

В. Н. Скрасанов, В. В. Гламаздин

Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины

12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина

E-mail: skresanov@ire.kharkov.ua

ИЗМЕРЕНИЕ ДОБРОТНОСТИ В УСЛОВИЯХ СБЛИЖЕНИЯ РЕЗОНАНСНЫХ ЧАСТОТ ТИПОВ КОЛЕБАНИЙ В ОТКРЫТЫХ РЕЗОНАТОРАХ

Предложен метод измерения добротностей резонаторов микроволнового диапазона, который позволяет проводить исследование микроволновых свойств материалов и сред с помощью открытых резонаторов различных типов в условиях наличия близко расположенных по частоте мод в окружении избранного типа колебаний, радиационных потерь элементов связи и перекрестных помех между ними. Измерение нагруженной добротности основано на представлении частотной зависимости комплексного коэффициента отражения или передачи резонатора суммой дробно-линейных комплексных функций, описывающих отклики отдельных мод, и аппроксимации квадрата измеренной амплитудно-частотной характеристики вариационным градиентным методом. Метод расчета собственной добротности основан на вычислении импеданса резонатора по измеренному модулю коэффициента отражения. Разработанные алгоритмы обработки данных измерений реализованы в виде компьютерной программы и иллюстрируются на примере обработки частотных зависимостей S -параметров зеркального диэлектрического открытого резонатора с модами шепчущей галереи, при этом S -параметры рассчитаны методом конечных элементов. Измерение добротностей предложенным методом устраняет систематические погрешности измерений, связанные с искажениями резонансных кривых, и делает возможным проведение измерений в условиях, когда классические методы оказываются непригодными. Ил. 11. Табл. 3. Библиогр.: 25 назв.

Ключевые слова: измерение добротности, амплитудно-частотная характеристика, открытый резонатор, дробно-рациональная аппроксимация, импеданс открытого резонатора.

Резонаторные измерения свойств веществ в микроволновом диапазоне, например, диэлектрической проницаемости и тангенса потерь или поверхностного импеданса высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП), основаны на измерении собственной частоты и собственной добротности резонатора с исследуемым веществом [1–3]. Предпочтение отдают методу импеданса, с помощью которого можно измерять собственную добротность в широком диапазоне изменения связи резонатора с линией передачи [4]. Ряд других методов, таких как, например, метод измерения добротности по ширине амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) резонатора на уровне -3 дБ от максимума коэффициента передачи, позволяет измерить только нагруженную добротность [4, 5]. Известно, что по мере уменьшения связи нагруженная добротность стремится к собственной, однако погрешность измерений в этом случае возрастает из-за снижения отношения сигнал/шум. Кроме того, остается неопределенной методическая погрешность нахождения собственной добротности вследствие неопределенности величины коэффициентов связи.

Метод импеданса был разработан для измерения собственных добротностей и коэффициентов связи объемных резонаторов с использованием схем замещения резонаторов цепями с сосредоточенными параметрами [4]. Обычно измеряют коэффициент стоячей волны по напряжению (КСВН) как функцию частоты. На частотах вдали от резонансной КСВН стремится к бесконечности для резонаторов с элементами связи (ЭС) без потерь. КСВН резонаторов с потерями в ЭС стремится к постоянной величине на частотах

вдали от резонанса, и методику измерений добротности в этом случае модифицируют [4].

До недавнего времени правомерность использования метода импеданса для измерения собственной добротности открытых резонаторов (ОР) вызывала сомнение, поскольку отсутствовала схема замещения ЭС ОР, которая бы описывала как нерезонансное излучение мощности из линии передачи в пространство, так и резонансное рассеяние поля ОР на ЭС [5]. Известная схема замещения объемных резонаторов с потерями в ЭС [4] использовалась в [6] для измерения мощности нерезонансного излучения из волновода с ЭС в квазиоптическом ОР (КОР) с зеркалами. В работе [7] эта схема была дополнена элементами, учитывающими резонансное рассеяние поля ОР. Используя предложенную схему замещения, авторы выполнили измерение мощности резонансной и нерезонансной составляющих радиационных потерь ЭС в КОР и в открытых диэлектрических резонаторах (ОДР) [8, 9]. В данной работе схема замещения ОР с уединенным типом колебаний [7, 9] модифицирована для случая ОР с несколькими модами с целью учета влияния этих мод на результат измерения добротности избранного типа колебаний.

После появления современных векторных анализаторов цепей, позволяющих производить быстрые и точные записи АЧХ и фазово-частотных характеристик (ФЧХ), был выполнен ряд работ, в которых метод импеданса в измерениях добротности резонаторов получил дальнейшее развитие. В этой связи следует упомянуть работы *D. Kajfez* [10, 11]. С использованием известной эквивалентной схемы замещения резонаторов с

потерями в ЭС для уединенного типа колебаний [4] была разработана методика измерения добротности, основанная на аппроксимации комплексного коэффициента отражения дробно-линейной функцией. Погрешность измерений добротности была снижена вследствие усреднения аддитивных шумов при аппроксимации, обработки всей совокупности массива данных записи АЧХ и ФЧХ, а также учета потерь в ЭС, включая потери в линиях связи. В работах [12, 13] методика [10] использована для измерений поверхностного импеданса ВТСП-материалов с помощью диэлектрического резонатора, помещенного в криостат. При измерении добротности резонаторов методом импеданса в криогенных экспериментах требуется учет дополнительных факторов, искажающих форму годографа (в идеале – окружности) коэффициента отражения. К ним относится задержка сигнала в длинных линиях связи между резонатором и векторным анализатором, искажающая ФЧХ резонатора, а также резонансные явления, обусловленные отражениями сигнала на неоднородностях тракта.

В работе [14] предложена методика измерения добротности, в соответствии с которой обрабатывается лишь квадрат АЧХ резонатора, в результате чего искажения ФЧХ не влияют на результат измерений, а для самих измерений достаточно использовать скалярный анализатор цепей. Методика применялась при исследовании микроволновых свойств новых ВТСП-материалов с помощью цилиндрического резонатора [15] или ОДР с модами шепчущей галереи [16]. В данной работе методика [14] развита для случая искажения АЧХ резонатора на избранном типе колебаний близкими по частоте модами резонатора, в том числе низкодобротными. Именно такие искажения АЧХ характерны для ОДР и КОР. Резонансные явления в измерительных трактах приводят к аналогичным искажениям и поэтому также учитываются.

Необходимость учета влияния близко расположенных по частоте мод зеркального ОДР на результат измерения добротности избранного типа колебаний показана в [17]. Комплексный коэффициент отражения зеркального ОДР аппроксимировали дробно-рациональной функцией, используя метод цепных дробей, в результате чего получили оценку комплексной частоты и, соответственно, нагруженной добротности резонатора [17]. В данной работе с целью измерения нагруженной добротности и резонансной частоты избранного типа колебаний в окружении близко расположенных по частоте мод резонатора предложен альтернативный метод, основанный на аппроксимации квадрата АЧХ квадратом модуля суммы дробно-линейных комплексных функций. Этот метод позволяет дополнительно измерять уровень постоянной составляющей сигнала, а также амплитуды и фазы колебаний мод резонатора. Знания этих величин достаточно для расчета частотной зависимости импеданса и, соответственно, собственной добротности и резонансной частоты резонатора на избранном типе колебаний.

1. Модель зеркального ОДР и исходные данные. Предлагаемая методика измерения добротности и других характеристик резонансного колебания иллюстрируется на примере зеркального ОДР, который нашел применение в технике стабилизации частоты твердотельных генераторов и как сенсор при измерении параметров материалов и сред [18]. Сеточным методом вычислительной электродинамики (пакет “*CST Microwave Studio*”) были рассчитаны АЧХ коэффициента передачи и коэффициента отражения зеркального ОДР. Модель ОДР с рассчитанным распределением поля на избранном $EH_{43,1,1}$ -типе колебаний и АЧХ коэффициентов передачи и отражения ОДР (исходные данные для дальнейшего анализа) представлены на рис. 1 и 2.

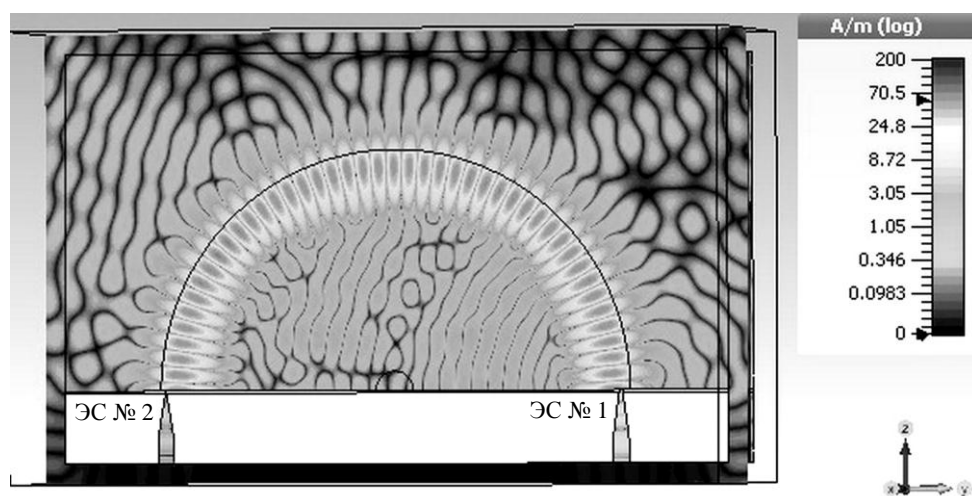


Рис. 1. Модель зеркального ОДР с рассчитанным распределением модуля магнитного поля при возбуждении из ЭС № 1 (волновод $7,2 \times 3,4$ мм, плавно переходящий в щель $7,2 \times 0,6$ мм)

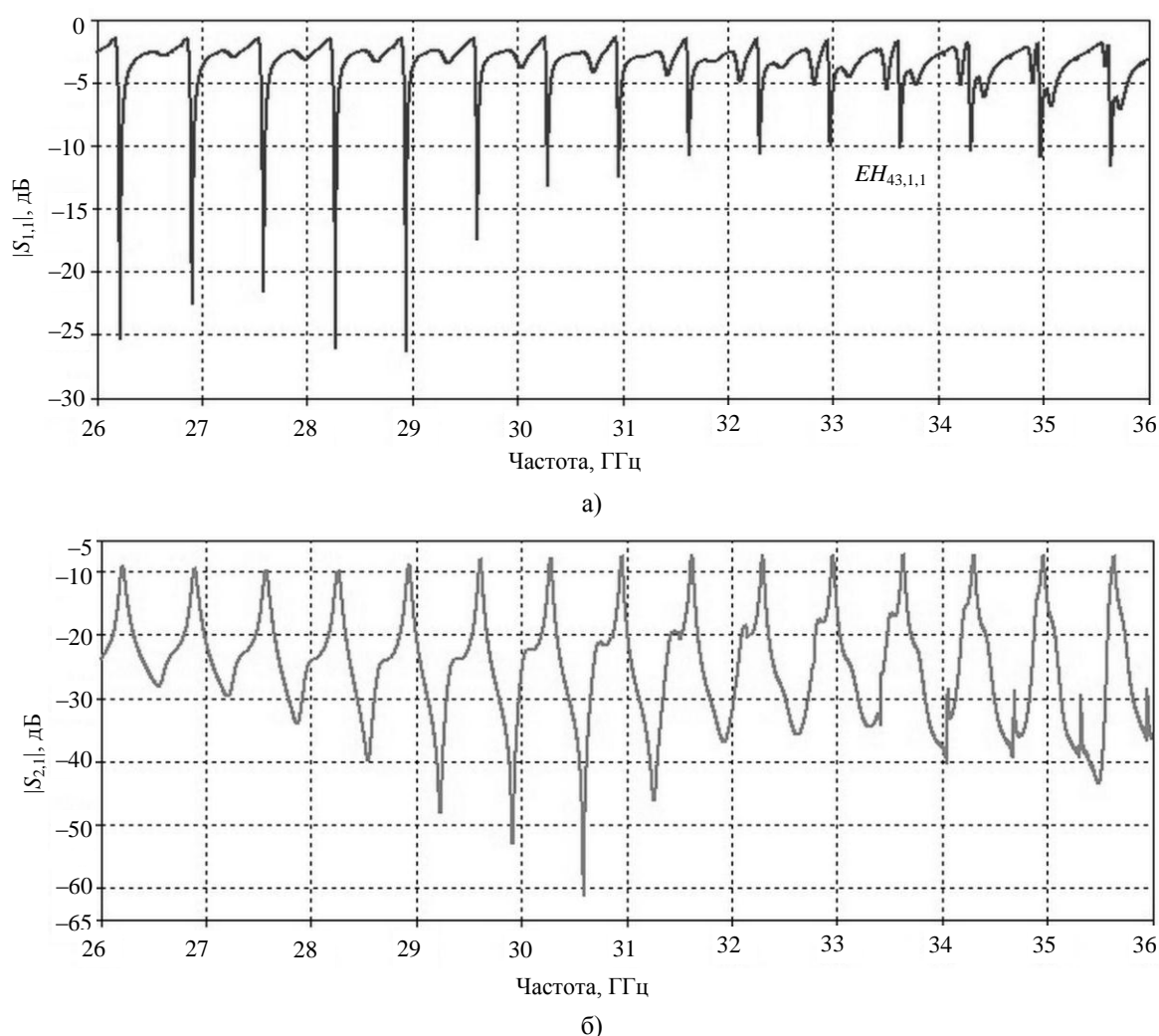


Рис. 2. АЧХ коэффициента отражения (а) и коэффициента передачи (б) ОДР (рис. 1)

Выбор между натурным и численным экспериментом сделан в пользу последнего, поскольку в этом случае отсутствуют неизбежные при измерениях погрешности, что позволяет более корректно оценить возможные методические погрешности. Таким же образом поступили авторы работы [17], в которой объектом исследования был ОДР, подобный представленному на рис. 1.

Геометрические размеры и материальные параметры зеркального ОДР были выбраны следующими. Диаметр полудиска – 99,2 мм, толщина (вдоль оси OX) – 11,9 мм, материал – тефлон ($\epsilon = 2,1, \text{tg}\delta = 2 \times 10^{-4}$). Полудиск расположен на медном зеркале (проводимость $\sigma = 5,998 \times 10^7 \text{ См/м}$). Элементы связи выполнены в виде волноводов сечением $7,2 \times 3,4 \text{ мм}$, плавно переходящих на щели в основании полудиска. Центр возбуждающей щели ЭС № 1 $7,2 \times 0,6 \text{ мм}$ расположен на радиусе 47,6 мм. Центр приемной щели ЭС № 2 $7,2 \times 0,09 \text{ мм}$ расположен на радиусе 48,6 мм.

Помимо классического распределения магнитной составляющей поля $EH_{43,1,1}$ -типа колебаний в ОДР (рис. 1) наблюдаем сложную интерференционную картину поля как внутри, так и вне резонатора. Составляющими интерферирующих полей являются:

- 1) дифракционное излучение с поверхностей диска, которое в сумме с потерями в материалах резонатора определяет добротность Q_0 резонатора без ЭС;
- 2) рассеяние в пространство стоячей волны $EH_{43,1,1}$ -типа колебаний на ЭС как неоднородностях в ОДР, определяющее добротность рассеяния ЭС Q_{SC} ;
- 3) передача энергии из резонатора в волноводы, определяющая внешнюю добротность резонатора Q_{EX} ;
- 4) излучение части прошедшей через ЭС № 1 мощности в пространство (так называемый нерезонансный фон).

Часть прошедшей через ЭС № 1 мощности, излученная в пространство, не влияет на добротность ОДР, но проявляет себя как потери в ЭС, снижая эффективность передачи энергии в резонансное колебание и оказывая влияние на КСВН резонатора. Очевидное проявление эффекта нерезонансного излучения – конечный КСВН ОДР на частотах вне резонансной кривой.

Отмеченные особенности возбуждения ОР изучены в [8, 9], где, в частности, предложено относить к собственным потерям ОР сумму потерь ОР без ЭС и потерь рассеяния ЭС в свободное пространство. Тогда собственная добротность ОР с ЭС есть $Q_Z^{-1} = Q_0^{-1} + Q_{SC}^{-1}$ (индекс Z указывает на то обстоятельство, что собственная добротность измеряется методом импеданса). Таким образом, для нагруженной добротности Q_L и коэффициента связи $\beta = Q_Z/Q_{EX}$ ОР становятся справедливыми выражения $Q_L^{-1} = Q_Z^{-1} + Q_{EX}^{-1}$ и $Q_Z = Q_L(1 + \beta)$ – общеизвестные соотношения для объемных резонаторов.

На АЧХ коэффициентов передачи и отражения (рис. 2) хорошо прослеживается «сетка» низших мод шепчущей галереи $EH_{n,1,1}$, а в высокочастотной области – формирование «сеток» высших мод шепчущей галереи, примыкающих к низшим модам. При этом на всех частотах в окрестности рабочих $EH_{n,1,1}$ -мод наблюдаем сложную частотную зависимость коэффициента отражения, связанную с возбуждением низкодобротных мод ОДР. Это обстоятельство характерно именно для открытых систем, в которых разрежение спектра собственных колебаний осуществляется вследствие различия величин дифракционных потерь мод низшего и высшего порядков. Цель данной статьи – разрабо-

тать методику измерения добротности резонаторов на избранных рабочих типах колебаний в присутствии близко расположенных по частоте мод и/или медленных изменений коэффициента отражения по мере отстройки от резонансной частоты. Рабочим типом колебаний выбираем $EH_{43,1,1}$ -моду и рассматриваем участок АЧХ в диапазоне от 33,2 ГГц до 34 ГГц.

2. Схема замещения многомодового ОР с потерями в ЭС. Для целей данного исследования необходима и достаточна схема замещения, представленная на рис. 3. Конечное число учитываемых мод резонатора моделируется последовательным соединением параллельных колебательных контуров (G_n, B_n) , где $n = 1 \dots N$ – номер контура, N – число учитываемых мод (рис. 3). Избранному типу колебаний присвоим индекс $n = 1$. Элементы схемы замещения резонатора трансформированы в линию передачи и нормированы на ее волновое сопротивление. На рис. 3 СВЧ-источник постоянной мощности моделируется генератором тока I с параллельно подключенной единичной проводимостью. Как известно, конкретный вид схемы замещения, например, схемы на рис. 3, справедлив только в определенной референсной плоскости линии передачи. Ниже приведены формулы, по которым можно вычислить фазу этой плоскости, т. е. никаких измерений, связанных с определением физического положения плоскости в волноводе, проводить не требуется. Конечный результат не изменится, если использовать дуальную схему замещения, а именно параллельное соединение последовательных колебательных контуров. В этом случае изменяется только фаза референсной плоскости.

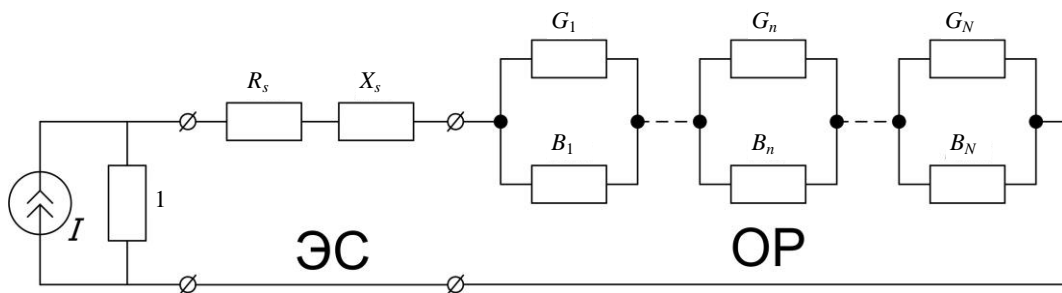


Рис. 3. Схема замещения многомодового ОР

Импеданс $Z_n(f)$ n -го контура связан с собственными добротностями и резонансными частотами Q_{Zn} и f_{Zn} n -й моды соотношениями $Z_n(f) = G_n^{-1}(1 + jB_n(f))^{-1} = G_n^{-1}(1 + 2jQ_{Zn}\tau_{Zn}(f))^{-1}$, где $\tau_{Zn}(f) = (f - f_{Zn})/f_{Zn}$ – расстройка относительно резонансной частоты n -й моды ненагру-

женного резонатора. Замещение СВЧ-резонаторов конечной последовательностью колебательных контуров надежно обосновано для объемных резонаторов [1, 4, 19]. Как следствие общих положений электродинамики строго доказывается, что частотная зависимость импеданса произвольной СВЧ-цепи без потерь может быть представлена дробно-рациональной функцией с бесконечным числом нулей и полюсов. Для СВЧ-цепей с

малыми потерями (объемных резонаторов) отбрасыванием членов второго порядка малости по мнимой части комплексных частот получают схему замещения в виде бесконечной последовательности колебательных контуров с потерями. Очевидно, что колебательные контуры с резонансными частотами, сильно отличающимися от резонансной частоты избранного типа колебаний, дают малый вклад в величину импеданса в области рабочих частот и ими можно пренебречь. В результате получаем схему замещения СВЧ-резонатора в виде суммы конечного числа колебательных контуров. Аналогичные выводы получаются и для ОР, если следовать теории возбуждения ОР, построенной по аналогии с теорией возбуждения объемных резонаторов [20].

ЭС с потерями, расположенный между резонатором и линией передачи, представляется схемой четырехполюсника с потерями [7], при этом потери в реальной линии передачи можно отнести к потерям четырехполюсника. Поскольку рассеяние на ЭС для целей данной работы может быть отнесено к потерям в резонаторе – достаточно представить ЭС в виде упрощенной схемы, а именно последовательным импедансом $Z_s = R_s + jX_s$ (рис. 3), учитывающим нерезонансные радиационные потери ЭС и сдвиг фазы референсной плоскости, обусловленный реактивностью ЭС. Следовательно, схема замещения ЭС в данной работе точно такая же, как схема замещения ЭС с потерями для объемного резонатора [4].

Таким образом, импеданс ОР (рис. 3) представляется суммой импеданса ЭС и импеданса многомодового резонатора с конечным числом N учитываемых мод:

$$Z(f) = Z_s + \sum_{n=1}^N Z_n(f). \quad (1)$$

Известно, что неоднородности в резонаторах (например, ЭС) в случае близко расположенных по частоте ортогональных мод резонатора с идеальной геометрией приводят к взаимодействию колебаний, т. е. колебания по отношению к этим модам становятся связанными [21]. В этом случае запись (1) означает, что колебания в ОР рассматриваются в так называемых нормальных координатах, для которых собственные векторные функции ОР становятся гибридными, т. е. представляются суперпозицией векторных функций резонатора с идеальной геометрией. В нормальных координатах с гибридными собственными функциями (модами) колебания независимы и справедливо выражение (1). Если исследователя интересует величина коэффициента взаимной связи мод резонатора с идеальной геометрией, например, с целью разработки фильтров, то в схеме замещения (рис. 3) в явном виде должны быть изображены элементы, моделиру-

ющие такую связь. В частном случае двух связанных мод задача измерения параметров связанных колебаний (парциальные частоты и добротности, коэффициент взаимной связи) решена в полном объеме [22, 23]. Для произвольного числа степеней свободы (количества взаимодействующих мод) решение отсутствует и вряд ли оно представляет практический интерес.

3. Аппроксимация квадрата АЧХ квадратом суммы комплексных дробно-линейных функций и измерение характеристик нагруженного ОР. Используя известное соотношение теории СВЧ-цепей между импедансом $Z(f)$ и комплексным коэффициентом отражения $\Gamma(f)$ [4]

$$\Gamma(f) = \frac{1 - Z(f)}{1 + Z(f)}, \quad (2)$$

можно представить коэффициент отражения многомодового ОР в виде, аналогичном (1):

$$\begin{aligned} \Gamma(f) &= e^{j\Phi} F(f) = \\ &= e^{j\Phi} \left(\Gamma_0 + \sum_{n=1}^N \frac{A_n e^{j\varphi_n}}{1 + 2jQ_{Ln}\tau_{Ln}} \right) \equiv \\ &\equiv e^{j\Phi} \left(\Gamma_0 + \sum_{n=1}^N F_n(f) \right), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\tau_{Ln} = (f - f_{Ln})/f_{Ln}$ – расстройка относительно резонансной частоты n -й моды нагруженного резонатора; Q_{Ln} и f_{Ln} – добротность и резонансная частота n -й моды нагруженного резонатора; A_n и φ_n – амплитуда и фаза n -й моды в референсной плоскости; Γ_0 – модуль коэффициента отражения ОР при «бесконечной» расстройке; Φ – фаза референсной плоскости.

Функция $F(f)$ включает сумму N комплексных дробно-линейных функций $F_n(f)$, описывающих вынужденные колебания n -х мод ОР, и содержит $(4N + 1)$ констант, совокупность которых назовем вектором искомых параметров $\mathbf{q} = \{\Gamma_0, A_n, \varphi_n, Q_{Ln}, f_{Ln}\}$, где $n = 1 \dots N$. Вектор параметров определяется в результате аппроксимации квадрата измеренной АЧХ коэффициента отражения квадратом функции (3) $y(f, \mathbf{q}) \equiv |\Gamma(f)|^2$. Тожественными преобразованиями можно получить

$$\begin{aligned} y(f, \mathbf{q}) &= \sum_{n=0}^N F_n(f) \sum_{p=0}^N F_p^*(f) = \\ &= \sum_{n=0}^N \sum_{p=0}^N \frac{C_n C_p + E_n E_p}{D_n D_p}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $C_n = A_n \cos(\varphi_n) + 2A_n Q_{Ln} \tau_{Ln} \sin(\varphi_n)$;

$E_n = A_n \sin(\varphi_n) - 2A_n Q_{Ln} \tau_{Ln} \cos(\varphi_n)$;

$D_n = 1 + 4Q_{Ln}^2 \tau_{Ln}^2$.

Главная идея перехода к функции аппроксимации (4) взамен функции аппроксимации (3) состоит в отсутствии необходимости измерения ФЧХ коэффициента отражения, т. е. для измерения характеристик ОР достаточно иметь скалярный анализатор цепей. Важно, что при этом мы избавляемся от ряда методических погрешностей измерений, связанных с фазовыми искажениями, такими как набеги фазы в линиях связи ОР с анализатором цепей, искажениями линейности ФЧХ вследствие несогласованностей в измерительном тракте и прочее. Эти обстоятельства особенно существенны при проведении криогенных измерений, где неизбежно приходится использовать протяженные волноводы связи.

Своеобразной «платой» за отказ от измерения ФЧХ является неоднозначность восстановления вектора искомых параметров. Анализ показывает, что добротность и резонансные частоты определяются однозначно, но для каждой амплитуды A_n существуют два значения, подстановка которых в (4) дает одинаковые зависимости $y(f, \mathbf{q})$, но различные годографы (3) на комплексной плоскости коэффициента отражения. Оба эти значения имеют физический смысл. Для отдельного колебания это означает, что возможны два резонатора с одинаковыми нагруженными добротностями и резонансными частотами, но имеющими коэффициенты связи выше или ниже критической. Следовательно, существуют 2^N комбинаций амплитуд $\{A_n\}$, $n=1..N$, т. е. 2^N физически реализуемых ситуаций. Выбор правильного решения наиболее просто сделать, если исходные данные получают с помощью векторного анализатора. Диаметр годографов «петель» на комплексной плоскости делает процедуру дальнейшей аппроксимации однозначной. При использовании скалярных анализаторов цепей требуется дополнительный эксперимент по установлению степени связи (больше или меньше критической) типов колебаний с линией связи, что в случае ОР сделать достаточно просто.

Вектор искомых параметров $\mathbf{q} = \{\Gamma_0, A_n, \varphi_n, Q_{Ln}, f_{Ln}\}$ определяется как результат аппроксимации исходного массива данных измерений коэффициента отражения $\{|\Gamma_i|^2, f_i\}$, $i = 0..M$, где M – число измерений $|\Gamma_n|^2$ на частотах f_i , функцией (4). Связь между исходными данными и функцией аппроксимации запишем в виде $|\Gamma_i|^2 = y(f_i, \mathbf{q}) + \delta_i$, где δ_i – отклонения функции аппроксимации от данных измерений, вызванные как случайными и систематическими погрешностями измерений, так и правомерностью исходной гипотезы о возможности описа-

ния АЧХ ОР тем или иным числом мод. Алгоритм аппроксимации осуществляет поиск минимума функции $U(\mathbf{q}) = M^{-1} \sum_{i=0}^M \delta_i^2$ – дисперсии от-

клонения данных измерений от функции аппроксимации – путем вариации координат вектора искомых параметров. Разработанный алгоритм построен по принципу градиентного метода наискорейшего спуска с адаптивным шагом поиска минимума функции и реализован в виде программы пользователя, получившей название «Шаман». Окно программы показано на рис. 4.

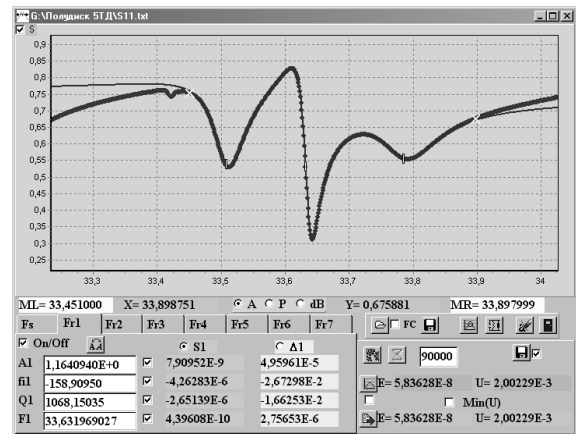


Рис. 4. Окно программы обработки АЧХ резонаторов. Пример аппроксимации АЧХ коэффициента отражения $EH_{43,1,1}$ -моды зеркального ОДР в окружении двух мод

Исходный массив данных измерений АЧХ коэффициента отражения (в нашем случае данных вычислений) считывается программой и отображается в окне программы (точки на рис. 4). Оператор по своему усмотрению ограничивает границы массива обработки (крестики в окне программы на рис. 4). Результат работы программы отображается набором значений вектора параметров и линией аппроксимации, построенной по формуле (4).

В представленном на рис. 4 случае показаны результаты аппроксимации избранного $EH_{43,1,1}$ -типа колебаний и двух соседних мод. В левую колонку панели параметров выведены искомые параметры: $A_1 = 1,16$, $\varphi_1 = -158^\circ$, $Q_{L1} = 1068$, $f_{L1} = 33,631969$ ГГц. В других закладках панели содержатся данные для второй и третьей моды и значение $\Gamma_0 = 0,793$.

Аналогичным образом осуществляется вычисление характеристик мод нагруженного ОР для любых схем включения резонатора в линию передачи: на проход, на отражение и при включении по схеме режекторного фильтра. Очевидно, что вид комплексной функции (3) останется прежним, изменится только физический смысл

некоторых входящих в нее величин. Так, в случае обработки коэффициента передачи ОР под обозначением Γ_0 следует понимать коэффициент передачи мощности в выходной волновод по каналам, отличным от резонансной передачи через ОР. Подобные связи между входным и выходным волноводами характерны для ОР. На рис. 5 представлены результаты обработки коэффициента передачи зеркального ОДР на избранном типе колебаний с учетом трех соседствующих мод.

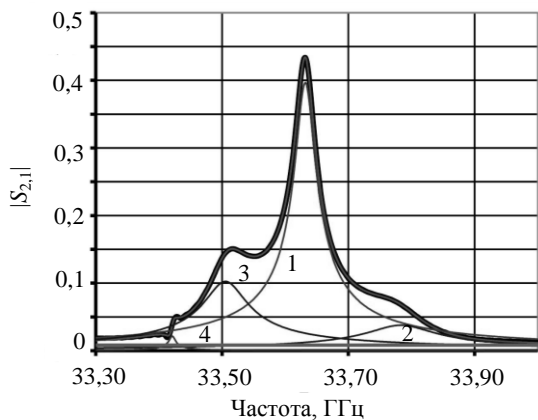


Рис. 5. Фрагмент АЧХ коэффициента передачи зеркального ОДР (толстая линия) и АЧХ 1-й, 2-й, 3-й и 4-й мод (тонкие линии), восстановленные в результате обработки

В табл. 1 сведены значения координат вектора параметров, по которым легко рассчитать восстановленные АЧХ мод, результаты которых представлены на рис. 5. Постоянный уровень коэффициента передачи составил $\Gamma_0 = 2,3 \times 10^{-3}$. Идентификация мод ОДР выполнена на основе анализа распределений полей, подобным представленным на рис. 1.

Таблица 1

№ моды	Тип колебаний	A_n	φ_n , град	Q_{Ln}	f_{Ln} , МГц
1	$EH_{33,1,1}$	0,405	-29,4	1 048	33631,785
2	$EH_{41,2,1}$	0,041	-149,5	315	33781,918
3	$EH_{36,2,2}$	0,108	93,0	504	33505,543
4	$EH_{41,1,2}$	0,022	-144,5	383	33421,026

Похожая обработка данных измерений широко используется в спектральном анализе, где сложная спектральная линия раскладывается на составляющие с использованием аппроксимирующей функции в виде суммы функций Лоренца (см., например, [24]). Главное отличие предлагаемой процедуры состоит в том, что суммируются комплексные функции, чем учитывается разность фаз между вынужденными колебаниями мод резонатора.

На рис. 6 представлены результаты численного эксперимента по обработке АЧХ коэф-

фициента передачи ОР для уединенного типа колебаний, искаженной аддитивным белым шумом и паразитной связью между входным и выходным ЭС (этому искажению формы резонансной кривой в англоязычной литературе присвоен термин “*crosstalk*” [13]). Корректному измерению добротностей в условиях “*crosstalk*” уделяется повышенное внимание, поскольку подобные искажения типичны в практике проведения измерений с помощью ОР [13, 25].

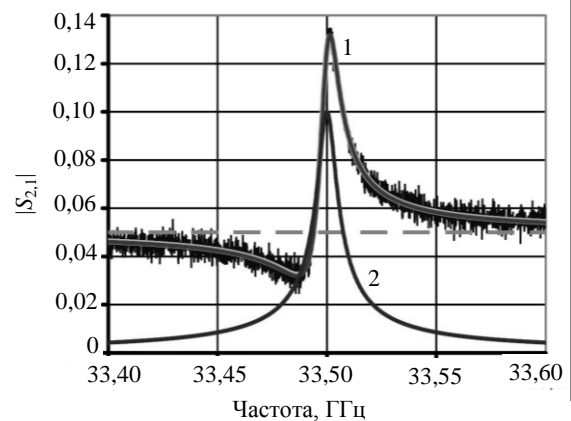


Рис. 6. АЧХ коэффициента передачи одномодового резонатора в присутствии перекрестной помехи и аддитивного шума (1) и восстановленные АЧХ резонатора (2) и уровень помехи

Рассчитывалась АЧХ коэффициента передачи с параметрами $A_1 = 0,1$, $\varphi_1 = 70^\circ$, $Q_{L1} = 3 900$, $f_{L1} = 33,5$ ГГц, $\Gamma_0 = 0,05$. К ним добавлялась шумовая последовательность, полученная стандартной программой генератора случайных чисел. Затем АЧХ с аддитивными шумами обрабатывалась программой «Шаман». Процедура обработки повторялась десять раз с новыми реализациями шума для ряда задаваемых дисперсий. Вычисленные значения характеристик резонансной кривой усреднялись. Результаты расчетов относительной погрешности вычисления добротности представлены в табл. 2. Отношение сигнал/шум определялось как отношение амплитуды $A_1 = 0,1$ к заданной величине среднеквадратичного отклонения шумовой последовательности. На рис. 6 приведен пример АЧХ при отношении сигнал/шум 16,99 дБ.

Таблица 2

Сигнал/шум, дБ	56,99	47,45	36,99	27,45	16,99	10,97
$\delta Q_L / Q_L$, %	0,03	0,05	0,37	0,59	1,95	8,58

Из анализа данных табл. 2 следует, что искажения типа “*crosstalk*” полностью устраняются предложенной процедурой обработки данных измерений, а для измерений добротности с

относительной погрешностью порядка 1 % требуется отношение сигнал/шум не хуже 20 дБ.

4. Расчет импеданса резонатора и вычисление собственной добротности избранного типа колебаний. Изложим процедуру расчета собственной добротности по измеренному вектору параметров $\mathbf{q} = \{\Gamma_0, A_n, \varphi_n, Q_{Ln}, f_{Ln}\}$ на примере избранного $EH_{43,1,1}$ -типа колебаний с учетом двух соседствующих мод (см. исходные данные на рис. 4). Прежде всего необходимо получить частотную зависимость импеданса ОР для избранного типа колебаний $Z_1(f) = G_1^{-1}(1 + 2jQ_{Z1}\tau_{Z1}(f))^{-1}$. Это можно сделать, как показано в [9], используя координаты вектора параметров избранного типа колебаний и фазу Φ референсной плоскости.

Найдем уравнение для Φ . Подставляя (3) в (1) и учитывая, что добротности Q_{Ln} и проводимости G_n колебательных контуров суть действительные числа, получим следующее условие:

$$\text{Im} \left(\frac{e^{j\Phi} \sum_{n=1}^N \frac{A_n e^{j\varphi_n} f_{Ln}}{Q_{Ln} f_0}}{(1 - \Gamma_0 e^{j\Phi})^2} \right) = 0, \quad (5)$$

где f_0 – произвольно выбранная частота, от которой рассчитывается текущая расстройка $t_i = (f_i - f_0)/f_0$ в массиве данных эксперимента.

Упрощая выражение (5) и сокращая на f_0 , получаем уравнение для вычисления фазы Φ :

$$\begin{aligned} \sin(\theta + \Phi) &= \frac{K_3}{\sqrt{K_1^2 + K_2^2}}, \\ \sin(\theta) &= \frac{K_1}{\sqrt{K_1^2 + K_2^2}}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\text{где } K_1 = (1 + \Gamma_0^2) \sum_{n=1}^N \frac{A_n \sin(\varphi_n) f_{Ln}}{Q_{Ln}};$$

$$K_2 = (1 - \Gamma_0^2) \sum_{n=1}^N \frac{A_n \sin(\varphi_n) f_{Ln}}{Q_{Ln}};$$

$$K_3 = 2\Gamma_0 \sum_{n=1}^N \frac{A_n \sin(\varphi_n) f_{Ln}}{Q_{Ln}}.$$

Очевидно, что θ определяется однозначно, а для референсной плоскости имеются только два возможных решения Φ_1 и $\Phi_2 = \pi - \Phi_1 - 2\theta$, одно из которых дает отрицательную проводимость контура и отбрасывается.

На рис. 7 приведен восстановленный годограф коэффициента отражения (кривая 1) и тот же годограф, приведенный к рассчитанной референсной плоскости $\Phi = 83,2^\circ$ (кривая 2).

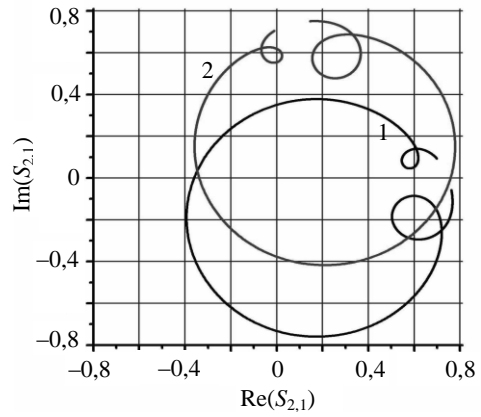


Рис. 7. Годограф комплексного коэффициента отражения, восстановленный из кривой аппроксимации на рис. 4

Правильность определения амплитуд колебаний доказывается сравнением восстановленной ФЧХ (кривая 1 на рис. 8) с исходной ФЧХ (кривая 2 на рис. 8), полученной в численном эксперименте.

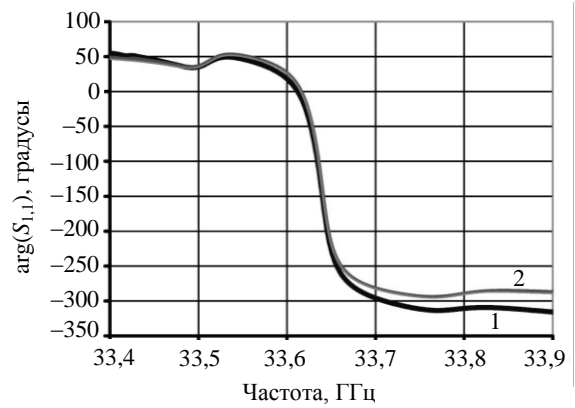


Рис. 8. ФЧХ коэффициента отражения, восстановленная из кривой аппроксимации (рис. 6), в сравнении с расчетной АЧХ

Таким образом, получен полный набор параметров $\mathbf{q}_0 = \{\Gamma_0, A_1, \varphi_1, Q_{L1}, f_{L1}\}$ и Φ для определения собственной частоты и добротности избранной моды зеркального ОДР. Расчет может быть проведен по формулам [9]:

$$\begin{aligned} Q_{Z1}^{-1} &= -\text{Im} \left(\frac{1 - (\Gamma_0 + a + jb)e^{j\Phi}}{jQ_{L1}(1 - \Gamma_0 e^{j\Phi})} \right), \\ f_{Z1} &= f_{L1} \left(1 - \text{Re} \left(\frac{1 - (\Gamma_0 + a + jb)e^{j\Phi}}{2jQ_{L1}(1 - \Gamma_0 e^{j\Phi})} \right) \right), \end{aligned} \quad (7)$$

где $a = A_1 \cos \varphi_1$; $b = A_1 \sin \varphi_1$.

На рис. 9 представлен годограф импеданса избранного типа колебаний, представляющий собой практически идеальную окружность. Значения собственной добротности и резонансной частоты составили $Q_{Z1} = 5296$ и $f_{Z1} = 33620,772$ МГц.

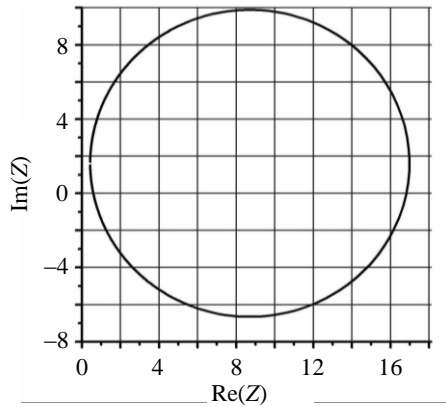


Рис. 9. Годограф импеданса избранного типа колебаний ОДР

Исследуем, каким образом учет близко расположенных по частоте мод влияет на определение добротностей и резонансных частот зеркального ОДР. В полном соответствии с изложенной выше процедурой, учитывающей наличие двух мод в окружении избранного типа колебаний, проведен расчет без учета соседствующих мод и с учетом четырех соседствующих мод. Кривые аппроксимации для этих случаев представлены на рис. 10 и 11 соответственно.

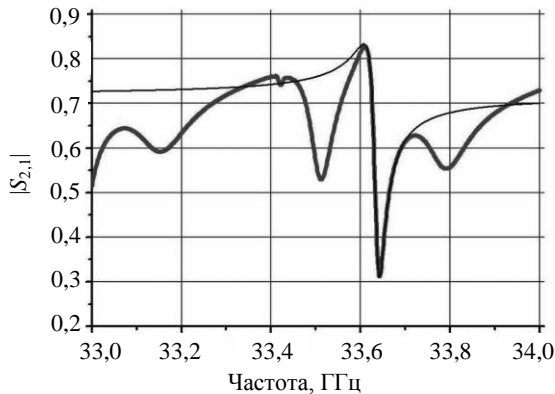


Рис. 10. Аппроксимация АЧХ коэффициента отражения избранного типа колебаний зеркального ОДР без учета соседних мод

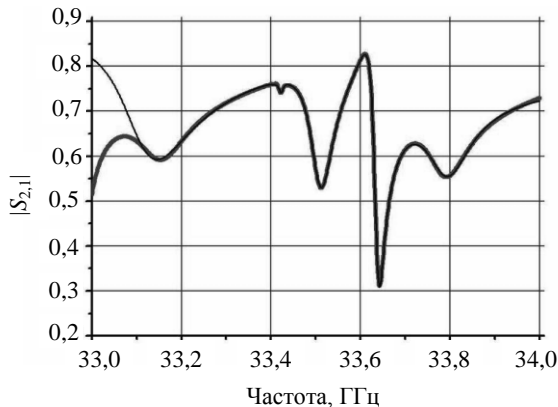


Рис. 11. Аппроксимация АЧХ коэффициента отражения избранного типа колебаний зеркального ОДР с четырьмя соседними модами

Результаты расчетов сведены в табл. 3.

Таблица 3

К-во учитываемых мод	f_{L1} , МГц	Q_{L1}	f_{Z1} , МГц	Q_{Z1}
1	33632,195	1 053	33623,165	4 446
3	33631,969	1 068	33620,772	5 295
5	33632,134	1 056	33617,122	6 414

Как следует из анализа данных табл. 3, относительные отклонения величин нагруженных добротностей для трех случаев обработки данных измерений не превышали 1,5 %, а абсолютные отклонения резонансных частот – 250 кГц. Однако увеличение количества учитываемых мод при обработке заметно сказалось на результатах измерений собственных характеристик избранного типа колебаний, особенно на величине собственной добротности. Резонансная частота монотонно уменьшалась и снизилась на 6 МГц, а собственная добротность монотонно увеличивалась и изменилась приблизительно на 40 %.

Вычислим верхний предел для собственной добротности зеркального ОДР, просуммировав добротности потерь в материале тефлонового полудиска, медного зеркала и внешних потерь в ЭС № 2. Для первых двух составляющих пост-обработка с помощью “CST Microwave Studio” дала величины $Q_{Tef} = 9990$ и $Q_{Cu} = 206\ 000$.

Оценка внешних потерь ЭС № 2 в соответствии с изложенной методикой составила $Q_{EX2} = 19\ 500$. В сумме указанные потери соответствуют добротности

$$Q_{\Sigma} = \frac{Q_{Tef} Q_{Cu} Q_{EX2}}{Q_{Tef} Q_{Cu} + Q_{Tef} Q_{EX2} + Q_{Cu} Q_{EX2}} =$$

$= 9\ 090$. Таким образом, суммарная добротность дифракционных потерь ОДР и потерь на рассеяние ЭС № 1 и ЭС № 2 оценивается величиной

$$Q_{SC+DIF} = \frac{Q_{\Sigma} Q_{Z1}}{Q_{\Sigma} - Q_{Z1}} = 21\ 800, \text{ что по порядку ве-}$$

личины соответствует результатам, наблюдаемым в эксперименте.

Выводы. Разработан метод измерения нагруженной добротности и резонансной частоты ОР на избранном типе колебаний в присутствии близко расположенных по частоте мод резонатора и при наличии излучения из ЭС. Суть метода состоит в представлении частотной зависимости комплексного коэффициента отражения или передачи резонатора суммой дробно-линейных комплексных функций, описывающих отклики отдельных мод, и аппроксимации квадрата измеренной АЧХ коэффициента отражения или передачи квадратом модуля суммы дробно-линейных функций с помощью специально созданной про-

граммы, реализующей оригинальный алгоритм, относящийся к классу градиентных методов с адаптивным шагом. Нагруженная добротность и резонансная частота являются константами аппроксимации.

Особенность предложенного метода позволяет выполнять измерения нагруженных добротностей и резонансных частот при любых схемах включения резонатора в измерительный тракт: на проход, на отражение или при включении резонатора по схеме режекторного фильтра. Предложенный метод обработки данных измерений позволяет измерять нагруженную добротность резонатора в условиях искажений резонансной кривой шумами, перекрестными помехами и низкодобротными модами с близкими резонансными частотами, т. е. в условиях, когда проводить измерения добротности классическими методами не представляется возможным.

Разработана методика расчета собственной добротности и собственной резонансной частоты ОР, основанная на вычислении импеданса избранного типа колебаний по измеренному модулю коэффициента отражения. Показана необходимость учета близко расположенных по частоте мод резонатора, которые оказывают сильное влияние на импеданс резонатора.

Авторы признательны коллегам из Института физики АН Китая и Технологического института (г. Пекин) за предоставленную им возможность проводить расчеты с помощью лицензионного пакета “CST Microwave Studio”.

Библиографический список

1. Тишер Ф. Техника измерений на сверхвысоких частотах / Ф. Тишер. – М.: Физматгиз, 1963. – 367 с.
2. Брандт А. А. Исследование диэлектриков на сверхвысоких частотах / А. А. Брандт. – М.: Физматгиз, 1963. – 403 с.
3. Трунин М. П. Поверхностный импеданс монокристаллов ВТСП в микроволновом диапазоне / М. П. Трунин // Успехи физ. наук. – 168, № 9. – С. 931–952.
4. Гинзтон Э. Л. Измерения на сантиметровых волнах / Э. Л. Гинзтон; пер. с англ. под ред. Г. А. Ремеза. – М.: Изд-во иностр. лит., 1960. – 620 с.
5. Валитов Р. А. Измерение добротности // Измерение на миллиметровых и субмиллиметровых волнах: Методы и техника / Р. А. Валитов, В. Н. Скресанов, А. И. Фисун / под ред. Р. А. Валитова и Б. И. Макаренко. – М.: Радио и связь, 1984. – С. 221–236.
6. Мирошниченко В. С. Экспериментальное определение параметров эквивалентной цепи открытого резонатора, связанного с линиями передачи / В. С. Мирошниченко, Е. Б. Сенкевич // Радиофизика и электрон.: сб. науч. тр. / Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины. – Х., 2002. – 7, № 2. – С. 301–311.
7. Нові пристрої зв'язку високодобротних НДВЧ резонаторів з хвилеводами: теорія, проектування, експеримент // Пріоритети наукової співпраці ДФФД і БРФФД: Матеріали спільних конкурсних проєктів Державного фонду фундаментальних досліджень і Білоруського республікансь-

кого фонду фундаментальних досліджень / В. М. Скресанов, В. В. Гламаздин, М. П. Натаров, О. І. Шубний. – К.: ДІА, 2007. – С. 177–190.

8. *Characteristics of waveguide to quasioptical or dielectric resonator coupling* / V. N. Skresanov, V. V. Glamazdin, M. P. Natarov, A. I. Shubny // 2010 Int. Kharkov Symp. on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW'2010). – Kharkov, 2010. – [Electronic Manuscript].
9. *Радиационные потери сосредоточенных элементов связи открытых резонаторов* / В. В. Гламаздин, М. П. Натаров, В. Н. Скресанов, А. И. Шубный // Радиофизика и электрон. – 2011. – 2(16), № 3. – С. 12–25.
10. *Kajfez D. Q Factor* / D. Kajfez. – Oxford, MS: Vector Fields, 1994. – 174 p.
11. *Kajfez D. Linear fractional curve fitting for measurement of high Q-factors* / D. Kajfez // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 1994. – 42, N 7. – P. 1149–1153.
12. *Leong K. Accurate Measurements of Surface Resistance of HTS Films using a Novel Transmission Mode Q-factor Technique* / K. Leong, J. Mazierska // J. of Superconductivity. – 2001. – 14, N 1. – P. 93–103.
13. *Leong K. Precise Measurements of the Q-factor of Transmission Mode Dielectric Resonators: Accounting for Noise, Crosstalk, Coupling Loss and Reactance, and Uncalibrated Transmission Lines* / K. Leong, J. Mazierska // Int. Microwave Symp. (IMS2002). TH2E-3: Microwave Measurements I. – Seattle, Washington, 2002. – [Electronic Manuscript].
14. *Аппаратно-вычислительный комплекс для измерения характеристик низко и высокодобротных резонаторов в диапазоне 26...37,5 ГГц* / В. Н. Скресанов, В. В. Гламаздин, А. И. Шубный, З. Е. Еременко // Радиофизика и электрон.: сб. науч. тр. / Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины. – Х., 2009. – 14, № 3. – С. 389–400.
15. *Microwave Study of FeSe_{0.3}Te_{0.7} Thin Film by TE₀₁₁-Mode Sapphire Dielectric Resonator* / Yun Wu, Shuyu Zhou, Xiyuan Wang et al. // IEEE Trans. Appl. Supercond. – 2011. – 21, N 3, part 1. – P. 599–603.
16. *Millimeter-wave surface impedance of optimally-doped Ba(Fe_{1-x}Co_x)₂As₂ single crystals* / A. Barannik, N. T. Cherpak, M. A. Tanatar et al. // Phys. Rev. B. – 2013. – 87, Iss. 1. – P. 014506 (7 p.).
17. *Андреев В. М. Определение резонансной частоты и добротности полудискового диэлектрического резонатора при помощи дробно-рациональной аппроксимации* / В. М. Андреев, О. О. Дробахин, Д. Ю. Салтыков // Радиофизика и радиоастрономия. – 2013. – 18, № 4. – С. 362–372.
18. *Квазиоптические твердотельные резонаторы* / А. Я. Кириченко, Ю. В. Прокопенко, Ю. Ф. Филиппов, Н. Т. Черпак. – К.: Наук. думка, 2008. – 296 с.
19. *Montgomery C. G. Principles of Microwave Circuits* / C. G. Montgomery, R. H. Dick, E. M. Purcell. – N. Y.-Toronto-L.: McGraw-Hill Book Company Inc., 1948. – 486 p.
20. *Вайнштейн Л. А. Открытые резонаторы и открытые волноводы* / Л. А. Вайнштейн. – М.: Сов. радио, 1966. – 475 с.
21. *Штейншлейгер В. Б. Явления взаимодействия волн в электродинамических резонаторах* / В. Б. Штейншлейгер. – М.: Гос. изд-во оборонной промышленности, 1955. – 114 с.
22. *Гламаздин В. В. Метод импеданса в исследовании характеристик открытых резонаторов при возбуждении гибридных типов колебаний* / В. В. Гламаздин, В. Н. Скресанов, А. И. Шубный // Радиофизика и электрон.: сб. науч. тр. / Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины. – Х., 2008. – 13, № 1. – С. 9–19.
23. *Skresanov V. N. The Novel Approach to Coupled Mode Parameters Recovery from Microwave Resonator Amplitude-Frequency Response* / V. N. Skresanov, V. V. Glamazdin, N. T. Cherpak // 41th European Microwave Conf. (EuMW 2011): Proc. – Manchester, 2011. – P. 826–829.
24. *Исакова О. П. Обработка и визуализация данных физических экспериментов с помощью пакета Origin. Анализ и обработка спектров* / О. П. Исакова, Ю. Ю. Тарасевич,

- Ю. И. Юзюк // Учеб.-метод. пособ. – Ростов-на-Дону, Изд-во Южного федерального ун-та, 2007. – 76 с.
25. Егоров В. Н. Характеристики резонаторов сверхвысоких частот с нерезонансным просачиванием мощности / В. Н. Егоров // Изв. вузов. Радиофизика. – 2010. – 53, № 8. – С. 493–503.

Рукопись поступила 12.08.2015.

V. N. Skresanov, V. V. Glamazdin

Q-FACTOR MEASUREMENTS UNDER CONDITIONS OF CLOSE-FREQUENCY MODES CONVERGENCE IN OPEN RESONATORS

A method is proposed for measuring the Q -factor of microwave resonators, which allows the study of microwave properties of materials and environments using open resonators of different types under conditions of availability of close-frequency modes in the surroundings of the given mode, the radiation losses of coupling elements and crosstalk between them. Measurement of the loaded Q -factor is based on both the representation of the frequency dependence of the resonator complex reflection or transmission coefficients by the sum of fractional-linear complex functions, describing the responses of individual modes, and approximation of a square measured frequency response by means of the variation gradient method. The eigen Q -factor calculation method is based on calculation of the resonator impedance on the measured reflectance modulus. The developed algorithms for processing measurement data are implemented in a computer program and are illustrated by the example of the processing frequency dependences of S -parameters for the open dielectric mirror resonator excited with whispering gallery modes, when the S -parameters are calculated by finite element method. Measuring quality factors by the proposed method eliminates the systematic measurement error associated with the distortion of the resonance curves, and makes it possible to perform measurements in conditions where classical methods are unsuitable.

Key words: Q -factor measurement, amplitude-frequency characteristic, impedance, open resonator, fractional-linear approximation.

В. М. Скресанов, В. В. Гламаздин

ВИМІРЮВАННЯ ДОБРОТНОСТІ В УМОВАХ ЗБЛИЖЕННЯ РЕЗОНАНСНИХ ЧАСТОТ ТИПІВ КОЛИВАНЬ У ВІДКРИТИХ РЕЗОНАТОРАХ

Запропоновано метод вимірювання добротності резонаторів мікрохвильового діапазону, що дозволяє проводити дослідження мікрохвильових властивостей матеріалів та середовищ за допомогою відкритих резонаторів різноманітних типів за наявності близько розташованих по частоті мод біля вибраного типу коливань, радіаційних втрат елементів зв'язку та перехресних завад між ними. Вимірювання навантаженої добротності засновано на поданні частотної залежності коефіцієнту відбиття або передачі сумою дробово-лінійних комплексних функцій, що описують відгуки відокремлених мод, та апроксимації квадрата модуля амплітудно-частотної характеристики варіаційним градієнтним методом. Метод розрахунку власної добротності засновано на обчисленні імпедансу резонатора за даними вимірювання коефіцієнту відбиття. Алгоритми оброблення даних вимірювання, що були запропоновані, реалізовані у вигляді комп'ютерної програми та ілюструються на прикладі оброблення S -параметрів дзеркального діелектричного відкритого резонатора з модами шепочучої галереї, при цьому S -параметри було обчислено методом кінцевих елементів. Вимірювання добротності запропонованим методом усуває систематичні похибки вимірювань, які пов'язані із спотворенням резонансних ліній, приводить до можливості проведення вимірювань в умовах, коли класичні методи виявляються непридатними.

Ключові слова: вимірювання добротності, амплітудно-частотна характеристика, відкритий резонатор, дробово-раціональна апроксимація, імпеданс відкритого резонатора.