волны исследовалось на основе уравнения переноса КЛ в работах [1, 6, 8, 22, 38, 40]. В работе [32] процесс ускорения частиц сферической ударной волной рассмотрен на основе кинетического уравнения. Данный подход не содержит ограничения на величину анизотропии углового распределения частиц и позволяет получить ряд интересных результатов относительно функции распределения КЛ во внешней гелиосфере [32].

Примером ударной волны со сферическим фронтом является гелиосферная ударная волна, разделяющая сверхзвуковой и дозвуковой солнечный ветер [22, 33, 39]. Важные данные о структуре гелиосферы были получены в последние десятилетия космическими аппаратами «Вояджер» [17, 23, 39]. Космический аппарат «Вояджер-1» пересек фронт гелиосферной ударной волны в 2004 г. на расстоянии 94 а. е. от Солнца, а «Вояджер-2» достиг фронта этой волны в 2007 г. на гелиоцентрическом расстоянии 84 а. е. [17, 23, 39]. Таким образом, согласно наблюдательным данным ударная волна, ограничивающая сверхзвуковой солнечный ветер, расположена на гелиоцентрическом расстоянии 80–90 а. е., причем это расстояние изменяется в зависимости от солнечной активности [17, 33, 39]. На фронте гелиосферной ударной волны скорость солнечного ветра уменьшается примерно в три раза, а за фронтом — уменьшается приблизительно обратно пропорционально квадрату гелиоцентрического расстояния [23, 30, 39].

Результаты, полученные на космических аппаратах, и теоретические расчеты показывают, что значительная часть модуляции галактических КЛ происходит за гелиосферной ударной волной (в гелиомантии вплоть до гелиопаузы) [23, 24, 30, 33]. Ударная волна, ограничивающая сверхзвуковой солнечный ветер, может эффективно уско-

рять сверхтепловые заряженные частицы и аномальные космические лучи [1, 25, 29, 38, 40]. Аномальные КЛ представляют собой атомы межзвездного вещества, ионизированные во внутренней гелиосфере, вынесенные затем солнечным ветром во внешнюю гелиосферу и ускоренные гелиосферной ударной волной и, возможно, электромагнитными полями гелиомантии [21, 25, 29, 33].

В настоящей работе рассмотрен процесс ускорения заряженных частиц сферической ударной волной, ограничивающей сверхзвуковой солнечный ветер. Предполагается, что на фронте ударной волны имеет место моноэнергетическая инжекция частиц. На основе полученного аналитического решения уравнения переноса КЛ исследуется пространственно-энергетическое распределение интенсивности КЛ и анизотропия углового распределения частиц.

### УРАВНЕНИЕ ПЕРЕНОСА КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ

Рассмотрим взаимодействие быстрых заряженных частиц со сферической ударной волной, фронт которой будем предполагать неподвижным. Примером такой ударной волны является гелиосферная ударная волна, ограничивающая сверхзвуковой солнечный ветер. Если функция распределения быстрых частиц близка к изотропной, а скорость заряженных частиц  $\mathbf{v}$  велика по сравнению с гидродинамической скоростью среды  $\mathbf{u}$ , то распространение КЛ описывается следующим уравнением переноса [2, 26, 37]:

$$\frac{N}{t} \frac{\partial}{r} - \frac{N}{r} \mathbf{u} \cdot \frac{N}{r} \frac{p}{3} \frac{N}{p} \operatorname{div} \mathbf{u} Q, \quad (1)$$

где  $N(\mathbf{r}, p, t)$  — концентрация частиц с данным значением импульса  $p$ ,  $Q$  — тензор диффузии КЛ, а в правой части уравнения (1) учтен источник частиц  $Q(\mathbf{r}, p, t)$ .

Многократное пересечение быстрыми заряженными частицами фронта ударной волны, необходимое для приобретения энергии частицами, обеспечивается их рассеянием на неоднородностях магнитного поля по обе стороны ударного фронта [1, 20, 31]. На фронте ударной волны должны выполняться условия непрерывности концентрации частиц и плотности потока частиц с данным значением импульса [1, 9, 31]. Поток частиц с данным значением импульса имеет вид [9]

$$j = \frac{N}{r} \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{p}}{3} \frac{N}{p}. \quad (2)$$

Предположим, что стоячая ударная волна, ограничивающая сверхзвуковой солнечный ветер, имеет сферическую форму, скорость сверхзвукового солнечного ветра радиальная, а ее величина не зависит от координат. При пересечении ударного фронта гидродинамическая

скорость среды уменьшается в три раза (коэффициент сжатия среды  $= 3$ ), а за ударной волной, в гелиомантии, величина  $u$  обратно пропорциональна квадрату гелиоцентрического расстояния [23, 30, 39]. Таким образом, пространственная зависимость скорости солнечного ветра описывается соотношением

$$u(r) = u_0 \frac{r_0}{r} (r - r_0), \quad (3)$$

где  $(x)$  — единичная функция Хевисайда,  $r_0$  — гелиоцентрическая координата фронта сферической ударной волны,  $= r/r_0$  — безразмерная координата. Постоянная величина  $u$  в формуле (3) соответствует скорости сверхзвукового солнечного ветра, а  $u_0$  описывает скорость среды непосредственно за ударным фронтом. Коэффициент сжатия среды на фронте ударной волны определяется отношением скоростей

$$\frac{u}{u_0}. \quad (4)$$

Отметим, что сделанные предположения о пространственной зависимости скорости солнечного ветра (3) применялись ранее в ряде работ по распространению галактических КЛ в магнитных полях гелиосферы [1, 18, 30, 38, 40].

В рассматриваемом приближении, когда концентрация КЛ зависит от единственной пространственной переменной, уравнение переноса КЛ в сверхзвуковом солнечном ветре ( $r < r_0$ ) имеет вид

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} r^2 \frac{N}{r} u \frac{N}{r} \frac{2up}{3r} \frac{N}{p} = 0. \quad (5)$$

Во внешней области ( $r > r_0$ ) уравнение переноса КЛ существенно упрощается:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} r^2 \frac{N}{r} u_0 \frac{N}{r} = 0. \quad (6)$$

Коэффициенты диффузии  $\kappa$  и  $\kappa_1$  космических лучей считаем постоянными величинами. Данное приближение позволяет получать аналитические решения уравнения переноса КЛ и часто применяется в теории модуляции галактических КЛ в гелиосфере [3, 4, 18, 40]. Кроме того, экспериментальные данные свидетельствуют о том, что коэффициент диффузии КЛ слабо зависит от энергии частиц в довольно широком интервале их энергий [16, 34, 38].

Предположим, что на фронте сферической ударной волны (в точке  $r = r_0$ ) происходит инъекция частиц с импульсом  $p_0$ . В этом случае в уравнении переноса КЛ необходимо учесть моноэнергетический источник частиц

$$Q(r, p) = q \frac{(r - r_0)}{r^2} \frac{(p - p_0)}{p^2}, \quad (7)$$

причем величина  $q$  определяет число частиц, испущенных единицей поверхности сферы в единицу времени.

Плотность потока КЛ с данным значением импульса (2) во внутренней области ( $p < 1$ ) имеет вид

$$j(r, p) = \frac{N}{r} - \frac{up}{3} \frac{N}{p}. \quad (8)$$

За фронтом ударной волны ( $p > 1$ ) поток КЛ описывается соотношением

$$j(r, p) = \frac{N}{r} - \frac{u_0 p}{3} \frac{N}{p}. \quad (9)$$

На фронте ударной волны (в точке  $r = r_0$ ) плотность потока частиц испытывает скачок вследствие наличия источника частиц (7) в уравнении переноса КЛ [10, 35]

$$j(r_0, 0, p) - j(r_0, 0, p) = \frac{q}{r_0^2} \frac{(p - p_0)}{p^2}. \quad (10)$$

Таким образом, необходимо получить решение уравнений переноса КЛ (5), (6), удовлетворяющее условию непрерывности концентрации КЛ  $N(r, p)$  на сфере радиуса  $r_0$  и граничному условию для плотности потока КЛ (10). Отметим, что уравнение (10) описывает скачок плотности потока частиц, импульс которых  $p$  совпадает с импульсом инжекции  $p_0$ . Если импульс частиц отличен от величины  $p_0$ , то поток частиц на фронте ударной волны (на сфере радиуса  $r_0$ ) оказывается непрерывным.

Рассмотрим сначала пространственное распределение концентрации частиц

$$n(r) = \int_0^{dpp^2} N(r, p) \, dp \quad (11)$$

и потока частиц всех энергий

$$J(r) = \int_0^{dpp^2} j(r, p) \, dp. \quad (12)$$

Запишем уравнение для потока КЛ (12)

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} r^2 J(r) = q \frac{(r - r_0)}{r^2}. \quad (13)$$

Источник частиц в правой части уравнения (13) соответствует соотношению (7) и может быть получен из формулы (7) интегрированием по импульсам. Наличие источника частиц в уравнении (13) соответствует следующему граничному условию для потока КЛ на сфере радиуса  $r_0$ :

$$J(r_0, 0) - J(r_0, 0) = \frac{q}{r_0^2}. \quad (14)$$

Уравнению переноса КЛ (13) удовлетворяет следующее выражение для потока частиц:

$$J(r) = \frac{q}{r^2} (r - r_0). \quad (15)$$

Таким образом, согласно соотношению (15) поток КЛ внутри ударной волны ( $r < r_0$ ) равен нулю, во внешней области ( $r > r_0$ ) поток частиц положителен и уменьшается обратно пропорционально квадрату гелиоцентрического расстояния, а на фронте ударной волны величина  $J$  испытывает скачок в соответствии с формулой (14).

В области сверхзвукового солнечного ветра ( $r < r_0$ ) поток КЛ (12) имеет вид

$$J(r) = \frac{n}{r} \text{ in.} \quad (16)$$

В области гелиомантии ( $r > r_0$ ) поток частиц  $J(r)$  описывается соотношением

$$J(r) = \frac{n}{r} - \frac{u_0}{2} n. \quad (17)$$

Пространственную зависимость концентрации частиц (11) можно получить исходя из соотношений для потока КЛ (15) – (17). Таким образом, получаем следующее выражение, описывающее пространственное распределение частиц во внутренней области ( $< 1$ ):

$$n(\rho) = \frac{q}{u_0 r_0^2} [1 - \exp(-\rho)] \exp(-\rho), \quad (18)$$

где

$$\rho = \frac{ur_0}{u_0 r_0}, \quad \rho_1 = \frac{u_0 r_0}{1}, \quad (19)$$

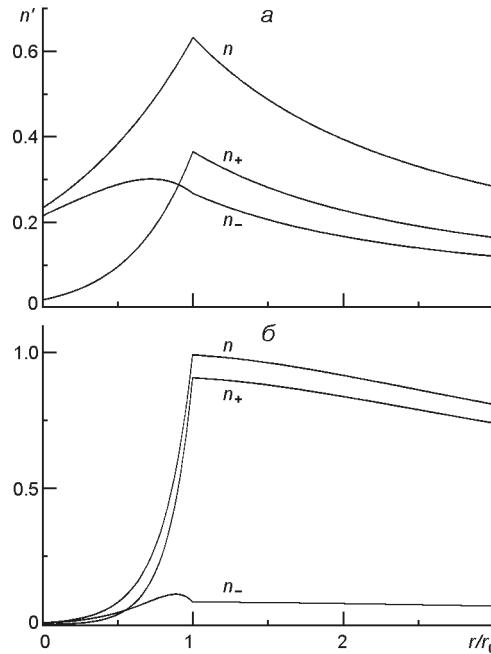
параметры модуляции КЛ во внутренней и внешней областях пространства соответственно. Во внешней среде ( $> 1$ ) концентрация КЛ удовлетворяет соотношению

$$n(\rho) = \frac{q}{u_0 r_0^2} (1 - \exp(-\rho)). \quad (20)$$

Отметим, что пространственное распределение частиц (18), (20) определяется значениями параметров модуляции КЛ (19). Концентрация частиц во внутренней области экспоненциально увеличивается с гелиоцентрическим расстоянием, достигает максимального значения на фронте ударной волны ( $= 1$ ) и постепенно уменьшается за фронтом ударной волны.

На рис. 1 представлены зависимости концентрации КЛ (18), (20) от безразмерной координаты  $\rho$ . Инжекция частиц имеет место на сфере радиуса  $r_0$ , коэффициент сжатия среды (4) на фронте ударной волны выбран равным  $\gamma = 3$ , а концентрации частиц соответствуют верхние кривые на рис. 1, а и б. Рис. 1, а соответствует значениям параметров модуляции  $\rho_1 = 1 = 1$ . Отметим, что параметр модуляции (19) оказывается равным единице, если скорость солнечного ветра  $u = 4 \cdot 10^7$  см/с, расстояние до фронта ударной волны  $r_0 = 90$  а. е., коэффициент диффузии КЛ равен  $D = 5 \cdot 10^{22}$  см<sup>2</sup>/с [9]. Параметр модуляции  $\rho_1$

Рис. 1. Зависимость концентрации космических лучей от безразмерной координаты  $r/r_0$ . Параметры модуляции КЛ:  $a = \gamma_1 = 1$ ,  $b = \gamma_1 = 5$



(19), характеризующий рассеяние частиц во внешней среде, по-видимому, того же порядка величины, что и , поэтому в дальнейших расчетах будем полагать выполненным условие  $= \gamma_1$ . Заметим, что нарушение этого равенства не влияет существенным образом ни на пространственную зависимость концентрации частиц, ни на форму их энергетического спектра. Условия распространения частиц высокой энергии в гелиосфере, в частности коэффициент диффузии КЛ, зависят от уровня солнечной активности. Кривые, приведенные на рис. 1, б, соответствуют более интенсивному рассеянию частиц, так что  $= \gamma_1 = 5$ .

Оказывается, что максимум концентрации КЛ имеет место на сфере радиуса  $r_0$ , которая инжектирует частицы. В случае более интенсивной модуляции интенсивности КЛ в область сверхзвукового солнечного ветра ( $< 1$ ) проникает мало частиц, так что их концентрация невелика для малых гелиоцентрических расстояний. При выбранных значениях параметров модуляции ( $= \gamma_1 = 5$ ) частицы сосредоточены в основном вблизи ударной волны и во внешней области (рис. 1, б).

#### ПРОСТРАНСТВЕННО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТИЦ

Рассмотрим зависимость концентрации частиц данного импульса  $N$  от гелиоцентрической координаты  $r$  и импульса частицы  $p$ . Функция  $N(r, p)$  удовлетворяет уравнениям переноса (5), (6) и непрерывна на сфере радиуса  $r_0$ . Кроме того, должно выполняться граничное условие (10), обусловленное моноэнергетической инжекцией частиц на фронте ударной волны.

Выполним преобразование Меллина уравнений переноса (5), (6):

$$\int_0^{\infty} N(\rho, s) \frac{d}{ds} N(\rho, s) ds = s^{-1}, \quad (21)$$

где  $\rho = p/p_0$  — безразмерный импульс, а  $p_0$  — импульс инжекции. Получим следующее уравнение для образа Меллина концентрации частиц во внутренней области ( $\rho < 1$ ):

$$\frac{d^2 N(\rho, s)}{ds^2} - (2\rho - 1) \frac{dN(\rho, s)}{ds} + (2s/3)N(\rho, s) = 0. \quad (22)$$

Уравнение (22) представляет собой вырожденное гипергеометрическое уравнение, регулярное решение которого в точке  $s = 0$  имеет вид

$$N(\rho, s) = C(s) {}_{(2s/3, 2; \rho)}, \quad (23)$$

Образ Меллина концентрации КЛ во внешней области ( $\rho > 1$ ) может быть записан в виде

$$N(\rho, s) = \frac{1}{1 - \exp(-\rho)} \exp(-\rho) C(s) {}_{(2s/3, 2; \rho)}. \quad (24)$$

Из приведенных соотношений видно, что условие непрерывности функции  $N$  в точке  $\rho = 1$  выполняется. Постоянную  $C(s)$  определим из граничного условия (10), которому соответствует следующее соотношение для образа Меллина потока частиц:

$$j(1, 0, s) = j(1, 0, s) = \frac{q}{r_0^2 p_0^3}. \quad (25)$$

Определив величину  $C(s)$ , получим следующее выражение для образа Меллина концентрации КЛ в пространственной области  $\rho < 1$ :

$$N(\rho, s) = \frac{q}{u_0 r_0^2 p_0^3} \exp(-\rho) \left[ 1 - \frac{(2s/3, 2; \rho)}{H(s)} \right], \quad (26)$$

где функция  $H(s)$  определена соотношением

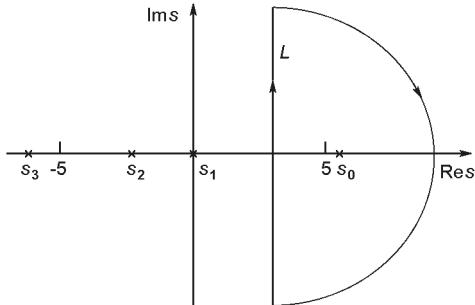
$$H(s) = 1 - \frac{s}{3} \left( \rho - 1 \right) \left( 1 - \exp(-\rho) \right) {}_{(2s/3, 2; \rho)} + \frac{s}{3} \exp(-\rho) \left( 1 - {}_{(2s/3, 1, 3; \rho)} \right). \quad (27)$$

Отметим, что функция  $H(s)$  (27) зависит от коэффициента сжатия среды (4) и коэффициентов модуляции космических лучей  $\rho_1$  и  $\rho_2$  (19) во внутренней ( $\rho < 1$ ) и внешней ( $\rho > 1$ ) областях соответственно.

Чтобы получить выражение для концентрации КЛ, необходимо выполнить обратное преобразование Меллина:

$$N(\rho, s) = \frac{1}{2} \int_{i_L}^{\infty} ds N(\rho, s) e^{-s}. \quad (28)$$

Рис. 2. Контур в комплексной плоскости  $s$ , используемый при вычислении обратного преобразования Меллина



Интегрирование в формуле (28) проводится по прямой, параллельной мнимой оси, которая расположена в правой полуплоскости комплексной переменной  $s$  левее всех особых точек функции  $N( , s)$  (26), (27) (рис. 2). Расчеты показывают, что при положительных значениях переменной  $s$  уравнение

$$H(s) = 0 \quad (29)$$

имеет единственный корень  $s_0$ . При отрицательных значениях переменной  $s$  функция  $H(s)$  осцилирует, а уравнение (29) имеет бесконечно много решений  $s_n (n = 1, 2, \dots)$ . Несколько первых корней уравнения (29) представлены на рис. 2. Выбраны следующие значения параметров:  $\gamma = 3$ ,  $\alpha_1 = 5$ . При вычислении интеграла (28) для частиц, энергия которых превышает энергию инжекции ( $\gamma > 1$ ), замыкаем контур интегрирования дугой бесконечного радиуса, расположенной в правой полуплоскости комплексной переменной  $s$ . Таким образом, вычисление интеграла (28) сводится к вычислению вычета подынтегральной функции в точке  $s_0$ .

В результате для пространственной области  $r < r_0$  получаем следующее выражение для концентрации частиц высоких энергий ( $p > p_0$ ):

$$N( , ) = \frac{q}{u_0 r_0^2 p_0^3} \exp(-\alpha_1) \Gamma \left( \frac{(2s_0/3, 2)}{H(s_0)/s} \right) \Big|_{s_0}, \quad (30)$$

причем производная от функции  $H(s)$  в знаменателе берется в точке  $s_0$ . Следовательно, при моноэнергетической инжекции частиц сферическим ударным фронтом спектр ускоренных частиц (30) оказывается степенным. Показатель спектра КЛ  $s_0$  определяется степенью сжатия среды и параметрами модуляции КЛ  $\gamma$  и  $\alpha_1$  [1, 40]. Заметим, что в случае плоского ударного фронта показатель спектра ускоренных частиц определяется единственным параметром — коэффициентом сжатия среды на фронте ударной волны (4) [5, 12, 13, 15]:

$$\frac{3}{1}. \quad (31)$$

Если использовать для ударной волны, ограничивающей сверхзвуковой солнечный ветер, значение коэффициента сжатия  $\gamma = 3$  [23, 30, 39], то получим показатель спектра лучей (31)  $\gamma = 4.5$ . Для сферической ударной волны показатель спектра ускоренных частиц  $s_0$  зависит также и от параметров модуляции КЛ. Расчеты показывают, что

при увеличении параметров модуляции  $\alpha_1$  (19) показатель спектра ускоренных частиц  $s_0$  стремится к величине (31), соответствующей плоскому ударному фронту. При слабой модуляции интенсивности КЛ, когда хотя бы один из параметров модуляции оказывается значительно меньше, чем единица, показатель спектра  $s_0$  КЛ становится большим. В этом случае спектр ускоренных частиц (30) оказывается очень крутым, а процесс ускорения заряженных частиц на фронте сферической ударной волны становится неэффективным. Заметим, что если увеличивается только один из параметров модуляции, а другой остается неизменным, то показатель спектра ускоренных частиц будет стремиться к некоторому предельному значению, которое определяется величиной другого, постоянного параметра модуляции КЛ.

В случае частиц низких энергий ( $\alpha < 1$ ) замыкаем контур интегрирования дугой, расположенной в левой полуплоскости комплексной переменной  $s$ . Так как при отрицательных значениях переменной  $s$  существует бесконечно много решений уравнения (29), то, вычисляя вычеты подынтегральной функции в точках  $s_n$ , получаем решение в виде ряда

$$N(\alpha, \beta) = \frac{q}{u_0 r_0^2 p_0^3} \exp(-\alpha_1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2s_n/3, 2; -\beta)}{H(s_n)/s_n}. \quad (32)$$

Отметим, что соотношение (32) описывает концентрацию КЛ низких энергий ( $\alpha < 1$ ) в пространственной области внутри сферической ударной волны ( $r < r_0$ ).

Во внешней области ( $\alpha > 1$ ) концентрация КЛ описывается соотношением

$$N(\alpha, \beta) = \frac{1 - \exp(-\alpha_1/\beta)}{1 + \exp(-\alpha_1/\beta)} N(1, \beta), \quad (33)$$

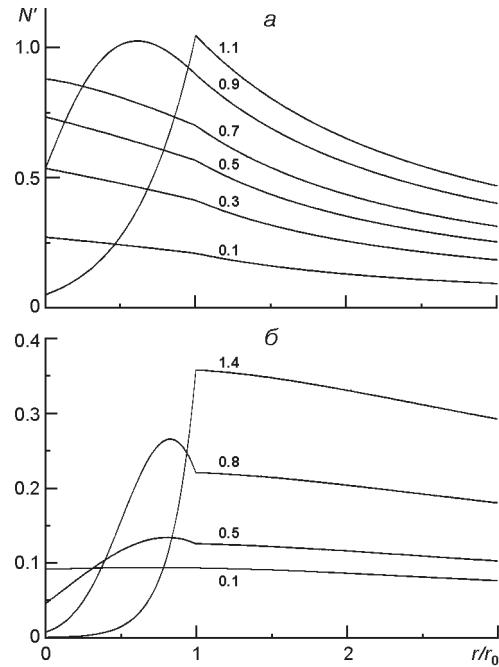
где величина  $N(1, \beta)$  вычисляется по формуле (30) (или (32)) в точке  $\beta = 1$ .

Таким образом, согласно соотношению (33) энергетическое распределение частиц во внешней области ( $\alpha > 1$ ) определяется спектром КЛ на фронте сферической ударной волны. Следовательно, спектр ускоренных частиц оказывается степенным, а его форма не зависит от координат. Напротив, форма спектра частиц низких энергий ( $\alpha < 1$ ) в области сверхзвукового солнечного ветра (32) зависит от гелиоцентрического расстояния.

На рис. 3, *a* представлена зависимость концентрации КЛ (30), (32), (33) от безразмерной координаты  $\beta$ . Числа у кривых равны значениям безразмерного импульса  $\alpha_1$ , выбраны значения параметров:  $\alpha = 3$ ;  $\beta = 1$ .

Заметим, что в этом случае показатель спектра ускоренных частиц  $s_0 = 12.06$ . Форма пространственной зависимости концентрации ускоренных частиц ( $\alpha > 1$ ) оказывается одинаковой для частиц всех энергий и имеет максимум на фронте ударной волны (кривая, соответствующая значению  $\alpha_1 = 1.1$ ). Для частиц низких энергий форма

Рис. 3. Пространственное распределение концентрации космических лучей для  $\gamma = 3$ : а —  $\beta_1 = 1$ , б —  $\beta_1 = 5$ . Числа у кривых — значения безразмерного импульса



кривой, иллюстрирующей зависимость  $N(r)$ , зависит от конкретного значения импульса частицы. Так, например, кривая, соответствующая значению  $\beta = 0.9$ , характеризуется максимумом концентрации частиц во внутренней области, а при более низкой энергии частиц их концентрация монотонно убывает с гелиоцентрическим расстоянием.

На рис. 3, б пространственная зависимость концентрации КЛ (30), (32), (33) приведена при следующих значениях параметров модуляции:  $\gamma = \beta_1 = 5$ . Значения безразмерного импульса приведены у соответствующих кривых, а коэффициент сжатия среды на фронте ударной волны  $\gamma = 3$ . При этих значениях параметров показатель спектра ускоренных частиц  $s_0 = 5.53$ . В данном случае внутри фронта сферической ударной волны оказывается значительно меньше частиц, чем во внешней области. Этот эффект обусловлен более интенсивной модуляцией интенсивности КЛ солнечным ветром и особенно заметен для частиц высоких энергий (кривая, соответствующая  $\beta = 1.4$ ). Концентрация ускоренных частиц имеет максимум на фронте ударной волны, а частицы низких энергий ( $\beta < 1$ ) характеризуются более сложной пространственной зависимостью.

Определим концентрацию всех ускоренных частиц, импульс которых превышает импульс инжеекции, согласно соотношению

$$n(r) = \int_{p_0}^{\infty} dpp^2 N(r, p). \quad (34)$$

Концентрация низкоэнергичных КЛ ( $p < p_0$ ) имеет вид

$$n(r) = \int_0^{p_0} dpp^2 N(r, p). \quad (35)$$

Зависимости величин  $n_+$  и  $n$  от безразмерной координаты приведены на рис. 1, где концентрация КЛ с данным значением импульса  $N(r, p)$  удовлетворяет соотношениям (30), (32), (33). На рис. 1 приведена также концентрация  $n$  частиц всех энергий (11), которая равна сумме величин  $n$  и  $n_+$ . Отметим, что максимум концентрации ускоренных частиц имеет место на фронте ударной волны, а концентрация частиц низких энергий ( $< 1$ ) максимальна во внутренней области ( $< 1$ ) (рис. 1, *a*). Для значений  $=_1 = 5$  концентрация ускоренных частиц во внутренней области быстро убывает при уменьшении гелиоцентрического расстояния (рис. 1, *б*). При интенсивной модуляции интенсивности КЛ концентрация ускоренных частиц (34) значительно превышает величину  $n$  (35) за фронтом ударной волны и вблизи него.

Приведенные соотношения  $N(r, p)$  для концентрации дают возможность получить зависимость интенсивности КЛ от кинетической энергии частицы. Интенсивность частиц определена соотношением

$$I(r, p) = p^2 N(r, p). \quad (36)$$

Вычислим интенсивность КЛ в зависимости от кинетической энергии частицы

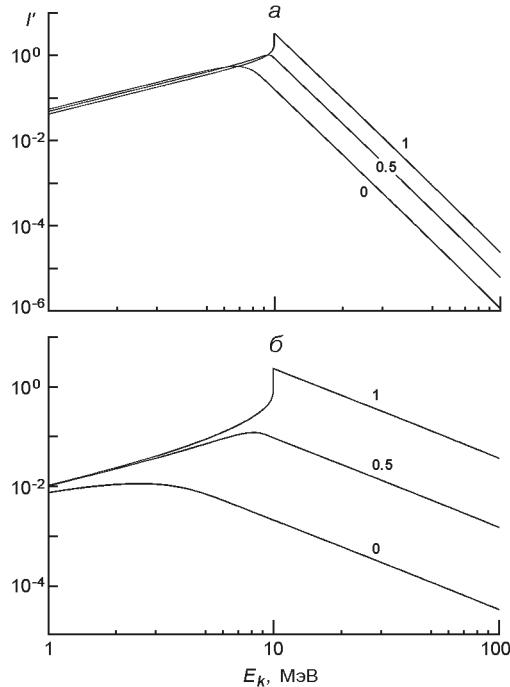
$$E_k = E / mc^2, \quad (37)$$

где  $E$  — полная энергия частицы, которая связана с ее импульсом соотношением [7]

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4. \quad (38)$$

На рис. 4 приведена зависимость интенсивности КЛ (36) от кинетической энергии частиц. Числа у кривых равны значениям безразмерной координаты . Таким образом, кривая  $= 0$  иллюстрирует энергетический спектр КЛ в центре системы, а кривая  $= 1$  представляет энергетическое распределение частиц на фронте ударной волны. Коэффициент сжатия среды на фронте ударной волны выбран равным 3, а кинетическая энергия инжектируемых частиц равна  $E_{k0} = 10$  МэВ. Рис. 4, *a* соответствует значениям параметров модуляции  $=_1 = 1$ , а в случае  $=_1 = 5$  — рис. 4, *б*. Видно, что форма спектра ускоренных частиц ( $E_k > E_{k0}$ ) не зависит от координат, а энергетическое распределение частиц низкой энергии при уменьшении гелиоцентрического расстояния становится более мягким. Во внешней области ( $> 1$ ) форма энергетического спектра КЛ такая же, как на фронте ударной волны ( $= 1$ ). В случае интенсивной модуляции КЛ (рис. 4, *б*) спектр ускоренных частиц оказывается более жестким, а при меньших значениях параметров модуляции ( $=_1 = 1$ , рис. 4, *а*), энергетическое распределение интенсивности ускоренных частиц оказывается гораздо более крутым. Отметим, что энергетический спектр КЛ на фронте ударной волны (в точке  $= 1$ ) испытывает скачок, когда кинетическая энергия частиц  $E_k$  становится равной энергии инжекции  $E_{k0}$ .

Рис. 4. Зависимость интенсивности космических лучей от кинетической энергии частиц:  $a = \gamma_1 = 1$ ,  $b = \gamma_1 = 5$ . Числа у кривых — значения координаты



Форма спектра ускоренных частиц определяется степенью сжатия среды на фронте ударной волны (4) и величиной параметров модуляции КЛ (19). При увеличении параметров модуляции спектр КЛ становится более жестким, причем, форма спектра оказывается более чувствительной к изменению параметра  $\alpha$ . Например, при  $\gamma_1 = 3$ ,  $\gamma_2 = 1$  показатель спектра ускоренных частиц равен  $s_0 = 12.06$ . При увеличении параметра  $\gamma_1$  в два раза ( $\gamma_1 = 1$ ,  $\gamma_1 = 2$ ) величина  $s_0$  уменьшается на 12 %, а при уменьшении параметра модуляции  $\alpha$  в два раза ( $\alpha = 2$ ,  $\alpha = 1$ )  $s_0$  уменьшается на 26 %.

#### АНИЗОТРОПИЯ УГЛОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТИЦ

Полученные соотношения для концентрации частиц с данным значением импульса  $N(r, p)$  дают возможность вычислить анизотропию углового распределения КЛ в зависимости от гелиоцентрического расстояния и энергии частиц. Концентрация частиц с данным значением импульса может быть представлена в виде суммы

$$N(\gamma, \alpha) = N_+ (\gamma, \alpha) (1 - 1) + N_- (\gamma, \alpha) (1 - 1), \quad (39)$$

где величина  $N_+$  соответствует концентрации частиц, импульс которых превышает импульс инжекции, а величина  $N_-$  описывает частицы низкой энергии ( $\gamma < 1$ ). В пространственной области внутри сферической ударной волны ( $\gamma < 1$ ) концентрация ускоренных частиц  $N_+$  описывается формулой (30), величина  $N_-$  удовлетворяет соотношению (32), а плотность потока КЛ вычисляется по формуле (8). Дифферен-

цируя выражение для концентрации КЛ (39) по переменным  $\eta$  и  $\zeta$ , получим следующее выражение для плотности потока КЛ:

$$j(\eta, \zeta) = j(\eta, \zeta)(\zeta - 1) + j(\eta, \zeta)(1 - \zeta)j(\eta, \zeta)(\zeta - 1), \quad (40)$$

где

$$\begin{aligned} j(\eta, \zeta) &= \frac{q}{3r_0^2 p_0^3} \exp(-\zeta) \left( 1 - \frac{s_0}{H(s_0)/s} \right. \\ &\quad \left. (2s_0/3, 1, 3; \zeta) - (2s_0/3, 2; \zeta) \right)^{-s_0}, \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} j(\eta, \zeta) &= \frac{q}{3r_0^2 p_0^3} \exp(-\zeta) \left( 1 - \prod_{n=1}^{\infty} \frac{s_n}{H(s_n)/s} \right. \\ &\quad \left. (2s_n/3, 2; \zeta) - (2s_n/3, 1, 3; \zeta) \right)^{-s_n}, \end{aligned} \quad (42)$$

$$j(\eta, \zeta) = \frac{q}{r_0^2 p_0^3} \exp(-\zeta) \left( 1 - \frac{(2s_0/3, 2; \zeta)}{H(s_0)/s} \right) \prod_{n=1}^{\infty} \frac{(2s_n/3, 2; \zeta)}{H(s_n)/s}. \quad (43)$$

Выражение (41) описывает поток ускоренных частиц ( $\zeta > 1$ ), формула (42) соответствует потоку КЛ, импульс которых меньше, чем импульс инжекции ( $\zeta < 1$ ), а соотношение (43) представляет поток частиц, импульс которых равен величине  $p_0$ . Отметим, что полученные соотношения (41)–(43) справедливы во внутренней области ( $\zeta < 1$ ).

Концентрация КЛ во внешней области ( $\zeta > 1$ ) описывается соотношением (33), где величина  $N(1, \zeta)$  представляет собой концентрацию КЛ на фронте ударной волны. Вычисляя поток КЛ согласно формуле (9), получим выражение для потока частиц (40), где

$$\begin{aligned} j(\eta, \zeta) &= \frac{q}{r_0^2 p_0^3} \frac{\exp(-\zeta)}{\zeta^2} \exp\left(-\frac{1}{\zeta}\right) \frac{s_0}{3} \left( 1 - \exp\left(-\frac{1}{\zeta}\right)\right. \\ &\quad \left. \frac{(2s_0/3, 2; \zeta)}{H(s_0)/s} \right)^{-s_0}, \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} j(\eta, \zeta) &= \frac{q}{r_0^2 p_0^3} \frac{\exp(-\zeta)}{\zeta^2} \exp\left(-\frac{1}{\zeta}\right) \prod_{n=1}^{\infty} \frac{(2s_n/3, 2; \zeta)}{H(s_n)/s}^{-s_n} \\ &= \frac{1}{3} \left( 1 - \exp\left(-\frac{1}{\zeta}\right) \right) \prod_{n=1}^{\infty} \frac{s_n}{H(s_n)/s} \frac{(2s_n/3, 2; \zeta)}{H(s_n)/s}^{-s_n}, \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} j(\eta, \zeta) &= \frac{q}{3r_0^2 p_0^3} \frac{\exp(-\zeta)}{\zeta^2} \left( 1 - \exp\left(-\frac{1}{\zeta}\right)\right) \\ &\quad \frac{(2s_0/3, 2; \zeta)}{H(s_0)/s} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{(2s_n/3, 2; \zeta)}{H(s_n)/s}. \end{aligned} \quad (46)$$

Величины  $j_+$ ,  $j_-$  и  $j$  описывают соответственно поток ускоренных частиц, поток КЛ низкой энергии и поток частиц с энергией инжекции в пространственной области за фронтом сферической ударной волны ( $> 1$ ).

Приведенные соотношения для концентрации КЛ  $N(\theta, \phi)$  и потока частиц  $j(\theta, \phi)$  позволяют вычислить анизотропию углового распределения КЛ

$$(\theta, \phi) = \frac{3j(\theta, \phi)}{vN(\theta, \phi)}. \quad (47)$$

На рис. 5 представлена зависимость анизотропии углового распределения частиц от безразмерной координаты при  $\alpha = 3$ ,  $\beta = 1 = 5$ . Числа у кривых соответствуют кинетической энергии частиц в мегаэлектронвольтах, а энергия инжекции  $E_{k0} = 1$  МэВ. Оказывается, что анизотропия частиц, кинетическая энергия которых превышает энергию инжекции, положительна. Следовательно, поток ускоренных частиц направлен от Солнца. Поток частиц низких энергий ( $E_k = 0.1$  МэВ и  $E_k = 0.5$  МэВ) направлен к Солнцу, а анизотропия углового распределения этих частиц отрицательна. Однако, поток частиц с кинетической энергией 0.7 МэВ характеризуется более сложной пространственной зависимостью, так что анизотропия углового распределения этих частиц меняет знак при увеличении гелиоцентрического расстояния (рис. 5).

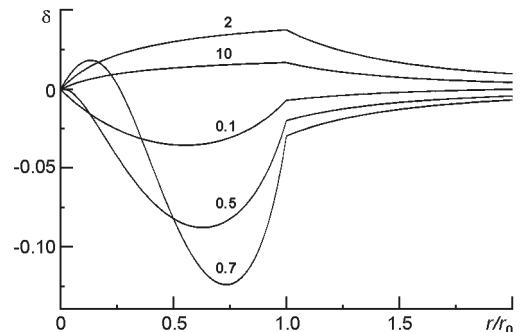


Рис. 5. Зависимость углового распределения частиц от гелиоцентрического расстояния  $r$ . Числа у кривых — кинетическая энергия (МэВ)

Определим поток частиц низких энергий согласно соотношению

$$J_-(r) = \int_0^{p_0} dpp^2 j(r, p). \quad (48)$$

Следовательно, в поток КЛ низких энергий (48) вносят вклад частицы, импульс которых меньше или равен импульсу инжекции  $p_0$ . Заметим, что поток КЛ  $J_-$  во внутренней области можно вычислить, подставив в соотношение (48) выражение для плотности потока КЛ с данным значением импульса  $j$  (42), (43).

Поток частиц высоких энергий имеет вид

$$J_+(r) = \int_{p_0}^\infty dpp^2 j(r, p). \quad (49)$$

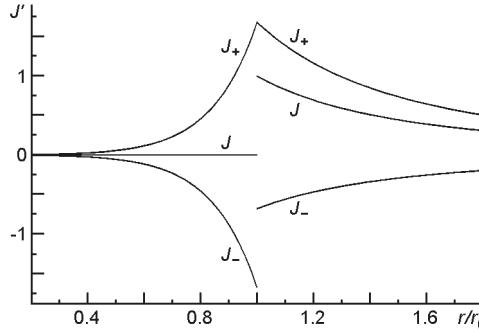


Рис. 6. Пространственное распределение потока космических лучей.  $J_+$  — поток частиц высокой энергии,  $J_-$  — поток частиц низкой энергии,  $J$  — поток космических лучей ( $\gamma = 3$ ,  $\gamma_1 = 5$ )

В поток ускоренных частиц (49) дают вклад только частицы, импульс которых превышает импульс инжекции. Во внутренней области в интеграл (49) необходимо подставить выражение для плотности потока КЛ с данным значением импульса  $j$  (41).

На рис. 6 представлена зависимость потоков частиц  $J_+$ ,  $J$  и  $J$  от гелиоцентрического расстояния при значениях параметров  $\gamma = 3$ ,  $\gamma_1 = 5$ . Поток КЛ высокой энергии  $J_+$  положителен и монотонно увеличивается с гелиоцентрическим расстоянием вплоть до ударной волны. Поток КЛ низких энергий  $J$  отрицателен, и во внутренней области равен по абсолютной величине потоку  $J_+$ , так что внутри фронта ударной волны поток частиц всех энергий  $J$  равен нулю. Во внешней области поток ускоренных частиц  $J_+$  больше, чем  $J$ , а поток частиц всех энергий положителен и изменяется обратно пропорционально квадрату гелиоцентрического расстояния.

Поток энергии КЛ имеет вид:

$$J_w(r) = \int_0^{\infty} dp p^2 E j(r, p), \quad (50)$$

где  $E$  — полная энергия частицы. Поток энергии частиц низких энергий определим следующим соотношением

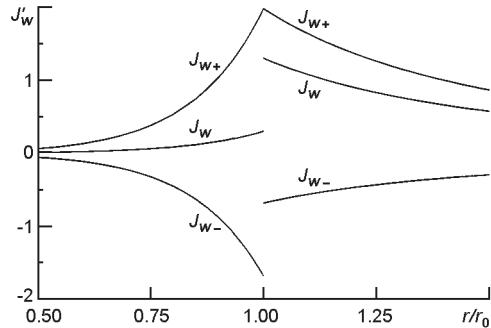
$$J_{w-}(r) = \int_0^{p_0} dp p^2 E j(r, p). \quad (51)$$

Таким образом, в поток энергии (51) дают вклад частицы, импульс которых меньше или равен импульсу инжекции. Поток энергии частиц с импульсами, превышающими импульс инжекции  $p_0$ , имеет вид

$$J_{w+}(r) = \int_{p_0}^{\infty} dp p^2 E j(r, p). \quad (52)$$

Пространственная зависимость потоков энергии КЛ (50)–(52) представлена на рис. 7 при  $\gamma = 3$ ,  $\gamma_1 = 5$ ,  $E_{k0} = 100$  МэВ. Видно, что для ускоренных частиц поток энергии  $J_{w+}$  (52) положителен, т. е. направлен от Солнца, и монотонно возрастает внутри ударной волны. Поток энергии медленных частиц  $J_{w-}$  (51) направлен к центру системы. По абсолютной величине поток энергии ускоренных частиц (52) превышает поток энергии медленных частиц (51), в результате поток энергии КЛ (50) направлен от Солнца. Отметим, что поток энергии ус-

Рис. 7. Зависимость потока энергии космических лучей от гелиоцентрического расстояния при  $\gamma = 3$ ,  $\alpha_1 = 5$ ,  $E_{k0} = 100$  МэВ



коренных частиц является непрерывной функцией гелиоцентрического расстояния, а величины  $J_w^+$  (51) и  $J_w^-$  (50) терпят разрыв на фронте ударной волны, вследствие непрерывной инжекции частиц сферой радиуса  $r_0$ . Таким образом, заряженные частицы приобретают энергию при взаимодействии с турбулентной средой, и приобретенная частицами энергия выносится из системы за счет наличия положительного потока энергии КЛ [10, 18].

### ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СПЕКТРЫ УСКОРЕННЫХ ЧАСТИЦ

В приближении постоянного коэффициента диффузии КЛ, когда интенсивность модуляции КЛ не зависит от энергии частиц, спектр частиц, ускоренных на фронте сферической ударной волны, является степенным, причем показатель спектра КЛ определяется коэффициентом сжатия среды  $\gamma$  и коэффициентами модуляции космических лучей  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . Однако интенсивность модуляции КЛ солнечным ветром зависит от энергии частиц, причем частицы высоких энергий менее чувствительны к воздействию гелиосферных магнитных полей [9, 14, 36]. Отметим, что параметры  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  (19) обратно пропорциональны коэффициентам диффузии частиц  $\nu$  и  $\nu_1$  внутри и вне сферической ударной волны соответственно. Коэффициент диффузии КЛ пропорционален транспортному пробегу частиц  $\nu$  и скорости частицы  $v$ :

$$\nu = \frac{v}{\alpha_1 \alpha_2}. \quad (53)$$

Зависимость транспортного пробега КЛ от энергии частицы можно оценить на основании наблюдательных данных по распространению солнечных КЛ [14, 19, 36]. Оказывается, что для протонов низких энергий ( $E_k < 10$  МэВ) пробег КЛ слабо зависит от импульса частиц, а при более высоких энергиях величина  $\nu$  монотонно увеличивается при увеличении импульса частицы [14, 19]. Таким образом, коэффициент диффузии КЛ (53) увеличивается при увеличении энергии частицы, а параметры модуляции лучей  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , наоборот, будут уменьшаться с увеличением энергии. Следовательно, спектр ускоренных частиц при увеличении кинетической энергии КЛ постепенно будет становиться все более мягким.

Оценим вначале спектр ускоренных частиц на фронте ударной волны. Обозначим энергетическое распределение ускоренных частиц в точке  $\gamma = 1$  посредством  $N_0(\gamma)$ :

$$N_0(\gamma) \sim N(1, \gamma). \quad (54)$$

Будем полагать, что наклон спектра (54) определяется единственным положительным корнем  $s_0$  уравнения (29):

$$\frac{1}{N_0(\gamma)} \frac{dN_0(\gamma)}{d\gamma} = s_0. \quad (55)$$

Величина  $s_0$  зависит от коэффициентов модуляции КЛ, и следовательно, от энергии частиц. В данном приближении спектр ускоренных частиц в точке  $\gamma = 1$  имеет вид

$$N_0(\gamma) \sim N_0(1) \exp \left[ -\int_1^\gamma d\gamma' \right]. \quad (56)$$

Для дальнейшего необходимо определить зависимость коэффициента диффузии КЛ (53) от импульса частицы. Пусть транспортный пробег КЛ не зависит от энергии частиц ( $\gamma = \gamma_0$ ). В этом случае параметр модуляции КЛ (19) имеет вид

$$\frac{c_0}{v} = \frac{\sqrt{u^2 - (mc/p_0)^2}}{c_0}, \quad (57)$$

где

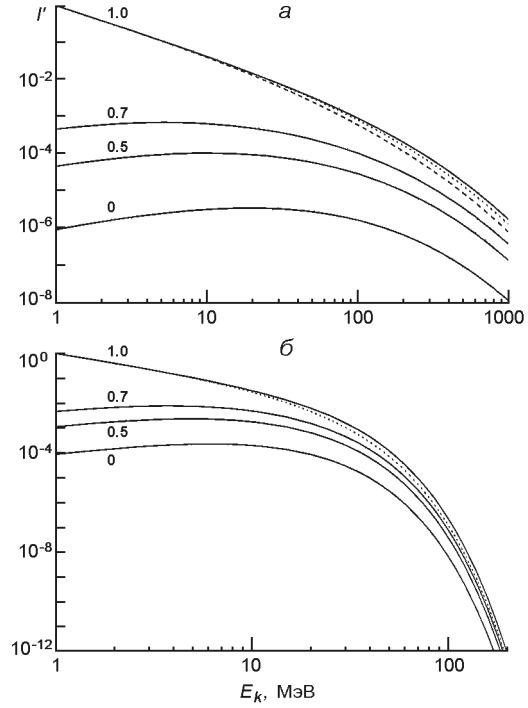
$$\frac{3ur_0}{c_0}. \quad (58)$$

Выберем следующие значения параметров: скорость сверхзвукового солнечного ветра  $u = 4 \cdot 10^7$  см/с; гелиоцентрическое расстояние до фронта ударной волны  $r_0 = 90$  а. е.; кинетическая энергия инжектированных частиц  $E_{k0} = 1$  МэВ; транспортный пробег КЛ  $\gamma_0 = 0.2$  а. е. В этом случае безразмерная величина  $\gamma_0 = 1.8$ .

На рис. 8, а представлена зависимость интенсивности ускоренных частиц от кинетической энергии КЛ в различных точках пространства. Числа у кривых равны значениям безразмерной координаты, так что значению  $\gamma = 1$  соответствует энергетический спектр КЛ на фронте сферической ударной волны. При энергиях частиц порядка энергии инжекции спектр оказывается степенным, в соответствии с тем, что при низких энергиях значения параметров модуляции оказываются большими. Заметим, что при расчете энергетических распределений ускоренных частиц было сделано предположение  $\gamma_1 = \gamma_0$ . При увеличении кинетической энергии частиц параметр модуляции КЛ (57) уменьшается, вследствие увеличения коэффициента диффузии КЛ (53). Показатель спектра ускоренных частиц  $s_0$  увеличивается по абсолютной величине, а спектр КЛ становится более мягким.

Найдем решение уравнения переноса КЛ при условии, что спектр ускоренных частиц на фронте ударной волны  $N_0(\gamma)$  задан соотноше-

Рис. 8. Зависимость интенсивности ускоренных частиц от их кинетической энергии:  $a$  — транспортный пробег КЛ не зависит от энергии частицы,  $b$  — транспортный пробег КЛ пропорционален импульсу частицы. Числа у кривых — значения координаты



нием (56). Используем известный метод приближенного решения уравнения переноса КЛ, основанный на малости анизотропии углового распределения частиц [11, 26–28]. Если диффузионный поток частиц полностью уравновешивается конвекционным потоком КЛ, то поток частиц с данным значением импульса  $j$  (8) оказывается равным нулю [11, 26–28]:

$$\frac{N}{r} \frac{up}{3} \frac{N}{p} = 0. \quad (59)$$

Запишем уравнение (59) в безразмерных переменных:

$$\frac{N}{r} \frac{(\rho)}{3} \frac{N}{p} = 0, \quad (60)$$

где  $\rho$  — параметр модуляции КЛ, заданный соотношением (57). Уравнение (60) представляет собой уравнение в частных производных первого порядка, характеристическое уравнение которого имеет вид

$$\frac{d}{d\rho} - \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{\rho}} \frac{(mc)^2}{p_0} = 0. \quad (61)$$

Приведем решение уравнения (60), которое удовлетворяет граничному условию  $N(1, \rho) = N_0(\rho)$

$$N(\rho, \rho_0) = N_0 \left[ \operatorname{ch} \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{\rho}} \frac{(mc)^2}{p_0} \right] \operatorname{sh} \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{\rho}} \frac{(mc)^2}{p_0}. \quad (62)$$

Спектры ускоренных частиц внутри сферической ударной волны представлены на рис. 8, *a* кривыми, соответствующими значениям безразмерной координаты  $\xi = 0.7, 0.5$  и  $0$ . Вследствие модуляции интенсивности КЛ солнечным ветром интенсивность ускоренных частиц во внутренней области ( $\xi < 1$ ) оказывается пониженной. Особенно сильно выражена модуляция интенсивности частиц низкой энергии вследствие небольших значений скоростей этих частиц.

Концентрация ускоренных частиц за фронтом ударной волны удовлетворяет соотношению (33) и зависит от энергетического распределения частиц на фронте ударной волны  $N_0(\xi)$  и величины параметра модуляции КЛ во внешней среде  $\xi_1$ . Пунктирная кривая на рис. 8, *a* соответствует интенсивности КЛ в точке  $\xi = 2$ , а штриховая — спектру ускоренных частиц на гелиоцентрическом расстоянии  $r = 4r_0$  ( $\xi = 4$ ). Параметр модуляции  $\xi_1$  зависит от энергии частиц, поэтому спектр частиц высокой энергии во внешней среде оказывается более мягким, по сравнению со спектром КЛ на фронте сферической ударной волны.

Транспортный пробег протонов в межпланетной среде в широком интервале энергий увеличивается при увеличении импульса частиц [14, 19]. Предположим, что пробег КЛ пропорционален импульсу частицы:

$$(1) \quad \xi_0. \quad (63)$$

В этом случае параметр модуляции КЛ определяется соотношением

$$(2) \quad \xi_0 \frac{\sqrt{\xi^2 - (mc/p_0)^2}}{2}, \quad (64)$$

где величина  $\xi_0$  задана формулой (58). Если выбрать те же значения параметров, то по-прежнему  $\xi_0 = 1.8$ .

Предположим, что параметры модуляции  $\xi_0$  и  $\xi_1$  равны друг другу, а их зависимость от импульса частицы задана соотношением (64). Для каждого значения безразмерного импульса  $\xi$  вычисляем параметры модуляции и находим решение уравнения (29). Положительный корень этого уравнения  $s_0$  определяет наклон спектра ускоренных частиц. Спектр ускоренных частиц на фронте ударной волны  $N_0(\xi)$  описывается формулой (56).

Энергетическое распределение ускоренных частиц внутри ударной волны ( $\xi < 1$ ) определим, исходя из уравнения (60), соответствующего изотропии углового распределения КЛ [11, 26–28]. Если параметр модуляции КЛ удовлетворяет соотношению (64), то характеристическое уравнение, соответствующее уравнению (60), имеет вид

$$\frac{d}{d\xi} - \frac{\xi_0}{3} \sqrt{\xi^2 - \frac{mc^2}{p_0^2}}. \quad (65)$$

Решение уравнения (60), удовлетворяющее граничному условию  $N_0(\rho)$ , заданному в точке  $\rho = 1$ , имеет вид

$$N(\rho, \eta) = N_0 \left( \frac{2}{3} \right)^2 \sqrt{\frac{2}{\rho^2 - \frac{mc^2}{p_0}} - \frac{\frac{2}{9}(1-\eta)^2}{\rho^2}}^{1/2}. \quad (66)$$

Формула (66) описывает пространственно-энергетическое распределение ускоренных частиц внутри сферической ударной волны ( $\rho < 1$ ). Во внешней области ( $\rho > 1$ ) концентрация КЛ определяется спектром частиц на фронте ударной волны и величиной параметра модуляции КЛ  $\alpha_1$  и удовлетворяет соотношению (33).

Зависимость интенсивности ускоренных частиц от их кинетической энергии представлена на рис. 8, б. Числа у кривых равны значениям безразмерной координаты, так что кривая  $\rho = 1$  описывает спектр КЛ на фронте ударной волны (56). Заметим, что в рассматриваемом случае, когда пробег КЛ пропорционален импульсу частицы, параметр модуляции КЛ (64) относительно быстро уменьшается с увеличением импульса частицы. Так, согласно формуле (64) при нерелятивистских энергиях  $\eta^2$ , а для ультрарелятивистских частиц  $\eta^1$ . Следовательно, интенсивность модуляции КЛ солнечным ветром быстро уменьшается при увеличении энергии частиц. Вследствие этого спектр ускоренных частиц оказывается значительно более мягким по сравнению со случаем постоянного транспортного пробега КЛ. Интенсивности ускоренных частиц во внутренней области соответствуют кривые  $\rho = 0.7, 0.5$  и  $0$  на рис. 8, б. Видно, что модуляция интенсивности КЛ солнечным ветром оказывается наиболее существенной для частиц низких энергий. Пунктирная кривая соответствует спектру ускоренных частиц в точке  $\rho = 2$ , т. е. на расстоянии  $r_0$  за фронтом ударной волны.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрено распространение КЛ в гелиосфере при наличии сферической ударной волны, разделяющей сверхзвуковой солнечный ветер и гелиомантию. Получено решение уравнения переноса КЛ при наличии моноэнергетического источника частиц на фронте гелиосферной ударной волны и проанализировано пространственно-энергетическое распределение частиц. Спектр ускоренных частиц оказывается степенным, а показатель спектра КЛ определяется степенью сжатия среды на фронте ударной волны и параметрами  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  модуляции КЛ во внутренней и внешней среде соответственно. При неограниченном увеличении параметров модуляции КЛ показатель спектра ускоренных частиц стремится к предельному значению, соответствующему процессу ускорения КЛ на плоском ударном фронте. В случае слабой

модуляции интенсивности КЛ солнечным ветром ( $\Gamma_1$  или  $\Gamma_1 \ll 1$ ) показатель спектра ускоренных частиц оказывается большим по абсолютной величине, а ускорение частиц на фронте ударной волны неэффективным. Показано, что пространственное распределение ускоренных частиц испытывает максимум на фронте сферической ударной волны.

Анизотропия углового распределения ускоренных частиц положительна и максимальна на фронте ударной волны. Поток ускоренных частиц направлен от Солнца, а поток частиц низких энергий — к Солнцу, так что поток частиц всех энергий внутри ударной волны равен нулю. За фронтом ударной волны поток КЛ положителен и уменьшается обратно пропорционально квадрату гелиоцентрического расстояния. Оказывается, что поток энергии КЛ направлен от Солнца. Следовательно, сверхзвуковой солнечный ветер передает энергию космическим лучам, а полученная частицами энергия выносится во внешнюю гелиосферу за счет положительного потока энергии КЛ.

В приближении малости анизотропии КЛ исследовано пространственно-энергетическое распределение ускоренных частиц и показано, что форма энергетического спектра ускоренных частиц существенным образом зависит от энергетической зависимости коэффициента диффузии КЛ. Оказывается, что энергетическое распределение ускоренных частиц постепенно становится все более мягким при увеличении кинетической энергии частиц.

1. Бережко Е. Г., Крымский Г. Ф. Ускорение космических лучей ударными волнами // Успехи физ. наук.—1988.—**154**, вып. 1.—С. 49—91.
2. Долгинов А. З., Топтыгин И. Н. Многократное рассеяние частиц в магнитном поле со случайными неоднородностями // Журн. эксперим. и теор. физ.—1966.—**51**, вып. 6.—С. 1771—1783.
3. Долгинов А. З., Топтыгин И. Н. О диффузии космических лучей в межпланетной среде // Геомагнетизм и аэрономия.—1967.—**7**, № 6.—С. 967—973.
4. Колесник Ю. Л., Шахов Б. А. Влияние гелиопаузы и стоячей ударной волны на распространение галактических космических лучей в стационарной модели гелиосферы // Кинематика и физика небес. тел.—2012.—**28**, № 6.—С. 3—16.
5. Крымский Г. Ф. Регулярный механизм ускорения заряженных частиц на фронте ударной волны // Докл. АН СССР.—1977.—**234**, № 6.—С. 1306—1309.
6. Крымский Г. Ф., Петухов С. И. Ускорение частиц регулярным механизмом в присутствии сферической ударной волны // Письма в астрон. журн.—1980.—**6**, № 4.—С. 227—231.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. — М.: Наука, 1973.—504 с.
8. Прищеп В. Л., Птушкин В. С. Об ускорении быстрых частиц на фронте сферической ударной волны // Астрон. журн.—1981.—**58**, № 4.—С. 779—789.
9. Топтыгин И. Н. Космические лучи в межпланетных магнитных полях. — М.: Наука, 1983.—302 с.
10. Федоров Ю. И. Обмен энергией между быстрыми частицами и ударной волной, распространяющейся в космической плазме // Кинематика и физика небес. тел.—2006.—**22**, № 5.—С. 323—339.

11. Шахов Б. А., Колесник Ю. Л. Итерационный метод решения краевых задач теории распространения космических лучей // Кинематика и физика небес. тел.—2006.—**22**, № 2.—С. 100—108.
12. Axford W. I., Leer E., Scadron G. The acceleration of cosmic rays by shock waves // Proc. 15-th Int. Cosmic Ray Conf. — Plovdiv, 1977.—**11**.—P. 132.
13. Bell A. R. The acceleration of cosmic rays in shock fronts // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.—1978.—**182**.—P. 147—156.
14. Bieber J. W., Matthaeus W. H., Smith C. W., et al. Proton and electron mean free paths: the Palmer consensus revisited // Astrophys. J.—1994.—**420**.—P. 294—306.
15. Blandford R. D., Ostriker J. P. Particle acceleration by astrophysical shocks // Astrophys. J.—1978.—**221**.—P. L29—L32.
16. Bobik P., Boella G., Boschini M. J., et al. Systematic investigation of solar modulation of galactic protons for solar cycle 23 using a Monte Carlo approach with particle drift effects and latitudinal dependence // Astrophys. J.—2012.—**745**.—P. 132.
17. Cummings A. C., Stone E. C., McDonald F. B., et al. Voyager observations of anomalous cosmic rays in the outer heliosphere // Proc. 32-nd Int. Cosmic Ray Conf. — Beijing, China, 2011.—**11**.—P. 2.
18. Dorman L. I., Katz M. E., Fedorov Yu. I., Shakhov B. A. Variation of cosmic-ray energy in interplanetary space // Astrophys. and Space Sci.—1983.—**94**.—P. 43—95.
19. Droege W. The rigidity dependence of solar particle scattering mean free paths // Astrophys. J.—2000.—**537**.—P. 1073—1079.
20. Drury L. O'C. An introduction to the theory of diffusive shock acceleration of energetic particles in tenuous plasmas // Rep. Progress. Phys.—1983.—**46**.—P. 973—1027.
21. Fisk L. A., Gloeckler G. The acceleration of anomalous cosmic rays by stochastic acceleration in the heliosheath // Adv. Space Res.—2009.—**43**.—P. 1471—1478.
22. Florinski V., Jokipii J. R. Cosmic ray spectra at spherical termination shocks // Astrophys. J.—2003.—**591**.—P. 454—460.
23. Florinski V., Pogorelov N. V. Four-dimensional transport of galactic cosmic rays in the outer heliosphere and heliosheath // Astrophys. J.—2009.—**701**.—P. 642—651.
24. Florinski V., Zank G. P., Pogorelov N. V. Galactic cosmic ray transport in the global heliosphere // J. Geophys. Res.—2003.—**108**, N A6.—P. 1228.
25. Giacalone J., Drake J. F., Jokipii J. R. The acceleration mechanism of anomalous cosmic rays // Space Sci. Revs.—2012.—**173**.—P. 283—307.
26. Gleeson L. J., Axford W. I. Solar modulation of galactic cosmic rays // Astrophys. J.—1968.—**154**.—P. 1011—1026.
27. Gleeson L. J., Urch I. H. A study of the force-field equation for the propagation of galactic cosmic rays // Astrophys. and Space. Sci.—1973.—**25**.—P. 387—404.
28. Heber B., Potgieter M. S. Cosmic rays at high heliolatitudes // Space Sci. Revs.—2006.—**127**.—P. 117—194.
29. Kallenbach R., Barnett K., Hilchenbach M. Acceleration of the anomalous component of cosmic rays revisited // Astrophys. and Space Sci. Trans.—2009.—**5**.—P. 49—60.
30. Kota J., Jokipii J. R. Cosmic ray transport beyond the termination shock: Modulation in the heliosheath // Proc. 28-th Int. Cosmic Ray Conf. — Tsukuba, Japan, 2003.—P. 3863—3866.
31. Lagage P. O., Cesarsky C. J. The maximum energy of cosmic rays accelerated by supernova shocks // Astron. and Astrophys.—1983.—**125**, N 2.—P. 249—257.
32. Le Roux J. A., Webb G. M. Time-dependent acceleration of interstellar pickup ions at the heliospheric termination shock using a focused transport approach // Astrophys. J.—2009.—**693**.—P. 534—551.

33. *McDonald F. B.* Voyager observations of galactic and anomalous cosmic rays at the termination shock and in the heliosheath // Proc. 30-th Int. Cosmic Ray Conf. — Merida, Mexico, 2007.—**6**.—P. 167—180.
34. *Moskalenko I. V., Strong A. V., Ormes J. F., Potgieter M. S.* Secondary antiprotons and propagation of cosmic rays in the Galaxy and heliosphere // *Astrophys. J.*—2002.—**565**.—P. 280—296.
35. *Ostrowski M., Schlickeiser R.* Cosmic-ray diffusive acceleration at shock waves with finite upstream and downstream escape boundaries // *Solar Phys.*—1996.—**167**, N 2.—P. 381—394.
36. *Palmer I. D.* Transport coefficients of low-energy cosmic rays in interplanetary space // *Rev. Geophys. Space Phys.*—1982.—**20**, N 2.—P. 335—351.
37. *Parker E. N.* The passage of energetic charged particles through interplanetary space // *Planet. Space Sci.*—1965.—**13**, N 1.—P. 9.
38. *Potgieter M. S., Moraal H.* Acceleration of cosmic rays in the solar wind termination shock. 1. A steady state technique in a spherically symmetric model // *Astrophys. J.*—1988.—**330**.—P. 445—455.
39. *Richardson J. D., Burlaga L. F.* The solar wind in the outer heliosphere and heliosheath // *Space Sci. Revs.*—2013.—**176**.—P. 217—235.
40. *Webb G. M., Forman M. A., Axford W. I.* Cosmic-ray acceleration at stellar wind terminal shocks // *Astrophys. J.*—1985.—**298**.—P. 684—708.

Статья поступила в редакцию 05.09.13