ТУННЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ ЧЕРЕЗ НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ БАРЬЕР

Д. В. Абдулкадыров, Н. Н. Белецкий

Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины, 12. л. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина E-mail: beletski@ire.kharkov.ua

Исследовано туннелирование электронов через нестационарный туннельный барьер в приближении малой амплитуды переменного электрического поля. Определены условия применимости режима одноквантовых электронных переходов через нестационарный потенциальный барьер. Рассмотрена зависимость плотности высокочастотного электронного тока через барьер от частоты и приложенного постоянного напряжения смещения. Показано, что активная часть плотности высокочастотного электронного тока может быть отрицательной при надбарьерном прохождении электронов через барьер. Ил. 6. Библиогр.: 8 назв.

Ключевые слова: туннелирование электронов, нестационарный потенциальный барьер, высокочастотный ток.

Исследование туннелирования электронов через нестационарный потенциальный барьер имеет большое значение для развития наноэлектроники. Особенно большое значение это исследование имеет для создания физических основ работы наноэлектронных приборов в терагерцовой области спектра. Как было показано ранее [1, 2], нестационарные туннельные барьеры могут служить эмиттерами высокочастотного электронного тока. Эти эмиттеры могут использоваться, например. для создания баллистических диодов. генерирующих электромагнитные волны в терагерцовой области спектра [3].

Теоретически туннелирование электронов через нестационарные потенциальные барьеры рассматривалось в ряде работ [1, 2, 4-8]. В работах [4-6] было показано, что если электроны с энергией є туннелируют через нестационарный потенциальный барьер, высота которого изменяется с частотой ω, то в спектре прошедших и отраженных электронных волн появляются электроны с энергиями $\varepsilon \pm i\hbar\omega$, где i=1,2,..., $\hbar = h/2\pi$ (*h* – постоянная Планка). Другими словами, взаимодействие электронов с высокочастотным электромагнитным полем в потенциальном барьере приводит к поглощению или излучению электронами ј квантов электромагнитного поля $\hbar \omega$. В работе [1] был рассмотрен случай прямоугольного потенциального барьера, к которому прикладывалось переменное высокочастотное напряжение смещения. В этой работе было получено аналитическое выражение для плотности высокочастотного электронного тока через туннельный переход в приближении малой амплитуды переменного электрического поля в предельном случае малой прозрачности туннельного барьера (толстого потенциального барьера). При этом считалось, что туннелирование электронов происходит с поглощением или испусканием лишь одного кванта электромагнитного поля (в спектрах энергий отраженных и прошедших электронных волн рассматривались только первые гармоники $\varepsilon \pm \hbar \omega$). Однако в работе [1] не рассматривалось влияние постоянного напряжения смещения, а также высоты и толщины потенциального барьера на величину высокочастотного электронного тока через туннельный потенциальный барьер. Кроме того, в ней не приведены численные оценки для типичных значений параметров туннельных переходов и рассмотрен лишь случай сравнительно низких частот, когда энергия кванта электромагнитного поля *ћw* много меньше начальной энергии электронов *є*. В работах [7, 8] указаны методы решения задачи о влиянии переменного поля на туннелирование электронов, однако конкретные результаты с помощью этих методов получены не были.

Настоящая работа посвящена дальнейшему развитию теории туннелирования электронов через нестационарный потенциальный барьер в приближении малой амплитуды переменного электрического поля. В ней определены пределы применимости режима одноквантовых электронных переходов при вычислении плотности высокочастотного электронного тока через нестационарный потенциальный барьер в зависимости от величины приложенного постоянного напряжения смещения, амплитуды и частоты переменного напряжения смещения, а также высоты и толщины потенциального барьера. При этом величина кванта электромагнитного поля не считалась малой по сравнению с высотой потенциального барьера и начальной энергией электронов.

Приведены зависимости плотности высокочастотного электронного тока и высокочастотной проводимости от частоты и амплитуды переменного напряжения смещения, величины постоянного напряжения смещения, а также толщины потенциального барьера при подбарьерном и надбарьерном прохождении электронов. Численные оценки приведены для реальных значений параметров потенциальных барьеров в терагерцовой области частот. Показано наличие отрицательной высокочастотной проводимости туннельных переходов при надбарьерном прохождении электронов.

1. Постановка задачи. Рассмотрим прямоугольный потенциальный барьер толщины d и высоты U_R, расположенный между двумя однородными идентичными областями 1 и 2 (рис. 1). Моноэнергетический поток электронов с энергией ε движется вдоль оси *z* и падает слева на барьер, частично отражаясь назад и частично проникая в правую область 2. Для простоты величина эффективной электронной массы *т* в каждой из областей считается одинаковой. При проведении численных расчетов предполагалось, что $m = 0,067m_0$, где m_0 масса свободного электрона. К потенциальному барьеру прикладывается постоянное $V_a = E_0 d$ и переменное $\widetilde{V}_{a}(t) = V_{ac} \cos \omega t$ напряжения смещения, где $V_{ac} = E_{ac}d$, E_0 и E_{ac} - напряженности постоянного и переменного электрических полей в потенциальном барьере соответственно.



Рис. 1. Потенциальный профиль нестационарного туннельного барьера

Для нахождения плотности высокочастотного электронного тока через нестационарный туннельный барьер необходимо найти решение уравнения Шредингера в каждой из рассматриваемых областей

$$i\hbar\frac{\partial\psi_1}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi_1}{\partial z^2}, \qquad z < 0; \qquad (1)$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi_B}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi_B}{\partial z^2} + 0 < z < d; \quad (2)$$
$$+ (U_B - eE_0 z - eE_{ac} z \cos \omega t) \psi_B,$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi_2}{\partial x^2} = -\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} - \frac{\hbar^2}{2} \frac{$$

$$\frac{\partial t}{\partial t} = 2m \frac{\partial z^2}{\partial z^2} \qquad z > d, \qquad (3)$$
$$-(eV_a + eV_{ac} \cos \omega t)\psi_2,$$

где $\Psi_1(z,t)$, $\Psi_B(z,t)$ и $\Psi_2(z,t)$ - волновые функции электронов в указанных на рис. 1 областях.

Как уже отмечалось ранее, прохождение электронной волны с начальной энергией ε через нестационарный барьер сопровождается появлением отраженных и прошедших электронных волн с энергиями $\varepsilon \pm n\hbar\omega$. Мы ограничимся рассмотрением случая малой амплитуды переменного поля E_{ac} и будем учитывать лишь основные гармоники с энергиями $\varepsilon \pm \hbar\omega$ (режим одноквантовых электронных переходов). Точные условия применимости такого подхода будут приведены ниже.

С учетом вышеуказанного обстоятельства волновая функция электронов в области 1 имеет следующий вид:

$$\begin{split} \psi_{1} &= e^{-i\omega_{0}t} \left(e^{ik_{1}^{(0)}z} + A e^{-ik_{1}^{(0)}z} + \right. \\ &+ A^{(+)} e^{-i(k_{1}^{(+1)}z + \omega t)} + A^{(-)} e^{-i(k_{1}^{(-1)}z - \omega t)} \right), \end{split}$$
(4)

где A, $A^{(\pm)}$ - амплитуды отраженных волн для начальной (основной) электронной волны и ее двух первых гармоник соответственно; $\omega_0 = \varepsilon/\hbar$, $k_1^{(j)} = \sqrt{2m(\varepsilon + j\hbar\omega)}/\hbar$; $j = 0, \pm 1$.

В области барьера точное решение уравнения Шредингера (2) для электронов с начальной энергией ε выражается через функцию Эйри Ai(z) [7, 8]

$$\psi_{B}^{(0)}(z,t) = \operatorname{Ai}\left[\rho_{(0)}(z) + \beta(t)\right] \times \\ \times \exp\left[-i\omega_{0}t + i\frac{eE_{ac}z}{\hbar\omega}\sin\omega t + f(t)\right];$$
(5)

$$\beta(t) = -\frac{e^2 E_{ac} E_0 \gamma}{m\omega^2} \cos \omega t ; \qquad (6)$$

$$f(t) = -i \frac{e^2 E_0 E_{ac}}{m \hbar \omega^3} \sin \omega t - i \frac{e^2 E_{ac}^2}{4m \hbar \omega^2} \left(t - \frac{\sin 2\omega t}{2\omega} \right),$$
(7)

где

$$\rho_{(j)}(z) = \gamma [U_B - (\varepsilon + j\hbar\omega) - eE_0 z];$$

$$\gamma = (\frac{2m}{e^2 E_0^2 \hbar^2})^{\frac{1}{3}}; \quad j = 0, \pm 1.$$

Второе линейно-независимое решение уравнения Шредингера (2) получается из уравнения (5) путем замены Ai(z) на другую функцию Эйри Bi(z).

В линейном по малой амплитуде E_{ac} приближении выражение (5) имеет следующий вид:

$$\psi_{B}^{(0)} = e^{-i\omega_{0}t} \left\{ \left[1 + \frac{eE_{B}}{2\hbar\omega} (z - \frac{eE_{0}}{m\omega^{2}}) (e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}) \right] \operatorname{Ai}(\rho_{0}) - \frac{e^{2}E_{ac}E_{0}\gamma}{m\omega^{2}} (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) \operatorname{Ai}'(\rho_{0}) \right\}.$$
(8)

Выражение (8) справедливо при выполнении трех неравенств

$$\alpha_1 = \frac{e^2 E_{ac} E_0 \gamma}{m\omega^2} \ll 1 ; \qquad (9)$$

$$\alpha_2 = \frac{eE_{ac}d}{\hbar\omega} <<1; \tag{10}$$

$$\alpha_3 = \frac{e^2 E_{ac} E_0}{m\hbar\omega^3} \ll 1. \tag{11}$$

В дальнейшем мы покажем, что для режима одноквантовых электронных переходов наиболее жестким условием на частоту и амплитуду электромагнитного поля является неравенство (11).

Амплитуды волновых функций электронов с энергиями $\varepsilon \pm \hbar \omega$ малы в силу малости периодического возмущения потенциального барьера. Поэтому волновые функции для электронов с энергиями $\varepsilon \pm \hbar \omega$ в потенциальном барьере и в среде 2 можно определить из уравнений (2) и (3), пренебрегая в них переменными полями. В результате полная волновая функция для электронов в нестационарном потенциальном барьере имеет следующий вид:

$$\Psi_{B}(z,t) = A_{B}e^{-i\omega_{0}t} \left\{ \left[1 + \frac{eE_{ac}}{2\hbar\omega} \left(z - \frac{eE_{0}}{m\omega^{2}} \right) \left(e^{i\omega t} - e^{-i\omega t} \right) \right] \operatorname{Ai}(\rho_{(0)}) - \frac{e^{2}E_{ac}E_{0}\gamma}{m\omega^{2}} \left(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t} \right) \operatorname{Ai}'(\rho_{(0)}) \right\} + B_{B}e^{-i\omega_{0}t} \left\{ \left[1 + \frac{eE_{ac}}{2\hbar\omega} \left(z - \frac{eE_{0}}{m\omega^{2}} \right) \left(e^{i\omega t} - e^{-i\omega t} \right) \right] \operatorname{Bi}(\rho_{(0)}) - \frac{e^{2}E_{ac}E_{0}\gamma}{m\omega^{2}} \left(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t} \right) \operatorname{Bi}'(\rho_{(0)}) \right\} + A_{B}^{(+)}e^{-i(\omega_{0}+\omega)t} \operatorname{Ai}(\rho_{(+1)}) + A_{B}^{(-)}e^{-i(\omega_{0}-\omega)t} \operatorname{Ai}(\rho_{(-1)}) + B_{B}^{(+)}e^{-i(\omega_{0}+\omega)t} \operatorname{Bi}(\rho_{(+1)}) + B_{B}^{(-)}e^{-i(\omega_{0}-\omega)t} \operatorname{Bi}(\rho_{(-1)}),$$
(12)

где A_B , B_B , $A_B^{(\pm)}$, $B_B^{(\pm)}$ - постоянные коэффициенты.

В области 2 уравнение Шредингера (3) для электронов с энергией *є* имеет точное решение

$$\Psi_{2}^{(0)}(z,t) = \exp\left(-i\omega_{0}t + i\frac{eV_{ac}}{\hbar\omega}\sin\omega t\right).$$
 (13)

Раскладывая выражение (13) по степеням малого параметра $\alpha_1 <<1$ и оставляя лишь линейные по V_{ac} слагаемые, находим полную волновую функцию электронов в области 2 (с учетом двух первых гармоник с энергиями $\varepsilon \pm \hbar \omega$)

$$\psi_{2}(z,t) = e^{-i\omega_{0}t} \times \begin{cases}
 C^{(0)} \left[1 + \frac{eV_{ac}}{2\hbar\omega} \left(e^{i\omega t} - e^{-i\omega t} \right) \right] e^{ik_{2}z} + \\
 + C^{(+)} e^{ik_{2}^{(+)}z - i\omega t} + C^{(-)} e^{ik_{2}^{(-1)}z + i\omega t}
 \end{cases},$$
(14)

где $C^{(0)}$ и $C^{(\pm)}$ - постоянные коэффициенты.

Из условий непрерывности волновых функций и их первых производных на границах z=0 и z=d в каждый момент времени находим систему уравнений для нахождения постоянных коэффициентов, входящих в уравнения (4), (12) и (14). Нас будут интересовать постоянные коэффициенты $C^{(0)}$ и $C^{(\pm)}$, определяющие плотности статического и высокочастотного электронных токов через потенциальный барьер. Опуская промежуточные выкладки, приведем результат

$$C^{(0)} = -i\frac{2\xi_2^{(0)}}{\pi\Delta^{(0)}} ; \qquad (15)$$

$$C^{(\pm 1)} = \upsilon^{(\pm 1)} + \frac{c_1^{(\pm 1)} + c_2^{(\pm 1)}}{\Lambda^{(\pm 1)}}, \qquad (16)$$

где

$$\upsilon^{(\pm 1)} = \pm \frac{eV_{ac}}{2\hbar\omega} C^{(0)} + r_1^{(\pm 1)} A_B + r_2^{(\pm 1)} B_B;$$
(17)

$$A_B = \frac{2b_2^{(0)}}{\Delta^{(0)}};$$
(18)

$$B_B = -\frac{2b_1^{(0)}}{\Delta^{(0)}}; \qquad (19)$$

$$\Delta^{(j)} = a_1^{(j)} b_2^{(j)} - a_2^{(j)} b_1^{(j)} ; \qquad (20)$$

$$a_{1}^{(j)} = \operatorname{Ai}[\rho_{(j)}(0)] + i\xi_{1}^{(j)} \operatorname{Ai'}[\rho_{(j)}(0)]; \quad (21)$$

$$a_{2}^{(j)} = \operatorname{Bi}[\rho_{(j)}(0)] + i\xi_{1}^{(j)}\operatorname{Bi'}[\rho_{(j)}(0)]; \quad (22)$$

$$b_{1}^{(j)} = \operatorname{Ai}[\rho_{(j)}(d)] - i\xi_{2}^{(j)} \operatorname{Ai'}[\rho_{(j)}(d)]; \quad (23)$$

$$b_{2}^{(j)} = \operatorname{Bi}[\rho_{(j)}(d)] - i\xi_{2}^{(j)} \operatorname{Bi}'[\rho_{(j)}(d)]; \quad (24)$$

$$r_{1}^{(\pm 1)} = \mp \frac{eE_{ac}}{2\hbar\omega} \left(d - \frac{eE_{0}}{m\omega^{2}} \right) \operatorname{Ai}[\rho_{(0)}(d)] - \frac{eE_{ac}\gamma_{0}}{\omega^{2}} \operatorname{Ai$$

$$-\frac{1}{m\omega^{2}}\operatorname{AI}[\rho_{(0)}(d)],$$

$$r_{2}^{(\pm 1)} = \mp \frac{eE_{ac}}{2\pi} \left(d - \frac{eE_{0}}{r^{2}} \right) \operatorname{Bi}[\rho_{(0)}(d)] -$$

$$-\frac{eE_{ac}\gamma_{0}}{m\omega^{2}}\operatorname{Bi}'[\rho_{(0)}(d)];$$
(26)

$$\gamma_0 = eE_0\gamma; \tag{27}$$

$$c_1^{(\pm 1)} = \pm \frac{i\xi_2^{(\pm 1)}u_2^{(\pm 1)}}{\pi};$$
(28)

$$\xi_{1,2}^{(j)} = \frac{\gamma_0}{k_{1,2}^{(j)}};$$
(29)

$$c_{2}^{(\pm 1)} = \begin{pmatrix} \mp a_{1}^{(\pm 1)} \operatorname{Bi}[\rho_{(\pm 1)}(d)] \pm \\ \pm a_{2}^{(\pm 1)} \operatorname{Ai}[\rho_{(\pm 1)}(d)] \end{pmatrix} u_{1}^{(\pm 1)};$$
(30)

$$u_{1}^{(\pm 1)} = \frac{eV_{ac}}{2\hbar\omega} \left(1 - \frac{k_{2}^{(0)}}{k_{2}^{(\pm 1)}}\right) C^{(0)} \pm \\ \pm \left(r_{1}^{(\pm 1)} + i\frac{s_{1}^{(\pm 1)}}{k_{2}^{(\pm 1)}}\right) A_{B} \pm \left(r_{2}^{(\pm 1)} + i\frac{s_{2}^{(\pm 1)}}{k_{2}^{(\pm 1)}}\right) B_{B};$$

$$u_{2}^{(\pm 1)} = \left(p_{1}^{(\pm 1)} \mp i\frac{q_{1}^{(\pm 1)}}{k_{1}^{(\pm 1)}}\right) A_{B} + \\ + \left(p_{2}^{(\pm 1)} \mp i\frac{q_{2}^{(\pm 1)}}{k_{2}^{(\pm 1)}}\right) B_{B};$$
(31)
(31)
(31)
(31)

$$\begin{aligned} & \left(P_{2}^{(\pm 1)} + k_{1}^{(\pm 1)} \right)^{D_{B}}, \\ & s_{1}^{(\pm 1)} = \mp \left(\frac{eE_{ac}}{2\hbar\omega} + \frac{eE_{ac}\gamma_{0}^{2}}{m\omega^{2}} \rho_{(0)}(d) \right) \operatorname{Ai}\left[\rho_{(0)}(d) \right] \pm \\ & \pm \frac{eE_{ac}\gamma_{0}}{2\hbar\omega} \left(d - \frac{eE_{0}}{m\omega^{2}} \right) \operatorname{Ai'}\left[\rho_{(0)}(d) \right]. \end{aligned}$$

$$\end{aligned}$$

$$(33)$$

$$s_{2}^{(\pm 1)} = \mp \left(\frac{eE_{ac}}{2\hbar\omega} + \frac{eE_{ac}\gamma_{0}^{2}}{m\omega^{2}}\rho_{(0)}(d) \right) \operatorname{Bi}[\rho_{(0)}(d)] \pm \frac{eE_{ac}\gamma_{0}}{2\hbar\omega} \left(d - \frac{eE_{0}}{m\omega^{2}} \right) \operatorname{Bi}'[\rho_{(0)}(d)];$$

$$p_{1}^{(\pm 1)} = \frac{e^{2}E_{ac}E_{0}}{2\hbar m\omega^{3}} \operatorname{Ai}[\rho_{(0)}(0)] \mp$$
(35)

$$\mp \frac{eE_{ac}\gamma_0}{m\omega^2} \operatorname{Ai'}[\rho_{(0)}(0)];$$
(35)

$$p_{2}^{(\pm 1)} = \frac{e^{2} E_{ac} E_{0}}{2 \hbar m \omega^{3}} \operatorname{Bi}[\rho_{(0)}(0)] \mp$$

$$\mp \frac{e E_{ac} \gamma_{0}}{m \omega^{2}} \operatorname{Bi'}[\rho_{(0)}(0)]; \qquad (36)$$

$$q_1^{(\pm 1)} = \left(\mp \frac{eE_{ac}}{2\hbar\omega} + \frac{eE_{ac}\gamma_0^2}{m\omega^2} \rho_{(0)}(0) \right) \times$$

$$(37)$$

$$\times \operatorname{Ai}[\rho_{(0)}(0)] \mp \frac{e^{2} E_{ac} E_{0} \gamma_{0}}{2m\hbar\omega^{3}} \operatorname{Ai'}[\rho_{(0)}(0)];$$

$$q_{2}^{(\pm 1)} = \left(\mp \frac{eE_{ac}}{2\hbar\omega} + \frac{eE_{ac} \gamma_{0}^{2}}{m\omega^{2}} \rho_{(0)}(0) \right) \times$$

$$\times \operatorname{Bi}[\rho_{(0)}(0)] \mp \frac{e^{2} E_{ac} E_{0} \gamma_{0}}{2m\hbar\omega^{3}} \operatorname{Bi'}[\rho_{(0)}(0)].$$
(38)

Зная волновую функцию электронов в области 2 и концентрацию электронов n_0 , по известной формуле

$$j = -\frac{ien_0\hbar}{2m} \left(\psi_2 \frac{\partial \psi_2^*}{\partial z} - \psi_2^* \frac{\partial \psi_2}{\partial z} \right)$$
(39)

можно рассчитать плотность тока электронов. Пренебрегая членами второго порядка малости по V_{ac} , находим

$$j = -\frac{en_0\hbar}{2m} \begin{bmatrix} 2k_2^{(0)} | C^{(0)} |^2 + (k_2^{(0)} + k_2^{(+1)})(C^{(+1)}C^{(0)*}e^{-i\omega t}e^{-i(k_2^{(0)} - k_2^{(+1)})(z-d)} + c.c.) + \\ + k_2^{(0)}(C^{(-1)}C^{(0)*}e^{i\omega t}e^{-i(k_2^{(0)} - k_2^{(-1)})(z-d)} + c.c.) + k_2^{(-1)}C^{(-1)}C^{(0)*}e^{i\omega t}e^{-i(k_2^{(0)} - k_2^{(-1)})(z-d)} + c.c. \end{bmatrix}.$$
(40)

Выражение (40) можно записать в виде суммы плотностей стационарного j_0 и высокочастотного $j_{ac}(\omega)$ токов. Выражение для плотности высокочастотного тока можно представить в виде суммы парциальных плотностей токов $j_{ac}(\omega) = j_{ac}^{(+1)} + j_{ac}^{(-1)}$, создаваемых электронами с энергиями $\varepsilon \pm \hbar \omega$. Из выражения (40) следует, что на выходе из потенциального барьера при z = d

$$j_{ac}^{(+1)}(d) = \frac{h}{m} \left(k_2^{(0)} + k_2^{(+1)} \right) \times$$

$$\times \left[\operatorname{Re} \left(C^{(+1)} C^{(0)^*} \right) \cos \omega t + \operatorname{Im} \left(C^{(+1)} C^{(0)^*} \right) \sin \omega t \right];$$
(41)

Выражение для $j_{ac}^{(-1)}$ имеет различный вид в зависимости от того, является ли $k_2^{(-1)}$ ве-

щественной или чисто мнимой величиной (в последнем случае электрон, поглотив квант электромагнитной энергии, попадает в запрещенную зону области 2)

$$j_{ac}^{(-1)}(d) = \frac{\hbar}{m} \left(k_2^{(0)} + k_2^{(-1)} \right) \times \times \left[\operatorname{Re} \left(C^{(-1)} C^{(0)^*} \right) \cos \omega t + \operatorname{Im} \left(C^{(-1)} C^{(0)^*} \right) \sin \omega t \right];$$

$$B C \Pi Y 4 2 \varepsilon - \hbar \omega + V_a > 0;$$

$$(42)$$

$$j_{ac}^{(-1)}(d) = \frac{\hbar}{m} \Big[\left(k_2^{(0)} \cos \omega t - \left| k_2^{(-1)} \right| \sin \omega t \right) \operatorname{Re} \left(C^{(-1)} C^{(0)*} \right) - \left(k_2^{(0)} \sin \omega t + \left| k_2^{(-1)} \right| \cos \omega t \right) \operatorname{Im} \left(C^{(-1)} C^{(0)*} \right) \Big]; \quad (43)$$

в случае $\varepsilon - \hbar \omega + V_a < 0$.

Из выражений (41)-(43) следует, что плотность высокочастотного тока состоит из активной j_{ac}^{a} (совпадающей по фазе с полем) и реактивной j_{ac}^{r} (находящейся в противофазе с полем) составляющих

$$j_{ac} = j_{ac}^{a} \cos \omega t + j_{ac}^{r} \sin \omega t \,. \tag{44}$$

Плотности активного и реактивного электронных токов связаны с напряженностью переменного электрического поля E_{ac} соотношениями $j_{ac}^{a} = \sigma_{a}E_{ac}$ и $j_{ac}^{r} = \sigma_{r}E_{ac}$, где σ_{a} и σ_{r} - активная и реактивная высокочастотная проводимости туннельного барьера.

В дальнейшем мы ограничимся изучением плотности высокочастотного тока на выходе из потенциального барьера при z = d.

2. Оценка пределов применимости режима одноквантовых электронных переходов. Из неравенств (9)-(11) следует, что малость отношения энергии возмущения потенциального барьера eV_{ac} к энергии кванта электромагнитного поля $\hbar\omega$ является необходимым, но недостаточным условием применимости режима одноквантовых электронных переходов. Необходимо также учитывать величину стационарной напряженности электрического поля E_0 в потенциальном барьере. Это значит, что при заданном напряжении смещения V_a на потенциальном барьере условие применимости режима одноквантовых электронных переходов будет зависеть от толщины потенциального барьера d. Анализ неравенств (9)-(11) показал, что в терагерцовой области спектра для толщин потенциального барьера порядка нескольких нанометров и напряжений смещения на нем от 0,1 В до 1,0 В наиболее жестким условием для применимости режима одноквантовых электронных переходов является условие (11). Пусть максимальная величина параметра α_3 равна произвольной константе $\alpha_{\rm max} < 1$. Из уравнений (9) и (11) следует, что

соотношение между α_1 и α_{max} зависит лишь от переменного и постоянного напряжений смещения

$$\frac{\alpha_1}{\left(\alpha_{\max}\right)^{2/3}} = \left(\frac{2V_{ac}}{V_a}\right)^{1/3}.$$
 (45)

Для нахождения критических значений частот, начиная с которых справедлив режим одноквантовых электронных переходов, необходимо выбрать определенное значение $lpha_{
m max}$ и решить уравнение $\alpha_3 = \alpha_{max}$ относительно ω при различных значениях d, V_a и V_{ac} . Ограничившись случаем $\alpha_{\rm max} = 0,2$, все дальнейшие численные расчеты были проведены нами именно для этого случая. На рис. 2 приведена зависимость критической частоты ω от переменного напряжения смещения V_{ac} для различных значений постоянного напряжения смещения V_a при d = 1,0 нм. Цифры возле кривых соответствуют рассмотренным значениям V_a в вольтах. Из рис. 2 видно, что с увеличением V_a критическая частота растет. Отметим также, что критическая частота порядка 10¹⁴с⁻¹ (нескольких сотен терагерц) в диапазоне значений *V_{ac}* от 0,1 мВ до 1,0 мВ.



Рис. 2. Зависимость критических частот ω от переменного напряжения смещения V_{ac} при различных значениях постоянного напряжения смещения V_{a}

Зависимость критической частоты от толщины потенциального перехода изображена на рис. 3, а при $V_{ac} = 1,0$ мВ для различных значений постоянного напряжения смещения V_a (рассмотренные значения V_a в вольтах изображены рядом с соответствующими кривыми).

Видно, что критическая частота уменьшается с увеличением d. На рис. 3, б изображены зависимости $\alpha_1(d)$ (сплошные линии) и $\alpha_2(d)$ (штриховые линии) при $V_{ac} = 1,0$ мВ для двух значений V_a : $V_a = 0,1$ В и $V_a = 1,0$ В (эти значения изображены на рисунке вблизи соответствующих кривых). Видно, что во всей области изменения d параметры α_1 и α_2 малы по сравнению с $\alpha_3 = \alpha_{max} = 0,2$.



Рис. 3. Зависимость критических частот ω и малых параметров $\alpha_{1,2}$ от d при двух различных значениях постоянного напряжения смещения V_a

3. Подбарьерное прохождение электронов через нестационарный барьер. При исследовании подбарьерного прохождения электронов мы ограничились рассмотрением тонкого потенциального барьера с d = 1 нм, на который воздействует переменное напряжение смещения $V_{ac} = 1 \text{ MB}.$ Начальная энергия электронов $\varepsilon = 10$ мэВ, электронов концентрация $n_0 = 10^{17}$ см⁻³. На рис. 4 представлена зависимость $j_{ac}^{a}(\omega)$ (левая ось ординат) и $j_{ac}^{r}(\omega)$ (правая ось ординат) при различных значениях постоянного напряжения смещения V_a (рассмотренные значения V_a в вольтах изображены цифрами вблизи соответствующих кривых) для двух высот потенциального барьера. В точках окончания всех кривых нарушается условие применимости режима одноквантовых электронных переходов $\alpha_3 < \alpha_{\text{max}}$. Видно, что с увеличением V_a граница области одноквантовых электронных переходов смещается в высокочастотную область.



Рис. 4. Зависимость активной и реактивной частей плотности высокочастотного тока от частоты ω для двух высот потенциального барьера U_b : а) - U_b =1,0 эВ; б) - U_b =0,1 эВ

В рассмотренном интервале напряжений смещения $V_a = [0,1;1,0]$ В плотность активной

составляющей высокочастотного тока j_{ac}^{a} является монотонно убывающей функцией частоты. Для высоких потенциальных барьеров (рис. 4, а) плотности высокочастотных токов j^a_{ac} и j^r_{ac} монотонно растут с увеличением V_a при фиксированной частоте ω . Для малых высот потенциальных барьеров (рис. 4, б) зависимости $j^a_{ac}(V_a)$ и $j_{ac}^{r}(V_{a})$ имеют качественно иной вид: j_{ac}^{a} является немонотонной, а j_{ac}^r - монотонно убывающей функциями V_a . При малых напряжениях смещения V_a на зависимостях $j^a_{ac}(\omega)$ и $j^r_{ac}(\omega)$ имеются точки излома. В этих точках электроны, поглотившие квант электромагнитной энергии, попадают в запрещенную зону среды 2 (происходит закрытие одного из двух каналов прохождения электронов через нестационарный барьер), что изменяет характер зависимости плотности высокочастотного тока от частоты. Особенно отчетливо точки излома на кривых $j^a_{ac}(\omega)$ и $j_{ac}^{r}(\omega)$ видны при малых высотах нестационарного потенциального барьера.

Более наглядное изображение зависимостей активной j_{ac}^{a} и реактивной j_{ac}^{r} частей плотности электронного тока от напряжения смещения V_a представлено на рис. 5 для двух высот потенциального барьера. Цифры вблизи кривых соответствуют рассмотренным частотам (для получения действительных значений частот приведенные цифры нужно умножить на $10^{14} c^{-1}$). Точкам излома на зависимостях $j^a_{ac}(V_a)$ и $j^r_{ac}(V_a)$ соответствует открытие второго (низкоэнергетического) канала прохождения электронов через нестационарный барьер по мере увеличения V_a. Из рис. 5 видно, что с уменьшением частоты область применимости одноквантовых электронных переходов смещается в сторону меньших значений V_a , то есть интервал допустимых значений V_a сужается. При фиксированном напряжении смещения V_a плотность высокочастотного тока уменьшается с увеличением частоты.

Сравнивая рис. 5, а и рис. 5, б, мы можем отметить, что для низких потенциальных барьеров зависимости $j_{ac}^{a}(V_{a})$ и $j_{ac}^{r}(V_{a})$ имеют интересные особенности. Во-первых, с увеличением частоты точки излома на зависимостях $j_{ac}^{a}(V_{a})$ становятся точками максимума. В этом случае j_{ac}^{a} достигает своего максимального значения

при строго определенном значении V_a . Вовторых, с увеличением V_a реактивная часть плотности электронного тока j_{ac}^r может изменить свой знак и стать отрицательной величиной. Отмеченные особенности могут быть полезными для создания эмиттеров высокочастотного электронного тока с заданными характеристиками.



Рис. 5. Зависимость активной и реактивной частей плотности высокочастотного тока от напряжения смещения V_a для двух высот потенциального барьера: а) - U_b =1,0 эВ; б) - U_b =0,1 эВ

4. Надбарьерное прохождение электронов через нестационарный барьер. Прохождение электронов над нестационарным потенциальным барьером представляет интерес из-за наличия отрицательной активной проводимости барьера. Ограничимся случаем низкого потенциального барьера с $U_b = 0,1$ эВ, d = 1,0 нм под действием переменного напряжения смещения $V_{ac} = 1$ мВ. Предположим, что концентрация электронов в монохроматическом пучке равна 10^{17} см⁻³. На рис. 6, а изображены зависимости $j^a_{ac}(\omega)$ (левая ось ординат) и $j_{ac}^{r}(\omega)$ (правая ось ординат) для V_{a} =0,1 В при различных значениях начальной энергии электронов ε (рассмотренные значения ε в электронвольтах изображены цифрами вблизи соответствующих кривых). Из него видно, что с увеличением ε на зависимостях $j^a_{ac}(\omega)$ появляются участки, лежащие ниже оси абсцисс. На этих участках $j^a_{ac}(\omega) < 0$, что соответствует отрицательной величине активной части высокочастотной проводимости нестационарного барьера. На каждой из приведенных кривых имеются точки излома. В первой из них закрывается низкоэнергетический канал для отраженных от барьера электронов (в этой точке отраженная от барьера электронная волна с энергией $\varepsilon - \hbar \omega$ становится нераспространяющейся, то есть $k_1^{(-1)}$ становится чисто мнимой величиной). Во второй точке излома нераспостраняющейся становится электронная волна с энергией $\varepsilon - \hbar \omega$, прошедшая через барьер. Для этой волны $k_2^{(-1)}$ является чисто мнимой величиной. Отметим, что между двумя точками излома имеются участки, на которых j_{ac}^{a} растет с увеличением частоты. Абсолютная величина отрицательной активной высокочастотной проводимости достигает своего максимума в первой точке излома, причем величина этого максимума растет с увеличением є. Реактивная часть высокочастотного электронного тока *j*^r_{ac} является отрицательной при $\varepsilon > U_{\scriptscriptstyle B}$, оставаясь при этом немонотонной функцией частоты.

На рис. 6, б изображены зависимости $j^{a}_{ac}(V_{a})$ (левая ось ординат) и $j^{r}_{ac}(V_{a})$ (правая ось ординат) при $\varepsilon = 0,2$ эВ для различных значений частот (рассмотренные значения ω , уменьшенные в 10¹⁴ раз, изображены вблизи соответствующих кривых). Из рисунка видно, что в некотором интервале частот активная часть высокочастотного электронного тока является отрицательной. Однако она уменьшается по абсолютной величине и становится положительной с увеличением V_a . С увеличением частоты ($\omega = 3,5 \cdot 10^{14}$ с⁻¹) активная часть высокочастотного электронного тока становится положительной во всем рассмотренном диапазоне изменений V_a. Излом на соответствующей этой частоте кривой $j^a_{ac}(V_a)$ связан с открытием низкоэнергетического канала прохождения электронов с увеличением V_a. Реактивная часть высокочастотного электронного тока является отрицательной во всем рассмотренном диапазоне изменений V_a.



Рис. 6. Зависимость активной и реактивной частей плотности высокочастотного тока от частоты ω (а) и напряжения смещения V_a (б) при надбарьерном прохождении электронов через нестационарный барьер

Выводы. Проведенное нами исследование позволило определить область применимости режима одноквантовых электронных переходов через нестационарный потенциальный барьер. Показано, что режим одноквантовых электронных переходов зависит не только от величины приложенного переменного напряжения смещения, но и от величины напряженности постоянного электрического поля в потенциальном барьере. Найден параметр, который оказывает определяющее влияние на справедливость режима одноквантовых электронных переходов. Показано, что при подбарьерном прохождении электронов через потенциальный барьер активная часть высокочастотного электронного тока является положительной и она уменьшается с ростом частоты. В то же время при надбарьерном прохождении электронов через нестационарный потенциальный барьер активная часть плотности высокочастотного тока в некоторой области частот может быть отрицательной. Кроме того, при надбарьерном прохождении электронов существует частотный интервал, на котором активная часть плотности высокочастотного тока растет с увеличением частоты. Полученные результаты могут быть использованы для создания активных и пассивных устройств терагерцовой наноэлектроники.

TUNNELING ELECTRONS THROUGH THE NON-STATIONARY POTENTIAL BARRIER

D. V. Abdulkadyrov, N. N. Beletskii

Tunneling electrons through a non-stationary tunnel barrier in approximation of small amplitude of a variable electric field is investigated. Conditions of applicability of a mode of onequantum electronic transitions through a non-stationary potential barrier are determined. Dependence of density of a high-frequency electronic current through a barrier from frequency and the enclosed constant bias voltage of displacement is considered. It is shown, that the active part of density of a high-frequency electronic current can be negative at the abovebarrieric passage electrons through a barrier.

Key words: tunneling electrons, a non-stationary potential barrier, a high-frequency current.

ТУНЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОНІВ КРІЗЬ НЕСТАЦІОНАРНИЙ ПОТЕНЦІАЛЬНИЙ БАР'ЄР

Д. В. Абдулкадиров, М. М. Білецький

Досліджено тунелювання електронів крізь нестаціонарний тунельний бар'єр у наближенні малої амплітуди змінного електричного поля. Визначені умови застосування режиму одноквантових електронних переходів крізь нестаціонарний потенціальний бар'єр. Досліджена залежність щільності високочастотного електронного струму крізь бар'єр від частоти і прикладеної сталої напруги зміщення. Показано, що активна частина щільності високочастотного електронного струму може бути негативною при надбар'єрному проходженні електронів крізь бар'єр.

Ключові слова: тунелювання електронів, нестаціонарний потенціальний бар'єр, високочастотний струм.

- Gribnikov Z. S., Haddad G. I. Differential tunnel transparency of a rectangular heterostructural barrier for the terahertz frequency range // J. Appl. Phys. - 2005. - <u>97</u>, No. 9. -P. 093705(1)-093705(5).
- Gribnikov Z. S., Haddad G. I. Time-dependent electron tunneling through time-dependent tunnel barriers // J. Appl. Phys. -2004. - <u>96</u>, No. 7. - P. 3831-3838.
- Plotka P., Nishizawa J., Kurabayashi T., Makabe H. // IEEE Trans. Electron. Devices. - 2003. - 50, No. 4. - P. 867-873.
- Büttiker M., Landauer R. Transversal time for tunneling // Phys. Rev. Lett. - 1982. - <u>49</u>, No. 23. - P. 1739-1742.
- Hagmann M. J. Resonance due to the interaction of the tunneling particles with modulation quanta // Appl. Phys. Lett. -1995. - <u>66</u>, No. 7 - P. 789-791.
- Ивлев Б. И., Мельников В. И. Квазиклассические процессы в высокочастотном поле // Журн. эксперим. и теорет. физики. - 1986. - <u>90</u>, № 6. - С. 2208-2225.
- Пашковский А. Б. Прохождение электронов через квантоворазмерные структуры в высокочастотных полях // Журн. эксперим. и теорет. физики - 1996. - <u>109</u>, № 5. -С. 1779-1805.
- Пашковский А. Б. Нестационарная теория возмущений для задач о прохождении электронов через квантоворазмерные структуры в высокочастотных полях // Физика и техн. полупроводников. - 1995. - <u>29</u>, № 9. - С. 1712-1726.

Рукопись поступила 15 мая 2008 г.