

Д. Б. Куриляк, О. М. Шарабура

Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України

5, вул. Наукова, Львів, 79060, Україна

E-mail: [shom@ipm.lviv.ua](mailto:shom@ipm.lviv.ua)

**ОСЕСИМЕТРИЧНЕ ЕЛЕКТРОМАГНІТНЕ ЗБУДЖЕННЯ  
МЕТАЛЕВОГО ДИСКОНІЧНОГО РОЗСІЮВАЧА**

Скінченний біконус є базовою структурою для аналізу дискоконічних антен наближеними методами. Тут отримано строгий розв'язок осесиметричної задачі дифракції *TM*-хвилі на відкритому кінці біконуса, одне плече якого є напівнескінченний, а друге – скінченний конуси. Така структура опромінюється полем кругового витка магнітного струму. Для отримання розв'язку використано метод спряження полів сумісно з методом аналітичної регуляризації. Розв'язок задачі для дискоконічного розсіювача отримано як граничний перехід від біконуса з довільними кутовими параметрами. Досліджено залежності діаграм спрямованості та опору випромінювання від параметрів розсіювача. Проведено порівняння числових результатів з відомими в окремих випадках. Показано, що широкосмугові властивості діаграм спрямованості покращуються зі зростанням радіусу диску та ширини біконічної області. Отримані результати дозволяють проводити строгий електродинамічний аналіз характеристик дискоконічних розсіювачів у широкому діапазоні зміни геометричних та частотних параметрів. Іл. 8. Бібліогр.: 11 назв.

**Ключові слова:** диск, конус, біконус, аналітична регуляризація, опір випромінювання, широкосмугові властивості.

Розсіювачі, утворені з конічної поверхні й диску, центр якого суміщено з вершиною конуса, є моделями дискоконічних антен. Широкосмугові властивості електродинамічних характеристик таких структур і осьова симетрія розсіяного поля зумовлюють їх широке застосування як передавальних і приймальних антен, а також як антен для пасивного виявлення і визначення характеристик шумових сигналів електромагнітної природи [1, 2]. Такі антени працюють у діапазоні від сотень мегагерц до десятків гігагерц і виготовляються із суцільнометалевих поверхонь або з ізолюваних провідників.

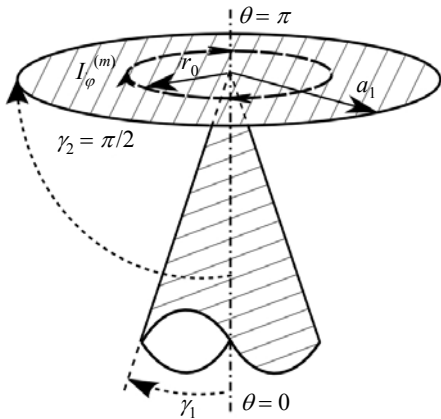


Рис. 1. Геометрична схема задачі

Задачі дифракції на дискоконічних структурах, одне або обидва плеча яких є скінченними, розв'язувались методом частинних підобластей у роботах [3, 4]. Прямі числові методи застосовувались для визначення характеристик таких антен у роботах [5, 6].

Для аналізу електродинамічних характеристик біконусів з краями було запропоновано метод аналітичної регуляризації [7–10], цей під-

хід використано для математично строгого аналізу характеристик дискоконічного розсіювача як граничного випадку біконуса. Основна відмінність застосованого методу від використаного у роботах [3, 4] полягає у проведенні аналітичної регуляризації задачі через точне обернення її сингулярної частини. При дослідженні вважаємо, що залежність поля від часу задається множителем  $e^{-i\omega t}$ , який надалі опускаємо.

**1. Постановка задачі.** Розглянемо осесиметричну задачу дифракції *TM*-хвилі на ідеально провідній біконічній поверхні  $Q = Q_1 \cup Q_2$ , заданій у сферичній системі координат  $(r, \theta, \varphi)$

$$Q_1 : \{r \in (0, \infty), \theta = \gamma_1; \varphi \in [0, 2\pi)\},$$

$$Q_2 : \{r \in (0, a_1), \theta = \gamma_2; \varphi \in [0, 2\pi)\},$$

де  $\gamma_2 > \gamma_1$ . Дискоконічний розсіювач утворюємо з  $Q$  при  $\gamma_2 \rightarrow \pi/2$  (рис. 1).

Нехай біконус  $Q$  збуджується витком магнітного струму з густиною, заданою у вигляді

$$J(r, \theta) = I_\varphi^{(m)} \delta(r - r_0) \delta(\theta - \theta_0) / (r_0 \sin \theta_0), \quad (1)$$

де  $I_\varphi^{(m)}$  – магнітний струм;  $\delta(\dots)$  – дельта-функція Дірака;  $r_0, \theta_0$  – координати джерела;  $0 < r_0 < a_1$ ,  $\gamma_1 \leq \theta_0 \leq \gamma_2$ .

Поле магнітного струму (1) має ненульові компоненти  $E_r, E_\theta, H_\varphi$ , які виражаються через  $H_\varphi$ -складову за допомогою співвідношень

$$E_r = -\frac{1}{i\omega \varepsilon} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta H_\varphi),$$

$$E_\theta = \frac{1}{i\omega \varepsilon} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_\varphi). \quad (2)$$

Тут  $\varepsilon$  – діелектрична проникність середовища.

Приймаючи до уваги співвідношення (2), задачу дифракції поля витка (1) на біконусі  $Q$  зводимо до змішаної крайової задачі для рівняння Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 H_\varphi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial H_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial H_\varphi}{\partial \theta} \right) - \frac{H_\varphi}{r^2 \sin^2 \theta} + k^2 H_\varphi = 0 \quad (3)$$

з граничною умовою

$$\frac{1}{i\omega \varepsilon} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} [\sin \theta (H_\varphi + H_\varphi^i)]_{r, \theta \in Q} = 0, \quad (4)$$

умовою випромінювання

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r [\vec{i}_r \times \vec{H} + Z^{-1} \vec{E}] = 0 \quad (5)$$

і умовою обмеженості електромагнітної енергії в будь-якому скінченному об'ємі. Тут  $k$  – хвильове число;  $k = k' + ik'' = \omega \sqrt{\varepsilon \mu}$ ;  $k', k'' > 0$ ;  $H_\varphi = H_\varphi(r, \theta)$  – невідома магнітна складова дифрагованого поля;  $H_\varphi^i(r, \theta)$  – магнітна складова поля джерела;  $Z = \sqrt{\mu/\varepsilon}$  – хвильовий опір;  $\mu$  – магнітна проникність середовища.

Для розв'язання крайової задачі (3)–(5) розглянемо області, сформовані біконусом  $Q$ :

$$\begin{aligned} D_1 : \{r \in (0, a_1), \theta \in [\gamma_1, \gamma_2]; \varphi \in [0, 2\pi)\}, \\ D_2 : \{r \in (0, a_1), \theta \in (\gamma_2, \pi]; \varphi \in [0, 2\pi)\}, \\ D_3 : \{r \in (a_1, \infty), \theta \in (\gamma_1, \pi]; \varphi \in [0, 2\pi)\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Невідому магнітну компоненту повного поля у кожній області (6) подамо рядом власних функцій і запишемо у вигляді

$$H_\varphi^i(r, \theta) = \begin{cases} H_\varphi^i(r, \theta) + \frac{i\omega\varepsilon}{\sqrt{\rho}} \sum_{n=1}^{\infty} x_n^{(1)} \Psi_{v_n-1/2}(\cos \theta) \frac{I_{v_n}(\rho)}{I_{v_n}(\rho_1)}, & (r, \theta) \in D_1, \\ \frac{i\omega\varepsilon}{\sqrt{\rho}} \sum_{n=1}^{\infty} x_n^{(2)} \frac{\partial}{\partial \theta} P_{\mu_n-1/2}(-\cos \theta) \frac{I_{\mu_n}(\rho)}{I_{\mu_n}(\rho_1)}, & (r, \theta) \in D_2, \\ \frac{i\omega\varepsilon}{\sqrt{\rho}} \sum_{n=1}^{\infty} x_n^{(3)} \frac{\partial}{\partial \theta} P_{z_n-1/2}(-\cos \theta) \frac{K_{z_n}(\rho)}{K_{z_n}(\rho_1)}, & (r, \theta) \in D_3. \end{cases} \quad (7)$$

Тут  $x_n^{(1)}, x_n^{(2)}, x_n^{(3)}$  – невідомі коефіцієнти розкладу;  $I_\nu(\rho), K_\nu(\rho)$  – відповідно модифікована функція Бесселя та функція Макдональда;  $\rho = sr$ ;

$\rho_1 = sa_1$ ;  $s = -ik$ ;  $P_{\chi-1/2}(-\cos \theta)$  – функції Лежандра;

$$\Psi_{v_n-1/2}(\cos \theta) = \begin{cases} 1, & n = 1, \\ \frac{\sin \theta}{\partial} [R_{v_n-1/2}(\cos \theta)], & n > 1, \end{cases} \quad (8)$$

де

$$R_{v-1/2}(\cos \theta) = P_{v-1/2}(\cos \theta) P_{v-1/2}(-\cos \gamma_1) - P_{v-1/2}(-\cos \theta) P_{v-1/2}(\cos \gamma_1).$$

Індекси  $\{z_n\}_{n=1}^{\infty}, \{\mu_n\}_{n=1}^{\infty}$  і  $\{v_n\}_{n=1}^{\infty}$  – зростаючі послідовності дійсних додатних коренів трансцендентних рівнянь

$$P_{z_n-1/2}(-\cos \gamma_1) = 0,$$

$$P_{\mu_n-1/2}(-\cos \gamma_2) = 0,$$

$$R_{v_n-1/2}(\cos \gamma_2) = 0.$$

Множина індексів  $\{v_n\}_{n=1}^{\infty}$  будується наступним способом: перший елемент цієї послідовності  $v_1 = 1/2$  – мінімальний додатний корінь рівняння  $R_{v_n-1/2}(\cos \gamma_2) = 0$ , який враховує формування  $TEM$ -моди. Решта коренів  $v_{n>1}$  є залежними від кутових параметрів біконічної області і  $v_{n>1} \neq n-1/2$ . Магнітна складова первинного поля  $H_\varphi^{(i)}(r, \theta)$  визначена як [7]:

$$H_\varphi^i(r, \theta) = \frac{i\omega\varepsilon}{\sqrt{\rho\rho_0}} \times \sum_{j=1}^{\infty} B_j \Psi_{v_j-1/2}(\cos \theta) \begin{cases} K_{v_j}(\rho) I_{v_j}(\rho_0), & r \geq r_0, \\ I_{v_j}(\rho) K_{v_j}(\rho_0), & r \leq r_0. \end{cases} \quad (9)$$

Тут  $(r, \theta) \in D_1$ ;  $B_j = -\rho_0 b_j I_\varphi^{(m)} \Psi_{v_j-1/2}(\cos \theta_0)$ ;

$\rho_0 = sr_0$ ;

$$b_j = \begin{cases} \left[ \ln \left( \operatorname{ctg} \frac{\gamma_1}{2} \operatorname{tg} \frac{\gamma_2}{2} \right) \right]^{-1}, & j = 1, \\ \frac{1}{\sin \gamma_2} \frac{2v_j}{v_j^2 - 0,25} \times \left[ \frac{\partial}{\partial v} R_{v_j-1/2}(\cos \gamma_2) \frac{\partial}{\partial \gamma} R_{v_j-1/2}(\cos \gamma_2) \right]^{-1}, & j > 1. \end{cases}$$

За фізичним змістом  $H_\varphi^i$  (9) – це поле джерела (1) у нескінченній біконічній області з ідеально провідними поверхнями. Подання (7) забезпечує виконання граничних умов на поверх-

нях  $Q_1$ ,  $Q_2$ , умову випромінювання й умову обмеження енергії поля на вершині біконуса.

У відповідності до формул (7) і (2) поведінка компонент поля на вершині біконуса ( $r \rightarrow 0, r_0 \neq 0$ ) записується так:  $E_r = O(r^{\nu_2-1})$ ,  $E_\theta = O(r^{-1})$ ,  $H_\varphi = O(1)$ . Тут, коли  $r \rightarrow 0$ , поведінка  $E_r$ -компоненти поля визначається поведінкою нижчої  $TM$ -моди, а поведінка  $E_\theta$ - і  $H_\varphi$ -компонент – поведінкою  $TEM$ -моди. Отже, величина пропорційна струму  $rH_\varphi(r, \gamma_{1(2)}) \rightarrow 0$ , коли  $r \rightarrow 0$ . Фізично це відповідає ізольованим вершинам біконуса.

**2. Розв'язання задачі.** Використовуючи спряження  $E_\theta(a_1 \pm 0, \theta)$  і  $H_\varphi(a_1 \pm 0, \theta)$  компонент поля на сферичному сегменті  $\{r = a_1, \gamma_1 < \theta \leq \pi\}$  і використовуючи вирази (7), (9) і (2), зводимо задачу до нескінченної системи лінійних алгебраїчних рівнянь (НСЛАР), яку після процедури аналітичної регуляризації [7–9] записуємо

$$\vec{X} - \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{A} - \mathbf{A}_{11})\vec{X} = \mathbf{A}^{-1}\vec{F}. \quad (10)$$

Тут  $\vec{X} = \{x_n\}_{n=1}^\infty$  – невідомий вектор;  $x_n = x_n^{(3)}(z_n^2 - 0,25)P_{z_n-1/2}(-\cos \gamma_2)$ ;  $\mathbf{A}_{11}$  – нескінченна матриця з елементами

$$a_{jn} = \frac{\rho_1 W[K_{z_n} I_{\xi_j}]_{\rho_1}}{\Delta_{jn} I_{\xi_j}(\rho_1) K_{z_n}(\rho_1)},$$

де  $\Delta_{jn} = \xi_j^2 - z_n^2$ ;  $\{\xi_j\}_{j=1}^\infty : \{v_j\}_{j=1}^\infty \cup \{\mu_j\}_{j=1}^\infty$  – зростаюча послідовність;  $\vec{F} = \{f_j\}_{j=1}^\infty$  – відомий вектор,

$$f_j = \begin{cases} \sqrt{\rho_0} I_\varphi^{(m)} \bar{b}_j \Psi_{\xi_j-1/2}(\cos \theta_0) \frac{I_{\xi_j}(\rho_0)}{I_{\xi_j}(\rho_1)}, & \xi_j \in \{v_p\}_{p=1}^\infty, \\ 0, & \xi_j \notin \{v_p\}_{p=1}^\infty, \end{cases}$$

де

$$\bar{b}_j = \begin{cases} 1, & j = 1, \\ [\sin \gamma_2 \partial / \partial \gamma R_{v_j-1/2}(\cos \gamma_2)]^{-1}, & j > 1. \end{cases}$$

Матричні елементи регуляризуючих операторів  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{A}^{-1}$  записуємо у вигляді [7, 9]

$$a_{jm} = (\xi_j - z_m)^{-1}, \quad (11)$$

$$\tau_{nj} = \left\{ [M_-(\xi_j)]^{-1} \right\}' [M_-(z_n)]' (z_n - \xi_j)^{-1}. \quad (12)$$

Відому функцію  $M_-(v)$  отримуємо в результаті факторизації парної мероморфної функції

$$M(v) = \frac{P_{v-1/2}(-\cos \gamma_1) \cos(\pi v)}{(v^2 - 1/4) P_{v-1/2}(-\cos \gamma_2) R_{v-1/2}(\cos \gamma_2)}, \quad (13)$$

яку запишемо так:

$$M(v) = M_+(v) M_-(v), \quad (14)$$

де  $M_+(v)$ ,  $M_-(v)$  – регулярні відповідно у півплощинах  $\text{Re}(v) > -1/2$ ,  $\text{Re}(v) < 1/2$ ;  $M_\pm(v) = O(v^{-1/2})$  при  $|v| \rightarrow \infty$  в областях регулярності.

Враховуючи, що прості нулі й полюси функції (13) розміщені на дійсній осі відповідно у точках  $v = \pm z_n$  і  $v = \pm \xi_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ), функції  $M_\pm(v)$  ( $M_+(v) = M_-(-v)$ ) знаходимо методом нескінченних добутків у вигляді

$$M_+(v) = 2A(\gamma_1, \gamma_2) e^{-v\chi} \prod_{k=1}^\infty (1 + v/z_k) e^{-v(\pi-\gamma_1)/(k\pi)} \times \left[ (1 + v/(1/2)) \prod_{k=1}^\infty (1 + v/v_k) e^{-v(\gamma_2-\gamma_1)/(k\pi)} \times \prod_{k=1}^\infty (1 + v/\mu_k) e^{-v(\pi-\gamma_2)/(k\pi)} \right]^{-1}.$$

Тут

$$A(\gamma_1, \gamma_2) = i \left\langle P_{-1/2}(-\cos \gamma_1) \left\{ P_{-1/2}(-\cos \gamma_2) \times [P_{-1/2}(\cos \gamma_2) P_{-1/2}(-\cos \gamma_1) - P_{-1/2}(-\cos \gamma_2) P_{-1/2}(\cos \gamma_1)] \right\}^{-1} \right\rangle^{1/2};$$

$$\chi = \frac{\pi - \gamma_2}{\pi} \ln \frac{\pi - \gamma_2}{\pi} - \frac{\pi - \gamma_1}{\pi} \ln \frac{\pi - \gamma_1}{\pi} + \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\pi} \ln \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\pi}.$$

$$\text{Вирази для похідних } M'_-(v) = \frac{d}{dv} M_-(v)$$

при  $v = z_n, \xi_n$  ( $n = \overline{1, \infty}$ ), через які записуємо матричні елементи оператора  $\mathbf{A}^{-1}$ , наведено у роботі [8].

НСЛАР (10) допускає розв'язок у класі послідовностей  $x_n = O(n^{-1/2})$  для  $n \rightarrow \infty$ , що забезпечує виконання умови Мейкснера на краю  $Q_2$ .

**3. Граничний перехід від біконуса до дисконічного розсіювача** ( $\gamma_2 \rightarrow \pi/2$ ). У цьому випадку індекси  $\mu_n$  у поданні потенціалу (7) визначаються з умови  $P_{\mu_n-1/2}(0) = 0$ , де  $\mu_n = 2n - 1/2$  ( $n = \overline{1, \infty}$ ); індекси  $v_n > 0$  знахо-

дяться з розв'язку трансцендентного рівняння  $P_{\nu_n-1/2}(-\cos \gamma_1) - P_{\nu_n-1/2}(\cos \gamma_1) = 0$  ( $\nu_1 = 1/2$ ,  $\nu_{n>1} \neq 2n + 1/2$ ), а індекси  $z_n > 0$  визначаються з розв'язку рівняння  $P_{z_n-1/2}(-\cos \gamma_1) = 0$ .

Власна функція біконічної області  $D_1$  у цьому випадку приймає вигляд  $R_{\nu-1/2}(\cos \theta) = P_{\nu-1/2}(-\cos \theta) - P_{\nu-1/2}(\cos \theta)$ , (15) а функція  $\Psi_{\nu_n-1/2}(\cos \theta)$  визначається за формулами (8) з урахуванням (15).

Задача про осесиметричне збудження дисконічного розсіювача зводиться до НСЛАР (10), де регуляризуючі оператори знаходимо за формулами (11), (12).

Для побудови елементів оберненого оператора  $\mathbf{A}^{-1}$  замість функції (13) використовуємо парну мероморфну функцію виду

$$M(v) = P_{\nu-1/2}(-\cos \gamma_1) \cos(\pi v) \times \left\{ (v^2 - 1/4)[P_{\nu-1/2}(0)]^2 \times [P_{\nu-1/2}(-\cos \gamma_1) - P_{\nu-1/2}(\cos \gamma_1)] \right\}^{-1}. \quad (16)$$

Функцію (16) факторизуємо за формулою (14), де  $M_+(v)$  записуємо у вигляді

$$M_+(v) = 2A(\gamma_1, \gamma_2) e^{-v\chi} \times \prod_{k=1}^{\infty} (1 + v/z_k) e^{-v(\pi-\gamma_1)/(k\pi)} \times \left[ (1 + v/(1/2)) \prod_{k=1}^{\infty} (1 + v/v_k) e^{-v(\pi/2-\gamma_1)/(k\pi)} \times \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 + \frac{v}{2k-1/2}\right) e^{-v/(2k)} \right]^{-1}.$$

Тут

$$A(\gamma_1, \gamma_2) = i \left\langle P_{-1/2}(-\cos \gamma_1) \times \left\{ [P_{-1/2}(0)]^2 [P_{-1/2}(-\cos \gamma_1) - P_{-1/2}(\cos \gamma_1)] \right\}^{-1/2} \right\rangle ;$$

$$\chi = \frac{\pi - 2\gamma_1}{2\pi} \ln \frac{\pi - 2\gamma_1}{2\pi} - \frac{\pi - \gamma_1}{\pi} \ln \frac{\pi - \gamma_1}{\pi} - \frac{1}{2} \ln 2.$$

Вирази для похідних  $M'_-(v)$  при  $v = z_n, \xi_n$  ( $n = \overline{1, \infty}$ ), через які записуються матричні елементи оператора  $\mathbf{A}^{-1}$ , подаємо так:

$$M'_-(z_n) = \cos(\pi z_n) \frac{\partial}{\partial z} P_{z_n-1/2}(-\cos \gamma_1) \times \left\{ (z_n^2 - 1/4)[P_{z_n-1/2}(0)]^2 \times [P_{z_n-1/2}(-\cos \gamma_1) - P_{z_n-1/2}(\cos \gamma_1)] M_+(z_n) \right\}^{-1},$$

$$[M'_-(\xi_n)]' = \begin{cases} -2\pi^{-1} M_+(1/2) \ln(\operatorname{tg} \frac{\gamma_1}{2}), \\ \xi_n = \nu_1 = 1/2, \\ (\xi_n^2 - 1/4)[P_{\xi_n-1/2}(0)]^2 M_+(\xi_n) \times \\ \times \frac{\partial}{\partial \xi} [P_{\xi_n-1/2}(-\cos \gamma_1) - P_{\xi_n-1/2}(\cos \gamma_1)] \times \\ \times [\cos(\pi \xi_n) P_{\xi_n-1/2}(-\cos \gamma_1)]^{-1}, \\ \xi_n = \nu_n, n > 1, \\ \frac{n(2n-1)\Gamma^2(n)M_+(2n-1/2)}{\pi\Gamma^2(n+1/2)}, \\ \xi_n = 2n-1/2, n = \overline{1, \infty}. \end{cases}$$

**4. Аналіз числових результатів.** НСЛАР (10) використали для дослідження потужності випромінювання та діаграм спрямованості (ДС) дисконічного розсіювача, які відповідно розраховувались за формулами

$$R = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\gamma_1}^{\pi} H_{\varphi} E_{\theta}^* r^2 \sin \theta d\theta, \quad (17)$$

$$D(\theta) = \lim_{r \rightarrow \infty} |r H_{\varphi} e^{-ikr}|.$$

Дисконічний розсіювач моделювали біконусом  $Q$  при  $\gamma_2 = 89^\circ$ . Також вважали, що радіус витка магнітного струму є малим і охоплює центр диска,  $\theta_0 = \gamma_2 - 0$ . За такої умови основний вклад у первинне поле дає *ТЕМ*-мода поля джерела (9). Знаходили безрозмірні величини: ДС нормували на величину  $[Z^{-1}I_{\varphi}^{(m)}] = A$ , а опір випромінювання нормували до величини  $[Z^{-1}(I_{\varphi}^{(m)})^2] = \text{Вт}$ .

На рис. 2 наведено результати дослідження відносної похибки обчислення опору випромінювання  $R$  для різних значень  $ka_1$  як функції  $L$  – параметра редукції НСЛАР (10). Відносну похибку знаходили за формулою

$$\delta(L) = \frac{|R_{L+\Delta} - R_L|}{R_L},$$

де  $R_L$  і  $R_{L+\Delta}$  – визначаються за формулою (17), враховуючи відповідно  $L$  і  $L+\Delta$  рівнянь в НСЛАР (10). Із поведінки кривих на рис. 2 бачимо, що вже починаючи з  $L = 18$  похибка обчислення  $R$  для дисконічних розсіювачів менше одного відсотка.

Для перевірки достовірності результатів з біконуса  $Q$  сформуvalи монополь, поклавши  $\gamma_1 \rightarrow \pi/2$ , а  $\gamma_2 > \pi/2$ , і співставили ДС з отриманими для монополів у роботі [11].

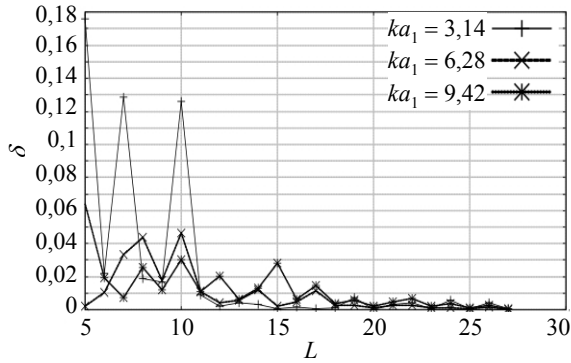


Рис. 2. Залежність відносної похибки  $\delta$  від параметра редукції  $L$  при  $\gamma_1 = 20^\circ$ ;  $\gamma_2 = 89^\circ$ ;  $kr_0 = 0,02$

На рис. 3 приведено результати порівняння ДС отриманих нами для відкритого кінцевого монополя (штриховані криві), і наведених у роботі [11] (суцільні криві), у якій розглядали кінцевий монополю з закритою сферичним сегментом основою конуса, який збуджували *ТЕМ*-модю.

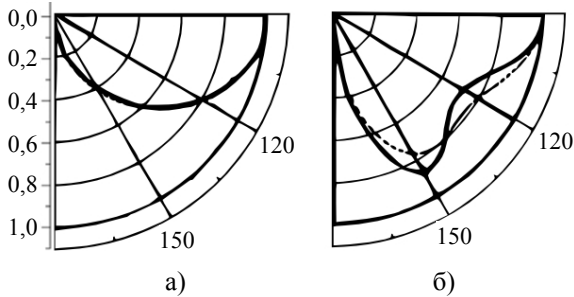


Рис. 3. Порівняння нормованих ДС для монополя при  $\gamma_1 = 89^\circ$ ;  $\gamma_2 = 150^\circ$ ;  $\theta = \gamma_2$ ;  $kr_0 = 0,2$ ; а)  $ka_1 = 1,0$ ; б)  $ka_1 = 5,0$

При опроміненні джерело збудження помістили біля вершини для формування домінуючого впливу *ТЕМ*-моди. Із поведінки кривих на рис. 3 спостерігаємо практично повне співпадіння нормованих ДС для короткого монополя (рис. 3, а). Зі зростанням довжини монополя спостерігаємо незначне розходження форми ДС (рис. 3, б), що пояснюється відмінністю умов на краю для відкритого й закритого монополів.

На рис. 4 наведено залежності нормованих опорів випромінювання дискоконічного розсіювача від параметра  $ka_1$  при різних значеннях кута розхилу  $\gamma_1$ . Із поведінки кривих спостерігаємо осцилюючу залежність  $R(ka_1)$ . У всіх досліджуваних випадках максимальне значення  $R$  спостерігали при  $2 < ka_1 < 3$ . Мінімальні осциляції  $R(ka_1)$  формуються при  $\gamma_1 = 20^\circ$  (крива 1). Розмах осциляцій функції  $R(ka_1)$  зростає з ростом кута  $\gamma_1$  – це відповідає звуженню кутів ширини біконічної області, (криві 1–3). Оскільки при  $\gamma_1 = 20^\circ$  і  $ka_1 > 6$   $R$  слабо залежить від  $ka_1$ ,

то можна допустити і незначний вплив цього параметра на форму ДС.

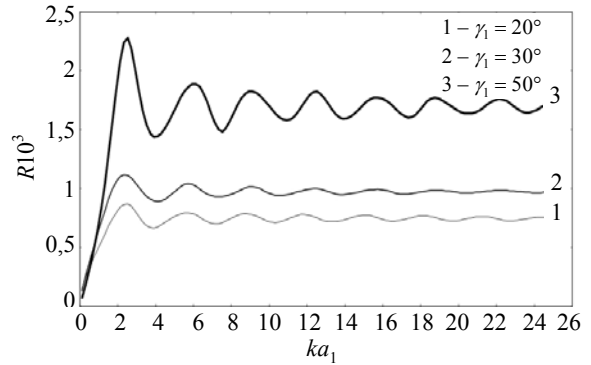


Рис. 4. Вплив  $\gamma_1$  на залежність  $R(ka_1)$  при  $\gamma_2 = 89^\circ$ ;  $kr_0 = 0,02$

ДС для різних значень довжин скінченного плеча біконуса  $ka_1$  показано на рис. 5. У зв'язку з осьовою симетрією задачі графіки наведено в області  $\gamma_1 < \theta < 180^\circ$ .

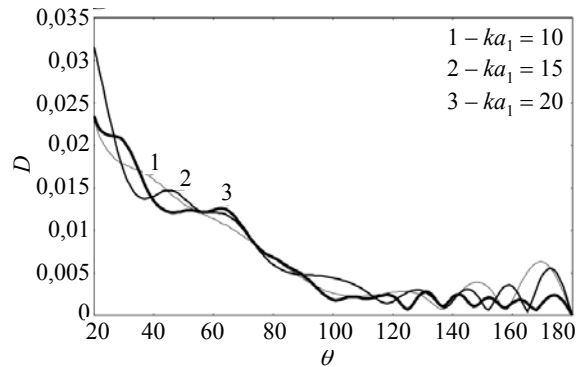


Рис. 5. Вплив параметра  $ka_1$  на форму ДС при  $\gamma_1 = 20^\circ$ ;  $\gamma_2 = 89^\circ$ ;  $kr_0 = 0,02$

Як видно з поведінки кривих зміна хвильової довжини скінченного плеча дискоконічного розсіювача практично не впливає на форму ДС при  $30^\circ < \theta < 90^\circ$  і слабо впливає у доповнюючій кутовій області. Така поведінка зумовлена проявом широкосмугових властивостей біконусів. В області тіні ( $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ) спостерігаємо слабкі осциляції поля. Незначне зростання рівня випромінювання формується у напрямі, близькому до осі симетрії розсіювача ( $\theta = 180^\circ$ ), і зумовлене утворенням відповідної пелюстки ДС. Аналогічну поведінку поля спостерігали в області тіні диска, коли його збуджували полем радіального електричного диполя [9].

Щоб в'яснити особливості формування ДС, дослідили модовий склад поля у зоні випромінювання. На рис. 6 показано вплив на форму ДС кількості врахованих при моделюванні *ТМ*-мод. Із поведінки кривих на рис. 6, а бачимо, що при  $N = 4$  ДС в освітленій області практично повністю сформована, а при  $N \geq 10$  спостерігаємо оста-

точно формування ДС в усій області кутів спостереження, включаючи тіньову область (рис. 6, б).

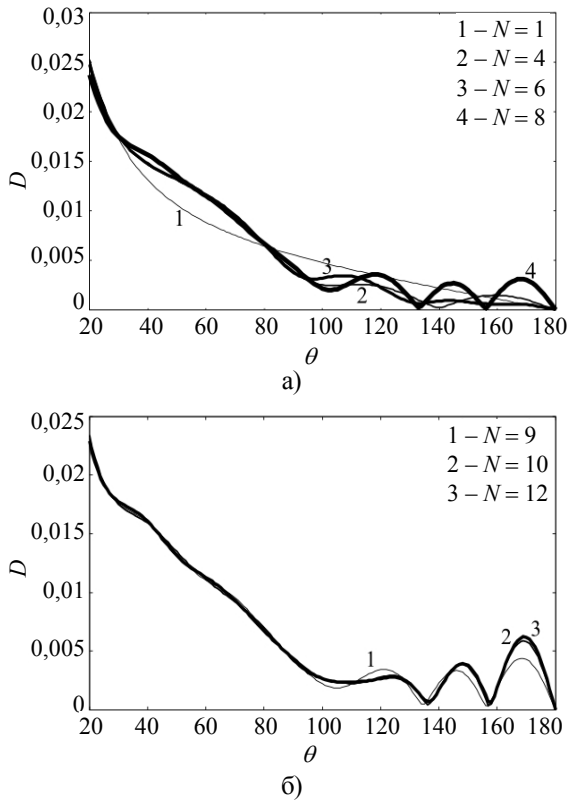


Рис. 6. Вплив кількості врахованих при обчисленні  $TM$ -мод на форму ДС при  $\gamma_1 = 20^\circ$ ;  $\gamma_2 = 89^\circ$ ;  $kr_0 = 0,02$ ;  $ka_1 = 10$

Щоб глибше вивчити властивості ширококутності дискоконічного розсіювача  $Q$ , дослідили залежність поля випромінювання у виділеному напрямі  $D|_{\theta=\theta'}$  як функцію параметра  $ka_1$ . Відповідні залежності для різних значень  $\gamma_1$  подані на рис. 7, на якому криві ілюструють погіршення ширококутності властивостей розсіювача у напрямі  $\theta = 80^\circ$  зі звуженням кутової ширини біконічної області ( $\Delta\gamma = (\gamma_2 - \gamma_1)$ ), про що свідчать глибокі осциляції кривої 3.

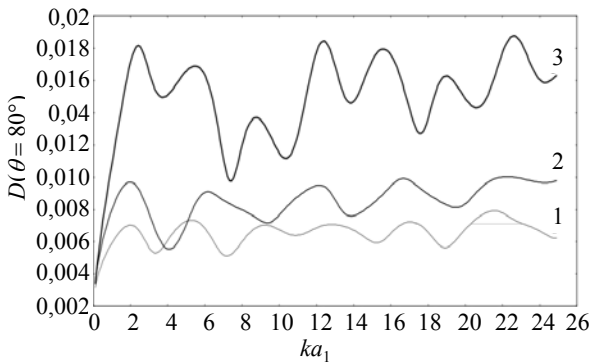


Рис. 7. Залежність амплітуди ДС у напрямі  $\theta = 80^\circ$  від довжини твірної  $ka_1$  при  $\gamma_2 = 89^\circ$ ;  $kr_0 = 0,02$ ; 1 -  $\gamma_1 = 20^\circ$ ; 2 -  $\gamma_1 = 30^\circ$ ; 3 -  $\gamma_1 = 50^\circ$

На рис. 8 наведено ДС, обчислені для того, що відповідають локальним екстремумам кривої 3 на рис. 7.

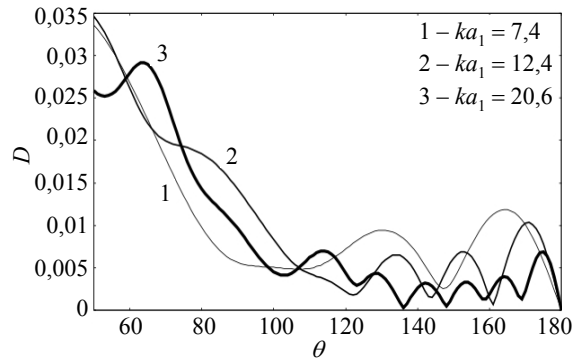


Рис. 8. ДС при  $\gamma_1 = 50^\circ$ ;  $\gamma_2 = 89^\circ$ ;  $kr_0 = 0,02$

Екстремуми вибрані таким чином, щоб вони суттєво різнилися за амплітудою. З поведінки кривих на рис. 8 спостерігаємо послаблення ширококутності властивостей дискоконічного розсіювача зі звуженням біконічної області.

**Висновки.** Встановили, що розмах осциляцій опору випромінювання дискоконічного розсіювача як функція хвильового радіусу диску зменшується з розширенням біконічної області  $\Delta\gamma = (\gamma_2 - \gamma_1)$ , а максимум потужності випромінювання спостерігається за умови  $a_1 < \lambda/2$ . Показали, що ширококутні властивості ДС дискоконічного розсіювача найкраще спостерігаються при  $ka_1 > 6$  і покращуються з розширенням біконічної області. Вияснили, що кількість  $TM$ -мод, які формують ДС в усій області кутів спостереження ( $\gamma_1 < \theta < 180^\circ$ ), є порівняльна з хвильовим радіусом диску. ДС в освітленій області практично повністю формуються коли  $N \approx ka_1/2$ .

#### Бібліографічний список

1. Qing, X. UWB Characteristics of Disc Cone Antenna / X. Qing, Z. Chen, M. Y. W. Chia // IEEE Int. Antenna Technol. Workshop. – 2005. – P. 97–100.
2. Jinu Kim. Novel ultra-wideband discone antenna / Jinu Kim, Seong-Ook Park // Microwave and Optical Technology Letters. – 2004. – 42, N 2. – P. 113–115.
3. Bevensee R. M. Handbook of conical antennas and scatterers / R. M. Bevensee. – N. Y.: Gordon and Breach Science Publishers, 1973. – 173 p.
4. Hahn R. Impedance and Radiation Pattern of Antennas above Flat Discs / R. Hahn, J. G. Fikioris // IEEE Trans. on Anten. and Prop. Jan. – 1973. – 21, N 1. – P. 97–100.
5. Ki-Hak Kim. An Ultrawide-Band Double Discone Antenna With the Tapered Cylindrical Wires / Ki-Hak Kim, Jin-U Kim, Seong-Ook Park // IEEE Trans. on Anten. and Prop. – 2005. – 53, N 10. – P. 3403–3406.
6. Vsetula P. Broadband monopole antenna with convex conical reflector for 802.11a standard / P. Vsetula, Z. Raida // Microwave and Optical Technology Letters. – 2013. – 55, N 6. – P. 1243–1247.
7. Куриляк Д. Б. Электромагнитное возбуждение биконуса, сформированного из напівнескінченної та скінченної зі зрізаною

- вершиною конічних поверхонь / Д. Б. Куриляк, О. М. Шарабура // Радиофизика и радиоастрономия. – 2013. – 18, № 2. – С. 138–146.
8. Куриляк Д. Б. Осесимметричне поле випромінювання конічного монополя / Д. Б. Куриляк, О. М. Шарабура // Радиофизика и радиоастрономия. – 2013. – 18, № 4. – С. 323–330.
  9. Куриляк Д. Б. Аналітико-числові методи в теорії дифракції хвиль на конічних і клиноподібних поверхнях / Д. Б. Куриляк, З. Т. Назарчук. – К: Наук. думка, 2006. – 280 с.
  10. Куриляк Д. Б. Об электромагнитном возбуждении конического монополя / Д. Б. Куриляк, А. М. Шарабура // Изв. вузов. Физика. – 2013. – 56, № 8/2. – С. 64–67.
  11. Papas C. H. Radiation from Wide-Angle Conical Antennas Fed by a Coaxial Line / C. H. Papas, R. W. King // Proc. IRE. – 1951. – 39, N 1. – P. 49–51.

Рукопис надійшов 26.12.2013.

D. B. Kuryliak, O. M. Sharabura

### AXIALLY-SYMMETRIC ELECTROMAGNETIC EXCITATION OF METALLIC DISCCONICAL SCATTERER

The finite bi-cone is the basic structure for disc-conical antennas analysis by the approximation techniques. Here the rigorous solution of the problem of axially-symmetric *TM*-wave diffraction by the open end of the bi-cone, which consists of finite and semi-infinite shoulders, is obtained. The structure is irradiated by the ring of the magnetic current. The mode matching method and analytical regularization technique are applied to obtain the problem solution. The transition from bi-conical scatterer with arbitrary angular parameters to the disc-cone antenna is analyzed. The dependences of the far-field pattern and the radiation resistance from the scatterer parameters are investigated. Comparisons of the numerical results with known particular cases are carried out. It is shown that the wide-band properties of the disc-cone

antenna are improving with increasing of the disc radius and the width of the bi-conical region. The obtained results allow to carry out the rigorous analysis of the electrodynamic characteristics of disc-conical scatterers for a wide range of geometrical and frequency parameters.

**Key words:** disc, cone, bicone, analytical regularization, radiation impedance, wideband properties.

Д. Б. Куриляк, О. М. Шарабура

### ОСЕССИММЕТРИЧНОЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ МЕТАЛЛИЧЕСКОГО ДИСКОНИЧЕСКОГО РАССЕИВАТЕЛЯ

Конечный биконус является базовой структурой для анализа дискоконических антенн приближенными методами. Здесь получено строгое решение осесимметричной задачи дифракции *TM*-волны на открытом конце биконуса, одно плечо которого полубесконечный, а второе – конечный конус. Такая структура облучается полем кругового витка магнитного тока. Для получения решения использован метод сопряжения полей совместно с методом аналитической регуляризации. Решение задачи для дискоконического рассеивателя получено как предельный переход от биконуса с произвольными угловыми параметрами. Исследованы зависимости диаграмм направленности и сопротивления излучения от параметров рассеивателя. Проведено сравнение численных результатов с известными в частных случаях. Показано, что широкополосные свойства диаграмм направленности улучшаются с ростом радиуса диска и ширины биконической области. Полученные результаты позволяют проводить строгий электродинамический анализ характеристик дискоконических рассеивателей в широком диапазоне изменения геометрических и частотных параметров.

**Ключевые слова:** диск, конус, биконус, аналитическая регуляризация, сопротивление излучения, широкополосные свойства.