

С. Н. Воробьев

Радиоастрономический институт НАН Украины
4, ул. Краснознаменная, Харьков, 61002, Украина
E-mail: vorobyov@rian.kharkov.ua

ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОБ ИЗЛУЧЕНИИ ИЗ ПЛОСКОГО ВОЛНОВОДА С КОНЕЧНЫМ ЧИСЛОМ ЩЕЛЕЙ

Изучаются характеристики излучения электромагнитных волн из заполненного диэлектриком плоского металлического волновода с конечным числом неэквилидистантно расположенных, различных по ширине параллельных щелей на одной стороне волновода, возбуждаемого основной волной. Такая структура допускает строгое электродинамическое решение при минимуме известных радиофизических допущений и, как модель, может хорошо соответствовать реальным антеннам, изготовленным из тонкого фольгированного диэлектрика с длинными, по отношению к длине волны, щелями. Задача решается методом аналитического полуобращения оператора исходной краевой задачи в сочетании с методом моментов. Анализируются ближнее и дальнее поля излучения (E - и H -компоненты поля), а также энергетические характеристики отраженного и прошедшего в волновод полей. Ил. 5. Библиогр.: 35 назв.

Ключевые слова: электромагнитные волны, волноводно-щелевые антенны, метод моментов, интеграл Фурье, полуобращение, ближнее и дальнее поля излучения.

Двумерные задачи дифракции и излучения волн плоскими металлическими структурами и в настоящее время не утратили своей актуальности, поскольку некоторые из таких задач могут быть решены в строгой электродинамической постановке. Полученное решение представляет интерес как в теоретическом аспекте, так и в прикладном отношении (например, дифракционные антенны вытекающих волн, волноводно-щелевые антенны, в том числе интегрированные в подложку, частотно-селективные поверхности и т. д.). Кроме того, такие решения служат в качестве модельных для проверки корректности и точности интенсивно развивающихся численных методов, таких как метод сеток (в частности, *FDTD*-метод), использующих непосредственно пошаговую дискретизацию роторных уравнений Максвелла. Выбор сетки в этих методах зачастую является определяющим фактором для решения конкретной краевой задачи.

В настоящей статье излагается решение задачи излучения из заполненного диэлектриком металлического волновода с конечным числом неэквилидистантно расположенных, различных по ширине параллельных щелей на одной стороне волновода, при его возбуждении волноводной E_1 -волной плоского волновода. Задача решается методом полуобращения оператора исходной краевой задачи рассеяния электромагнитных волн (ЭМВ) в сочетании с методом моментов (*MoM*). Решение сводится к системе линейных алгебраических уравнений второго рода относительно неизвестных коэффициентов разложения фурье-амплитуды искомого поля в ряд Неймана. В результате строится алгоритм численного решения задачи. Физический анализ полученных результатов рассматривается применительно к плоским волноводно-щелевым антеннам (ВЩА). Анализируются ближнее и дальнее поля излучения (E - и

H -компоненты поля), а также их фурье-амплитуды и энергетические характеристики отраженного и прошедшего в волновод полей. Изучаемая структура является многопараметрической, поскольку варьируется количество щелей, ширина каждой щели, их взаимное расположение и диэлектрическая проницаемость заполнения волновода.

Интерес к ВЩА возник в 1930-х гг. в работах М. С. Неймана [1], в 1940-х гг. излучение из щелей исследовали *W. H. Watson*, *A. A. Пистолькорс*, *A. F. Stevenson*, *Я. Н. Фельд* [2–6] и, позднее, *A. A. Oliner* [7]. Расчет и анализ характеристик ВЩА весьма актуален и в наши дни. Это подтверждается огромным количеством публикаций по этой тематике [например, 8–23]. Широкое использование ВЩА обусловлено их сравнительной простотой, конформностью конструкции и относительно небольшой стоимостью. Одним из перспективных направлений развития ВЩА являются конструкции на основе полосковых линий, а также ВЩА, интегрированные в подложку более сложного устройства.

Известно несколько методов исследования ВЩА [8–10]. Среди них наиболее используемыми являются: *MoM* применительно к интегральному уравнению для магнитного поля (*MFIE*), включая асимптотическую часть полученного решения [11, 22]; *MoM* для интегрального уравнения электрического поля (*EFIE*) относительно металлической поверхности волновода [12]; метод конечных элементов и *FDTD*-метод [15]; гибридный метод, объединяющий метод граничных элементов структуры, функцию Грина и *MoM* [16, 21]; метод эквивалентных схем в комбинации с вариационным методом [13, 14, 17–20, 23]. Каждый из этих методов имеет свои преимущества и дает хорошие результаты для определенных типов ВЩА.

Особое место в изучении характеристик излучения ВЩА занимают плоскопараллельные

волноводы с системой щелей на одной его стороне. Некоторые из таких задач допускают строгое электродинамическое решение при минимуме известных радиофизических допущений. Это, несомненно, позволяет более полно рассмотреть физические особенности процесса излучения волн.

Так, в [24] рассматривается плоско-параллельная ВЩА с конечным числом произвольно расположенных щелей разной ширины в предположении, что волновод заполнен диэлектриком без потерь и толщина ВЩА много меньше, чем расстояние между крайними щелями. Решение задачи основывается на методике, использующей принцип магнитодвижущей силы в применении к уравнениям типа Кирхгофа относительно неизвестных магнитных токов, возбуждаемых в щелях. Рассматривается случай возбуждения и распространения в волноводе только основной ТЕМ-волны. Численные результаты приведены для эквидистантных щелей и неравномерной квазипериодической ВЩА.

Следует отметить, что в [25] на основе метода сингулярных интегральных уравнений построена строгая математическая модель рассеяния собственных электрических волн плоского диэлектрического волновода, расположенного на некотором расстоянии от идеально проводящего экрана, в котором прорезано конечное число различных по ширине и глубине прямоугольных канавок. Исследовано влияние величины зазора между диэлектрическим волноводом и проводящей структурой на процесс преобразования поверхностных волн в объемные. Полученное решение позволило создать алгоритм оптимизации заданного распределения поля на апертуре антенны вытекающих волн [26].

1. Постановка задачи. На рис. 1 изображена геометрия плоского волновода с системой N параллельных оси Ox щелей на его верхней стороне. Координаты y_n^0 середины каждой щели с номером n отсчитываются от начала декартовой системы координат (x, y, z) , а ширина щели равна $2d_n$. Волновод высотой h заполнен диэлектриком с относительной проницаемостью ε .

В волноводе из области $y < 0$ в положительном направлении оси Oy распространяется ТМ₁-волна плоского волновода с компонентами поля $\vec{H}(H_x^i, 0, 0)$, и $\vec{E}(0, E_y^i, E_z^i)$, которая возбуждает щели в верхней плоскости волновода. Такое

возбуждение может реализовываться системой синфазных токов, расположенных в плоскости $z = -h/2$.

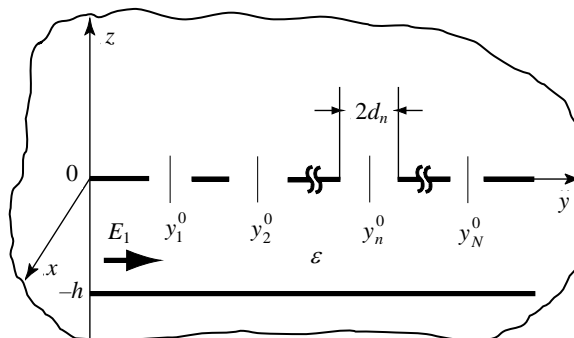


Рис. 1. Плоский волновод с конечным числом щелей

Компоненты H_x^i , E_y^i и E_z^i этой волны имеют вид

$$H_x^i = \cos(\pi z / h) \exp(ik\beta y),$$

$$E_y^i = \frac{-i\pi}{kh\varepsilon} \sin(\pi z / h) \exp(ik\beta y)$$

и $E_z^i = \frac{\beta}{\varepsilon} \cos(\pi z / h) \exp(ik\beta y)$, а ее постоянная

распространения равна $\beta = \sqrt{\varepsilon - (\pi/kh)^2}$, где k – волновое число.

Целью данной работы является решение в строгой электродинамической постановке задачи излучения ЭМВ из плоского идеально проводящего волновода с конечным числом щелей на одной его стороне, построение эффективного алгоритма и программы численного решения, и, в результате, анализ амплитудно-фазового распределения излученного поля, а также его энергетических характеристик.

Рассматриваемая модель может хорошо соответствовать реальным ВЩА, выполненным из тонкого фольгированного диэлектрика (тефлон, флан) по печатной технологии, со щелями размером в несколько длин волн.

2. Метод решения. Представим поле в пространстве $z > -h$ в виде разложения в интеграл Фурье по плоским волнам:

$$H_x(y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} a(\xi) \exp(ik(y\xi + z\gamma(\xi))) d\xi, \quad (1.1)$$

где $\gamma(\xi) = \sqrt{1 - \xi^2}$, $z > 0$;

$$H_x(y, z) = H_x^i + \int_{-\infty}^{\infty} [b(\xi) \exp(-ikz\tilde{\gamma}(\xi)) + c(\xi) \exp(ik(z+h)\tilde{\gamma}(\xi))] \exp(iky\xi) d\xi, \quad (1.2)$$

где $\tilde{\gamma}(\xi) = \sqrt{\varepsilon - \xi^2}$, $-h < z < 0$. Зависимость от времени выбрана в виде $\exp(-i\omega t)$ и в формулах для краткости опущена.

В выражении (1.1) выбрана ветвь корня, удовлетворяющая условию излучения на бесконечности (т. е. $\operatorname{Re} \gamma > 0$, а если $\operatorname{Re} \gamma = 0$, то $\operatorname{Im} \gamma > 0$). Поле в области $-h < z < 0$, при условиях $y < y_1^0 - d_1$ или $y > y_N^0 + d_N$, как известно, может быть представлено в виде суперпозиции волноводных волн. Следовательно, функции $b(\xi)$ и $c(\xi)$ являются мероморфными функциями с полюсами в точках ξ , которые соответствуют постоянным распространения этих волн. Для выполнения условия излучения в волноводе путь интегрирования в (1.2) выбран вдоль веществен-

ной оси, причем полюса на отрицательной полуоси обходятся сверху, а на положительной полуоси – снизу [27, 28].

При достижении падающей волной неоднородности в волноводе, а именно первой щели, в электромагнитном поле возникает компонента $E_y(y, z)$, которую нетрудно найти из уравнений Максвелла:

$$E_y(y, z) = - \int_{-\infty}^{\infty} a(\xi) \gamma(\xi) \exp(ik(y\xi + z\gamma(\xi))) d\xi, \quad (2.1)$$

$z > 0;$

$$E_y(y, z) = E_y^i + \frac{1}{\varepsilon} \int_{-\infty}^{\infty} [b(\xi) \exp(-ikz\tilde{\gamma}(\xi)) - c(\xi) \exp(ik(z+h)\tilde{\gamma}(\xi))] \tilde{\gamma}(\xi) \exp(iky\xi) d\xi, \quad -h < z < 0. \quad (2.2)$$

Из граничных условий для полного электромагнитного поля следуют функциональные соотношения для амплитуд Фурье, $c(\xi) = b(\xi) \exp(ikh\tilde{\gamma}(\xi))$ и $a(\xi) \gamma(\xi) \varepsilon = -(b(\xi) - c(\xi) \exp(ikh\tilde{\gamma}(\xi))) \tilde{\gamma}(\xi)$, а также парные интегральные уравнения относительно функции $a(\xi)$:

$$\int_{-\infty}^{\infty} a(\xi) \gamma(\xi) \exp(iky\xi) d\xi = 0, \quad y \notin \bigcup_{n=1}^N (y_n^0 - d_n, y_n^0 + d_n),$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} a(\xi) \left(1 + i\varepsilon \frac{\gamma(\xi)}{\tilde{\gamma}(\xi)} \operatorname{ctg}(kh\tilde{\gamma}) \right) \exp(iky\xi) d\xi = \exp(iky\beta), \quad y \in \bigcup_{n=1}^N (y_n^0 - d_n, y_n^0 + d_n).$$

Обозначим $A(ky) = \int_{-\infty}^{\infty} a(\xi) \gamma(\xi) \exp(iky\xi) d\xi$, тогда

$$a(\xi) \gamma(\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A(ky) \exp(-i\xi ky) d(ky). \quad \text{Вследст-}$$

вие линейности уравнений Максвелла можно представить функцию $A(ky)$ в виде конечной суммы $A(ky) = \sum_{n=1}^N A_n(ky)$, что, как нетрудно показать, влечет за собой соотношение $a(\xi) = \sum_{n=1}^N a_n(\xi)$, где $y \in \bigcup_{n=1}^N (y_n^0 - d_n, y_n^0 + d_n)$.

Введем в парных интегральных уравнениях локальную систему координат, связанную с центром n -й щели, $y_n = y - y_n^0$ (тогда $|y_n| < d_n$ соответствует щелям), изменим порядок интегрирования и суммирования, и после несложных преобразований получим:

$$\sum_{n=1}^N \int_{-\infty}^{\infty} a_n(\xi) \gamma(\xi) \exp(ik(y - y_n^0)\xi) d\xi = 0, \quad (3.1)$$

$y \notin \bigcup_{n=1}^N (y_n^0 - d_n, y_n^0 + d_n);$

$$\sum_{n=1}^N \int_{-\infty}^{\infty} a_n(\xi) \left(1 + i\varepsilon \frac{\gamma(\xi)}{\tilde{\gamma}(\xi)} \operatorname{ctg}(kh\tilde{\gamma}) \right) \exp(ik(y - y_n^0)\xi) d\xi = \exp(iky\beta), \quad y \in \bigcup_{n=1}^N (y_n^0 - d_n, y_n^0 + d_n). \quad (3.2)$$

В уравнении (3.2) выделим слагаемое с номером m [29]. Тогда $y = y_m + y_m^0$,

$$\int_{-\infty}^{\infty} a_m(\xi) \left(1 + i\varepsilon \frac{\gamma(\xi)}{\tilde{\gamma}(\xi)} \operatorname{ctg}(kh\tilde{\gamma}) \right) \exp(iky_m\xi) d\xi = \exp(iky_m^0\beta) \exp(iky_m\beta) -$$

$$- \sum_{n=1, n \neq m}^N \int_{-\infty}^{\infty} a_n(\xi) \left(1 + i\varepsilon \frac{\gamma(\xi)}{\tilde{\gamma}(\xi)} \operatorname{ctg}(kh\tilde{\gamma}) \right) \exp(ik(y_m^0 - y_n^0)\xi) \exp(iky_m\xi) d\xi,$$

$|y_m| < d_m, \quad m = 1, 2, \dots, N.$

Представим функцию $a_n(\xi)$ в виде разложения в ряд Неймана с неизвестными коэффициентами $c_p^{(n)}$ [28, 31]:

$$a_n(\xi) = \frac{1}{\gamma(\xi)} \left(c_0^{(n)} J_0(kd_n \xi) + \sum_{p=1}^{\infty} c_p^{(n)} \sqrt{p} J_p(kd_n \xi) \right), \quad (5)$$

где $J_p(\zeta)$ – функция Бесселя. Решение в виде (5) удовлетворяет уравнению (3.1) почленно. Далее подставим функцию (5) в уравнение (4) (для краткости записи формул временно примем условие, что в выражении (5) при $p=0$, $\sqrt{p}=1$):

$$\begin{aligned} \sum_{p=0}^{\infty} \sqrt{p} c_p^{(m)} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) J_p(kd_m \xi) \exp(iky_m \xi) d\xi &= f^{(m)}(\beta) \exp(iky_m \beta) - \\ - \sum_{n=1, n \neq m}^N \sum_{p=0}^{\infty} \sqrt{p} c_p^{(n)} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) J_p(kd_n \xi) \exp(iky_{mn}^0 \xi) \exp(iky_m \xi) d\xi, & |y_m| < d_m, m=1, 2, \dots, N, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{где } f(\xi) &= \frac{1}{\gamma(\xi)} + i \frac{\varepsilon}{\tilde{\gamma}(\xi)} \text{ctg}(kh\tilde{\gamma}(\xi)), \\ f^{(m)}(\beta) &= \exp(iky_m^0 \beta), y_{mn}^0 = y_m^0 - y_n^0. \end{aligned}$$

Чтобы в результате прийти к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно неизвестных коэффициентов $c_p^{(n)}$, воспользуемся проекционным методом и *MoM* [28, 30]. После преобразований получим:

$$\begin{aligned} \sum_{p=0}^{\infty} \sqrt{pr} c_p^{(m)} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) J_p(kd_m \xi) J_r(kd_m \xi) d\xi &= \sqrt{r} f^{(m)}(\beta) J_r(kd_m \beta) - \\ - \sum_{n=1, n \neq m}^N \sum_{p=0}^{\infty} \sqrt{pr} c_p^{(n)} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) J_p(kd_n \xi) J_r(kd_m \xi) \exp(iky_{mn}^0 \xi) d\xi, & m=1, 2, \dots, N, r=0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (7)$$

(здесь также действует условие, что при $r=0$ $\sqrt{r}=1$).

Выделим в СЛАУ (7) подсистемы с $r \neq 0$ и $r=0$, а в последней – член с $p=0$:

$$\begin{aligned} c_0^{(m)} G_{00}^{(m)} + \sum_{p=1}^{\infty} c_p^{(m)} G_{0p}^{(m)} &= \\ = Q_0^{(m)} - \sum_{n=1}^N c_0^{(n)} B_{00}^{(mn)} - \sum_{n=1, n \neq m}^N \sum_{p=1}^{\infty} c_p^{(n)} B_{0p}^{(mn)}, & \quad (8) \end{aligned}$$

$m=1, 2, \dots, N$,

где

$$\begin{aligned} G_{00}^{(m)} &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) J_0^2(\eta_m \xi) d\xi, \\ G_{0p}^{(m)} &= \sqrt{p} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) J_0(\eta_m \xi) J_p(\eta_m \xi) d\xi, \\ Q_0^{(m)} &= f^{(m)}(\beta) J_0(\eta_m \beta), \eta_n = kd_n, \\ B_{00}^{(mn)} &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) J_0(\eta_m \xi) J_0(\eta_n \xi) \exp(iky_{mn}^0 \xi) d\xi, \\ B_{0p}^{(mn)} &= \sqrt{p} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) J_0(\eta_m \xi) J_p(\eta_n \xi) \exp(iky_{mn}^0 \xi) d\xi; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_0^{(m)} G_{r0}^{(m)} + \\ + \sum_{p=1}^{\infty} \sqrt{pr} c_p^{(m)} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) J_p(\eta_m \xi) J_r(\eta_m \xi) d\xi &= \\ = Q_r^{(m)} - \sum_{n=1, n \neq m}^N \sum_{p=1}^{\infty} B_{rp}^{(mn)} - \sum_{n=1, n \neq m}^N c_0^{(n)} B_{r0}^{(mn)}, & \quad (9) \\ m=1, 2, \dots, N, r=1, 2, \dots, \infty, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{где } G_{r0}^{(m)} &= \sqrt{r} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) J_r(\eta_m \xi) J_0(\eta_m \xi) d\xi, \\ Q_r^{(m)} &= \sqrt{r} f^{(m)}(\beta) J_r(\eta_m \beta), \\ B_{r0}^{(mn)} &= \sqrt{r} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) J_r(\eta_m \xi) J_0(\eta_n \xi) \exp(iky_{mn}^0 \xi) d\xi, \\ B_{rp}^{(mn)} &= \\ = \sqrt{rp} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) J_r(\eta_m \xi) J_p(\eta_n \xi) \exp(iky_{mn}^0 \xi) d\xi. & \quad (10) \end{aligned}$$

Во втором слагаемом СЛАУ (9) выделим статическую часть и динамическую добавку к ней, зависящую от волнового числа k . Для этого

введем функцию $E(\xi) = 1 - i \frac{|\xi|}{1 + \varepsilon} f(\xi)$, малую при больших значениях ξ ; заметим, что $E(\xi) \approx O(\xi^{-2})$ при $\xi \rightarrow \pm \infty$. Вследствие известного соотношения ортогональности для функций

Бесселя, $\sqrt{rp} \int_{-\infty}^{\infty} J_r(ax) J_p(ax) \frac{dx}{|x|} = \delta_{rp}$, где δ_{rp} – символ Кронекера, статическая часть приводит к единичной матрице. Следовательно, после преобразований СЛАУ (9) принимает вид

$$(1 + \varepsilon) c_r^{(m)} - (1 + \varepsilon) \sum_{p=1}^{\infty} c_p^{(m)} A_{rp}^{(m)} + i c_0^{(m)} G_{r0}^{(m)} + i \sum_{n=1, n \neq m}^N c_0^{(n)} B_{r0}^{(mn)} + i \sum_{n=1, n \neq m}^N \sum_{p=1}^{\infty} c_p^{(n)} B_{rp}^{(mn)} = i Q_r^{(m)}, \quad (11)$$

$m = 1, 2, \dots, N, r = 1, 2, \dots, \infty;$

$$A_{rp}^{(m)} = \sqrt{rp} \int_{-\infty}^{\infty} J_r(\eta_m \xi) J_p(\eta_m \xi) \frac{E(\xi)}{|\xi|} d\xi. \quad (12)$$

Преобразуем систему двух связанных СЛАУ (8) и (11). Выразим неизвестные коэффициенты $c_0^{(n)} \Big|_{n=1}^N$ из СЛАУ (8) через $c_p^{(n)} \Big|_{n=1}^N$, считая их в данный момент найденными [28, 31], и подставим в СЛАУ (11). В результате получим СЛАУ второго рода с вполне непрерывным в пространстве l_2 матричным оператором для нахождения коэффициентов $c_p^{(n)} \Big|_{n=1}^N$:

$$(1 + \varepsilon) c_r^{(m)} - \sum_{p=1}^{\infty} c_p^{(m)} \left((1 + \varepsilon) A_{rp}^{(m)} + i \frac{G_{0p}^{(m)} G_{r0}^{(m)}}{G_{00}^{(m)}} \right) + i \sum_{n=1, n \neq m}^N \sum_{p=1}^{\infty} c_p^{(n)} \left(B_{rp}^{(mn)} - \frac{B_{0p}^{(mn)} B_{r0}^{(mn)}}{B_{00}^{(mn)}} \right) = i \left(Q_r^{(m)} - Q_0^{(m)} \frac{G_{r0}^{(m)}}{G_{00}^{(m)}} \right), \quad m = 1, 2, \dots, N, \quad (13)$$

$r = 1, 2, \dots, \infty.$

Система линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных $c_0^{(n)} \Big|_{n=1}^N$ (когда для СЛАУ (13) решение уже получено) имеет следующий вид:

$$c_0^{(m)} G_{00}^{(m)} + \sum_{n=1, n \neq m}^N c_0^{(n)} B_{00}^{(mn)} = Q_0^{(m)} - \sum_{p=1}^{\infty} c_p^{(m)} G_{0p}^{(m)} - \sum_{n=1, n \neq m}^N \sum_{p=1}^{\infty} c_p^{(n)} B_{0p}^{(mn)}, \quad m = 1, 2, \dots, N. \quad (14)$$

Итак, решение задачи сводится к численному расчету коэффициентов $c_p^{(n)} \Big|_{n=1}^N \Big|_{p=0}^{\infty}$. После этого по формуле (5) находятся спектральные амплитуды, через которые выражаются все электродинамические характеристики рассматриваемой структуры.

3. Физические характеристики полей.

К основным характеристикам поля рассеяния, представляющим интерес для исследования, относятся H_x - и E_y -компоненты излученного из щелей волновода поля, а также поле, отраженное от щелей и прошедшее в волновод (в том числе и для контроля выполнения баланса мощностей).

Излученное поле (1.1), (2.1), с учетом (5), записывается в следующем виде:

$$H_x(y, z > 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{R(\xi)}{\gamma(\xi)} \exp(ik(y\xi + z\gamma(\xi))) d\xi = \int_0^{\pi/2} [R(\sin \theta) \exp(iky \sin \theta) + R(-\sin \theta) \exp(-iky \sin \theta)] \exp(ikz \cos \theta) d\theta - \int_0^{\text{Arcosh}(w)} [R(\cosh \theta) \exp(iky \cosh \theta) + R(-\cosh \theta) \exp(-iky \cosh \theta)] \exp(-kz \sinh \theta) d\theta, \quad (15)$$

где $w \gg 1$, а значит, $\text{Arcosh}(w) \approx \ln(2w)$.

$$E_y(y, z > 0) = - \int_{-\infty}^{\infty} R(\xi) \exp(ik(y\xi + z\gamma(\xi))) d\xi, \quad (16)$$

$$R(\xi) = \sum_{n=1}^N \left(c_0^{(n)} J_0(\eta_n \xi) + \sum_{p=1}^{\infty} \sqrt{p} c_p^{(n)} J_p(\eta_n \xi) \right) \exp(-iky_n^0 \xi).$$

Чтобы получить выражения для полей (15), (16) в дальней зоне, перейдем к полярным координатам (r, φ) ; угол φ отсчитывается от оси Oy против часовой стрелки. Интегралы в

выражениях (15), (16) при $kr \gg 1$ вычислим с помощью метода перевала. В результате дальнейшее поле над структурой примет вид:

$$H_x(r, \varphi) \approx \sqrt{\frac{2\pi}{kr}} \exp(i(kr - \pi/4)) R(\cos \varphi),$$

$$E_y(r, \varphi) \approx \sqrt{\frac{2\pi}{kr}} \exp(i(kr - \pi/4)) R(\cos \varphi) \sin \varphi,$$

где $0 \leq \varphi \leq \pi$.

В волноводе H_x -компонента поля записывается следующим образом:

$$H_x(y, -h < z < 0) = \cos(\pi z / h) \exp(ik\beta y) - i\varepsilon \sum_{n=1}^N \sum_{p=0}^{\infty} \sqrt{p} c_p^{(n)} \int_{-\infty}^{\infty} J_p(\eta_n \xi) \frac{\exp(-iky_n^0 \xi)}{\tilde{\gamma} \sin(kh\tilde{\gamma})} \cos(k(z+h)\tilde{\gamma}) \exp(iky\xi) d\xi. \quad (17)$$

Нули знаменателя подынтегральной функции в (17) определяют полюсы в точках $\xi_l^{\pm} = \pm \sqrt{\varepsilon - (\pi l / kh)^2}$. Полюсы находятся на вещественной оси, когда $-j \leq l \leq j$, $j = \lfloor 2\sqrt{\varepsilon} h / \lambda \rfloor$ (символ $\lfloor \dots \rfloor$ обозначает целую часть), и соответствуют волноводным TM -волнам с действительными постоянными распространения. Полюсы, лежащие на мнимой оси, соответствуют нераспространяющимся волнам. Заметим, что если положить $\tilde{\gamma}(\xi) = 0$, то возбужденное в волноводе поле не зависит от координаты z . Однако в волноводе для TM -волн невозможна такая структура поля, при которой \vec{E} и \vec{H} остаются неизменными во всем сечении волновода [32]. Но в рамках выбранной модели плоскопараллельного волно-

вода может существовать распространяющаяся в направлении Oy TEM -волна (аналогично TEM -волне в двухпроводной длинной линии).

Заменим в формуле (17) интеграл по вещественной оси интегралом по контуру, который замыкается в верхней (при $y > y_N^0 + d_N$, полюсы обходим снизу) или нижней (при $y < y_1^0 - d_1$, полюсы обходим сверху) полуплоскости комплексной плоскости ξ .

Подынтегральное выражение в (17) является четной функцией $\tilde{\gamma}(\xi)$, поэтому разрезы в комплексной плоскости не нужны. Интеграл по полуокружности большого радиуса равен нулю (вследствие выполнения условий леммы Жордана), и поле в волноводе при $y \rightarrow \pm\infty$ имеет вид:

$$H_x^{\pm}(y, -h < z < 0) = H_x^i \mp \frac{2\pi\varepsilon}{kh} \sum_{n=1}^N \sum_{p=0}^{\infty} \sqrt{p} c_p^{(n)} \sum_{l=1}^j \frac{J_p(\eta_n \xi_l^{\pm})}{\xi_l^{\pm}} \exp(-ik y_n^0 \xi_l^{\pm}) \cos(\pi l z / h) \exp(iky \xi_l^{\pm}) \quad (18)$$

(в (17) и (18) для краткости записи также принято, что при $p = 0$ $\sqrt{p} = 1$).

Получим соотношение для баланса мощностей возбуждающего, излученного из щелей, прошедшего в волновод и отраженного от неоднородностей в волноводе полей, являющееся обобщающим критерием точности вычисления элементов матриц и решения редуцированных СЛАУ (13), (14). В большинстве случаев в волноводной технике используется режим основной волны (т. е. одномодовый), поэтому предположим, что $l = 1$, тогда $\xi_1^{\pm} = \pm\beta$. Мощность прошедшей и отраженной в волновод волны, норми-

рованная на мощность возбуждающей волны, выражается формулой:

$$S^{\pm} = \left(\frac{2\pi\varepsilon}{\beta kh} \right)^2 |R(\pm\beta)|^2, \text{ где } y \rightarrow \pm\infty, -h < z < 0.$$

Вещественная часть мощности, излученной из щелей, называемая коэффициентом излучения и определяемая как отношение мощности, излученной в полупространство $z > 0$, к мощности волны возбуждения, имеет вид:

$$S = \frac{4\pi\varepsilon}{\beta kh} \int_0^{\pi/2} (|R(\sin \theta)|^2 + |R(-\sin \theta)|^2) d\theta.$$

В результате баланс мощностей в действительной форме выглядит следующим образом:

$$\frac{\beta kh}{4\pi\varepsilon} = \frac{\pi\varepsilon}{\beta kh} \left(|R(\beta)|^2 - |R(-\beta)|^2 \right) + \int_0^{\pi/2} \left(|R(\sin\theta)|^2 + |R(-\sin\theta)|^2 \right) d\theta. \quad (19)$$

4. Особенности численной реализации решения. Получим выражения для матричных элементов СЛАУ (13), (14), пригодные для вы-

числений. Для этого устраним особенности в знаменателе, связанные с функциями $\gamma(\xi)$ и $\tilde{\gamma}(\xi)$, с помощью замены переменных [31, 33], а также исключим простые полюса в знаменателе, соответствующие распространяющимся волновым волнам [28, 34].

После преобразований, тригонометрической и гиперболической замены переменных матричные элементы приобретают вид, удобный для вычислений:

$$\begin{aligned} B_{rp}^{(mn)} = & 2\sqrt{rp} \exp(i\pi(r+p)/2) \left\{ \int_0^{\pi/2} J_{rp}^{(mn)}(\sin\theta) \cos(ky_{mn}^0 \sin\theta - \pi(r+p)/2) d\theta - \right. \\ & - i \int_0^{\text{Arcosh}(w)} J_{rp}^{(mn)}(\cosh\theta) \cos(ky_{mn}^0 \cosh\theta - \pi(r+p)/2) d\theta + \\ & + i\varepsilon \int_0^{\theta_{\text{lim}}^t} J_{rp}^{(mn)}(\sqrt{\varepsilon} \sin\theta) \text{ctg}(kh\sqrt{\varepsilon} \cos\theta) \cos(ky_{mn}^0 \sqrt{\varepsilon} \sin\theta - \pi(r+p)/2) + \\ & + \frac{1}{kh} \sum_{l=1}^j \frac{1}{\beta_l} J_{rp}^{(mn)}(\beta_l) \cos(ky_{mn}^0 \beta_l - \pi(r+p)/2) / (\theta - \theta_l) \left. \right\} d\theta - \\ & - \frac{i\varepsilon}{kh} \sum_{l=1}^j \frac{1}{\beta_l} J_{rp}^{(mn)}(\beta_l) \cos(ky_{mn}^0 \beta_l - \pi(r+p)/2) \left(\ln(\theta_{\text{lim}}^t / \theta_l - 1) + i\pi \right) - \\ & - i\varepsilon \int_{\theta_{\text{lim}}^h}^{\text{Arcosh}(w/\sqrt{\varepsilon})} J_{rp}^{(mn)}(\sqrt{\varepsilon} \cosh\theta) \text{cth}(kh\sqrt{\varepsilon} \sinh\theta) \cos(ky_{mn}^0 \sqrt{\varepsilon} \cosh\theta - \pi(r+p)/2) d\theta - \\ & - \frac{i(1+\varepsilon)}{2\pi w^2 \sqrt{\eta_m \eta_n}} \left[(-1)^{r+p} \frac{\cos(wk(y_{mn}^0 + d_{mn}^+))}{k(y_{mn}^0 + d_{mn}^+)} - \frac{\cos(wk(y_{mn}^0 - d_{mn}^+))}{k(y_{mn}^0 - d_{mn}^+)} + \right. \\ & \left. + (-1)^{p+1} \frac{\sin(wk(y_{mn}^0 - d_{mn}^-))}{k(y_{mn}^0 - d_{mn}^-)} + (-1)^{r+1} \frac{\sin(wk(y_{mn}^0 + d_{mn}^-))}{k(y_{mn}^0 + d_{mn}^-)} \right] \Big\}, \quad (20) \end{aligned}$$

где $J_{rp}^{(mn)}(\xi) = J_r(\eta_m \xi) J_p(\eta_n \xi)$, $d_{mn}^{\pm} = d_m \pm d_n$,

$$\theta_l = \arccos\left(\frac{\pi l}{kh\sqrt{\varepsilon}}\right), \quad 0 < \theta_l < \pi/2,$$

$$\beta_l = \sqrt{\varepsilon - \left(\frac{\pi l}{kh}\right)^2}, \quad w \gg 1 \text{ (реально } w > 100),$$

$$\delta \ll 1 \text{ (реально } \delta < 10^{-5}),$$

$$\theta_{\text{lim}}^t = \arcsin(1 - \delta/\sqrt{\varepsilon}) \approx \pi/2 - \sqrt{2\delta/\sqrt{\varepsilon}},$$

$$\theta_{\text{lim}}^h = \text{Arcosh}(1 + \delta/\sqrt{\varepsilon}) \approx \sqrt{2\delta/\sqrt{\varepsilon}}.$$

Здесь использованы известные разложения в ряды, кроме того, $\text{Arcosh}(w) \approx \ln(2w)$, что гораздо удобнее использовать для численных расчетов.

Подынтегральное выражение в (10) убывает с ростом аргумента ξ достаточно медленно, как ξ^{-2} , поэтому для эффективного вычисления интеграла в (20) применен способ, предложенный в [29, 34]. Он позволяет учесть и проинтегрировать асимптотику подынтегральной функции для больших аргументов (последнее слагаемое в (20)) и, таким образом, не менее чем на порядок увеличить точность вычислений.

Отметим, что с физической точки зрения матричные элементы (10) описывают взаимодействие щелей в структуре.

Выражение (12) после вышеуказанных преобразований приобретает вид:

$$\begin{aligned}
 A_{rp}^{(m)} = & \frac{\sqrt{rp}}{1+\varepsilon} \left(1+(-1)^{r+p}\right) \left\{ \int_0^1 J_{rp}(\eta_m \xi) / \xi d\xi - i \int_0^{\pi/2} J_{rp}(\eta_m \sin \theta) d\theta - \right. \\
 & - 2 \int_0^u J_{rp}(\eta_m \cosh \theta) \exp(-2\theta) / (1+\exp(-2\theta)) d\theta + \varepsilon \int_0^{\sqrt{\varepsilon}} J_{rp}(\eta_m \xi) / \xi d\xi + \\
 & + \varepsilon^2 \int_0^{\theta_{\text{lim}}^t} \left[\frac{J_{rp}(\eta_m \sqrt{\varepsilon} \sin \theta)}{\sqrt{\varepsilon} \sin \theta} \text{ctg}(kh\sqrt{\varepsilon} \cos \theta) + \frac{1}{kh} \sum_{l=1}^j \frac{J_{rp}(\eta_m \beta_l)}{\beta_l^2} \frac{1}{\theta - \theta_l} \right] d\theta - \\
 & \left. - \frac{\varepsilon^2}{kh} \sum_{l=1}^j \frac{J_{rp}(\eta_m \beta_l)}{\beta_l^2} (\ln(\theta_{\text{lim}}^t / \theta_l - 1) + i\pi) + \varepsilon \int_{\theta_{\text{lim}}^h}^u \frac{J_{rp}(\eta_m \sqrt{\varepsilon} \cosh \theta)}{\cosh \theta} (\sinh \theta - \sqrt{\varepsilon} \text{cth}(kh\sqrt{\varepsilon} \sinh \theta)) d\theta \right\},
 \end{aligned} \tag{21}$$

где $J_{rp}(\xi) = J_r(\xi) J_p(\xi)$, а верхний предел в интегралах u вычисляется исходя из заданной точности расчетов $A_{rp}^{(m)}$ по формуле

$$u \geq \frac{1}{3} \left(\ln(\text{eps}) + \ln \left(\frac{8\sqrt{rp}}{3\eta_m} \right) \right), \text{ где } \text{eps} - \text{абсолютная}$$

точность (например, $\text{eps} = 10^{-6}$); как правило, $u < 20$.

Заметим, что матричные элементы (12) или (21) удовлетворяют рекуррентному соотно-

шению, следующему из рекуррентной формулы для функций Бесселя [29, 30]:

$$D_{rp} = \frac{r-1}{p} (D_{r-1, p-1} + D_{r-1, p+1}) - D_{r-2, p},$$

где $D_{rp} = A_{rp}^{(m)} / \sqrt{rp}$.

Таким образом, по интегральным формулам рассчитывается только $3(v-1)$ элементов (где v – порядок матрицы).

Матричные элементы $G_{r0}^{(m)}$ и $G_{00}^{(m)}$ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
 G_{r0}^{(m)} = & \sqrt{r} \left(1+(-1)^r\right) \left\{ \int_0^{\pi/2} J_{r0}(\eta_m \sin \theta) d\theta - i \int_0^{\ln(2w)} J_{r0}(\eta_m \cosh \theta) d\theta + \right. \\
 & + i\varepsilon \int_0^{\theta_{\text{lim}}^t} \left[J_{r0}(\eta_m \sqrt{\varepsilon} \sin \theta) \text{ctg}(kh\sqrt{\varepsilon} \cos \theta) + \frac{1}{kh} \sum_{l=1}^j \frac{1}{\beta_l} J_{r0}(\eta_m \beta_l) / (\theta - \theta_l) \right] d\theta - \\
 & - i \frac{\varepsilon}{kh} \sum_{l=1}^j \frac{1}{\beta_l} J_{r0}(\eta_m \beta_l) (\ln(\theta_{\text{lim}}^t / \theta_l - 1) + i\pi) - \\
 & \left. - i\varepsilon \int_{\theta_{\text{lim}}^h}^{\ln(2w/\sqrt{\varepsilon})} J_{r0}(\eta_m \sqrt{\varepsilon} \cosh \theta) \text{cth}(kh\sqrt{\varepsilon} \sinh \theta) d\theta - i(-1)^{r/2} \frac{1+\varepsilon}{\pi \eta_m w} \left(\frac{\cos(2\eta_m w)}{2\eta_m w} + 1 \right) \right\},
 \end{aligned} \tag{22}$$

при этом следует иметь в виду, что индекс r принимает только четные значения;

$$\begin{aligned}
 G_{00}^{(m)} = & \int_0^{\pi/2} J_0^2(\eta_m \sin \theta) d\theta + i \int_{\delta}^{\pi/2} J_0(\eta_m \sin \theta) N_0(\eta_m \sin \theta) d\theta + i \frac{2\delta}{\pi} (\ln(\gamma_c \eta_m \delta / 2) - 1) + \\
 & + 2i\varepsilon \left\{ \int_0^{\theta_{\text{lim}}^t} \left[J_0^2(\eta_m \sqrt{\varepsilon} \sin \theta) \text{ctg}(kh\sqrt{\varepsilon} \cos \theta) + \frac{1}{kh} \sum_{l=1}^j \frac{1}{\beta_l} J_0^2(\eta_m \beta_l) / (\theta - \theta_l) \right] d\theta - \right. \\
 & - \frac{1}{kh} \sum_{l=1}^j \frac{1}{\beta_l} J_0^2(\eta_m \beta_l) (\ln(\theta_{\text{lim}}^t / \theta_l - 1) + i\pi) - \\
 & \left. - \int_{\theta_{\text{lim}}^h}^{\ln(2w/\sqrt{\varepsilon})} J_0^2(\eta_m \sqrt{\varepsilon} \cosh \theta) \text{cth}(kh\sqrt{\varepsilon} \sinh \theta) d\theta - \frac{1}{\pi \eta_m w} \left(\frac{\cos(2\eta_m w)}{2\eta_m w} + 1 \right) \right\},
 \end{aligned} \tag{23}$$

где $N_0(\zeta)$ – функция Неймана; $\gamma_c = 1,781072418\dots$ – постоянная, связанная с константой Эйлера C соотношением $\ln \gamma_c = C$. Во втором слагаемом (23) исключена устранимая особенность, связанная с функцией Неймана [31].

Укажем симметричность и квазисимметричность матричных элементов СЛАУ. Так, обладают квазисимметрией по индексам $B_{rp}^{(mn)} = (-1)^{r+p} B_{pr}^{(nm)}$. Выражения $B_{r0}^{(mn)} = (-1)^r B_{0r}^{(nm)}$, $B_{0p}^{(mn)} = (-1)^p B_{p0}^{(nm)}$ и $B_{00}^{(mn)}$ следуют из формулы (10) или (20), если учитывать принятое ранее условие, что при $p = 0$ ($r = 0$), $\sqrt{p} = 1$ ($\sqrt{r} = 1$). Симметричны по индексам r и p элементы (21) $A_{rp}^{(m)} = A_{pr}^{(m)}$, а также $G_{0r}^{(m)} = G_{r0}^{(m)}$ и $G_{p0}^{(m)} = G_{0p}^{(m)}$, поскольку они относятся к одной, m -й щели.

Таким образом, матричные элементы (20)–(23) преобразованы к виду, удобному для вычислений, особенностей в подынтегральных выражениях нет. Все интегралы вычисляются с необходимой точностью численным интегрированием методом Гаусса. Построение блочной матрицы СЛАУ (13) и матрицы СЛАУ (14) не вызывает затруднений.

На рис. 2 изображены фурье-амплитуды поля, излученного из щелей в волноводе, для параметров структуры, приведенных в начале разд. 5.

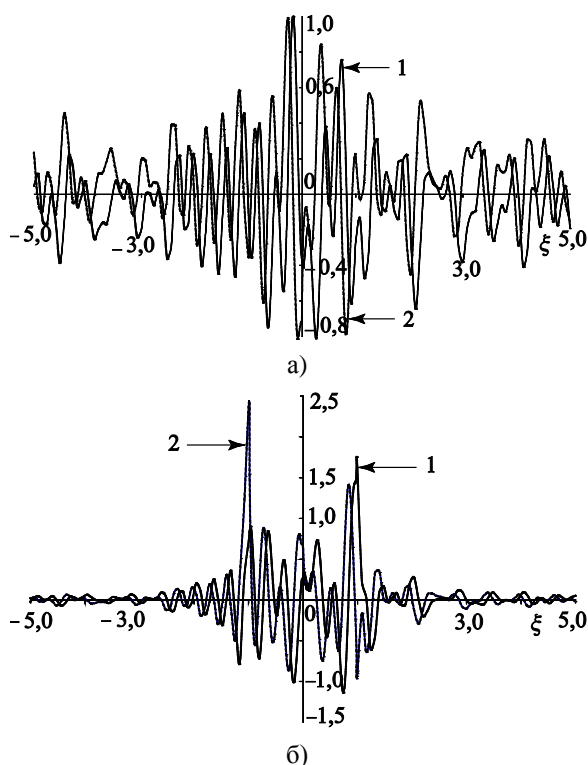


Рис. 2. Амплитуды Фурье для E_y -компоненты (а) и H_x -компоненты (б) излученного поля

Сплошными кривыми (1) обозначена реальная часть амплитуд, штриховыми кривыми (2) – мнимая часть. Отчетливо видно, что зависимости на рис. 2, б убывают с ростом аргумента значительно быстрее, чем аналогичные кривые на рис. 2, а. Это определяет необходимые пределы для заданной точности численного интегрирования в выражениях (15), (16).

Решение СЛАУ (13), (14) находится методом редукции. Порядок редуцированной СЛАУ (13)

составляет $V = \sum_{n=1}^N [2\eta_n]$, а значит, для каждой

щели имеется свой порядок редукции, который выбирается в соответствии с шириной этой щели (иными словами, достаточным количеством членов разложения в (5)). Реализация такого алгоритма позволяет получить характеристики излученного поля с относительной погрешностью менее половины процента. При необходимости порядок редукции, а следовательно, и точность расчетов легко увеличить.

5. Анализ и обсуждение численных результатов.

На основании полученных выше формул (13), (14), (20)–(23) был создан алгоритм и разработана программа на языке *Fortran 95/00*, позволившая рассчитать физические характеристики процесса излучения и рассеяния волн из рассматриваемой структуры. Так, на рис. 3 представлены амплитуды излученного из щелей поля E_y и H_x в дальней зоне [35] для следующих параметров: число щелей равно трем, относительная высота волновода $h/\lambda = 0,396$, относительная проницаемость диэлектрика в волноводе $\varepsilon = 2,7$, координаты центров щелей $y_1^0/\lambda = 1,25$, $y_2^0/\lambda = 2,25$, $y_3^0/\lambda = 3,25$, а полуширина щелей равна $d_1/\lambda = 0,25$, $d_2/\lambda = 0,33$, $d_3/\lambda = 0,125$. Параметры преднамеренно выбраны таким образом, чтобы продемонстрировать возможности программы расчетов. Вполне естественно, что число щелей может увеличиваться, также как и ширина, и взаиморасположение щелей. Это приведет только к увеличению размеров матриц в (13), (14), а значит, и к возрастанию времени вычислений. Однако эти исследования представляют собой самостоятельную задачу для дальнейшего изучения с целью получения заданных характеристик излучения для определенной геометрии структуры.

Приведем также значения, задающие точность вычислений: $w = 100,0$, абсолютная точность интегрирования для матричных элементов составляет $eps = 10^{-5}$.

Для таких параметров коэффициент излучения равен $S = 0,803$, нормированная мощность, отраженная в волновод, $S^- = 0,191$, а прошедшая – $S^+ = 0,007$. Баланс мощностей (19) выполняется с относительной погрешностью $2,69 \cdot 10^{-3}$, что вполне соответствует заданной точности расчетов.

На рис. 3 представлено нормированное распределение амплитуды дальнего E_y - и H_x -поля. Два центральных лепестка диаграммы направленности кривых на рис. 3 обусловлены тем, что ширина средней щели составляет более половины длины возбуждающей волны.

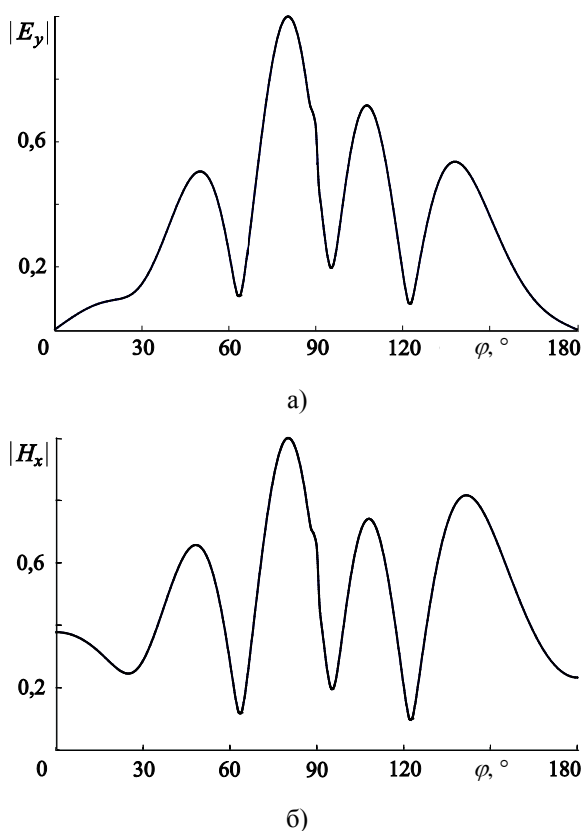


Рис. 3. Нормированное распределение дальнего E_y - и H_x -поля

Несомненный интерес представляют распределения амплитуды и фазы ближнего поля излучения [35], приведенные на рис. 4, 5, на расстоянии от волновода $z = 0,1\lambda$. Для удобства анализа зависимостей, приведенных на рис. 4, 5, на оси абсцисс выделены области, соответствующие щелям в волноводе.

Исследование ближнего поля, очевидно, дает возможность изучить формирование поля вблизи апертуры изучаемой структуры.

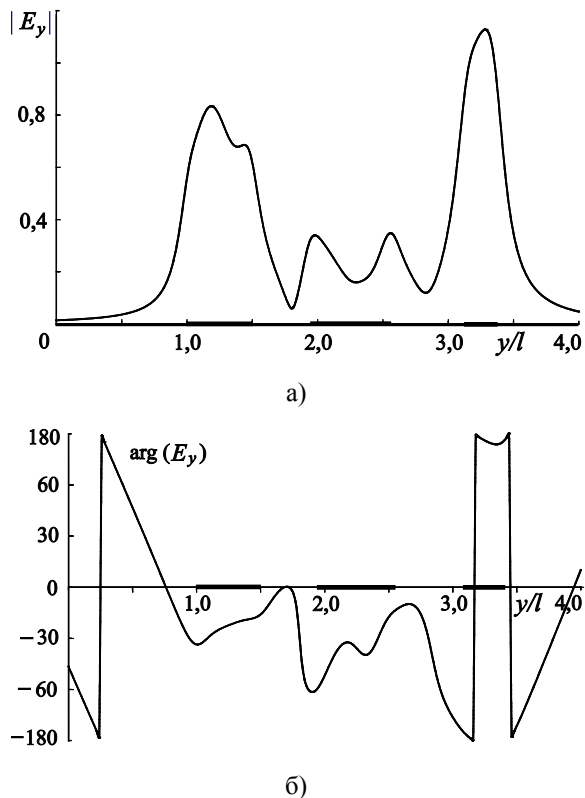


Рис. 4. Распределение амплитуды (а) и фазы (б) (в градусах) ближнего поля E_y

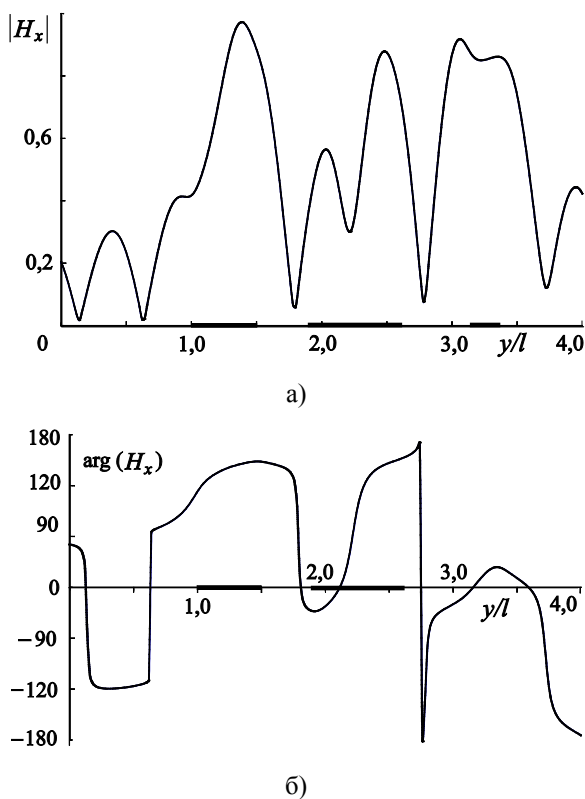


Рис. 5. Распределение амплитуды (а) и фазы (б) (в градусах) ближнего поля H_x

Выводы. В статье приведены математический аппарат и алгоритм численного решения задачи излучения электромагнитных волн из плоского, заполненного диэлектриком волновода, с конечным числом щелей на одной его стороне. Анализ распределения излученного из щелей поля позволяет в дальнейшем осуществить выбор параметров излучающей структуры по заранее заданным характеристикам, исходя из запросов практики, в частности, расчета сравнительно тонких волноводно-щелевых антенн.

Автор считает своим долгом выразить благодарность А. Е. Поединчуку за полезные советы и замечания, высказанные в ходе обсуждения результатов, полученных в данной работе.

Библиографический список

1. Нейман М. С. Передающие антенны. Теория и основания для расчета / М. С. Нейман. – Л.–М.: Гос. энергетич. изд-во, 1934. – 400 с.
2. Watson W. H. Resonant slots / W. H. Watson // Proc. of the IEEE. Pt. H. – 1946. – 93. – P. 747–777.
3. Пистолькорс А. А. Современное состояние теории щелевых антенн / А. А. Пистолькорс // Радиотехника. – 1947. – 2, № 1. – С. 35–38.
4. Пистолькорс А. А. Антенны / А. А. Пистолькорс. – М.: Связьиздат, 1947. – 480 с.
5. Stevenson A. F. Theory of slots in rectangular waveguides / A. F. Stevenson // J. Appl. Phys. – 1948. – 19, N 1. – P. 24–38.
6. Фельд Я. Н. Основы теории щелевых антенн / Я. Н. Фельд. – М.: Сов. радио, 1948. – 160 с.
7. Oliner A. A. The impedance properties of narrow radiating slots in the broad face of rectangular waveguide. Pt. I. Theory / A. A. Oliner // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1957. – 5. – P. 4–20.
8. Айзенберг Г. З. Антенны УКВ: в 2 т. Т. 2 / Г. З. Айзенберг, В. Г. Ямпольский, О. Н. Терешин. – М.: Связь, 1977. – 288 с.
9. Volakis J. L. Antenna Engineering Handbook / J. L. Volakis (editor). – 4th edition. – N. Y.: McGraw Hill, 2007. – 1773 p.
10. Krauss J. D. Antennas, Second Edition / J. D. Krauss. – N. Y.: McGraw Hill, 1988. – 892 p.
11. Васильев Е. Н. Исследование характеристик рассеяния волноводно-щелевой антенны на частотах, отличающихся от рабочей / Е. Н. Васильев, Е. М. Фрейдлин // Радиотехника и электрон. – 2003. – 48, № 6. – С. 655–663.
12. Li J.-Y. Method of moments analysis of waveguide slot antennas using the EFIE / J.-Y. Li, L.-W. Li, Y.-B. Gan // J. Electromagnetic Waves and Application. – 2005. – 19, N 13. – P. 1729–1748.
13. Elliott R. S. The design of small slot arrays / R. S. Elliott, L. A. Kurtz // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1978. – 26, N 2. – P. 214–219.
14. Elliott R. S. The design of slot arrays including internal mutual coupling / R. S. Elliott, W. O'Loughlin // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1986. – 34, N 9. – P. 1149–1154.
15. Kraut E. A. FDTD solution of Maxwell's equations for an edge slot penetrating adjacent broadwalls of a finite wall thickness waveguide / E. A. Kraut, J. C. Olivier, J. B. West // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1994. – 42, N 12. – P. 1646–1648.
16. Jan C.-G. Moment method analysis of sidewall inclined slots in rectangular waveguides / C.-G. Jan, P. Hsu, R.-B. Wu // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1991. – 39, N 1. – P. 68–73.
17. Josefsson L. A waveguide transverse slot for array application / L. Josefsson // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1993. – 41, N 7. – P. 845–850.
18. Jan C.-G. Variational analysis of inclined slots in the narrow wall of a rectangular waveguide / C.-G. Jan, R.-B. Wu, P. Hsu // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1994. – 42, N 10. – P. 1455–1458.
19. Simulation of high-frequency integrated circuits incorporating full-wave analysis of microstrip discontinuities / R. Kipp, C. H. Chan, A. T. Yang, J. T. Yao // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 1993. – 41, N 5. – P. 848–854.
20. Кременецкий С. Д. Волноводно-щелевые антенные решетки / С. Д. Кременецкий, В. Ф. Лось, А. Н. Шаманов // Антенны. – 2004. – Вып. 8–9. – С. 47–55.
21. Kim Y. H. Mode-matching model for a longitudinally slotted waveguide array / Y. H. Kim, H. J. Eom // IEEE Antennas and Wireless Propagation Lett. – 2007. – N 6. – P. 328–331.
22. Higher-order MoM analysis of the rectangular waveguide edge slot arrays / B. Lai, X. W. Zhao, Z. J. Su, C. H. Liang // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2011. – 59, N 11. – P. 4338–4341.
23. Systematic design methodology for one-dimensional compound slot-array combining method of moments, equivalent circuit model and forward matching procedure / I. Montesinos-Ortego, M. Zhang, M. Sierra-Perez et al. // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2013. – 61, N 1. – P. 453–458.
24. Kalinichev V. I. Analysis of planar slot arrays using magnetic currents and magnetomotive force / V. I. Kalinichev // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1995. – 43, N 2. – P. 131–136.
25. Кириленко А. А. Строгая двумерная модель эффекта преобразования поверхностных волн в объемные / А. А. Кириленко, С. А. Стешенко // Радиофизика и электрон. – 2005. – 10, № 1. – С. 30–38.
26. Стешенко С. А. Синтез антенны вытекающих волн по заданному распределению поля на апертуре / С. А. Стешенко // Радиофизика и радиоастрономия. – 2013. – 18, № 4. – С. 373–380.
27. Литвиненко Л. Н. Поперечная щель в плоском волноводе / Л. Н. Литвиненко, С. Л. Просвирнин // Радиотехника и электрон. – 1977. – 22, № 7. – С. 1321–1326.
28. Литвиненко Л. Н. Спектральные операторы рассеяния в задачах дифракции волн на плоских экранах / Л. Н. Литвиненко, С. Л. Просвирнин. – К.: Наук. думка, 1984. – 240 с.
29. Воробьев С. Н. Дифракция электромагнитных волн на структуре из конечного числа неэквидистантно расположенных лент различной ширины. Сравнение спектрального и операторного методов / С. Н. Воробьев, Л. Н. Литвиненко, С. Л. Просвирнин // Радиофизика и радиоастрономия. – 1996. – 1, № 1. – С. 110–118.
30. Воробьев С. Н. Рассеяние электромагнитных волн на неэквидистантной решетке из конечного числа наклонных лент / С. Н. Воробьев // Радиотехника и электрон. – 1987. – 32, № 4. – С. 687–695.
31. Воробьев С. Н. Метод моментов в задаче дифракции на ленте / С. Н. Воробьев, С. Л. Просвирнин // Радиотехника и электрон. – 1985. – 30, № 1. – С. 163–165.
32. Айзенберг Г. З. Антенны УКВ: в 2 т. Т. 1 / Г. З. Айзенберг, В. Г. Ямпольский, О. Н. Терешин. – М.: Связь, 1977. – 384 с.
33. Фелсен Л. Излучение и рассеяние волн: в 2 т. Т. 2 / Л. Фелсен, Н. Маркувиц; пер. с англ. под ред. М. Л. Левина. – М.: Мир, 1978. – 555 с.
34. Воробьев С. Н. Дифракция электромагнитных волн на ограниченной полосковой структуре: спектральный метод и приближение заданного тока / С. Н. Воробьев, С. Л. Просвирнин // Радиотехника и электрон. – 1994. – 39, № 12. – С. 1951–060.
35. Воробьев С. Н. Электромагнитное поле в дальней и ближней зоне при дифракции волн на структурах из лент / С. Н. Воробьев // Радиофизика и электроника. – 2012. – 3(17), № 1. – С. 11–18.

Рукопись поступила 12.02.2016.

S. N. Vorobyov

NUMERICAL-ANALYTICAL METHOD
FOR SOLUTION TO THE PROBLEM
OF ELECTROMAGNETIC WAVE RADIATION
FROM FLAT WAVEGUIDE
WITH FINITE NUMBER OF SLOTS

Characteristics of radiation of electromagnetic waves from flat metallic waveguide filled with a dielectric and having the finite number of not equidistant parallel slots on one side of the waveguide excited by a fundamental waveguide wave are studied. This structure allows an accurate electrodynamic solution with minimum known radiophysical assumptions and as a model might correspond to real antennas fabricated of thin foiled dielectric having electrically long slots. The problem is solved by the method of analytical semi-inversion of original problem operator combined with the method of moments. The near and far radiation fields (E and H -field components), as well as power characteristics of reflected and propagated in the waveguide fields are analyzed.

Key words: electromagnetic waves, waveguide slot antennas, method of moments, the Fourier integral, analytical semi-inversion, near and far radiation fields.

С. М. Воробйов

ЧИСЕЛЬНО-АНАЛІТИЧНИЙ МЕТОД
РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ПРО ВИПРОМІНЮВАННЯ
ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ
ІЗ ПЛАСКОГО ХВИЛЕВОДУ
ЗІ СКІНЧЕННИМ ЧИСЛОМ ЩІЛИН

Вивчаються характеристики випромінювання електромагнітних хвиль із заповненого діелектриком плоского металевих хвилеводу зі скінченним числом нееквідистантно розташованих, різних за шириною паралельних щілин на одному боці хвилеводу, що збуджується на основній хвилі. Така структура допускає строгий електродинамічний розв'язок при мінімумі відомих радіофізичних допущень і, як модель, може добре відповісти реальним антенам, виготовленим з тонкого фольгового діелектрика з довгими відносно довжини хвилі щілинами. Задачу розв'язано методом аналітичного напівобернення оператора первісної крайової задачі у поєднанні з методом моментів. Аналізуються ближнє і дальнє поля випромінювання (E - і H -компоненти поля), а також енергетичні характеристики відбитого та такого, що пройшло у хвилевід, полів.

Ключові слова: електромагнітні хвилі, хвилевіднощілинні антени, метод моментів, інтеграл Фур'є, аналітичне напівобернення, ближнє і дальнє поля випромінювання.